



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΑΤΤΙΚΗΣ

ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ & ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

Πτυχιακή Εργασία

Συστήματα Αυτομάτου Ελέγχου και κατασκευή Αναλογικού Υπολογιστή

Φοιτητής: Κουμερτάς Σταμάτης
ΑΜ: 39835

Επιβλέπων Καθηγητής:

Μανουσάκης Νικόλαος
Επίκουρος καθηγητής

ΑΘΗΝΑ-ΑΙΓΑΛΕΩ, ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2020



UNIVERSITY OF WEST ATTICA
FACULTY OF ENGINEERING
DEPARTMENT OF ELECTRICAL & ELECTRONICS ENGINEERING

Diploma Thesis

Automated control systems and construction of an analogue computer

Student: Stamatis Koumertas
Registration Number: 39835

Supervisor:

Nikolaos Manousakis
Assistant Professor

ATHENS-EGALEO, NOVEMBER 2020

Copyright © Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Σταμάτης Κουμερτάς, Νοέμβριος, 2020

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τους συγγραφείς.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον/την συγγραφέα του και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις θέσεις του επιβλέποντος, της επιτροπής εξέτασης ή τις επίσημες θέσεις του Τμήματος και του Ιδρύματος.

ΔΗΛΩΣΗ ΠΕΡΙ ΠΝΕΥΜΑΤΙΚΩΝ ΔΙΚΑΙΩΜΑΤΩΝ ΚΑΙ ΛΟΓΟΚΛΟΠΗΣ

Με πλήρη επίγνωση των συνεπειών του νόμου περί πνευματικών δικαιωμάτων, δηλώνω ενυπόγραφα ότι η παρούσα εργασία προετοιμάστηκε και ολοκληρώθηκε από εμένα αποκλειστικά και ότι είμαι ο αποκλειστικός συγγραφέας του κειμένου της.

Η εργασία μου δεν προσβάλλει οποιασδήποτε μορφής δικαιώματα πνευματικής ιδιοκτησίας, προσωπικότητας ή προσωπικών δεδομένων τρίτων, δεν περιέχει έργα/εισφορές τρίτων για τα οποία απαιτείται άδεια των δημιουργών/δικαιούχων και δεν είναι προϊόν μερικής ή ολικής αντιγραφής ή λογοκλοπής.

Κάθε βοήθεια που έλαβα για την ολοκλήρωση της εργασίας είναι αναγνωρισμένη και αναφέρεται λεπτομερώς στο κείμενό της. Ειδικότερα, έχω αναφέρει ευδιάκριτα μέσα στο κείμενο και με την κατάλληλη παραπομπή όλες τις πηγές δεδομένων, κώδικα προγραμματισμού Η/Υ, απόψεων, θέσεων και προτάσεων, ιδεών και λεκτικών αναφορών που χρησιμοποιήθηκαν, είτε κατά κυριολεξία είτε βάσει επιστημονικής παράφρασης, και η σχετική αναφορά περιλαμβάνεται στο τμήμα των βιβλιογραφικών αναφορών με πλήρη περιγραφή. Επιπλέον, όλες οι πηγές που χρησιμοποιήθηκαν περιορίζονται στις βιβλιογραφικές αναφορές και μόνον και πληρούν τους κανόνες της επιστημονικής παράθεσης κατά τα διεθνή πρότυπα.

Τέλος δηλώνω ενυπόγραφα ότι αναλαμβάνω πλήρως, ατομικά και προσωπικά, όλες τις νομικές και διοικητικές συνέπειες στην περίπτωση κατά την οποία αποδειχθεί, διαχρονικά, ότι η εργασία αυτή ή τμήμα της είναι προϊόν λογοκλοπής.

Ημερομηνία _____
(Ονοματεπώνυμο φοιτητή)

(Υπογραφή)

Ευχαριστίες

Η πτυχιακή αυτή εργασία εκπονήθηκε κατά τα Ακαδημαϊκά Έτη 2018-2020 στο πλαίσιο φοίτησης μου στο τμήμα Ηλεκτρολόγων και Ηλεκτρονικών Μηχανικών.

Επιβλέπων καθηγητής για την πτυχιακή εργασία ήταν ο Καθηγητής κ. Μανουσάκης Νικόλαος , τον οποίο οφείλω να ευχαριστήσω θερμά για την εμπιστοσύνη που μου έδειξε καθ' όλη την διάρκεια εκπόνησης της εν λόγω εργασίας καθώς επίσης και για όλο το χρονικό διάστημα φοίτησης μου, για το εξαιρετικό τρόπο και επίπεδο διδασκαλίας του, επίσης για την υποστήριξη την διαθεσιμότητα και την υπομονή του.

Θα ήθελα να ευχαριστήσω τον καθηγητή κ. Μαλατέστα Παντελή, για το μεγάλο έργο που επιτελεί σαν καθηγητής του Πανεπιστημίου Δυτικής Αττικής αλλά και για τη συγγραφή επιστημονικού περιεχομένου βιβλίων.

Ευχαριστώ θερμά επίσης τον κ. Βαρσάμη Χρήστο, την κ. Βάλβη Χριστίνα για όλη την στήριξη και βοήθεια που μου προσέφεραν κατά την διάρκεια των σπουδών μου, και τον κ. Κωνσταντινίδη Φράγκο Δημήτριο για την συνεργασία του κατά την διάρκεια της εκπόνησης της πτυχιακής μου εργασίας.

Κλείνοντας, θα ήθελα να ευχαριστήσω τους γονείς μου Αθανασία, Ευστράτιο, τα αδέρφια μου Μιχάλη, Παναγιώτη, Κωνσταντίνο και Στέφανο.

Περίληψη

Ένας αναλογικός υπολογιστής είναι μια μορφή υπολογιστή που χρησιμοποιεί συνεχή φυσικά φαινόμενα όπως ηλεκτρικές, μηχανικές, ή υδραυλικές ποσότητες, για να μοντελοποιήσει το πρόβλημα που λύνει. Οι αναλογικοί υπολογιστές, οι οποίοι όπως γίνεται φανερό προϋπήρξαν των ψηφιακών υπολογιστών, η εξέλιξη τους στηρίχθηκε σε ένα από τα πιο θαυμαστά αναλογικά ηλεκτρονικά κυκλώματα, τον τελεστικό ενισχυτή (operational amplifier), ένα κύκλωμα του οποίου οι καταπληκτικές ιδιότητες κάνουν εφικτή και εύκολη τη διαδικασία της αναλογικής προσομοίωσης.

Η παρούσα πτυχιακή εργασία έχει σαν στόχο την παρουσίαση ενός μέρους της θεωρίας των συστημάτων αυτομάτου ελέγχου, απαραίτητο για την κατανόηση της λειτουργίας του αναλογικού υπολογιστή, καθώς και την κατανόηση της προσομοίωσης διάφορων συστημάτων με την βοήθεια του αναλογικού υπολογιστή και τελικό στόχο την κατασκευή αναλογικού υπολογιστή .

.

Λέξεις – κλειδιά

Αναλογικός υπολογιστής, αναλογική προσομοίωση, τελεστικός ενισχυτής, συστήματα αυτομάτου ελέγχου.

Abstract

An analog computer is a form of computer that uses continuous physical phenomena such as electrical, mechanical, or hydraulic quantities to model the problem it solves. The evolution of analog computers, which apparently preceded digital computers, was based on one of the most wondrous analog electronic circuits, the operational amplifier, a circuit whose amazing properties make the analog simulation process feasible and easy.

The aim of this dissertation is to present a part of the theory of automatic control systems, which is necessary for the comprehension of the analog computer's operation, as well as the understanding of various systems' simulation with the help of the analog computer.

Keywords

Analog computer, analog simulation, operational amplifier, automatic control systems.

Περιεχόμενα

1.1	Αντικείμενο της πτυχιακής εργασίας και τελικός στόχος	14
1.2	Δομή	14
2	ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1^ο : Βασικές έννοιες Συστημάτων Αυτομάτου Ελέγχου Χρονική Συστημάτων Αυτομάτου Ελέγχου	16
2.1	Σύστημα Ελέγχου	16
2.2	Συστήματα ελέγχου ανοιχτού και κλειστού βρόχου	23
2.2.1	Συστήματα ελέγχου ανοιχτού βρόχου	23
2.2.2	Παραδείγματα συστημάτων ανοιχτού βρόχου	23
2.3	Συστήματα ελέγχου κλειστού βρόχου	24
2.3.1	Παραδείγματα συστημάτων ελέγχου κλειστού βρόχου	27
2.4	Είσοδος-Εξόδος	29
2.4.1	Ορισμός εισόδων εξόδων συστημάτων αυτομάτου ελέγχου	29
2.5	Συνάρτηση Μεταφοράς	30
2.5.1	Συνάρτηση μεταφοράς ηλεκτρικού κυκλώματος	30
2.6	Χρονική απόκριση συστημάτων	31
2.6.1	Χαρακτηριστικά μεταβατικής απόκρισης	32
2.6.2	Χρονική απόκριση συστήματος 1 ^{ης} τάξης.....	33
2.6.3	Σύστημα 1 ^{ης} τάξης με σταθερή είσοδο	34
2.6.4	Χρονική απόκριση συστήματος 2 ^{ης} τάξης.....	36
2.6.5	Φυσικοί συντελεστές κυκλώματος RLC	36
2.6.6	Εκθετική απόκριση	38
2.6.7	Οριακή απόκριση	39
2.6.8	Φθίνουσα ταλάντωση	40
2.6.9	Χαρακτηριστικά μεγέθη της χρονικής απόκρισης συστήματος 2 ^{ης} τάξης	42
3	ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2^ο : Αναλογική εξομοίωση συστημάτων αυτομάτου ελέγχου	45
3.1	Η αδυναμία των ηλεκτρικών ανάλογων	45
3.2	Τελεστικός Ενισχυτής	47
3.2.1	Πραγματικός Τελεστικός Ενισχυτής	49
3.3	Αναλογικές βαθμίδες με τη χρήση του τελεστικού ενισχυτή	52
3.3.1	Ο αναστροφέας	53
3.3.2	Ο πραγματικός αναστροφέας	55
3.3.3	Ο αθροιστής	56
3.3.4	Αθροιστής με πεπερασμένη ενίσχυση.....	57
3.3.5	Ο ολοκληρωτής	58
3.3.6	Ολοκληρωτής με πεπερασμένη ενίσχυση	60
3.4	Ανάλογα συστήματα	61
3.4.1	Το αναλογικό ομοίωμα	62
3.4.2	Τα μη δυναμικά αναλογικά στοιχεία	64
3.4.3	Το ποτενσιόμετρο	64
3.4.4	Ο αναστροφέας.....	65
3.4.5	Ο αθροιστής	66
3.4.6	Τα δυναμικά αναλογικά στοιχεία	66
3.4.7	Ο ολοκληρωτής	67

4	Κεφάλαιο 3^ο : Πειραματικός Έλεγχος βαθμίδων Αναλογικού Υπολογιστή.....	69
4.1	LM358P DUAL	69
4.2	Απαραίτητα όργανα και υλικά.....	70
4.3	Διαδικασία πειράματος – Ποτενσιόμετρο	70
4.3.1	Θεωρητική προσέγγιση.....	71
4.3.2	Πειραματική προσέγγιση	71
4.3.3	Κύκλωμα ποτενσιόμετρου Συμπεράσματα – Παρατηρήσεις.....	72
4.4	Διαδικασία Πειράματος - Αναστροφέας	72
4.4.1	Θεωρητική Προσέγγιση	73
4.4.2	Πειραματική Προσέγγιση.....	73
4.4.3	Κύκλωμα αναστροφής Συμπεράσματα – Παρατηρήσεις.....	74
4.5	Διαδικασία Πειράματος – Αθροιστής.....	74
4.5.1	θεωρητικη προσέγγιση	76
4.5.2	Πειραματική προσέγγιση.....	76
4.5.3	Κύκλωμα άθροισης Συμπεράσματα – Παρατηρήσεις.....	77
4.6	Διαδικασία πειράματος – Ολοκληρωτής.....	77
4.6.1	Θεωρητική προσέγγιση.....	78
4.6.2	Πειραματική προσέγγιση.....	79
4.6.3	Κύκλωμα ολοκλήρωσης Συμπεράσματα – Παρατηρήσεις.....	80
4.7	Διαδικασία πειράματος – Σύστημα 1^{ης} τάξης	80
4.7.1	Θεωρητική προσέγγιση.....	82
4.7.2	Πειραματική προσέγγιση	83
4.7.3	Αναλογικό διάγραμμα 1 ^{ης} τάξης Συμπεράσματα – Παρατηρήσεις.....	84
4.8	Φυσικό αναλογικό διάγραμμα 1^{ης} τάξης.....	85
4.8.1	Θεωρητική προσέγγιση.....	85
4.8.2	Πειραματική προσέγγιση	88
4.8.3	Φυσικό αναλογικό διάγραμμα 1 ^{ης} τάξης Συμπεράσματα – Παρατηρήσεις.....	91
4.9	Διαδικασία πειράματος - Αναλογικό διάγραμμα 2^{ης} τάξης – Θεωρητική προσέγγιση ..	91
4.9.1	Πειραματική προσέγγιση	93
4.9.2	Αναλογικό διάγραμμα 2 ^{ης} τάξης Συμπεράσματα – Παρατηρήσεις.....	98
4.10	Διαδικασία πειράματος - Φυσικό αναλογικό διάγραμμα 2^{ης} τάξης θεωρητική προσέγγιση	98
4.10.1	Πειραματική προσέγγιση	99
4.10.2	Φυσικό αναλογικό διάγραμμα 2 ^{ης} τάξης Συμπεράσματα – Παρατηρήσεις.....	100
4.11	Διαδικασία πειράματος Χρονική απόκριση συστήματος 2^{ης} τάξης – Θεωρητική προσέγγιση	100
4.11.1	Πειραματική προσέγγιση	102
4.11.2	Χρονική απόκριση συστήματος 2 ^{ης} τάξης Συμπεράσματα - Παρατηρήσεις	104
5	Κεφάλαιο 4^ο : Περιγραφή της κατασκευής	106
5.1	Κριτήρια επιλογής υλικών	106
5.1.1	Κατασκευή βάσης στήριξης πάνελ	107
5.1.2	Η κοπή του ξύλου.....	107
5.1.3	Ένωση μερών.....	107
5.1.4	Επεξεργασία της επιφάνειας του ξύλου.....	107
5.2	Το βάψιμο της κατασκευής.....	108
5.3	Η Κατασκευή του πάνελ.....	108
5.4	Κατασκευή τροφοδοτικού	109

5.5	Κατασκευή ηλεκτρονικών βαθμίδων αναλογικού υπολογιστή	110
5.5.1	Η διαδικασία κόλλησης στην διάτρηρη πλακέτα	112
	Βιβλιογραφία.....	114

Κατάλογος εικόνων

Εικόνα 2.1-3: Μηχανικό ομοίωμα αυτοκίνητου φτερού. (Λεονάρντο ντα Βίντσι, Codex Atlanticus 341).....	17
Εικόνα 2.1-4: Το Άρμα του Λεονάρντο ντα Βίντσι (Armoredcar) (Δ.καλιγερόπουλος Σ.βασιλειάδου Συστήματα Αυτομάτου Ελέγχου Ι Αθήνα 2005)	18
Εικόνα 2.1-5: Αυτόματος έλεγχος των στροφών ενός ατμοστρόβιλου με τον ρυθμιστή του Watt, 176(Δ.καλιγερόπουλος Σ.βασιλειάδου Συστήματα Αυτομάτου Ελέγχου Ι Αθήνα 2005)9	18
Εικόνα 2.1-6: Αριστερά: Η Διαφορική Μηχανή (Difference Engine), Δεξιά: Μέρος του σχεδίου της αρχικής μηχανής , θα ήταν πλήρως λειτουργική(Δ.καλιγερόπουλος Σ.βασιλειάδου Συστήματα Αυτομάτου Ελέγχου Ι Αθήνα 2005).....	19
Εικόνα 2.1-7 : Διαφορικοί Αναλυτές της Δεκαετίας του '30(Δ.καλιγερόπουλος Σ.βασιλειάδου Συστήματα Αυτομάτου Ελέγχου Ι Αθήνα 2005).....	20
Εικόνα 2.1-8: Ηλεκτρονικοί Αναλογικοί Υπολογιστές(Δ.καλιγερόπουλος Σ.βασιλειάδου Συστήματα Αυτομάτου Ελέγχου Ι Αθήνα 2005).....	21
Εικόνα 2.2-1 : Έλεγχος πορείας του σκάφους. (Δ.καλιγερόπουλος Σ.βασιλειάδου Συστήματα Αυτομάτου Ελέγχου Ι Αθήνα 2005).....	22
Εικόνα 2.2-2: Έλεγχος πορείας του σκάφους. (Δ.καλιγερόπουλος Σ.βασιλειάδου Συστήματα Αυτομάτου Ελέγχου Ι Αθήνα 2005).....	22
Εικόνα 2.3-1: Γραφική απεικόνιση συστήματος ελέγχου ανοιχτού βρόχου(Δ.καλιγερόπουλος Σ.βασιλειάδου Συστήματα Αυτομάτου Ελέγχου Ι Αθήνα 2005).	23
Εικόνα 2.3-2 : Έλεγχος λαμπτήρα μέσω ηλεκτρικού διακόπτη(Δ.καλιγερόπουλος Σ.βασιλειάδου Συστήματα Αυτομάτου Ελέγχου Ι Αθήνα 2005).....	24
Εικόνα 2.3-3: Έλεγχός έντασης ραδιοφώνου(Δ.καλιγερόπουλος Σ.βασιλειάδου Συστήματα Αυτομάτου Ελέγχου Ι Αθήνα 2005).....	24
Εικόνα 2.4-1: Η διαδικασία του αυτομάτου ελέγχου(Δ.καλιγερόπουλος Σ.βασιλειάδου Συστήματα Αυτομάτου Ελέγχου Ι Αθήνα 2005).....	25
Εικόνα 2.4-2: Ο κύκλος του αυτομάτου ελέγχου(Δ.καλιγερόπουλος Σ.βασιλειάδου Συστήματα Αυτομάτου Ελέγχου Ι Αθήνα 2005).....	25
Εικόνα 2.4-3: Σημείο άθροισης(Δ.καλιγερόπουλος Σ.βασιλειάδου Συστήματα Αυτομάτου Ελέγχου Ι Αθήνα 2005).	26
Εικόνα 2.4-4: Λειτουργικό διάγραμμα βαθμίδων συστήματος ελέγχου κλειστού βρόχου(Δ.καλιγερόπουλος Σ.βασιλειάδου Συστήματα Αυτομάτου Ελέγχου Ι Αθήνα 2005)	27

Εικόνα 2.4-5: Λειτουργικό διάγραμμα βαθμίδων για τον έλεγχο της κίνησης του χεριού.....	28
Εικόνα 2.7-1: Καθορισμός μεγεθών μεταβατικής απόκρισης	33
Εικόνα 2.7-2: Χρονική απόκριση συστήματος πρώτης τάξης με σταθερή είσοδο	35
Εικόνα 2.7-3: Χρονική απόκριση συστήματος πρώτης τάξης με σταθερή είσοδο(Δ.καλιγερόπουλος Σ.βασιλειάδου Συστήματα Αυτομάτου Ελέγχου Ι Αθήνα 2005)	35
Εικόνα 2.7-4: Εξαναγκασμένη βηματική απόκριση συστήματος δεύτερης τάξης(Δ.καλιγερόπουλος Σ.βασιλειάδου Συστήματα Αυτομάτου Ελέγχου Ι Αθήνα 2005)	41
Εικόνα 2.7-5: Ελεύθερη απόκριση συστήματος δεύτερης τάξης με αρχική συνθήκη(Δ.καλιγερόπουλος Σ.βασιλειάδου Συστήματα Αυτομάτου Ελέγχου Ι Αθήνα 2005)	42

Κατάλογος πινάκων

Πίνακας 3.4-1: αναλογικά παθητικά στοιχεία	63
Πίνακας 3.4-2: δυναμικά στοιχεία ολοκλήρωσης.....	63
Πίνακας 4.1-1: Βασικά χαρακτηριστικά Im358p	69

1.1 Αντικείμενο της πτυχιακής εργασίας και τελικός στόχος

Το αντικείμενο αυτής της πτυχιακής εργασίας είναι η παρουσίαση της απαραίτητης θεωρίας συστημάτων αυτομάτου ελέγχου, ώστε να γίνει το περισσότερο δυνατόν κατανοητή η λειτουργία του αναλογικού υπολογιστή, με τελικό στόχο την κατασκευή του αναλογικού υπολογιστή.

1.2 Δομή

Το επιστημονικού περιεχομένου κείμενο που συντάχθηκε αποτελείται από τέσσερις ενότητες καταλήγοντας στη βιβλιογραφική αναφορά.

Το Κεφάλαιο 1 και 2 αποτελεί μια εισαγωγή της πτυχιακής εργασίας, γίνεται ιστορική αναδρομή στα συστήματα αυτομάτου ελέγχου, επίσης δίνονται βασικοί ορισμοί για τα συστήματα αυτομάτου ελέγχου, περιέχει τις απαραίτητες θεωρητικές γνώσεις για την πλήρη κατανόηση ολόκληρης της εργασίας. Γίνεται εκτενής ανάλυση της μαθηματικής θεωρίας όσον αφορά τις χρονικές αποκρίσεις συστημάτων αυτομάτου ελέγχου καθώς και της αναλογικής εξομοίωσης συστημάτων αυτομάτου ελέγχου. Ο αναγνώστης μπορεί να λάβει μία μικρή γεύση για το τι θα ακολουθήσει.

Ακολούθως, στο Κεφάλαιο 3 γίνεται η σύγκριση των θεωρητικών κυκλωμάτων που αναλύθηκαν με τα πειραματικά κυκλώματα που χρησιμοποιήθηκαν για την υλοποίηση της κατασκευής.

Στο 4^ο κεφάλαιο γίνεται μια λεπτομερή περιγραφή της κατασκευής, παρουσιάζονται όλα τα στάδια της κατασκευής έως ότου φτάσει στο τελικό αποτέλεσμα.

Τέλος, στο Κεφάλαιο της βιβλιογραφίας αναφέρονται όλες οι πηγές που χρησιμοποιήθηκαν για την εκμείωση επιστημονικού έγκυρου υλικού, στις οποίες ο αναγνώστης μπορεί να ανατρέξει σε περίπτωση που επιθυμεί να εμβαθύνει σε κάποιο σημείο της εργασίας

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1^ο

**Εισαγωγή – Βασικές Έννοιες
Συστημάτων Αυτομάτου Ελέγχου –
Χρονική απόκριση Συστημάτων Αυτομάτου
ελέγχου**

2 ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1^ο : Βασικές έννοιες Συστημάτων Αυτομάτου Ελέγχου

Χρονική Συστημάτων Αυτομάτου Ελέγχου

Σε αυτό το κεφάλαιο παρουσιάζεται μια σύντομη ιστορική αναδρομή, γίνεται περιγραφή των συστημάτων αυτομάτου ελέγχου, δίνονται βασικοί ορισμοί και έννοιες των συστημάτων αυτομάτου ελέγχου καθώς επίσης γίνεται και αναφορά στη χρονική απόκριση των συστημάτων αυτομάτου ελέγχου.

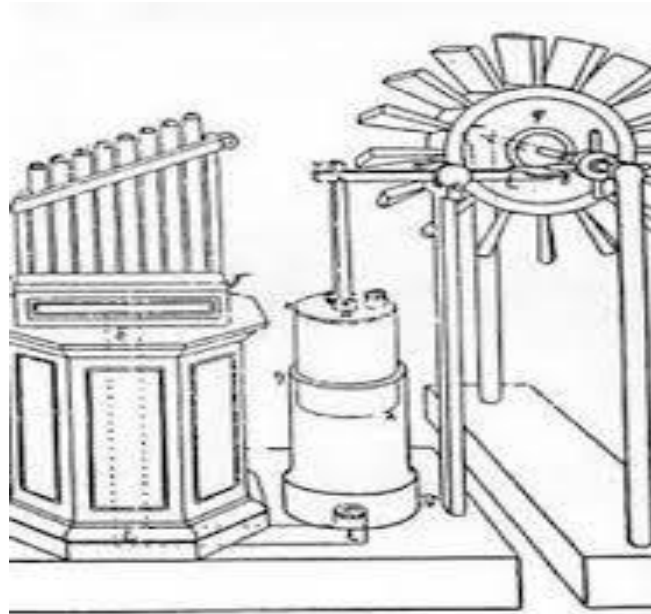
2.1 Ιστορική αναδρομή

Η έννοια του αυτόματου ελέγχου όσο και η έννοια της τεχνολογίας του , εξελίχθηκαν ιστορικά. Η λέξη “αυτόματα” είναι λέξη ομηρική. Στην Ραψωδία της Ιλιάδας του ο Όμηρος περιγράφει τον θεό Ήφαιστο – σύμβολο της τεχνολογίας – να κατασκευάζει στο εργαστήρι του τα περίφημα όπλα του Αχιλλέα, που η μάνα του η Θέτιδα ζήτησε από τον θεό να φτιάξει.



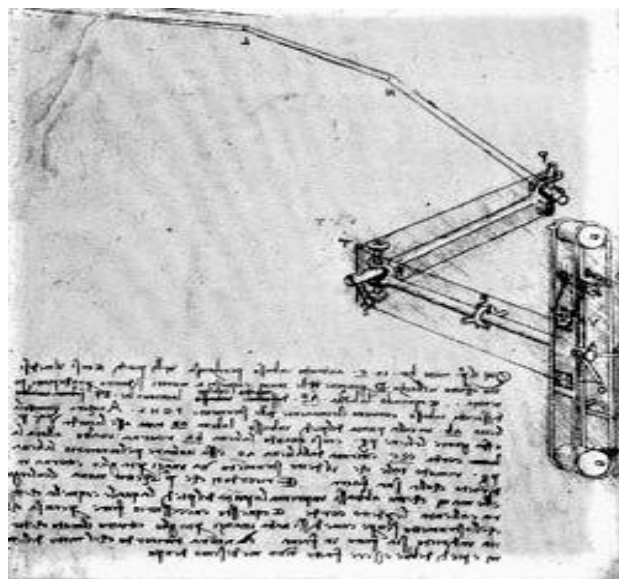
Εικόνα 2.1-1: Ο Ήφαιστος στο εργαστήρι του ετοιμάζει τα όπλα του Αχιλλέα για να τα παραδώσει στη Θέτιδα. Στο ίδιο εργαστήρι ο τεχνολόγος θεός έφτιαξε τους αυτόματους τρίποδες

Από τους Αλεξανδρινούς μηχανικούς των ελληνιστικών χρόνων , πρώτος Κτησίβιος κατασκεύασε μια “ αυτόματη “ μηχανή με πιεσμένο αέρα, για να σηκώνει το βαρύ μπρούτζινο καθρέπτη μέσα στο κουρείο του πατέρα του . Ο ίδιος έφτιαξε αργότερα το αυτόματο “ υδραυλικό ωρολόγιο “ , καθώς και το πρώτο “ υδραυλικό μουσικό όργανο” , ενώ ο κατοπινός του Φίλων ο Βυζαντινός επινόησε έναν περίπλοκο “ αυτόματο νιπτήρα “ Εκεί όμως που έχουμε συγκεντρωμένα και χειροπιαστά παραδείγματα αυτόματων μηχανισμών είναι στα έργα του Ήρωνα του Αλεξανδρινού, Πνευματικά και Αυτοματοποιητική , που σώζονται σχεδόν ακέραια.



Εικόνα 2.1-2: Υδραυλικό μουσικό όργανο με αυτόματο ανεμοκίνητο μηχανισμό (Ήρων ο Αλεξανδρινός, Πνευματικά Α)

Η ιστορική πορεία των αυτομάτων περνάει μέσα από τη ρωμαϊκή τεχνολογία τις αυτόματες μηχανές του βυζαντίου και της αραβικής “ Αναγέννησης ” , τα πολύπλοκα μηχανικά ρολόγια του μεσαίωνα , τις μηχανές του Καρτέσιου, τα περίφημα σχέδια του Λεονάρντο ντα Βίντσι. Στα τελευταία αυτά ανήκει για παράδειγμα η μελέτη για το μηχανισμό ενός αυτοκίνητου φτερού ή η αυτόματη μηχανή για την παραγωγή εργαλείων.

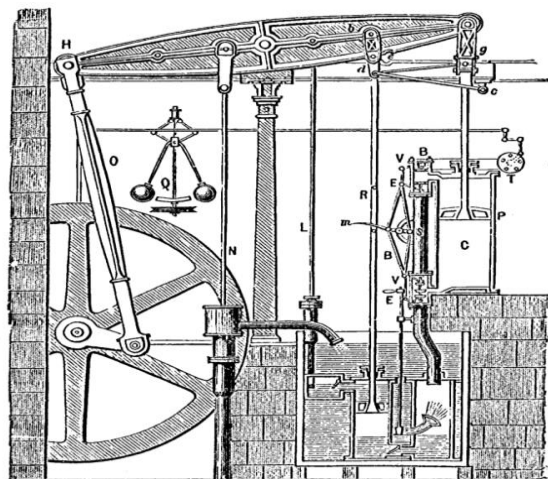


Εικόνα 2.1-3: Μηχανικό ομοίωμα αυτοκίνητου φτερού. (Λεονάρντο ντα Βίντσι, Codex Atlanticus 341)



Εικόνα 2.1-4: Το Άρμα του Λεονάρντο ντα Βίντσι (*Armoredcar*)

Σταθμό για τη βιομηχανική εφαρμογή των συστημάτων αυτομάτου ελέγχου αποτέλεσε η εφεύρεση από τον άγγλο μηχανικό Watt , το 1769, ενός μηχανικού ρυθμιστή, ενός μηχανικού ρυθμιστή, για τον αυτόματο έλεγχο των στροφών ενός ατμοστρόβιλου. Ο ρυθμιστής αυτός είχε την ικανότητα να μετρά τις στροφές στον κινητήριο άξονα του στροβίλου και να ρυθμίζει ανάλογα την παροχή του ατμού στον ατμοστρόβιλο , έτσι ώστε οι στροφές να παραμείνουν σταθερές. Η επινόηση αυτής της ‘ ‘ αυτοελεγχόμενης ‘ ‘ ατμομηχανής και η πλατιά εφαρμογή της στην παραγωγή αποτέλεσε τη βάση για τη μετατροπή της βιοτεχνίας σε βιομηχανία, για την αλματώδη ανάπτυξη των μέσων μεταφοράς με ατμοκίνητα πλοία και τραίνα, για την άνθιση μια νέας εποχής, της βιομηχανικής εποχής.



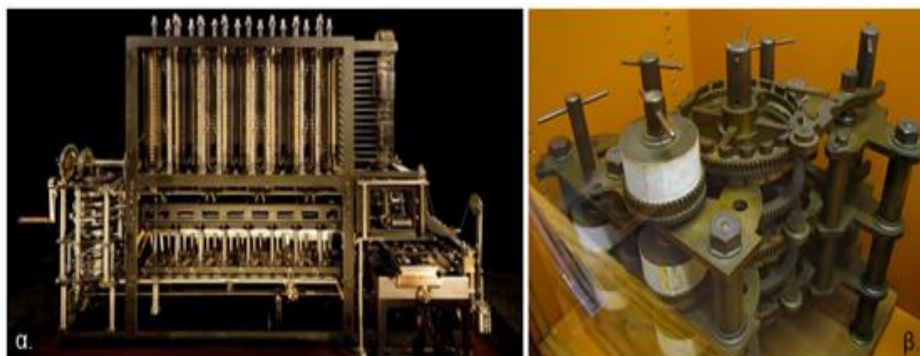
Εικόνα 2.1-5: Αυτόματος έλεγχος των στροφών ενός ατμοστρόβιλου με τον ρυθμιστή του Watt, 1769

Μηχανικοί Αναλογικοί Υπολογιστές

Ο Charles Babbage (1791 - 1871), θέλοντας να βελτιώσει την μέχρι τότε, γεμάτη σφάλματα, ανθρωποκεντρική διαδικασία του υπολογισμού αριθμητικών πινάκων, αφιέρωσε την ζωή του στον σχεδιασμό μιας μηχανικής, υπολογιστικής συσκευής, η οποία θα ήταν σε θέση να τους

υπολογίζει αυτόματα.

Η πρώτη του προσπάθεια ξεκίνησε το 1822 και αφορούσε την Διαφορική Συσκευή (Difference Engine), μια ειδικού σκοπού αριθμομηχανή, η οποία συνόψιζε τις τιμές των λογαρίθμων και των τριγωνομετρικών συναρτήσεων με τη μέθοδο των πεπερασμένων διαφορών για την δημιουργία πολυωνυμικών προσεγγίσεων. Αν και ποτέ δεν κατάφερε να την ολοκληρώσει, ο Babbage θεωρείται ο πατέρας των υπολογιστών και είναι αυτός, που του αποδίδεται η εφεύρεση του πρώτου μηχανικού υπολογιστή. Το 1991, το Μουσείο Επιστημών του Λονδίνου κατάφερε να κατασκευάσει την πρώτη, ολοκληρωμένη διαφορική μηχανή (Εικόνα 8), δείχνοντας τελικά ότι, αν είχε κατασκευασ



Εικόνα 2.1-6: Αριστερά: Η Διαφορική Μηχανή (Difference Engine), Δεξιά: Μέρος του σχεδίου της αρχικής μηχανής, θα ήταν πλήρως λειτουργική

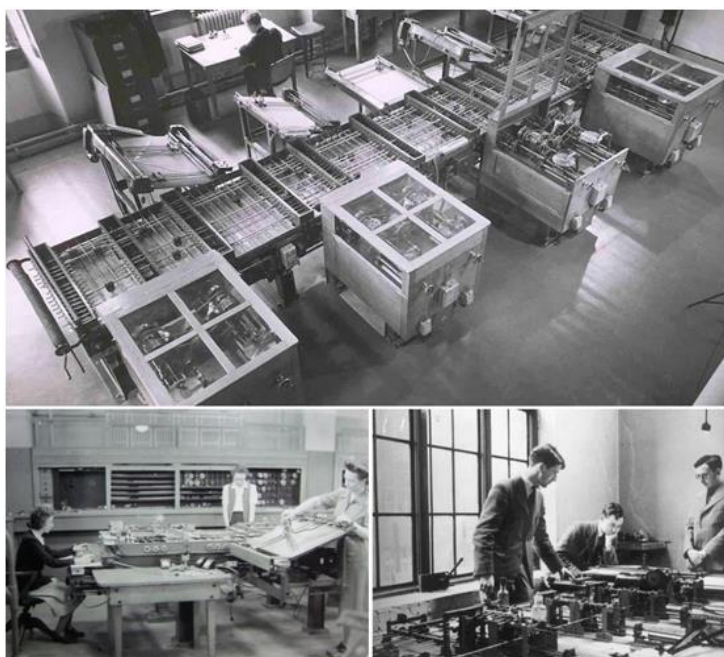
Παράλληλα όμως, ο Babbage δούλευε και στον σχεδιασμό μιας διαφορετικής, πιο πολύπλοκης μηχανής, γνωστή ως Αναλυτική Μηχανή (Analytical Engine). Η βασική της διαφορά σε σχέση με την πρώτη έγκειται στο γεγονός ότι αυτή θα μπορούσε να προγραμματιστεί με την βοήθεια των διάτρητων καρτών του Jacquard, παρέχοντας έτσι την δυνατότητα χρησιμοποίησης βρόγχων και υπό-συνθήκη διακλαδώσεων [69]. Υπό αυτό το πρίσμα, λοιπόν, θα ήταν η πρώτη μηχανή, η οποία θα ήταν πλήρης κατά τον έλεγχο του Turing [70]. Από την άλλη, η Ada Lovelace (1815 - 1852), μία από τους λίγους ανθρώπους της εποχής, που κατάλαβαν πλήρως τις ιδέες του Babbage, το 1843 δημιούργησε ένα πρόγραμμα για την Αναλυτική Μηχανή, το οποίο, αν τελικά η μηχανή είχε κατασκευαστεί, θα μπορούσε να υπολογίζει μια ακολουθία από αριθμούς της κατανομής Bernulli. Σήμερα, η Lovelace θεωρείται ως ο πρώτος άνθρωπος, που ασχολήθηκε ποτέ με τον προγραμματισμό υπολογιστών.

Υδραυλικοί Αναλογικοί Υπολογιστές

Το επόμενο βήμα γίνεται έναν αιώνα περίπου αργότερα με μία από τις πιο ευφάνταστες εφευρέσεις στην ιστορία των υπολογιστών. Το 1936 ο Vladimir Lukyanov, ένας Ρώσος επιστήμονας, κατασκεύασε τον πρώτο υπολογιστή, που έλυne μερικές διαφορικές εξισώσεις (partial differential equations) και χρησιμοποιούσε το νερό (!) ως μέσο αποθήκευσης. Ο υπολογιστής αυτός, γνωστός ως Υδραυλικός Ολοκληρωτής (Water Integrator) (Εικόνα 9α), αποτελούνταν από ένα σύνολο θαλάμων, διασυνδεδεμένων με σωλήνες, βαλβίδες και αντλίες,

με τα επίπεδα του νερού σε κάθε θάλαμο να αντιπροσωπεύουν τους αποθηκευμένους αριθμούς και τον ρυθμό της ροής μεταξύ αυτών να αντιπροσωπεύει τις αντίστοιχες μαθηματικές πράξεις.

Στην πορεία και μέχρι το τέλος της επόμενης δεκαετίας, η λειτουργικότητα και χρησιμότητα του Διαφορικού Αναλυτή, οδήγησε στην κατασκευή παρόμοιων συσκευών σε διάφορα πανεπιστήμια ανά τον κόσμο (Εικόνα 10). Αξιοσημείωτα παράδειγμα τέτοιων μηχανών δημιουργήθηκαν στα Πανεπιστήμια των Μάντσεστερ (1934) και του Cambridge (1935) από τους Douglas Hartree και Arthur Porter και J.B. Bratt αντίστοιχα, χρησιμοποιώντας μέρη μεταχειρισμένων, μεταλλικών, παιδικών παιχνιδιών (meccano). Την ίδια εποχή και συγκεκριμένα το 1938, στο Πανεπιστήμιο του Όσλο, μια ομάδα ερευνητών με επικεφαλής τον Svein Rosseland (1894 - 1985) παρουσίασε τον Oslo Analyzer, τον μεγαλύτερο αναλογικό αναλυτή της εποχής, ο οποίος αποτελούνταν συνολικά από δώδεκα ολοκληρωτές.



Εικόνα 2.1-7 : Διαφορικοί Αναλυτές της Δεκαετίας του '30

Ο ηλεκτρονικός αναλογικός υπολογιστής

Μετά την εδραίωση των ημιαγωγών ως το κύριο τμήμα μίας ηλεκτρικής/ηλεκτρονικής συσκευής, άρχισαν να εμφανίζονται και οι πρώτοι ηλεκτρονικοί αναλογικοί υπολογιστές. Ο σκοπός τους ήταν να κάνουν συγκεκριμένες πράξεις, όπως για παράδειγμα πρόσθεση και αφαίρεση, με απεικόνιση σε όργανο κινητής βελόνας απεικόνισης. Χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι το κύκλωμα ενός τελεστικού ενισχυτή, ο οποίος ουσιαστικά είναι ένας διαφορικός αναλογικός υπολογιστής, που ανάλογα με τη συνδεσμολογία του μπορεί να κάνει άθροιση, αφαίρεση, διαφορισμό κτλ.



Εικόνα 2.1-8: Ηλεκτρονικοί Αναλογικοί Υπολογιστές.

2.2 Σύστημα Ελέγχου

Σύστημα **αυτόματου ελέγχου** ονομάζεται ένα σύνολο φυσικών ή τεχνητών στοιχείων τα οποία είναι συνδεδεμένα μεταξύ τους με τέτοιο τρόπο ώστε να καθοδηγούν, ελέγχουν ή ρυθμίζουν τον εαυτό τους ή άλλα συστήματα ώστε να λειτουργούν με ένα προκαθορισμένο τρόπο.

Αναμφισβήτητα τα συνθετότερα και τελειότερα συστήματα ελέγχου είναι οι ζωντανοί οργανισμοί. Η ίδια η ζωή επέβαλλε την αναγκαιότητα ελέγχου, ρύθμισης των λειτουργιών ενός οργανισμού ,έτσι ώστε, ανεξάρτητα από τις επιδράσεις , τους τυχαίους παράγοντες και τις πολλαπλές εξωτερικές μεταβολές , οι συνθήκες εσωτερικής λειτουργίας του οργανισμού να παραμένουν σταθερές ή γενικότερα να είναι οι επιθυμητές. Έλεγχος στη ζωή σημαίνει μια δυναμική προσπάθεια διατήρησης της ισορροπίας , της επιθυμητής κατάστασης λειτουργίας ενός συστήματος

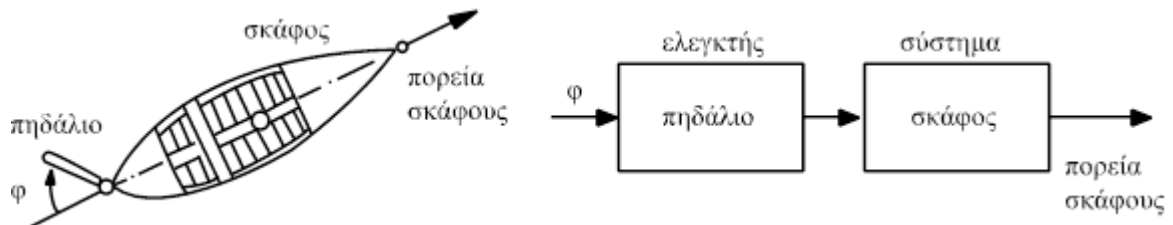
Στα μηχανικά . στα τεχνητά συστήματα που κατασκεύασε ο άνθρωπος, το πρόβλημα του ελέγχου προέκυψε από την ανάγκη επηρεασμού του συστήματος με τέτοιο τρόπο , ώστε η έξοδος , η απόκριση, η συμπεριφορά του να διατηρεί μια επιθυμητή τιμή ή να ακολουθεί μια επιθυμητή πορεία

Παράδειγμα 2.1-1: Δεν αρκούσε να κατασκευαστεί το πρώτο πλεούμενο σκάφος. Έπρεπε να βρεθεί και ο μηχανισμός πλοήγησης , το πηδάλιο, το τιμόνι , έτσι ώστε το σκάφος να ακολουθεί την επιθυμητή πορεία , έτσι ώστε να είναι δυνατός ο έλεγχος της πορείας του σκάφους

Έλεγχος (control) ενός δεδομένου συστήματος είναι η διαδικασία καθορισμού, παραγωγής πρόκλησης του κατάλληλου σήματος εισόδου του συστήματος , έτσι ώστε να ακολουθεί μια επιθυμητή πορεία ή να διατηρεί μια επιθυμητή τιμή.

Ο μηχανισμός, το σύστημα εκείνο που υλοποιεί τη διαδικασία ελέγχου, που εκτελεί τον έλεγχο ενός ελεγχόμενου συστήματος, ονομάζεται **ελεγκτής** (controller).

Παράδειγμα 2.1-2: Το πηδάλιο του πλοίου είναι ο ελεγκτής, μέσω του οποίου ελέγχεται το ελεγχόμενο σύστημα, το σκάφος. Το πλοίο στο σύνολο του, σκάφος και πηδάλιο είναι ένα σύστημα ελέγχου.



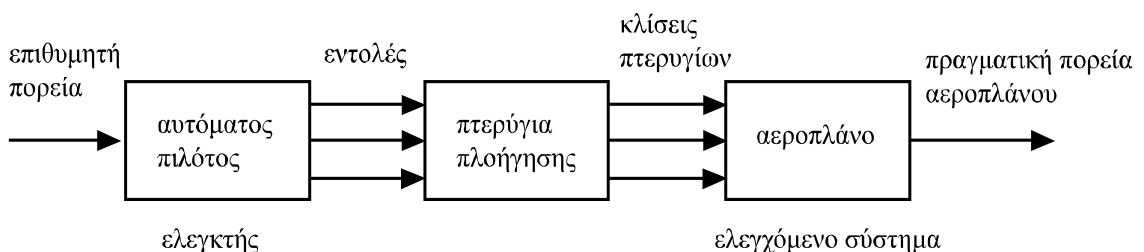
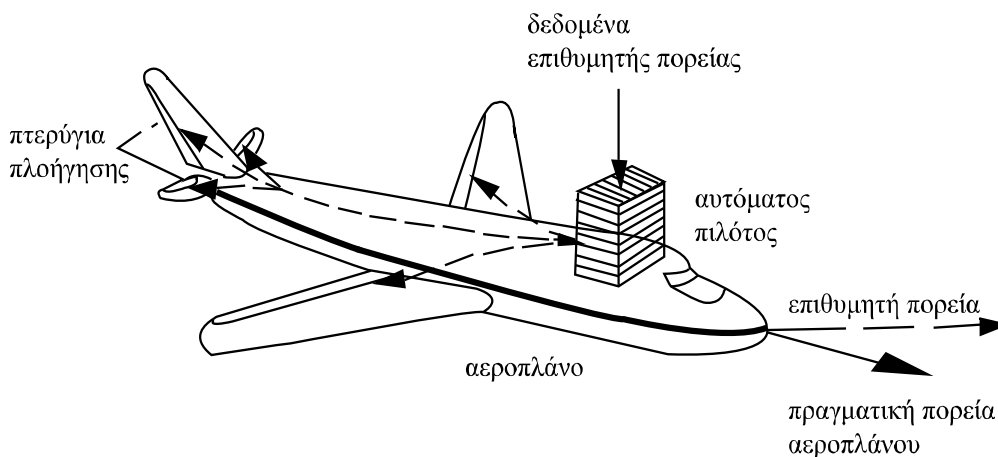
Εικόνα 2.2-1 : Έλεγχος πορείας του σκάφους.

Σύστημα ελέγχου (control system) είναι ένα σύνθετο σύστημα ικανό να ελέγξει , να επηρεάσει , να προσαρμόσει τη συμπεριφορά του, την έξοδο του, σύμφωνα με μια προδιαγεγραμμένη επιθυμητή πορεία.

Η προδιαγεγραμμένη αυτή πορεία αποτελεί την επιθυμητή είσοδο αναφοράς (reference input) του συστήματος ελέγχου.

Ένα σύστημα ελέγχου περιλαμβάνει λοιπόν το καθ' εαυτού ελεγχόμενο σύστημα (plant) και τον ελεγκτή με τον οποίο επιδιώκεται ο έλεγχος της συμπεριφοράς, της απόκρισης, της εξόδου του ελεγχόμενου συστήματος.

Παράδειγμα 2.1-3: Ο έλεγχος της πορείας ενός αεροπλάνου μέσω του αυτόματου πιλότου του έγκειται στον καθορισμό μιας σειράς εντολών από τον πιλότο προς το σύστημα πλοήγησης του αεροπλάνου, τα πτερύγια και το πηδάλιο του , έτσι ώστε το αεροπλάνο να ακολουθήσει την προδιαγεγραμμένη επιθυμητή πορεία. Η επιθυμητή πορεία δίνεται σαν ένα σύνολο δεδομένων στον αυτόματο πιλότο και αποτελεί την είσοδο αναφοράς. Ο αυτόματος πιλότος αποτελεί τον ελεγκτή και ασκεί μέσω των πτερυγίων τον έλεγχο στο ελεγχόμενο σύστημα, που είναι το σώμα του αεροπλάνου. Το αποτέλεσμα του ελέγχου , η ελεγχόμενη έξοδος του συστήματος , είναι τελικά η πραγματική πορεία του αεροπλάνου



Εικόνα 2.2-2: Έλεγχος πορείας του σκάφους.

2.3 Συστήματα ελέγχου ανοιχτού και κλειστού βρόχου

Τα συστήματα ελέγχου διακρίνονται σε δύο γενικές κατηγορίες : συστήματα **ανοιχτού βρόχου** και συστήματα **κλειστού βρόχου**. Η διάκριση γίνεται με βάση την **διαδικασία ελέγχου-δράση ελέγχου**, την ποσότητα εκείνη η οποία είναι η αιτία της ενεργοποίησης του συστήματος ελέγχου.

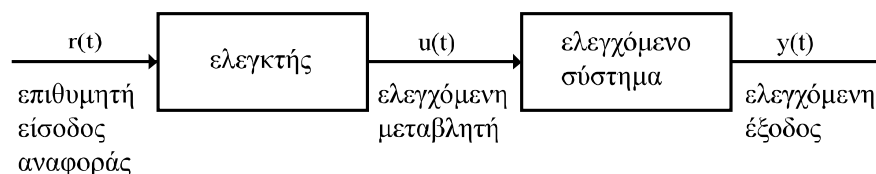
Ο όρος **δράση ελέγχου** (control action) είναι κλασικός είναι κλασικός στην βιβλιογραφία των συστημάτων αυτομάτου ελέγχου , αλλά η λέξη δράση δεν συνεπάγεται πάντα άμεσα μεταβολή, κίνηση, ή δραστηριότητα. Για παράδειγμα η δράση ελέγχου σε ένα σύστημα σχεδιασμένο να κατευθύνει ένα αντικείμενο σε ένα στόχο είναι συνήθως η απόσταση μεταξύ του αντικειμένου και του στόχου. Η ίδια η απόσταση δεν αποτελεί τη δράση, αλλά η δράση(κίνηση) υπονοείται καθώς ο σκοπός ενός τέτοιου συστήματος είναι να μηδενίσει την απόσταση.

2.3.1 Συστήματα ελέγχου ανοιχτού βρόχου

Ένα σύστημα αποτελούμενο μόνο από τον ελεγκτή και το ελεγχόμενο σύστημα, ένα σύστημα ελέγχου , του οποίου η είσοδος είναι ανεξάρτητη από την απάντηση, την πραγματική συμπεριφορά, την ελεγχόμενη έξοδο του συστήματος, ένα σύστημα ελέγχου του οποίου η ροή των πληροφοριών γίνεται μόνο σε μια κατεύθυνση ονομάζεται **σύστημα ανοιχτού βρόχου**.

Η διαδικασία ελέγχου σε ένα σύστημα ανοικτού βρόχου βασίζεται στην εύρεση του κατάλληλου ελεγκτή και στην επιλογή της κατάλληλης ελεγχόμενης μεταβλητής $u(t)$ έτσι ώστε η έξοδος του συστήματος να ανταποκρίνεται στην επιθυμητή είσοδο αναφοράς.

Η γραφική απεικόνιση ενός συστήματος ελέγχου ανοιχτού βρόχου είναι η εν σειρά σύνδεση ελεγκτή και ελεγχόμενου συστήματος. Έτσι το γενικό διάγραμμα βαθμίδων για την διαδικασία της διεύθυνσης ενός συστήματος είναι:



Εικόνα 2.3-1: Γραφική απεικόνιση συστήματος ελέγχου ανοιχτού βρόχου.

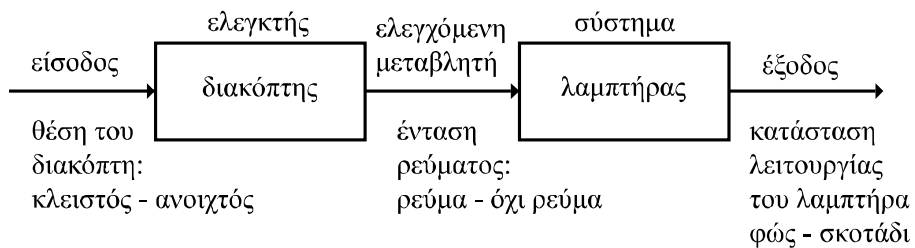
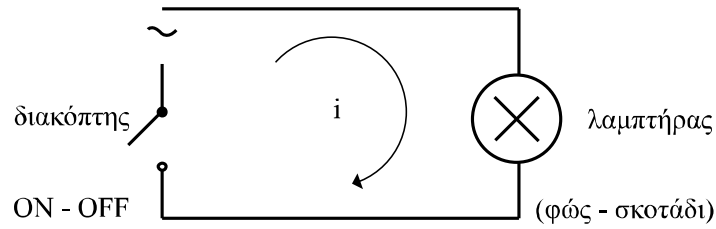
Η διαδικασία ελέγχου σε ένα ανοιχτού βρόχου σύστημα ελέγχου έγκειται στην προσπάθεια να βρεθεί ο κατάλληλος ελεγκτής και να καθοριστεί η κατάλληλη **ελεγχόμενη μεταβλητή** $u(t)$, ώστε η έξοδος του συστήματος να ανταποκρίνεται στην επιθυμητή είσοδο αναφοράς.

2.3.2 Παραδείγματα συστημάτων ανοιχτού βρόχου

Παράδειγμα 2.2.2-1: Ηλεκτρικός διακόπτης: εξετάζουμε ως σύστημα έναν ηλεκτρικό λαμπτήρα , με έξοδο την κατάσταση λειτουργίας του λαμπτήρα (το δυαδικό μέγεθος φωσ-σκοτάδι). Θεωρούμε ως ελεγκτή του συστήματος έναν ηλεκτρικό διακόπτη, με τον οποίο επηρεάζουμε την ένταση ρεύματος του κυκλώματος και ελέγχουμε την κατάσταση λειτουργίας

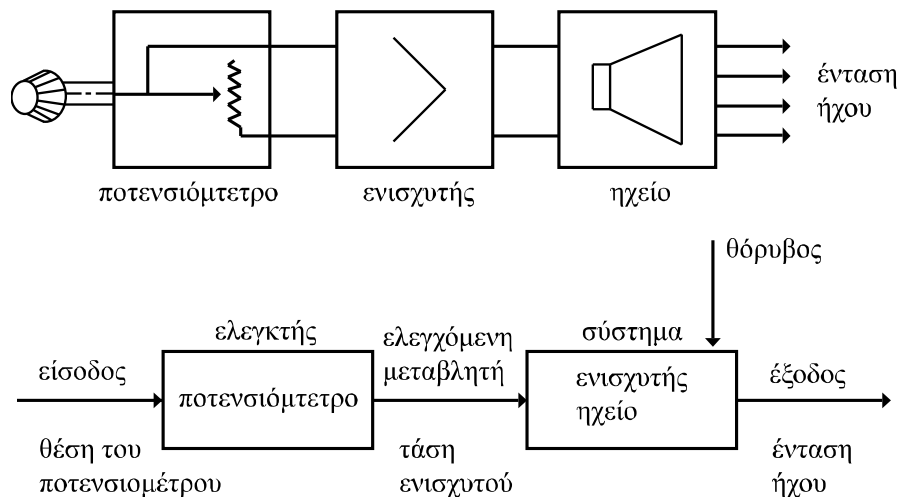
του λαμπτήρα.

Μια τέτοια διαδικασία ελέγχου ονομάζεται έλεγχος ON - OFF (ON – OFF control).



Εικόνα 2.3-2 : Έλεγχος λαμπτήρα μέσω ηλεκτρικού διακόπτη

Παράδειγμα 2.2.2-3: Έλεγχος έντασης ραδιοφώνου: Το ποτενσιόμετρο αποτελεί συχνά ένα στοιχείο ελέγχου σε ηλεκτρικά συστήματα. Με το ποτενσιόμετρο εισόδου μπορούμε να ελέγχουμε την τάση του ενισχυτή και κατά συνέπεια την ένταση του ήχου στα ηχεία ενός ραδιοφώνου



Εικόνα 2.3-3: Έλεγχος έντασης ραδιοφώνου

2.4 Συστήματα ελέγχου κλειστού βρόχου

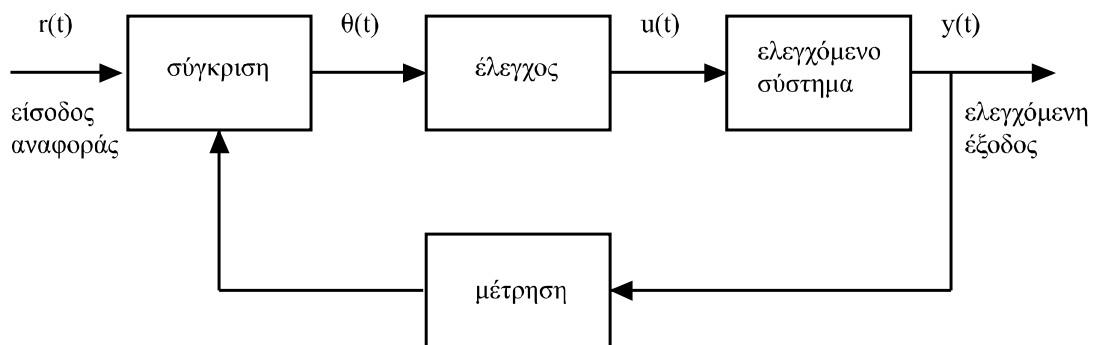
Τα συστήματα ανοικτού βρόχου ή διαφορετικά ανοιχτά συστήματα όπως εξετάσαμε ασκούν μόνο διεύθυνση, δίνουν δηλαδή εντολές, κατευθύνουν, δεν ελέγχουν όμως το αποτέλεσμα της διεύθυνσης αυτής σε όλη την διάρκεια της λειτουργίας του συστήματος, δεν εξετάζουν εάν η

πραγματική ελεγχόμενη έξοδος του συστήματος συμπίπτει με την επιθυμητή, δεν ασκούν συνεχή δυναμικό έλεγχο κατά την διάρκεια της διαδικασίας ελέγχου (on line).

Ο δυναμικός **αυτόματος έλεγχος** (automatic control) απαιτεί εκτός από τη διαδικασία της διεύθυνσης και δύο επιπρόσθετες διαδικασίες:

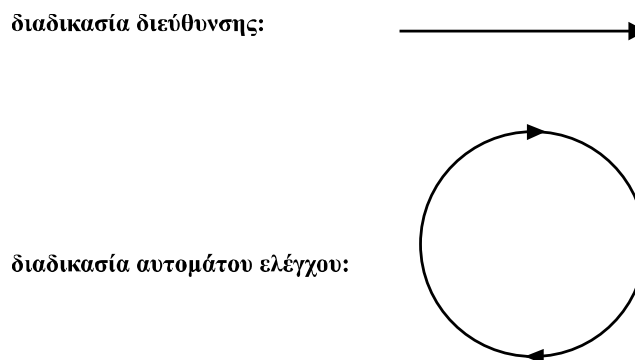
- **Μέτρηση** (measurement), εξακρίβωση, αναγνώριση του αποτελέσματος, της τρέχουσας δηλαδή τιμής της πραγματικής εξόδου του ελεγχόμενου συστήματος και
- **Σύγκριση** (comparison) του πραγματικού με το επιθυμητό αποτέλεσμα, σύγκριση της πραγματικής εξόδου με την επιθυμητή είσοδο αναφοράς.

Η γραφική απεικόνιση της διαδικασίας αυτομάτου ελέγχου περιλαμβάνει, εκτός από το ελεγχόμενο σύστημα, τον έλεγχο, τη μέτρηση της εξόδου και τη σύγκριση της με την είσοδο αναφοράς.



Εικόνα 2.4-1: Η διαδικασία του αυτομάτου ελέγχου.

Η διαδικασία του αυτομάτου ελέγχου δεν είναι μια ευθύγραμμη πορεία ελέγχου, όπως η διαδικασία της διεύθυνσης, αλλά αποτελεί έναν κύκλο.



Εικόνα 2.4-2: Ο κύκλος του αυτομάτου ελέγχου.

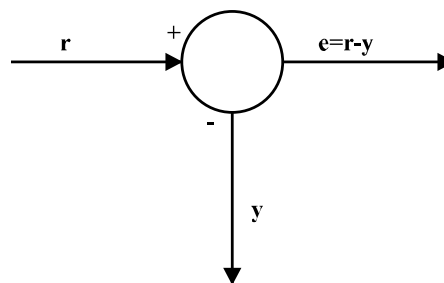
Η διαδικασία του αυτομάτου ελέγχου προϋποθέτει δηλαδή μια αντίστροφη πορεία από την έξοδο προς την είσοδο, από το αποτέλεσμα προς το αίτιο, από το τέλος προς την αρχή. Η αντίστροφη πορεία αυτή ονομάζεται ανάδραση.

Ανάδραση (feedback) είναι η διαδικασία εκείνη όπου επιτρέπει τη μέτρηση της ελεγχόμενης εξόδου ενός συστήματος, την επαναφορά της στην είσοδο και τη σύγκριση της με την επιθυμητή είσοδο αναφοράς.

Η ανάδραση αποτελεί μια αντίστροφη πορεία από την έξοδο προς την είσοδο του συστήματος, δημιουργεί έναν κύκλο ελέγχου, συγκρίνει το πραγματικό με το επιθυμητό αποτέλεσμα και σχηματίζει καθ' όλη τη διάρκεια της διαδικασίας ελέγχου το σφάλμα ελέγχου.

Σφάλμα ελέγχου ή δράση ελέγχου (control error) λέγεται το αποτέλεσμα της σύγκρισης ανάμεσα στην πραγματική ελεγχόμενη έξοδο και την επιθυμητή είσοδο αναφοράς ενός συστήματος αυτομάτου ελέγχου και αποτελεί τη διέγερση της βαθμίδας ελέγχου του συστήματος.

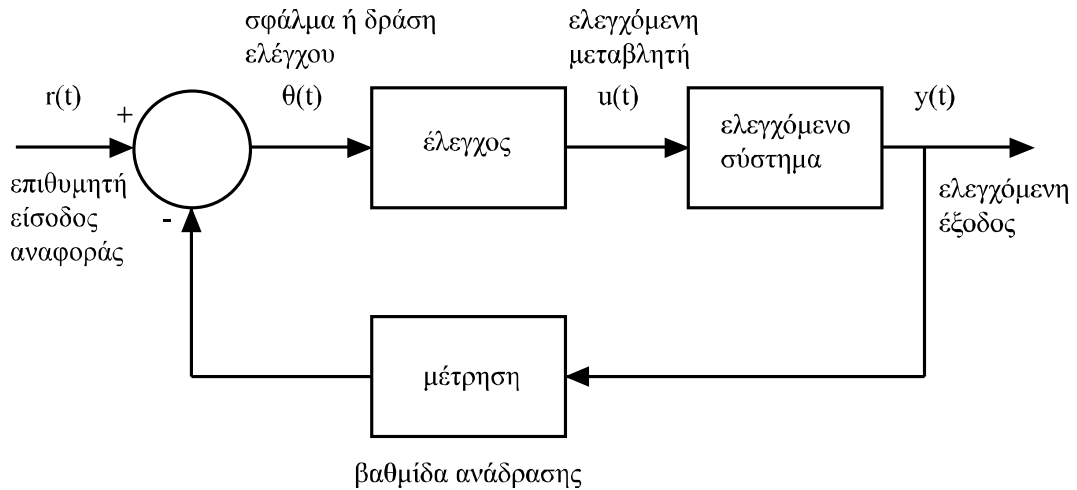
Μηδενικό σφάλμα ελέγχου σημαίνει ταύτιση της εξόδου με την επιθυμητή είσοδο αναφοράς, σημαίνει μηδενική δράση ελέγχου, **θετικό ή αρνητικό σφάλμα** σημαίνει απόκλιση της εξόδου από την επιθυμητή τιμή, σημαίνει **δράση ελέγχου**, ενεργοποίηση δηλαδή της βαθμίδας ελέγχου, μέχρι να επανέλθει το σύστημα στην επιθυμητή κατάσταση.



Εικόνα 2.4-3: Σημείο άθροισης.

Κλειστό σύστημα ελέγχου(closed loop control) είναι ένα σύστημα ελέγχου με ανάδραση, είναι ένα σύστημα ελέγχου που περιέχει εκτός από το ελεγχόμενο σύστημα και μια βαθμίδα ελέγχου, μια βαθμίδα μέτρησης της ελεγχόμενης εξόδου, και μια βαθμίδα σύγκρισης της με την επιθυμητή είσοδο αναφοράς. Σε ένα κλειστό σύστημα ελέγχου η δράση ελέγχου είναι συνάρτηση όχι μόνο της εισόδου αλλά και της πραγματικής εξόδου του συστήματος, έτσι ώστε η διαδικασία ελέγχου να παίρνει υπόψη της όχι μόνο το επιθυμητό αλλά και το πραγματικό αποτέλεσμα του ελέγχου.

Θεωρώντας τη σύγκριση εισόδου-εξόδου ως διαφορά χαρακτηρίζουμε ένα σύστημα κλειστό σύστημα αυτομάτου ελέγχου ως σύστημα με αρνητική ανάδραση (negative feedback).



Εικόνα 2.4-4: Λειτουργικό διάγραμμα βαθμίδων συστήματος ελέγχου κλειστού βρόχου

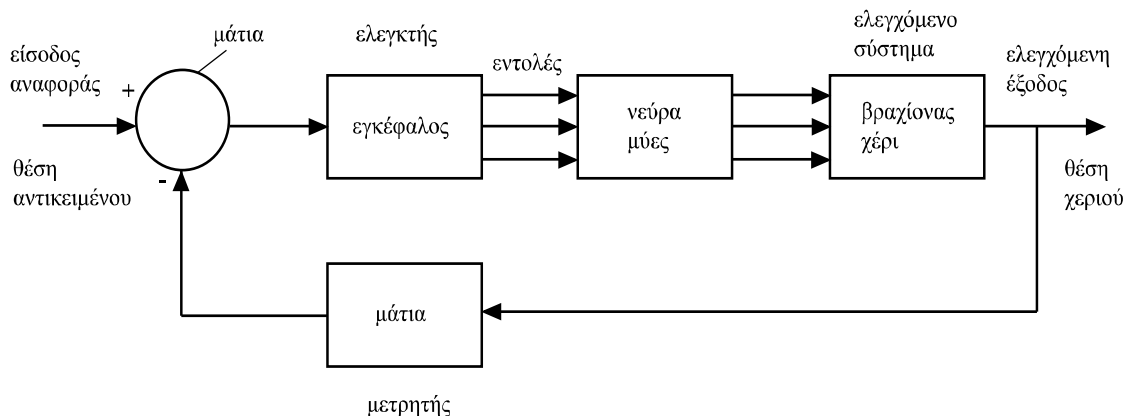
2.4.1 Παραδείγματα συστημάτων ελέγχου κλειστού βρόχου

Όλα τα συστήματα ελέγχου των ζωντανών οργανισμών είναι συστήματα ελέγχου κλειστού βρόχου.

Παράδειγμα 2.3.1-1: Ο έλεγχος της κίνησης του χεριού ενός ανθρώπου που προσπαθεί να πιάσει ένα αντικείμενο, θεωρούμε ως ελεγχόμενο σύστημα τον βραχίονα και το χέρι του ανθρώπου. Η διαδικασία ελέγχου είναι η εξής: Τα μάτια συγκρίνουν εντοπίζουν τη διαφορά θέσης χεριού και αντικειμένου και μεταδίδουν την πληροφορία στο κινητικό κέντρο του εγκεφάλου. Ο εγκέφαλος ελέγχει την κίνηση του χεριού δίνοντας εντολή, μέσω του νευρικού συστήματος, στους μύες του βραχίονα ώστε να κινήσουν το χέρι προς το αντικείμενο.

Τα στοιχεία και τα μεγέθη του κλειστού αυτού συστήματος ελέγχου είναι:

Ελεγχόμενο σύστημα:	ο βραχίονας και τα χέρια
Ελεγκτής:	ο εγκέφαλος, μέσω νευρικού συστήματος και μυών
Μετρητής και συγκριτής:	τα μάτια
Έξοδος του συστήματος:	η πραγματική θέση του χεριού
Επιθυμητή είσοδος αναφοράς:	η θέση του αντικειμένου
Σφάλμα ή δράση ελέγχου:	η διαφορά θέσης χεριού και αντικειμένου
Ελεγχόμενη μεταβλητή:	η εντολή κίνησης του χεριού από τον εγκέφαλο



Εικόνα 2.4-5: Λειτουργικό διάγραμμα βαθμίδων για τον έλεγχο της κίνησης του χεριού

Παράδειγμα 2.3.1-2: Ο αυτόματος πιλότος και το αεροπλάνο που ελέγχει είναι ένα σύστημα ελέγχου κλειστού βρόχου. Σκοπός του είναι να διατηρεί το αεροπλάνο σε μια προκαθορισμένη κατεύθυνση παρά τις ατμοσφαιρικές μεταβολές. Εκπληρώνει τον σκοπό αυτό με συνεχή μέτρηση της πραγματικής κατεύθυνσης του αεροπλάνου και αυτόματη ρύθμιση των επιφανειών ελέγχου πλοήγησης του αεροπλάνου(πηδάλιο , αεροτομές κ.λ.π.) έτσι ώστε να φέρνει το αεροπλάνο στην καθορισμένη κατεύθυνση πτήσης. Ο κυβερνήτης του αεροπλάνου ή ο χειριστής ο οποίος ρυθμίζει τον αυτόματο πιλότο δεν αποτελεί μέρος του συστήματος ελέγχου

Παράδειγμα 2.3.1-3: Σύστημα θέρμανσης μιας κατοικίας. Μέσω του θερμοστάτη χώρου γίνεται η σύγκριση της επιθυμητής θερμοκρασίας με την εσωτερική θερμοκρασία του χώρου. Η μεταβολή της εξωτερικής θερμοκρασίας καθώς και τα ανοίγματα των θυρών και των παραθύρων , αποτελούν τις διαταραχές του συστήματος . Ο θερμοστάτης, δεχόμενος την επίδραση των διακυμάνσεων της θερμοκρασίας, παράγει το σήμα σφάλματος προκαλώντας είτε τη μεταβολή της παροχής του καυσίμου είτε του χρονικού κύκλου λειτουργίας του συστήματος θέρμανσης, με κύριο στόχο την επαναφορά της εσωτερικής θερμοκρασίας στην επιθυμητή τιμή και κατά συνέπεια το μηδενισμό του σφάλματος

Παράδειγμα 2.3.1-4: Ο έλεγχος στροφών κινητήρα σε κλειστό βρόχο μέσω ταχογεννήτριας. Σε κάθε χρονική στιγμή οι πραγματικές στροφές του κινητήρα μέσω της ταχογεννήτριας μετατρέπονται σε τάση και στην συνέχεια συγκρίνονται με την τάση εισόδου του σήματος αναφοράς, της οποίας η τιμή αντιστοιχεί στον επιθυμητό αριθμό στροφών. Η βαθμίδα του ελεγκτή έχει ως είσοδο το σφάλμα των στροφών . Το σήμα ελέγχου στην έξοδο του, ρυθμίζει ανάλογα το σφάλμα στροφών. Το σήμα ελέγχου στην έξοδο του, ρυθμίζει ανάλογα την οδηγό βαθμίδα (μονάδα

2.5 Είσοδος-Εξοδος

Συστήματα ελέγχου υπάρχουν άφθονα στο περιβάλλον μας. Πριν όμως προσχωρήσουμε σε παραδείγματα, θα ορίσουμε δύο όρους: την είσοδο και την έξοδο, οι οποίοι θα μας βοηθήσουν να αναγνωρίσουμε, να περιγράψουμε, ή να ορίσουμε ένα σύστημα ελέγχου.

2.5.1 Ορισμός εισόδων εξόδων συστημάτων αυτομάτου ελέγχου

- Είσοδος, είναι η κινητήρια δύναμη, η διέγερση, ή η εντολή που εφαρμόζεται σε ένα σύστημα ελέγχου. Προέρχεται, τυπικά, από μια εξωτερική πηγή ενέργειας και αποσκοπεί συνήθως, στην πρόκληση μιας καθορισμένης απόκρισης από το σύστημα ελέγχου.
- Έξοδος, είναι η πραγματική απόκριση του συστήματος ελέγχου. Μπορεί να είναι, ή να μην είναι ίση με την προκαθορισμένη απόκριση που συνεπάγεται η είσοδος.

Οι εισοδοί και οι εξοδοί μπορούν να έχουν διαφορετικές μορφές. Οι εισοδοί για παράδειγμα μπορεί να είναι φυσικές μεταβλητές, ή να περιγράφονται με πιο αφηρημένες ποσότητες, όπως τιμή αναφοράς, σημείο λειτουργίας, ή επιθυμητή έξοδος του συστήματος ελέγχου.

Ο σκοπός για τον οποίο προορίζεται το σύστημα ελέγχου συνήθως προσδιορίζει ή καθορίζει την είσοδο και την έξοδο. Αν η είσοδος και η έξοδος είναι δεδομένες, είναι δυνατό να προσδιορίσουμε, να περιγράψουμε, ή να καθορίσουμε επακριβώς την φύση των στοιχείων που θα απαρτίσουν το σύστημα ελέγχου.

Τα συστήματα ελέγχου μπορεί να έχουν περισσότερες από μια εισόδους και εξόδους. Συχνά όλες οι εισοδοί και εξοδοί καθορίζονται πλήρως από την περιγραφή του συστήματος. Σε κάποιες περιπτώσεις αυτό δεν συμβαίνει. Για παράδειγμα, μια καταιγίδα με κεραυνούς στην ατμόσφαιρα μπορεί να προκαλέσει παρεμβολές σε ένα ραδιοφωνικό δέκτη οι οποίες γίνονται αντιληπτές ως ανεπιθύμητα παράσιτα,. Αυτός ο θόρυβος στην έξοδο του συστήματος είναι μέρος της συνολικής εξόδου, όπως αυτή ορίστηκε προηγουμένως, αλλά για την απλούστερη περιγραφή του συστήματος παρεμβαλλόμενων εισόδων που προκαλούν ανεπιθύμητες εξόδους δεν θεωρούνται κανονικά ως εισοδοί και εξοδοί κατά την περιγραφή ενός συστήματος, εκτός και αν γίνεται λεπτομερή ανάλυση του συστήματος.

Οι όροι είσοδος και έξοδος μπορούν να χρησιμοποιηθούν στην περιγραφή οποιουδήποτε συστήματος, είτε πρόκειται για σύστημα ελέγχου είτε όχι. Επίσης ένα σύστημα ελέγχου μπορεί να αποτελεί μέρος ενός μεγαλύτερου συστήματος, οπότε ονομάζεται υποσύστημα ή υποσύστημα ελέγχου. Και οι εισοδοί και εξοδοί του μπορεί να είναι εσωτερικές μεταβλητές του μεγαλύτερου συστήματος.

Παράδειγμα 2.4.1-1: Ένας ηλεκτρικός διακόπτης είναι ένα κατασκευασμένο σύστημα ελέγχου το οποίο ελέγχει την κυκλοφορία του ηλεκτρικού ρεύματος. Από τον ορισμό που δόθηκε, η συσκευή ή ο άνθρωπος που ανοιγοκλείνει τον διακόπτη δεν είναι μέρος τους συστήματος ελέγχου.

Το άνοιγμα ή το κλείσιμο του διακόπτη μπορεί να θεωρηθεί ως η είσοδος στο σύστημα. Η έξοδος είναι η κυκλοφορία ή η μη κυκλοφορία του ηλεκτρικού ρεύματος.

Παράδειγμα 2.4.1-2: Η φαινομενικά απλή κίνηση με την οποία δείχνουμε κάτι με το δάκτυλο προϋποθέτει ένα βιολογικό σύστημα ελέγχου αποτελούμενο κυρίως από τα μάτια, τον βραχίονα, την παλάμη και το δάκτυλο, και τον εγκέφαλο, και η έξοδος είναι η πραγματική διεύθυνση που δείχνει το δάκτυλο σε σχέση με την ίδια θέση αναφοράς.

2.6 Συνάρτηση Μεταφοράς

Η συνάρτηση μεταφοράς $G(s)$ έχει γενικότερη έννοια της απολαβής A . Η απολαβή, ως γνωστόν ορίζεται ως το πηλίκο δυο ομοειδών μεγεθών εξόδου προς είσοδο (π.χ. τάσεων) και εξυπακούεται ότι η συχνότητα του σήματος εισόδου παραμένει σταθερή.

Στην περίπτωση όμως της συνάρτησης μεταφοράς, αυτή μπορεί να ορίζεται και ως πηλίκο δύο ανομοειδών μεγεθών εξόδου προς εισόδου (π.χ. V_0/I) και μάλιστα με μεταβλητή τη συχνότητα του σήματος εισόδου.

Γενικότερα, η συνάρτηση μεταφοράς $G(s)$ ορίζεται:

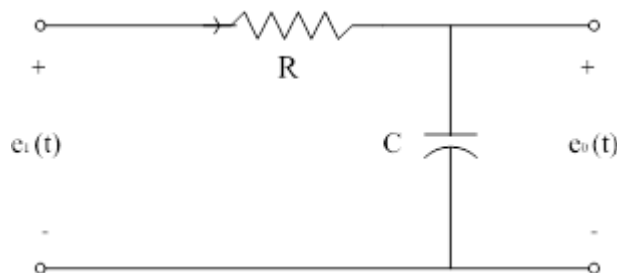
$$G(s) = \frac{X_o(s)}{X_i(s)} \quad (2.5.1)$$

όπου $X_i(s)$, $X_o(s)$ η μεταβλητή αναφοράς και η ελεγχόμενη μεταβλητή αντίστοιχα και $s = j\omega$ με ω την κυκλική συχνότητα του σήματος εισόδου και j η φανταστική μονάδα $j = \sqrt{-1}$.

Η συνάρτηση μεταφοράς $G(s)$ περιγράφει τη συμπεριφορά του συστήματος. Για να βρούμε τη συνάρτηση μεταφοράς των ηλεκτρικών συστημάτων εφαρμόζονται οι γνωστοί νόμοι του Ohm, Kirchhoff και του Lenz. Για συστήματα μηχανικής φύσεως εφαρμόζονται ανάλογοι (αντίστοιχοι) νόμοι της μηχανικής.

2.6.1 Συνάρτηση μεταφοράς ηλεκτρικού κυκλώματος

Παράδειγμα 2.5.1-1 : Ηλεκτρικό κύκλωμα R-C



Λαμβάνοντας υπόψη τις επιμέρους σχέσεις τάσης-ρεύματος των επιμέρους στοιχείων και τους νόμους του Kirchhoff, έχουμε:

$$e_0(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i(t) dt \quad \text{και} \quad e_1(t) = Ri(t) + \frac{1}{C} \int_0^t i(t) dt = Ri(t) + e_0(t)$$

Από το Μ/Σ Laplace των παραπάνω σχέσεων, θεωρώντας μηδενικές αρχικές συνθήκες προκύπτει

$$E_0(s) = \frac{E_1(s) \left(\frac{1}{Cs} \right)}{R + \frac{1}{Cs}} \Rightarrow \frac{E_0(s)}{E_1(s)} = G(s) = \frac{1}{RCs + 1} = \frac{1}{Ts + 1}$$

Και

$$E_1(s) = RI(s) + \frac{1}{Cs} I(s) = \left(R + \frac{1}{Cs} \right) I(s) \Rightarrow I(s) = \frac{E_1(s)}{R + \frac{1}{Cs}}$$

Επομένως

$$E_0(s) = \frac{E_1(s) \left(\frac{1}{Cs} \right)}{R + \frac{1}{Cs}} \Rightarrow \frac{E_0(s)}{E_1(s)} = G(s) = \frac{1}{RCs + 1} = \frac{1}{Ts + 1}$$

Όπου $T=RC$, η σταθερά χρόνου του κυκλώματος.

2.7 Χρονική απόκριση συστημάτων

Το πρόβλημα της ανάλυσης και της σχεδίασης ενός συστήματος, συνιστάται στην διερεύνηση της συμπεριφοράς και της απόδοσης του, κάτω από συγκεκριμένες συνθήκες (π.χ. τυποποιημένα σήματα εισόδου ή διαταραχές). Έχοντας γνωστό το μαθηματικό μοντέλο του συστήματος, μπορούμε να υπολογίσουμε τη χρονική απόκριση του συστήματος για διάφορα λειτουργικά σενάρια. Στην περίπτωση που κάποια από τα χαρακτηριστικά της χρονικής απόκρισης δεν είναι ικανοποιητικά (π.χ. χρόνος αποκατάστασης, μέγιστη υπερύψωση, ακρίβεια εξόδου κ.λπ.) μπορούμε με κατάλληλες δοκιμές και τροποποιήσεις να σχεδιάσουμε τον κατάλληλο ελεγκτή έτσι ώστε να ικανοποιούνται το περισσότερο δυνατό οι απαιτήσεις σχεδίασης που καθορίζονται από τις προδιαγραφές λειτουργίας του συστήματος.

Είναι επίσης δυνατό με τη χρήση του κατάλληλου ελεγκτή, ένα αρχικά ασταθές σύστημα να μετατραπεί σε ευσταθές, χωρίς βέβαια να αποκλείεται και το αντίθετο. Επιπλέον, η χρήση κατάλληλων κριτηρίων και δεικτών λειτουργικής απόδοσης, παρέχει τη δυνατότητα σχεδίασης του βέλτιστου συστήματος ελέγχου, καθόσον προσφέρεται η δυνατότητα ποσοτικής ένδειξης της λειτουργικής απόδοσης του συστήματος καθώς και της απόκλισης του από την ιδανική λειτουργία.

Συμπερασματικά λοιπόν, η χρονική απόκριση ενός συστήματος, αποτελεί καθοριστικό παράγοντα για την αποδοτική μελέτη, σχεδίαση και λειτουργία του. Η χρονική απόκριση (time response) ενός συστήματος χωρίζεται σε δύο συνιστώσες, την μεταβατική συνιστώσα (transient response) και την συνιστώσα μόνιμης κατάστασης (steady – state response). Δηλαδή :

$$y(t) = y_{tr}(t) + y_{ss}(t) \tag{2.6.1}$$

Όπου:

$y_{tr}(t)$ = μεταβατική συνιστώσα

$y_{ss}(t)$ = μόνιμη συνιστώσα

Ένα δυναμικό σύστημα, περιέχει στοιχεία τα οποία συσσωρεύουν ενέργεια (πηνία, πυκνωτές, μάζες, ελατήρια κ.λπ.) και ως εκ τούτου η έξοδος τους αδυνατεί να ακολουθήσει στιγμιαία (αλλά με κάποια χρονική καθυστέρηση) τις διάφορες αλλαγές, λόγω μεταβολής των εισόδων ή των διαφόρων διαταραχών

Η μεταβατική συνιστώσα της απόκρισης, εκφράζει τη δυναμική του συστήματος. Για τα ευσταθή συστήματα, ορίζεται από τους όρους εκείνους της συνολικής απόκρισης, που τείνουν στο μηδέν καθώς ο χρόνος τείνει στο άπειρο. Στην ουσία δηλαδή, η μεταβατική απόκριση αντιπροσωπεύει την διαδικασία προσαρμογής, ενός δυναμικού συστήματος, κατά την μετάβαση από μια λειτουργική κατάσταση σε μια άλλη. Η μεταβατική απόκριση συνηθίζεται να καλείται και φυσική απόκριση (natural response), καθόσον η μορφή της παρέχει πληροφορίες σχετικά με τα διάφορα χαρακτηριστικά που αφορούν την εσωτερική δομή και φύση, του υπό εξέταση συστήματος. Σύμφωνα με τα παραπάνω, ισχύει:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y_{tr}(t) = 0 \quad (2.6.2)$$

Το μέρος εκείνο της συνολικής απόκρισης, που παραμένει μετά την εξασθένιση των μεταβατικών όρων και που εξελίσσεται σταθερά (έστω και εάν είναι συνάρτηση του χρόνου), χαρακτηρίζει την απόκριση μόνιμης κατάστασης. Δηλαδή

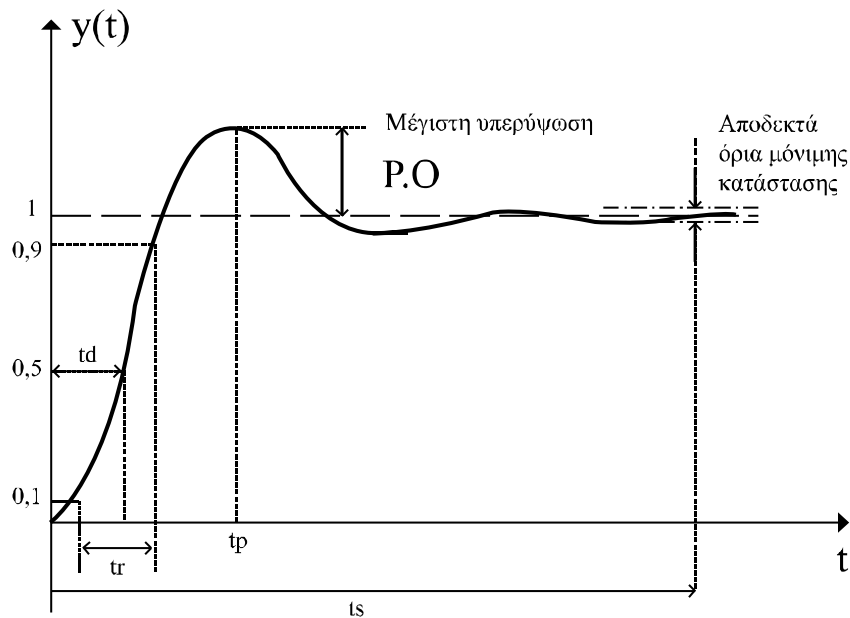
$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = y_{ss}(t) \quad (2.6.3)$$

2.7.1 Χαρακτηριστικά μεταβατικής απόκρισης

Ως μεταβατική συνιστώσα, της χρονικής απόκρισης ενός δυναμικού συστήματος, είναι το τμήμα εκείνο που τείνει στο μηδέν με την πάροδο του χρόνου. Απαραίτητη προϋπόθεση είναι το υπό εξέταση σύστημα να είναι ευσταθές. Σε αντίθετη περίπτωση, θα υπάρχει συνεχής αύξηση της εξόδου πέρα από τις επιτρεπόμενες τιμές, με αποτέλεσμα την αστάθεια του συστήματος. Το είδος της μεταβατικής απόκρισης, παίζει καθοριστικό ρόλο σε θέματα ποιότητας και λειτουργικής απόδοσης των συστημάτων ελέγχου.

Στόχος ενός συστήματος ελέγχου είναι η βελτίωση των χαρακτηριστικών της δυναμικής απόκρισης της υπό έλεγχο εγκατάστασης. Δηλαδή αύξηση της ταχύτητας απόκρισης, μείωση του εύρους ταλαντώσεων, καθώς και βελτίωση της ακρίβειας εξόδου στην μόνιμη κατάσταση λειτουργίας. Η μοναδιαία βηματική απόκριση, αποτελεί το περισσότερο κοινά

αποδεκτό τεστ δοκιμής, για τον καθορισμό των χαρακτηριστικών μεγεθών της μεταβατικής απόκρισης και τον καθορισμό προδιαγραφών λειτουργίας.



Εικόνα 2.7-1: Καθορισμός μεγεθών μεταβατικής απόκρισης

- **Χρόνος καθυστέρησης (delay time - t_d)**

Είναι ο απαιτούμενος χρόνος, για να φτάσει η απόκριση (για πρώτη φορά) στο 50% της τελικής της τιμής.

- **Χρόνος υπερύψωσης (rise time - t_r)**

Είναι ο χρόνος που απαιτείται, για να αυξηθεί η απόκριση από το 10% στο 90% της τελικής τιμής της (μερικές φορές ορίζεται και στα όρια από 0% στο 100%).

- **Μέγιστη υπερύψωση (peak overshoot – P.O)**

Ορίζεται, ως η μέγιστη απόκλιση της απόκρισης από την τελική της τιμή. Πολλές φορές εκφράζεται και ως ποσοστό τελικής τιμής (peak percent overshoot – P.P.O).

- **Χρόνος μέγιστης υπερύψωσης (peak overshoot time – t_p)**

Είναι ο χρόνος που συμβαίνει η μέγιστη υπερύψωση.

- **Χρόνος αποκατάστασης (settling time - t_s)**

Είναι ο χρόνος που απαιτείται, μέχρι να φτάσει και να παραμείνει η καμπύλη απόκρισης εντός συγκεκριμένων ορίων, που δεχόμαστε πρακτικά ως μόνιμη κατάσταση. Συνήθως τα όρια αυτά είναι , το 5% ή το 2% κατά απόλυτο τιμή της τελικής τιμής.

2.7.2 Χρονική απόκριση συστήματος 1^{ης} τάξης

Ένα σύστημα πρώτης τάξης έχει μαθηματικό ομοίωμα μια διαφορική εξίσωση πρώτης τάξης της μορφής:

$$\frac{dy}{dt} + ay(t) = bu(t) \tag{2.6.2.1}$$

Η φυσική μορφή αυτής της διαφορικής εξίσωσης είναι:

$$T \frac{dy}{dt} + y(t) = Au(t) \quad (2.6.2.2)$$

Όπου:

$$Tn = \frac{1}{a} \text{ η σταθερά χρόνου (time constant)}$$

$$\omega_n = \frac{1}{T} = a \text{ η φυσική συχνότητα (natural frequency)}$$

$$A = \frac{b}{a} \text{ η ενίσχυση (amplification) του συστήματος}$$

Στην περίπτωση RC κυκλώματος η σταθερά χρόνου είναι $T = RC$, η φυσική συχνότητα

$$\omega_n = \frac{1}{RC} \text{ και η ενίσχυση } A = 1$$

2.7.3 Σύστημα 1^{ης} τάξης με σταθερή είσοδο

Έστω σύστημα πρώτης τάξης με διαφορική εξίσωση:

$$T \frac{dy}{dt} + y(t) = Au(t) , \text{ με } u(t) = U$$

Μετά από μετασχηματισμό Laplace έχουμε:

$$(Ts + 1)Y(s) = Au(s) \text{ και } Y(s) = \frac{A}{Ts + 1}U(s)$$

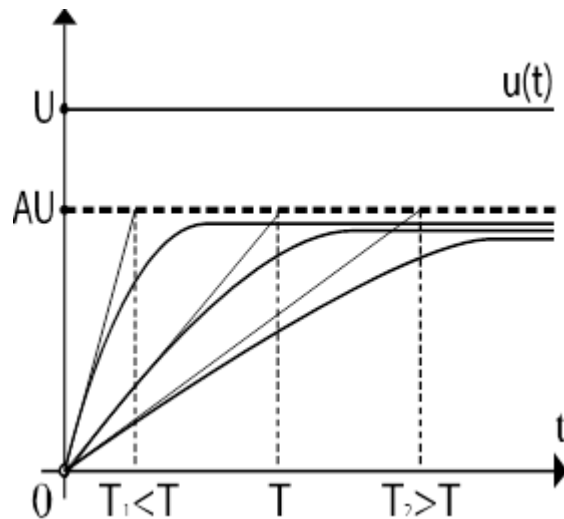
Επειδή $U(s) = \frac{U}{s}$ είναι: $Y(s) = \frac{AU}{s(Ts + 1)}$

Μετά από ανάλυση κλασμάτων έχουμε:

$$Y(s) = AU \left(1 - \frac{T}{Ts + 1} \right)$$

Οπότε η χρονική απόκριση είναι:

$$y(t) = AU(1 - e^{-\omega_n t}), \quad \omega_n = \frac{1}{T}$$



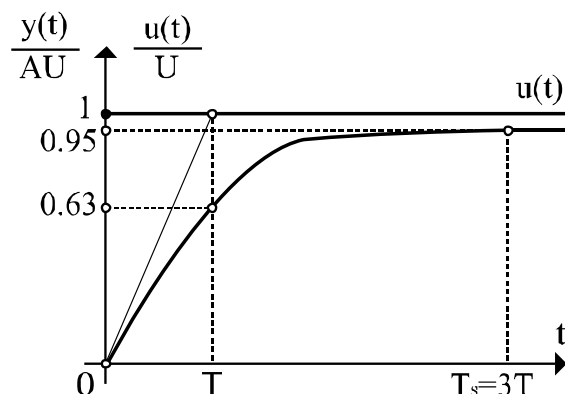
Εικόνα 2.7-2: Χρονική απόκριση συστήματος πρώτης τάξης με σταθερή είσοδο

Η σταθερά χρόνου T είναι ένα μέτρο για την φυσική ταχύτητα του συστήματος και βρίσκεται γραφικά φέροντας την εφαπτομένη της χρονικής απόκρισης για $t=0$.

Πράγματι:

$$\frac{dy}{dt} = AU \omega_n e^{\omega_n t} \quad \text{και} \quad \left. \frac{dy}{dt} \right|_{t=0} = AU \omega_n = \frac{AU}{T}$$

Ειδικότερα η σταθερά χρόνου T_a είναι ο χρόνος που χρειάζεται το σύστημα για να φτάσει το 63% της μόνιμης απόκρισης.



Εικόνα 2.7-3: Χρονική απόκριση συστήματος πρώτης τάξης με σταθερή είσοδο

Ο χρόνος αποκατάστασης (settling time), δηλαδή ο χρόνος που απαιτείται για να φτάσει το σύστημα στο 95% της μόνιμης απόκρισης είναι $T_s=3T$, ενώ για να φτάσει στο 98% της μόνιμης απόκρισης είναι $T_s=4T$.

Η ενίσχυση A καθορίζει τη μόνιμη απόκριση του συστήματος και είναι:

$$y(\infty) = AU \quad \text{όταν} \quad u(t) = U$$

2.7.4 Χρονική απόκριση συστήματος 2^{ης} τάξης

Ένα γραμμικό σύστημα δεύτερης τάξης έχει μαθηματικό ομοίωμα μια μη γραμμική διαφορική εξίσωση δεύτερης τάξης της μορφής:

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y(t) = b_0 u(t) \quad (2.6.4.1)$$

Η φυσική μορφή (natural form) αυτής της διαφορικής εξίσωσης είναι:

$$\frac{1}{\omega_n^2} \frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{2\zeta}{\omega_n} \frac{dy}{dt} + y(t) = Au(t) \quad (2.6.4.2)$$

όπου:

ω_n : η φυσική συχνότητα (natural frequency)

ζ : ο συντελεστής απόσβεσης (damping ratio)

A: η ενίσχυση (amplification) του συστήματος

2.7.5 Φυσικοί συντελεστές κυκλώματος RLC

Ένα κύκλωμα RLC με είσοδο $e(t)$ και έξοδο $u(t)$ έχει μαθηματικό ομοίωμα:

$$LC \frac{d^2 u}{dt^2} + RC \frac{du}{dt} + u(t) = e(t) \quad (2.6.5.1)$$

Άρα οι φυσικοί συντελεστές του συστήματος προκύπτουν από τις σχέσεις:

$$LC = \frac{1}{\omega_n^2} \quad (2.6.5.2)$$

οπότε η φυσική συχνότητα είναι:

$$\omega_n = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (2.6.5.3)$$

$$RC = \frac{2\zeta}{\omega_n} \quad (2.5.6.4)$$

οπότε ο συντελεστής απόσβεσης είναι:

$$\zeta = \frac{RC}{2\sqrt{LC}} \quad (2.6.5.5)$$

ενώ η ενίσχυση είναι:

$$A = 1 \quad (2.6.5.6)$$

Η λύση της διαφορικής εξίσωσης δεύτερης τάξης για σταθερή είσοδο $u(t)=U$ και μηδενικές αρχικές συνθήκες, εφαρμόζοντας μετασχηματισμό Laplace έχουμε:

$$\left(\frac{1}{\omega_n^2} s^2 + \frac{2\zeta}{\omega_n} s + 1 \right) Y(s) = A(s) \text{ με } U(s) = \frac{U}{s}$$

οπότε:

$$Y(s) = \frac{A\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} U(s) = \frac{AU\omega_n^2}{s(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)} \quad (2.6.5.7)$$

Η συμπεριφορά του συστήματος δεύτερης τάξης εξαρτάται από τη μορφή που έχουν οι πόλοι του συστήματος. Πραγματικοί πόλοι συνεπάγονται εκθετική συμπεριφορά, ενώ μιγαδικοί πόλοι συνεπάγονται ταλάντωση του συστήματος.

Οι πόλοι είναι λύσεις της χαρακτηριστικής εξίσωσης:

$$Q(s) = s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 = 0 \quad (2.6.5.8)$$

Με διακρίνουσα:

$$\Delta = \zeta^2 \omega_n^2 - \omega_n^2 = \omega_n^2 (\zeta^2 - 1) \quad (2.5.6.9)$$

Ο χαρακτήρας των πόλων εξαρτάται από την τιμή του συντελεστή απόσβεσης ζ .

- $\zeta > 1$ αντιστοιχεί σε $\Delta > 0$ και εκθετική απόκριση (exponential time response)
- $\zeta = 1$ αντιστοιχεί σε $\Delta = 0$ και μια οριακή απόκριση (marginal response)

- $\zeta < 1$ αντιστοιχεί σε $\Delta < 0$ και φθίνουσα ταλάντωση (damped oscillation)

2.7.6 Εκθετική απόκριση

Συντελεστής απόσβεσης μεγαλύτερος της μονάδας, $\zeta > 1$, αντιστοιχεί σε δύο πραγματικούς πόλους του συστήματος σ_1, σ_2 και το χαρακτηριστικό πολυώνυμο $Q(s)$ είναι της μορφής:

$$Q(s) = (s - \sigma_1)(s - \sigma_2) \quad (2.6.6.1)$$

Είναι:

$$s_{1,2} = -\zeta\omega_n \pm \sqrt{\omega_n^2(\zeta^2 - 1)} = \omega_n \left(-\zeta \pm \sqrt{\zeta^2 - 1} \right) = \sigma_1, \sigma_2 \quad (2.6.6.2)$$

άρα:

$$Y(s) = \frac{AU\omega_n^2}{s(s - \sigma_1)(s - \sigma_2)} = \frac{A_0}{s} + \frac{A_1}{s - \sigma_1} + \frac{A_2}{s - \sigma_2} \quad (2.6.6.3)$$

όπου:

$$A_0 = sY(s) \Big|_{s=0} = \frac{AU\omega_n^2}{\sigma_1\sigma_2} = AU, \text{ εφόσον } \sigma_1\sigma_2 = \omega_n^2$$

$$A_1 = (s - \sigma_1)Y(s) \Big|_{s=\sigma_1} = \frac{AU\omega_n^2}{s(s - \sigma_2)} \Big|_{s=\sigma_1} = \frac{AU\omega_n^2}{\sigma_1(\sigma_1 - \sigma_2)} = \frac{AU(\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1})}{2\sqrt{\zeta^2 - 1}}$$

Εφόσον

$$A_0 = sY(s) \Big|_{s=0} = \frac{AU\omega_n^2}{\sigma_1(\sigma_2)2\omega_n^2\sqrt{\zeta^2 - 1}\sigma^2 + \omega^2} \Big|_{s=0} = AU$$

και

$$A_2 = (s - \sigma_2)Y(s) \Big|_{s=\sigma_2} = \frac{AU\omega_n^2}{s(s - \sigma_1)} \Big|_{s=\sigma_2} = \frac{AU\omega_n^2}{\sigma_2(\sigma_2 - \sigma_1)} = \frac{AU(\zeta - \sqrt{\zeta^2 - 1})}{2\sqrt{\zeta^2 - 1}}$$

οπότε:

$$y(t) = AU \left[1 - \frac{\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1}}{2\sqrt{\zeta^2 - 1}} e^{-(\zeta - \sqrt{\zeta^2 - 1})\omega_n t} + \frac{\zeta - \sqrt{\zeta^2 - 1}}{2\sqrt{\zeta^2 - 1}} e^{-(\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1})\omega_n t} \right] \quad (2.6.6.4)$$

Η χρονική απόκριση: $y(t) = A_0 + A_1 e^{\sigma t} + A_2 e^{\sigma_2 t}$ έχει εκθετική συμπεριφορά με χαρακτηριστικές συναρτήσεις: $e^{\sigma t}$ και $e^{\sigma_2 t}$ και μόνιμη απόκριση: $y(\infty) = AU$.

2.7.7 Οριακή απόκριση

Συντελεστής απόσβεσης ίσος με την μονάδα, $\zeta=1$, αντιστοιχεί σε διπλό πραγματικό πόλο σ και το χαρακτηριστικό πολυώνυμο είναι της μορφής:

$$Q(s) = (s - \sigma)^2 \quad (2.6.7.1)$$

Ο διπλός πόλος είναι:

$$\sigma = -\zeta\omega_n = -\omega_n \quad (2.6.7.2)$$

άρα:

$$Y(s) = \frac{AU\omega_n^2}{s(s + \omega_n)^2} = \frac{A_0}{s} + \frac{A_1}{(s + \omega_n)^2} + \frac{A_2}{s + \omega_n} \quad (2.6.7.3)$$

όπου

$$A_0 = sY(s) \Big|_{s=0} = \frac{AU\omega_n^2}{(s + \omega_n)^2} \Big|_{s=0} = AU,$$

$$A_1 = (s + \omega_n)^2 Y(s) \Big|_{s=-\omega_n} = \frac{AU\omega_n^2}{s} \Big|_{s=-\omega_n} = -AU\omega_n,$$

$$A_2 = \frac{d}{ds} \left[(s + \omega_n)^2 Y(s) \right] \Big|_{s=-\omega_n} = -\frac{AU\omega_n^2}{s^2} \Big|_{s=-\omega_n} = -AU,$$

άρα:

$$y(t) = AU(1 - (1 + \omega_n t)e^{-\omega_n t}) \quad (2.6.7.4)$$

Η χρονική απόκριση: $y(t) = A_0 + (A_1 t + A_2)e^{\sigma t}$ έχει οριακή συμπεριφορά με χαρακτηριστικές συναρτήσεις: $e^{\sigma t}$ και $te^{\sigma t}$ και μόνιμη απόκριση: $y(\infty) = AU$.

2.7.8 Φθίνουσα ταλάντωση

Συντελεστής απόσβεσης μικρότερος της μονάδας, $\zeta < 1$, αντιστοιχεί σε συζυγείς μιγαδικούς πόλους $\sigma \pm j\omega$, και το χαρακτηριστικό πολυώνυμο είναι της μορφής:

$$Q(s) = (s - \sigma)^2 + \omega^2 \quad (2.6.8.1)$$

Οι μιγαδικοί πόλοι είναι:

$$s_{1,2} = -\zeta\omega_n \pm \sqrt{\omega_n^2(\zeta^2 - 1)} = \omega_n(-\zeta \pm j\sqrt{1 - \zeta^2}) \quad (2.6.8.2)$$

Δηλαδή:

$$s_{1,2} = \sigma \pm j\omega, \text{ όπου } \sigma = -\zeta\omega_n \text{ και } \omega = \omega_n\sqrt{1 - \zeta^2}$$

Άρα:

$$Y(s) = \frac{AU\omega_n^2}{s((s - \sigma)^2 + \omega^2)} = \frac{A_0}{s} + \frac{A_1\omega + A_2(s - \sigma)}{(s - \sigma)^2 + \omega^2}$$

Όπου:

$$(2.6.8.4)$$

$$\begin{aligned} A \frac{1}{\omega} \left((s - \sigma)^2 + \omega^2 \right) Y(s) \Big|_{s=\sigma+j\omega} &= \frac{1}{\omega} \frac{AU\omega_n^2}{s} \Big|_{s=\sigma+j\omega} \\ &= \frac{AU\omega_n^2}{\omega(\sigma + j\omega)} = \frac{AU\omega_n^2(\sigma - j\omega)}{\omega(\sigma^2 + \omega^2)} = \frac{AU}{\omega}(\sigma - j\omega) \end{aligned}$$

εφόσον:

$$\sigma^2 + \omega^2 = \omega_n^2, \text{ οπότε: } A_1 = \frac{AU\sigma}{\omega} = -AU \frac{\zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}}, A_2 = -AU \text{ και}$$

$$M = \frac{AU\omega_n}{\omega}, \quad \varphi = \text{τοξεφ} \frac{\omega}{\sigma} = \text{τοξεφ} \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta}$$

Σημειώνουμε εδώ ότι η φάση του μιγαδικού συντελεστή A είναι :

$$\Phi = 180^\circ - \varphi \text{ με } \Phi = \text{τοξεφ}\left(-\frac{\omega}{\sigma}\right)$$

Έτσι η χρονική απόκριση συστήματος δεύτερης τάξης με $\zeta < 1$ είναι :

$$y(t) = AU \left[1 - \left(\frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \eta\mu\sqrt{1-\zeta^2}\omega_n t + \sigma\upsilon\nu\sqrt{1-\zeta^2}\omega_n t \right) e^{-\zeta\omega_n t} \right]$$

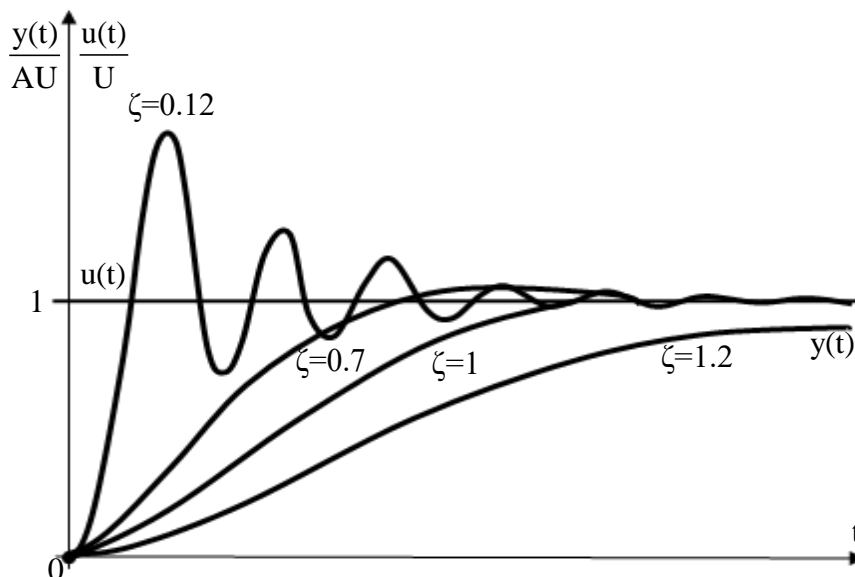
ή

$$y(t) = AU \left[1 + \frac{\eta\mu(\sqrt{1-\zeta^2}\omega_n t - \varphi)}{\eta\mu\varphi} e^{-\zeta\omega_n t} \right]$$

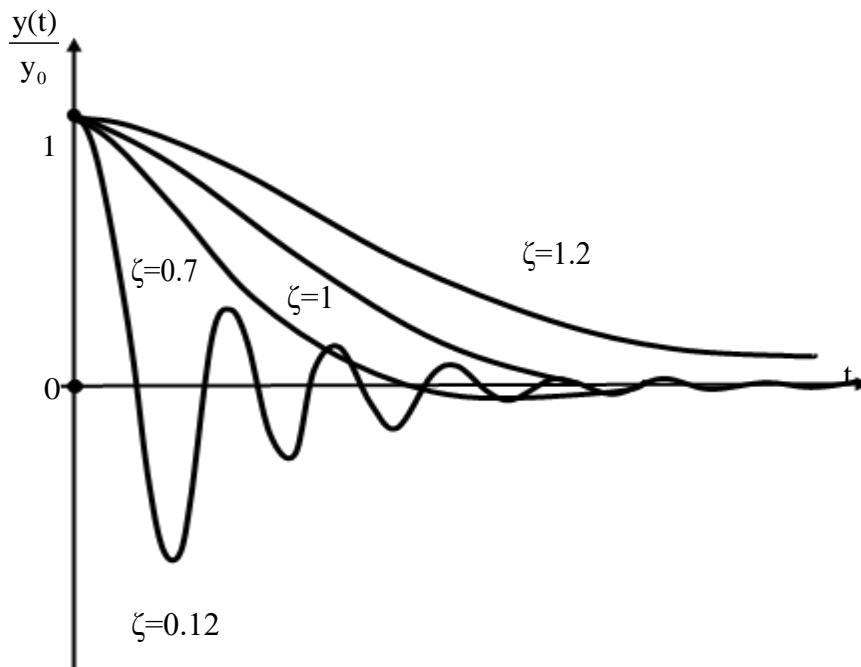
όπου :

$$\varepsilon\varphi\varphi = \sqrt{\frac{1-\zeta^2}{\zeta}}, \quad \eta\mu\varphi = \sqrt{1-\zeta^2}, \quad \sigma\upsilon\nu\varphi = \zeta \quad \text{ή} \quad \varphi = \text{τοξ}\sigma\upsilon\nu\zeta.$$

Η χρονική αυτή απόκριση: $y(t) = A_0 + Me^{at}\eta\mu(\omega t + \Phi)$ έχει συμπεριφορά φθίνουσας ταλάντωσης με χαρακτηριστική συνάρτηση της μορφής: $e^{at}\eta\mu(\omega t + \Phi)$ και μόνιμη απόκριση: $y(\infty) = A$.



Εικόνα 2.7-4: Εξαναγκασμένη βηματική απόκριση συστήματος δεύτερης τάξης



Εικόνα 2.7-5: Ελεύθερη απόκριση συστήματος δεύτερης τάξης με αρχική συνθήκη

2.7.9 Χαρακτηριστικά μεγέθη της χρονικής απόκρισης συστήματος 2^{ης} τάξης

Η μέγιστη τιμή απόκρισης y_m υπολογίζεται απο την σχέση:

$$\frac{dy}{dt} = 0 \quad (2.6.9.1)$$

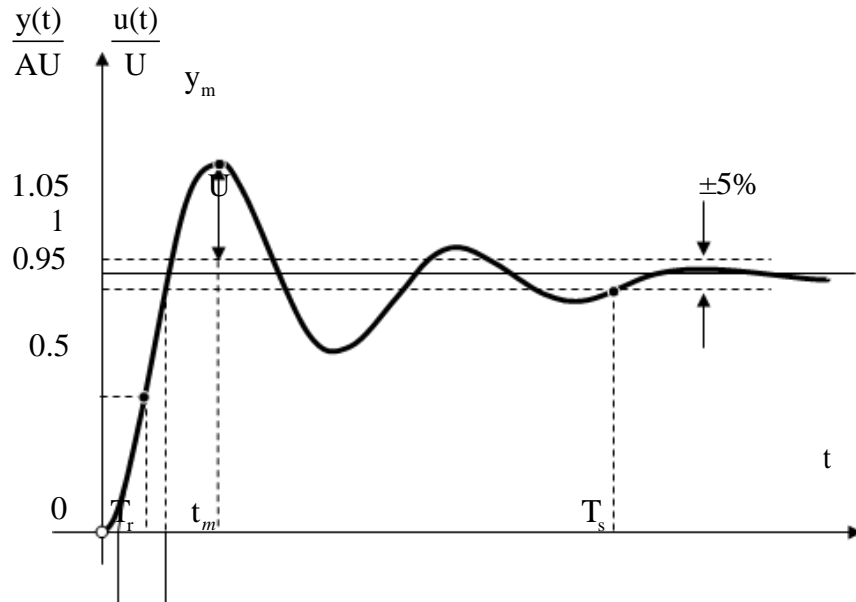
Είναι:

$$\frac{dy}{dt} = AU \omega_n \frac{\eta\mu(\sqrt{1-\zeta^2} \omega_n t)}{\eta\mu\phi} e^{-\zeta\omega_n t}$$

Άρα: $\frac{dy}{dt} = 0$ όταν $\sqrt{1-\zeta^2} \omega_n t_m = \pi$, δηλαδή $t_m = \frac{\pi}{\sqrt{1-\zeta^2} \omega_n}$

Οπότε:

$$y_m = AU \left(1 + e^{-\zeta\pi/\sqrt{1-\zeta^2}} \right) \quad (2.6.9.2)$$



Σχήμα (2.6.9-1) : Χαρακτηριστικά μεγέθη χρονικής απόκρισης συστήματος δεύτερης τάξης

Ως χρονικές προδιαγραφές ενός συστήματος δεύτερης τάξης, που καθορίζουν τη μορφή της χρονικής απόκρισης, ορίζονται τα παρακάτω χαρακτηριστικά μεγέθη:

- συντελεστής υπερέψωσης (overshoot coefficient): $u = \frac{y_m - y_m}{y_m} = e^{-\zeta\pi/\sqrt{1-\zeta^2}}$,
- ο χρόνος αποκατάστασης (settling time): $T_s \cong \frac{3}{\zeta\omega_n}$ για απόκλιση $\varepsilon = \pm 5\%$,
- χρόνος ανύψωσης (rising time): $T_r \cong \frac{1+2.5\zeta}{\omega_n}$,

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2^ο

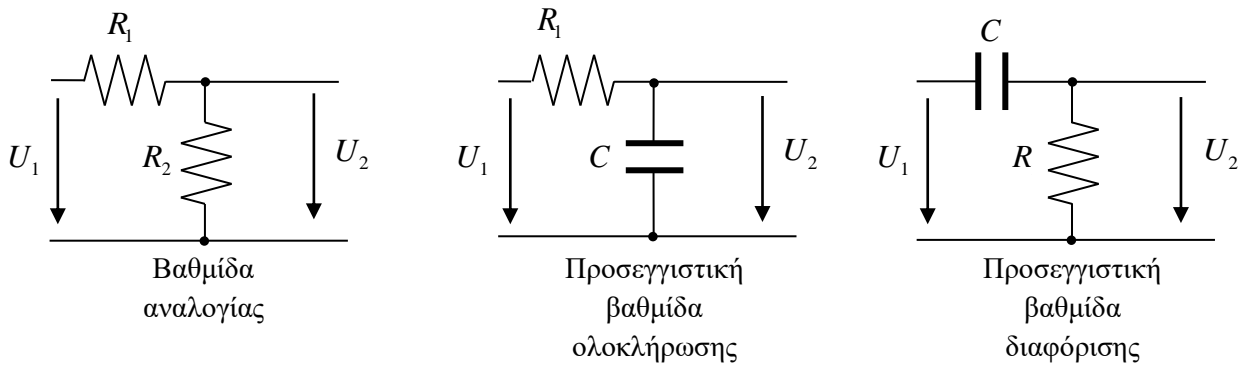
Αναλογική Εξομοίωση Συστημάτων Αυτομάτου Ελέγχου

3 ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2^ο : Αναλογική εξομοίωση συστημάτων αυτομάτου ελέγχου

Στη παρούσα ενότητα γίνεται αναφορά στα ηλεκτρικά ανάλογα τα οποία μπορούν να έχουν ακριβώς το ίδιο μαθηματικό ομοίωμα με ένα οποιοδήποτε φυσικό σύστημα. Γίνεται επίσης αναφορά στις αδυναμίες τους, στα ηλεκτρονικά στοιχεία τα οποία λόγω των σημαντικών ιδιοτήτων τους επιλέγονται για την δημιουργία αναλογικών βαθμίδων που εξομοιώνουν μαθηματικά ένα σύστημα.

3.1 Η αδυναμία των ηλεκτρικών ανάλογων

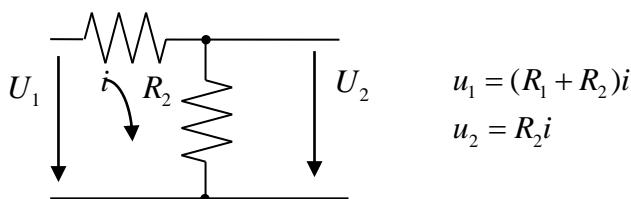
Μελετώντας τα ηλεκτρικά ανάλογα φυσικών συστημάτων, μπορούμε εύκολα να βρούμε για κάθε σύστημα ένα ηλεκτρικό κύκλωμα, αποτελούμενο από παθητικά στοιχεία R, L, C , που να έχει σαν μαθηματικό ομοίωμα μια γραμμική διαφορική εξίσωση, ανάλογη εκείνης του φυσικού συστήματος. Τέτοια ηλεκτρικά κυκλώματα είναι οι βαθμίδες αναλογίας και οι προσεγγιστικές βαθμίδες ολοκλήρωσης, βαθμίδες RC και CR αντίστοιχα.



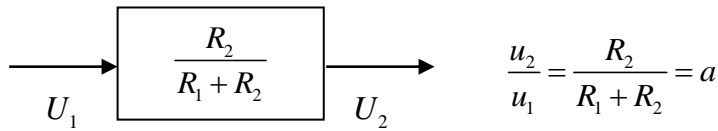
Σχήμα (3.1-1): Ηλεκτρικές βαθμίδες

Ένας συνδυασμός τέτοιων ηλεκτρικών βαθμίδων δεν θα αρκούσε για τη σύνθεση του ηλεκτρικού ανάλογου ενός οποιοδήποτε γραμμικού συστήματος. Γιατί το πρόβλημα δεν είναι μόνον η κατασκευή ηλεκτρικών βαθμίδων με μια δεδομένη σχέση, όταν αυτές λειτουργούν χωρίς φορτίο στην έξοδο, αλλά και η διασφάλιση ότι οι βαθμίδες αυτές θα διατηρήσουν την αρχική τους σχέση και όταν ακόμα συνδεθούν με άλλες βαθμίδες, σε ένα ευρύτερο ηλεκτρικό κύκλωμα. Ας πάρουμε σαν παράδειγμα μια βαθμίδα αναλογίας.

Οι σχέσεις που τη χαρακτηρίζουν, όταν η βαθμίδα αυτή λειτουργεί χωρίς φορτίο είναι:

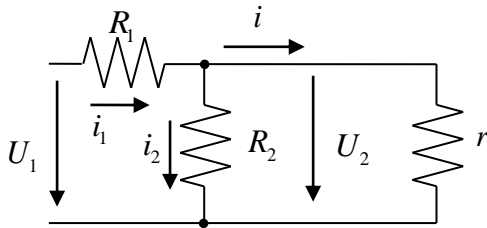


Οπότε η σχέση εισόδου - εξόδου, που την ονομάζουμε και σχέση μεταφοράς, είναι:



Σχήμα(3.1-2): Βαθμίδα αναλογίας χωρίς φορτίο

Αν όμως συνδέσουμε την αναλογική βαθμίδα με μια άλλη βαθμίδα, π.χ. με ένα φορτίο, με μια αντίσταση r , τότε η σχέση μεταφοράς της θα αλλάξει.



Οι σχέσεις τώρα είναι:

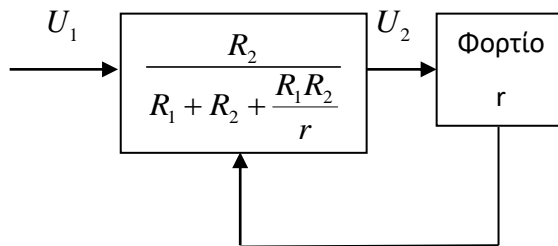
$$u_1 = R_1 i_1 + R_2 i_2$$

$$u_2 = R_2 i_2$$

$$i_1 = i_2 + i$$

$$u_2 = i r$$

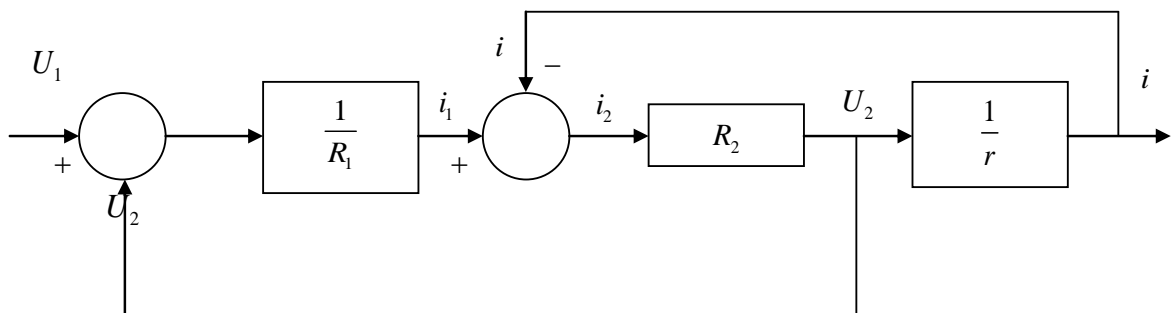
Και η σχέση μεταφοράς γίνεται:



$$\frac{u_2}{u_1} = \frac{R_2}{R_1 + R_2 + \frac{R_1 R_2}{r}} \neq a$$

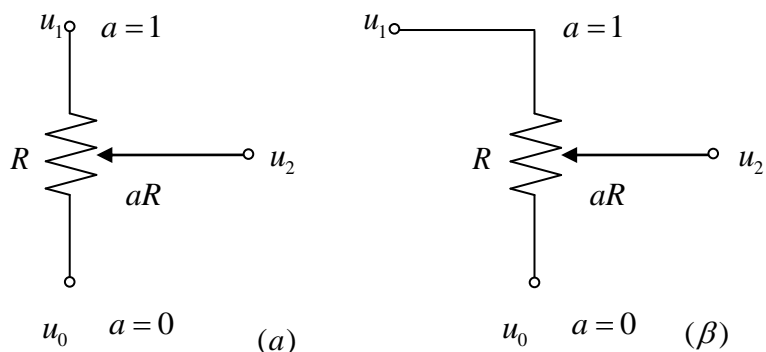
Σχήμα (3.1-3): βαθμίδα αναλογίας με φορτίο

Με τη σύνδεση λοιπόν ενός φορτίου μετά από μια βαθμίδα αναλογίας, η σχέση μεταφοράς της βαθμίδας αυτής αλλάζει. Αλλάζει το ίδιο το μαθηματικό πρότυπο που τη χαρακτηρίζει. Και αυτό συμβαίνει, γιατί η βαθμίδα επηρεάζεται από το φορτίο, με το οποίο είναι συνδεδεμένη, γιατί το φορτίο, με τη σειρά του, επιδρά πάνω στη βαθμίδα αναλογίας, μέσω της έντασης i , γιατί οι δύο βαθμίδες συνδέονται ανάμεσά τους και με ανάδραση. Αυτό φαίνεται καθαρά στο παρακάτω διάγραμμα βαθμίδων:



Σχήμα (3.1-4): Διάγραμμα βαθμίδων μιας βαθμίδας αναλογίας με φορτίο

Ας έχουμε λοιπόν υπόψη μας αυτή τη στοιχειώδη βαθμίδα αναλογίας, που επιτρέπει τον πολλαπλασιασμό ενός μεγέθους επί έναν σταθερό συντελεστή, και που μπορεί να κατασκευαστεί με έναν απλό διαιρέτη τάσης (voltage divider) ή ένα ποτενσιόμετρο (potentiometer).



Σχήμα (3.1-5): (α) Διαιρέτης τάσης (β) Ποτενσιόμετρο

Η σχέση του ποτενσιόμετρου είναι:

$$u_2 = \alpha u_1, 0 \leq \alpha \leq 1 \tag{3.1.1}$$

Η σχέση αυτή του ποτενσιόμετρου παραμένει αναλλοίωτη, μόνον όταν το ποτενσιόμετρο συνδεθεί με βαθμίδα που εμποδίζει τη διέλευση ρεύματος.

3.2 Τελεστικός Ενισχυτής

Για να φτιάξουμε μια ηλεκτρική βαθμίδα, που η σχέση μεταφοράς της να μην επηρεάζεται από το φορτίο είτε από άλλες βαθμίδες με τις οποίες συνδέεται, για να εμποδίσουμε δηλαδή την ανάδραση του φορτίου, χρειαζόμαστε ένα νέο στοιχείο. Ένα στοιχείο, που να κάνει την ανάδραση i σχεδόν μηδενική και να αποσυνδέει την μια βαθμίδα από την επανεπίδραση της άλλης.

Τέτοιο στοιχείο είναι ο τελεστικός ενισχυτής (operational amplifier), που η εφεύρεσή του άνοιξε το δρόμο για την κατασκευή των ηλεκτρονικών αναλογικών υπολογιστών.

Ο τελεστικός ενισχυτής, σαν αυτόνομη ηλεκτρονική βαθμίδα, πρέπει να εμποδίζει την διέλευση ρεύματος, περιορίζοντας έτσι στο ελάχιστο την αλληλεπίδραση των βαθμίδων ανάμεσά τους, και πρέπει ταυτόχρονα να ενισχύει σημαντικά την τάση εισόδου.

Ειδικότερα οι απαιτήσεις που θέτουμε για έναν ιδανικό τελεστικό ενισχυτή (ideal voltage amplifier) είναι οι εξής:

- **Πρώτον**, πρέπει να έχει σχεδόν άπειρη αντίσταση εισόδου (input resistance) R_0 , έτσι ώστε η ένταση εισόδου του να είναι πρακτικά μηδέν:

$$R_0 \rightarrow \infty \text{ άρα } i_0 \cong 0$$

- **Δεύτερον**, πρέπει να έχει πολύ μεγάλη ενίσχυση (open-loop amplification) A , έτσι ώστε η τάση εισόδου u_0 να είναι πρακτικά αμελητέα σε σχέση με την τάση εξόδου u :

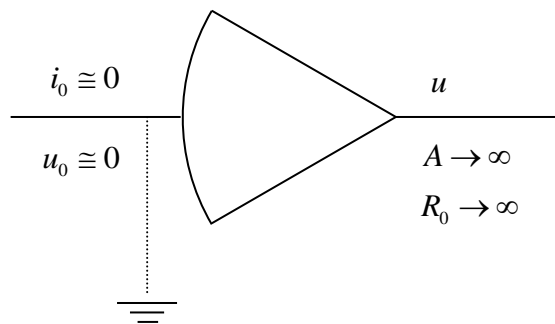
$$A \rightarrow \infty \text{ άρα } u_0 \cong 0$$

- **Τρίτον**, σαν συνέπεια της δεύτερης ιδιότητας, απαιτείται η τάση εξόδου u να υπόκειται σε έναν περιορισμό, η απόλυτη τιμή της δηλαδή να μην ξεπερνά ένα ανώτατο όριο E_0 , που ονομάζουμε τάση κόρου και προσεγγίζει την τάση τροφοδοσίας (power-supply voltage):

$$|u| \leq E_0$$

Σχέσεις:

$$i_0 \cong 0, \quad u_0 \cong 0, \quad |u_0| \leq E_0 \quad (3.2.1)$$



Σχήμα (3.2-1): ιδανικός τελεστικός ενισχυτής

Ένας τέτοιος ιδανικός τελεστικός ενισχυτής συμβολίζεται με ένα δίπολο, όπως στο σχήμα. Οι τάσεις εισόδου - εξόδου θεωρούνται ως προς την γη. Η είσοδος του ενισχυτή, με δυναμικό περίπου ίσο με το μηδέν, θεωρείται κατά προσέγγιση σαν εικονική γείωση (virtual earth).

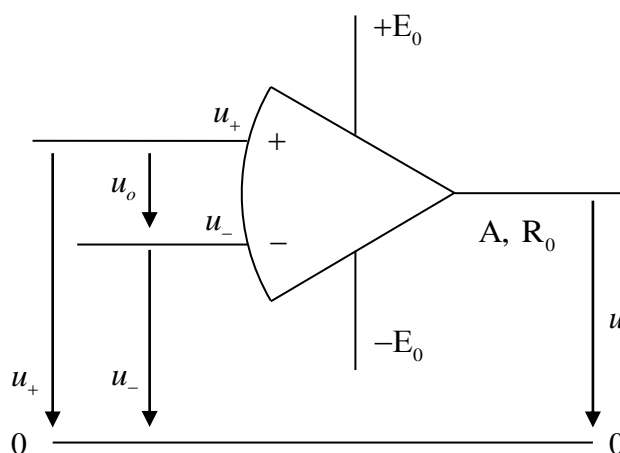
Ο τελεστικός αυτός ενισχυτής, σε διάκριση με τα κλειστά κυκλώματα τελεστικών ενισχυτών, που θα εξετάσουμε στη συνέχεια, ονομάζεται ανοιχτός τελεστικός ενισχυτής (open loop operational amplifier).

Ο ανοιχτός τελεστικός ενισχυτής από μόνος του δεν αποτελεί μίαν αυτόνομη αναλογική βαθμίδα του αναλογικού υπολογιστή. Αποτελεί όμως τη βάση για την κατασκευή των βασικών αναλογικών βαθμίδων, που συγκροτούνται αποκλειστικά από τελεστικούς ενισχυτές και παθητικά στοιχεία.

3.2.1 Πραγματικός Τελεστικός Ενισχυτής

Πριν προχωρήσουμε στη σύνθεση των αναλογικών βαθμίδων, θα εξετάσουμε εδώ τα χαρακτηριστικά ενός πραγματικού τελεστικού ενισχυτή.

Ένας πραγματικός τελεστικός ενισχυτής έχει πεπερασμένη και όχι άπειρη τόσο την αντίσταση εισόδου R_0 όσο και την ενίσχυση A . Δεν είναι όμως μόνο αυτό. Το πραγματικό κύκλωμα ενός τελεστικού ενισχυτή είναι ένα τετράπολο (ή ορθότερα ένα πεντάπολο με τρεις πόλους εισόδου και δύο πόλους εξόδου).



Σχήμα (3.2.1-1): Πραγματικός τελεστικός ενισχυτής

Οι συμβολισμοί είναι οι εξής:

- u_+ : θετική ή μη αναστρέφουσα τάση εισόδου (non inverting input voltage),
- u_- : αρνητική ή αναστρέφουσα τάση εισόδου (inverting input voltage),
- $u_0 = u_+ - u_-$: διαφορική τάση εισόδου (differential input voltage),
- u : τάση εξόδου (output voltage).

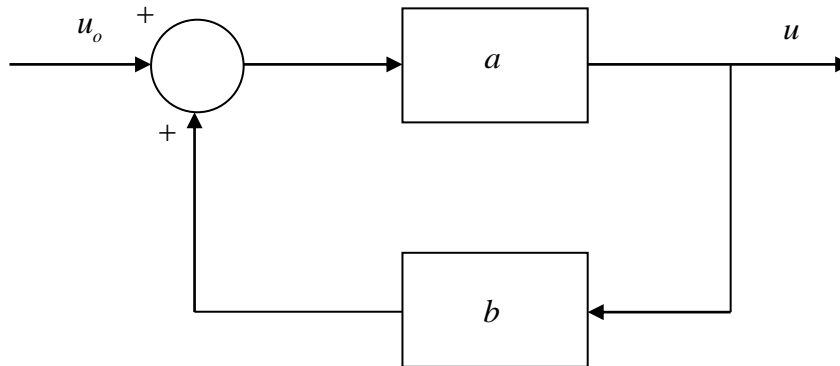
Με 0 συμβολίζουμε την ουδέτερη τάση ή τη γείωση (neutral, earth). Με E_0 συμβολίζουμε την τάση τροφοδοσίας (power-supply voltage), με την οποία τροφοδοτούμε συμμετρικά τον τελεστικό ενισχυτή. Η τάση τροφοδοσίας E_0 καθορίζει κατά προσέγγιση και την τάση κόρου του ενισχυτή.

Ας εξετάσουμε τώρα τις σχέσεις, που χαρακτηρίζουν έναν πραγματικό τελεστικό ενισχυτή. Και πρώτα απ' όλα τη σχέση ενίσχυσης:

$$u = Au_0 = A(u_+ - u_-) \quad (3.2.1.1)$$

Ο πραγματικός τελεστικός ενισχυτής ενισχύει με μια πεπερασμένη και όχι άπειρη ενίσχυση A τη διαφορική τάση εισόδου u_0 , δηλαδή τη διαφορά μεταξύ της μη αναστρέφουσας και της αναστρέφουσας τάσης εισόδου, u_+ και u_- .

Η ενίσχυση αυτή είναι συνήθως της τάξης $A = 10^6$. Μια τέτοια μεγάλη ενίσχυση μπορεί να θεωρηθεί ότι παράγεται από ένα κλειστό σύστημα ελέγχου με θετική ανάδραση.



Σχήμα (3.2.1-2): Θετική ανάδραση

Τότε θα ισχύει:

$$\frac{u}{u_0} = A = \frac{a}{1 - ab} \quad (3.2.1.2)$$

Το A θα παίρνει τόσο πιο μεγάλες τιμές, όσο το γινόμενο ab πλησιάζει περισσότερο τη μονάδα:

$$ab \cong 1 \quad (3.2.1.3)$$

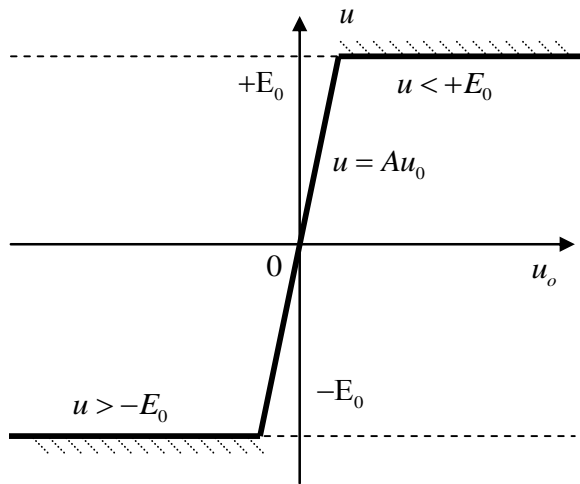
Ο πραγματικός τελεστικός ενισχυτής διαθέτει λοιπόν, μέσα στα όρια του κόρου, μια γραμμική σχέση:

$$u = Au_0 \quad (3.2.1.4)$$

ενώ έξω από τα όρια του κόρου υπόκειται στον περιορισμό:

$$|u| \leq E_0 \quad (3.2.1.5)$$

Η γραφική παράσταση της σχέσης ενίσχυσης ενός πραγματικού τελεστικού ενισχυτή ονομάζεται χαρακτηριστική καμπύλη (transfer curve) και έχει τη μορφή:

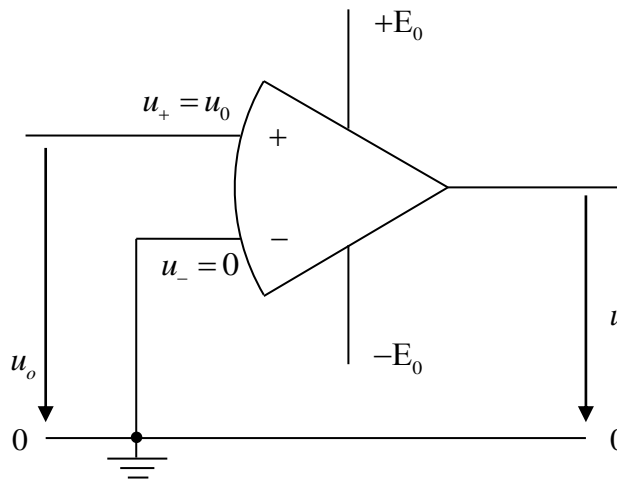


Σχήμα(3.2.1-3): χαρακτηριστική καμπύλη τελεστικού ενισχυτή

Ο πραγματικός τελεστικός ενισχυτής μπορεί να θεωρηθεί ως τετράπολο στις εξής τρεις περιπτώσεις:

α) Εάν γειωθεί η αρνητική είσοδος, τότε ο ενισχυτής λέγεται μη αναστρέφων (non inverting op-amp) και έχει σχέση:

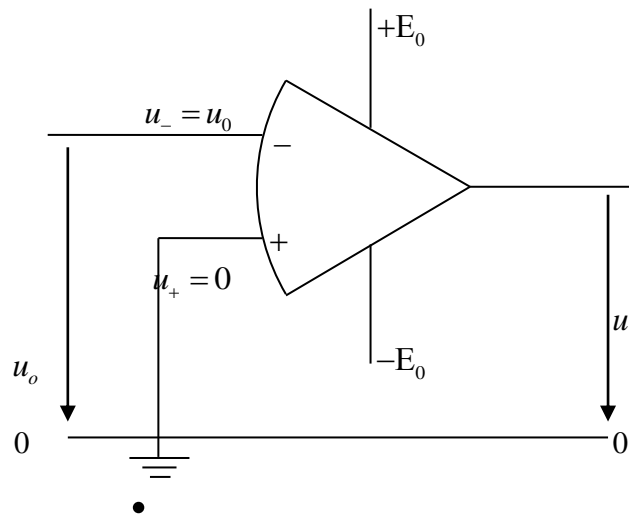
$$u = Au_0 \tag{3.1.2-6}$$



Σχήμα(3.2.1-4): Μη αναστρέφων τελεστικός ενισχυτής

β) Εάν γειωθεί η θετική είσοδος, τότε ο ενισχυτής λέγεται αναστρέφων (inverting op-amp) και έχει σχέση:

$$u = -Au_0. \tag{3.1.2-7}$$

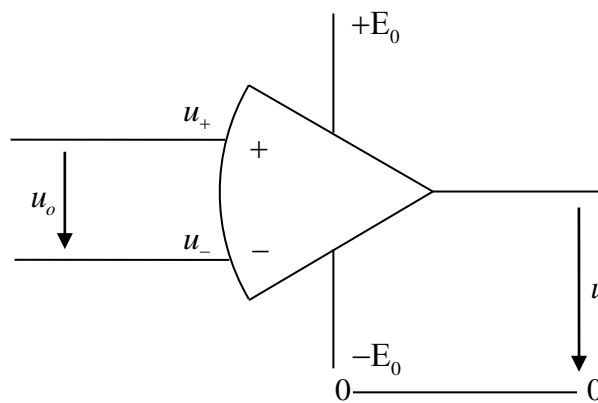


Σχήμα(3.2.1-5): Αναστρέφων τελεστικός ενισχυτής

γ) Εάν χρησιμοποιηθούν ανεξάρτητα οι δύο εισοδοι u_+ και u_- τότε ο ενισχυτής ονομάζεται διαφορικός (differential op-amp) και έχει σχέση:

$$u = A(u_+ - u_-) \quad (3.2.1-5)$$

Για $A \rightarrow \infty$ θα έχουμε $u_+ \cong u_-$, θα υπάρχει δηλαδή υποθετική σύνδεση (virtual connection) μεταξύ των δύο εισόδων u_+ και u_- .



Σχήμα(3.2.1.2-6): Διαφορικός τελεστικός ενισχυτής

3.3 Αναλογικές βαθμίδες με τη χρήση του τελεστικού ενισχυτή

Οι αναλογικές βαθμίδες που θα αναφερθούν στην παρούσα πτυχιακή εργασίας είναι οι εξής:

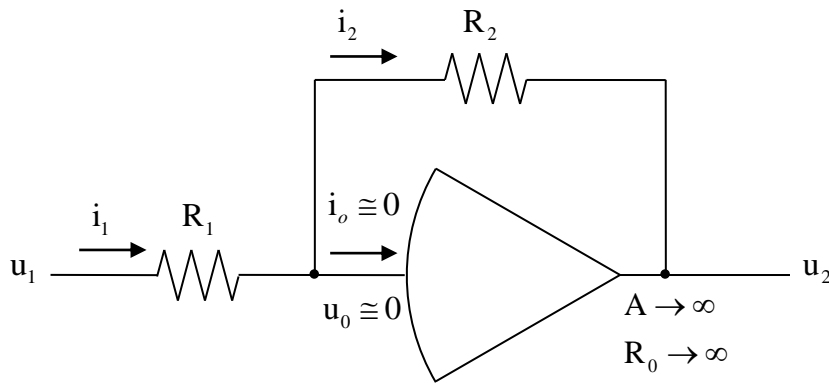
- Αναστροφέας
- Αθροιστής
- Οκληρωτής

- Ποτενσιόμετρο

3.3.1 Ο αναστροφέας

Πρώτη από τις βασικές αναλογικές βαθμίδες είναι το κύκλωμα ενός τελεστικού ενισχυτή αναστροφής (inverting amplifier circuit) ή ο αναστροφέας (inverter).

Θα εξετάσουμε συγκριτικά τρεις διαφορετικές περιπτώσεις του κυκλώματος αναστροφής: πρώτον, με έναν ιδανικό τελεστικό ενισχυτή, δεύτερον, με έναν πραγματικό τελεστικό ενισχυτή πεπερασμένης εσωτερικής αντίστασης και ενίσχυσης και τρίτον, με έναν πραγματικό τελεστικό ενισχυτή με δεδομένη, επιπρόσθετα, την αντίσταση εξόδου του.



Σχήμα(3.3.1-1): ιδανικός αναστροφέας

Το κύκλωμα του πραγματικού αναστροφέα περιέχει έναν τελεστικό ενισχυτή συνδεδεμένο με μια αντίσταση R_1 στην είσοδο και μια αντίσταση R_2 στην ανάδραση. Ο ιδανικός αναστροφέας περιέχει έναν ιδανικό τελεστικό ενισχυτή με:

$$A \rightarrow \infty, R_0 \rightarrow \infty \text{ οπότε } u_0 \cong 0, i_0 \cong 0$$

Έτσι οι σχέσεις του κυκλώματος θα είναι:

$$\begin{aligned} u_1 - u_0 &= R_1 i_1 & \text{ ή } & u_1 \cong R_1 i_1, \\ u_0 - u_2 &= R_2 i_2 & \text{ ή } & u_2 \cong -R_2 i_2, \\ i_1 &= i_0 + i_2 & \text{ ή } & i_1 \cong i_2 \end{aligned}$$

Η σχέση μεταφοράς του ιδανικού αναστροφέα:

$$\frac{u_2}{u_1} = -\frac{R_2}{R_1} \tag{3.3.1.1}$$

είναι ανεξάρτητη από το φορτίο ή τη βαθμίδα που τον ακολουθεί.

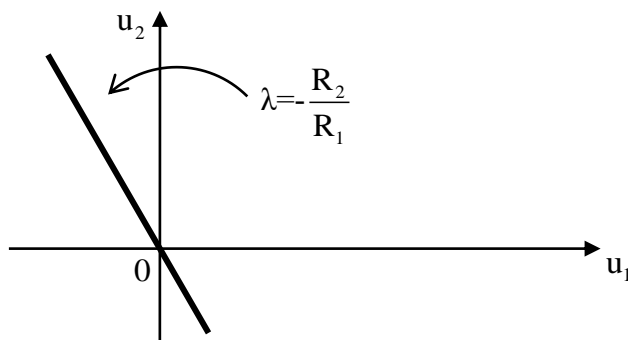
Όταν $R_1 = R_2$, τότε η βαθμίδα αυτή απλώς αλλάζει το πρόσημο της εισόδου, κάνει δηλαδή αναστροφή (inversion):

$$u_1 = -u_2 \quad (3.3.1.2)$$

Η χαρακτηριστική καμπύλη ενός αναστροφέα είναι μια ευθεία κλίσης:

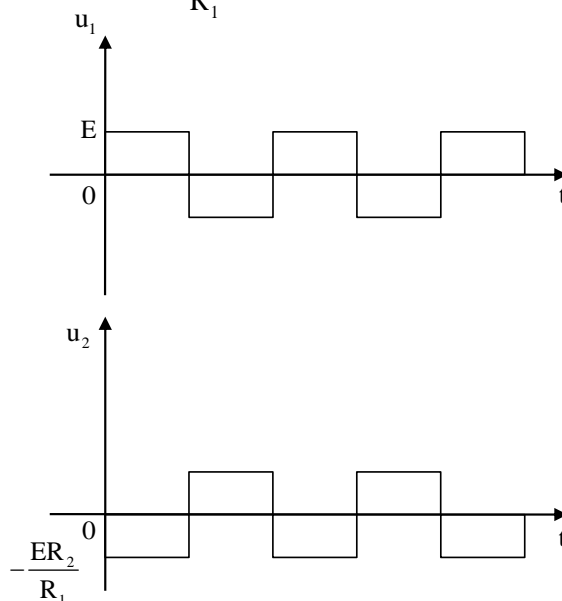
$$\lambda = \frac{du_2}{du_1} = -\frac{R_2}{R_1} \quad (3.3.1.3)$$

Ο αναστροφέας, φυσικά, διατηρεί τη γραμμικότητά του μέσα στα όρια του κόρου.



Σχήμα(3.3.1-2): Χαρακτηριστική καμπύλη ενός αναστροφέα

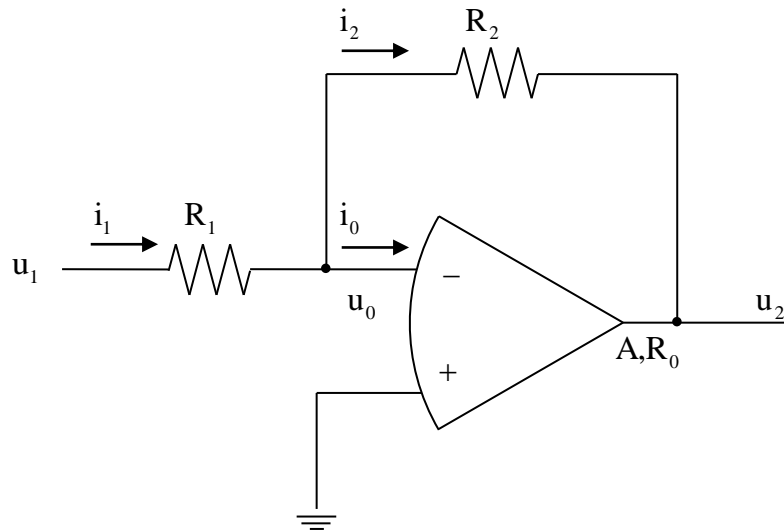
Ένας τετραγωνικός παλμός στην είσοδο ενός αναστροφέα, θα εμφανίζεται στην έξοδο αντεστραμένος και ενισχυμένος κατά $\frac{R_2}{R_1}$.



Σχήμα (3.3-3): Χρονική απόκριση ενός αναστροφέα

3.3.2 Ο πραγματικός αναστροφέας

Ας εξετάσουμε το κύκλωμα αναστροφής, με έναν αναστρέφοντα πραγματικό τελεστικό ενισχυτή πεπερασμένης ενίσχυσης A και ορισμένης αντίστασης εισόδου R_0 .



Σχήμα(3.3.2-1): Κύκλωμα πραγματικού αναστροφέα

Οι σχέσεις του κυκλώματος είναι:

$$u_2 = -Au_0 \quad , \quad |u| \leq E_0 \quad (3.3.2.1)$$

$$u_0 = R_0 i_0 \quad \text{ή} \quad i_0 = \frac{u_0}{R_0} \quad (3.3.2.2)$$

$$u_1 - u_0 = R_1 i_1 \quad \text{ή} \quad i_1 = \frac{u_1 - u_0}{R_1} \quad (3.3.2.3)$$

$$u_0 - u_2 = R_2 i_2 \quad \text{ή} \quad i_2 = \frac{u_0 - u_2}{R_2} \quad (3.3.2.4)$$

$$i_1 = i_0 + i_2 \quad \text{ή} \quad i_1 - i_0 - i_2 = 0 \quad (3.3.2.5)$$

οπότε:

$$\frac{u_1 - u_0}{R_1} + \frac{u_0 - u_2}{R_2} - \frac{u_0}{R_0} = 0 \quad \text{και επειδή:} \quad u_0 = -\frac{u_2}{A}$$

$$\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_0} \right) \frac{u_2}{A} + \frac{1}{R_2} u_2 = -\frac{u_1}{R_1} \quad (3.3.2.6)$$

Έτσι η σχέση μεταφοράς του πραγματικού αναστροφέα είναι:

$$\frac{u_2}{u_1} = \frac{-\frac{R_2}{R_1}}{1 + \frac{1}{A} \left(1 + \frac{R_2}{R_1} + \frac{R_2}{R_0} \right)} \quad (3.3.2.7)$$

Φυσικά, ο πραγματικός αναστροφέας προσεγγίζει τον ιδανικό όταν: $A \rightarrow \infty$, $R_0 \rightarrow \infty$, οπότε έχουμε:

$$\frac{u_2}{u_1} = -\frac{R_2}{R_1} \quad (3.3.2.8)$$

3.3.3 Ο αθροιστής

Ένα κύκλωμα αναστροφέα με περισσότερες από μία εισόδους γίνεται κύκλωμα τελεστικού ενισχυτή άθροισης (summing amplifier circuit) ή αθροιστής (summer).

Εφόσον:

$$R_0 \rightarrow \infty, i_0 \cong 0 \text{ και } A \rightarrow \infty \quad u_0 \cong 0$$

Οι σχέσεις του κυκλώματος άθροισης είναι:

$$u_1 - 0 = i_1 R_1 \quad \text{ή} \quad i_1 = \frac{u_1}{R_1}$$

$$u_2 - 0 = i_2 R_2 \quad \text{ή} \quad i_2 = \frac{u_2}{R_2}$$

$$u_n - 0 = i_n R_n \quad \text{ή} \quad i_n = \frac{u_n}{R_n}$$

$$0 - u = iR \quad \text{ή} \quad i = -\frac{u}{R}$$

Και

$$i_1 + i_2 + \dots + i_n = i$$

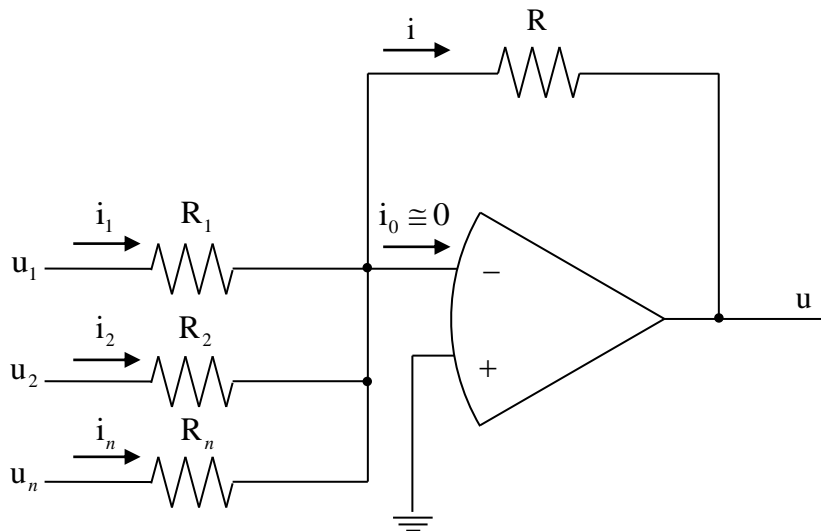
Άρα:

$$u = - \left(\frac{R}{R_1} u_1 + \frac{R}{R_2} u_2 + \dots + \frac{R}{R_n} u_n \right) \quad (3.3.3.1)$$

Εάν $R = R_1 = R_2 = \dots = R_n$ τότε:

$$u = -(u_1 + u_2 + \dots + u_n) \quad (3.3.3.2)$$

Το κύκλωμα αυτό πραγματοποιεί, δηλαδή, τη μαθηματική πράξη της άθροισης των συναρτήσεων της εισόδου.



Σχήμα(3.3.3-1): Κύκλωμα άθροισης

3.3.4 Αθροιστής με πεπερασμένη ενίσχυση

Εάν θεωρήσουμε πεπερασμένη την ενίσχυση A τότε οι σχέσεις του αθροιστή γίνονται:

$$u = -Au_0 \quad \text{ή} \quad u_0 = -\frac{u}{A}$$

$$u_1 - 0 = i_1 R_1 \quad \text{ή} \quad i_1 = \frac{u_1 - u_0}{R_1}$$

$$u_2 - 0 = i_2 R_2 \quad \text{ή} \quad i_2 = \frac{u_2 - u_0}{R_2}$$

$$u_n - 0 = i_n R_n \quad \text{ή} \quad i_n = \frac{u_n - u_0}{R_n}$$

$$u_0 - u = iR \quad \text{ή} \quad i = \frac{u_0 - u}{R}$$

και:

$$i_1 + i_2 + \dots + i_n = i$$

οπότε:

$$\frac{u_1}{R_1} + \frac{u_2}{R_2} + \dots + \frac{u_n}{R_n} - \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n} \right) u_0 = \frac{u_0}{R} - \frac{u}{R}$$

$$\text{ή} \quad \left(\frac{R}{R_1} u_1 + \frac{R}{R_2} u_2 + \dots + \frac{R}{R_n} u_n \right) = \left(1 + \frac{R}{R_1} + \frac{R}{R_2} + \dots + \frac{R}{R_n} \right) u_0$$

άρα η σχέση μεταφοράς γίνεται:

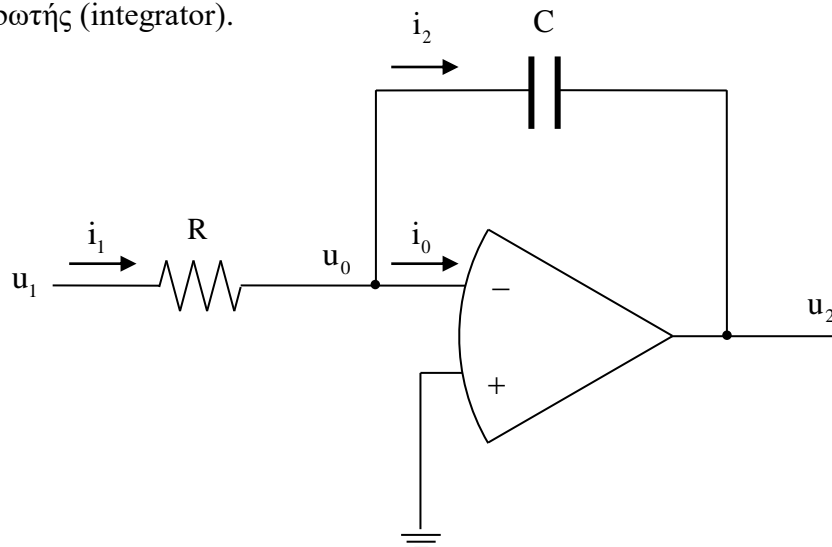
$$u = \frac{-1}{1 + \frac{1}{A} \left(1 + \frac{R}{R_1} + \frac{R}{R_2} + \dots + \frac{R}{R_n} \right)} \left(\frac{R}{R_1} u_1 + \frac{R}{R_2} u_2 + \dots + \frac{R}{R_n} u_n \right) \quad (3.3.4.1)$$

Για $A \rightarrow \infty$ οδηγούμαστε

στην προηγούμενη σχέση του ιδανικού αθροιστή.

3.3.5 Ο ολοκληρωτής

Ένας τελεστικός ενισχυτής, συνδεδεμένος στην είσοδο με μια αντίσταση και στην ανάδραση με έναν πυκνωτή, είναι ένα κύκλωμα ολοκλήρωσης (integrating amplifier circuit) ή ένας ολοκληρωτής (integrator).



Σχήμα(3.3.5-1): Κύκλωμα ολοκλήρωσης

Στην περίπτωση του ιδανικού τελεστικού ενισχυτή, θα έχουμε:

$$R_0 \rightarrow \infty \text{ οπότε } i_0 \cong 0, i_1 \cong i_2 \text{ και } A \rightarrow \infty \text{ οπότε}$$

Άρα οι σχέσεις θα είναι:

$$u_1 - 0 = i_1 R, \quad 0 - u_2 = \frac{1}{C} \int_0^t i_2 dt$$

Και η σχέση μεταφοράς του ολοκληρωτή γίνεται:

$$u(t) = \frac{1}{RC} \int_0^t u_1(t) dt \quad (3.3.5.1)$$

Ή αλλιώς, με τη μορφή διαφορικής εξίσωσης:

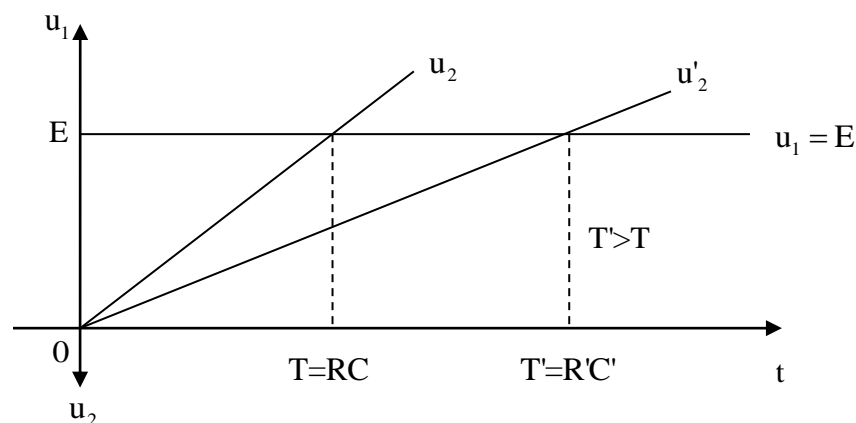
$$RC \frac{du_2}{dt} = -u_1(t) \quad (3.3.5.2)$$

Και σαν συνάρτηση μεταφοράς στο επίπεδο s:

$$G(s) = \frac{U_2(s)}{U_1(s)} = \frac{-1}{RCs} \quad (3.3.5.3)$$

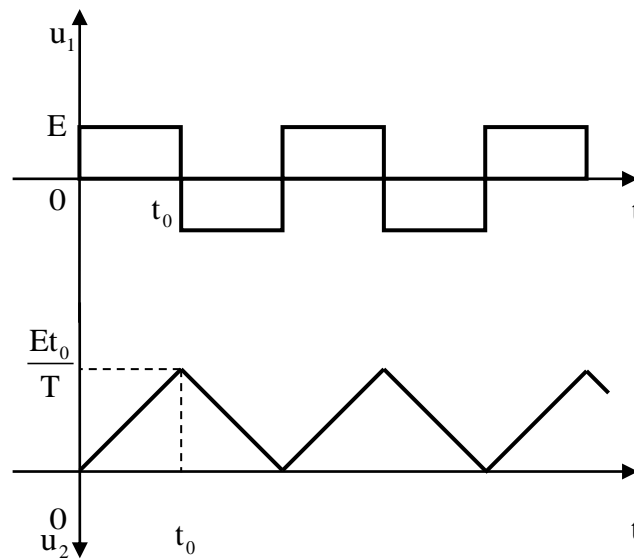
Η σταθερά $T=RC$ ονομάζεται σταθερά χρόνου (time constant) και χαρακτηρίζει την ταχύτητα ολοκλήρωσης.

Για σταθερή είσοδο $u_1=E$, η σταθερά χρόνου T εκφράζει το χρόνο που χρειάζεται η έξοδος του ολοκληρωτή για να φτάσει, κατ' απόλυτη τιμή, την τιμή της εισόδου E .



Σχήμα(3.3.5-2): Σταθερά χρόνου ολοκλήρωσης

Τετραγωνικός παλμός στην είσοδο του ολοκληρωτή παράγει τριγωνικό παλμό στην έξοδο.



Σχήμα(3.3.5-3): Χρονική απόκριση ολοκληρωτή

3.3.6 Ολοκληρωτής με πεπερασμένη ενίσχυση

Στην περίπτωση πεπερασμένης ενίσχυσης A, οι σχέσεις του ολοκληρωτή θα γίνουν:

$$u_2 = -Au_0 \quad \text{ή} \quad u_0 = -\frac{u_2}{A}, \quad u_1 - u_0 = i_1 R \quad \text{ή} \quad i_1 = \frac{u_1 - u_0}{R}$$

$$u_0 - u_2 = \frac{1}{C} \int i_2 dt \quad \text{ή} \quad C \frac{du_0}{dt} - C \frac{du_2}{dt} = i_2$$

Οπότε:

$$C \frac{du_0}{dt} - C \frac{du_2}{dt} = \frac{u_1}{R} - \frac{u_0}{R}$$

$$-RC \frac{du_0}{dt} - u_0 + RC \frac{du_2}{dt} = -u_1$$

$$\left(1 + \frac{1}{A}\right) RC \frac{du_2}{dt} + \frac{1}{A} u_2 = -u_1$$

$$G(s) = \frac{U_2(s)}{U_1(s)} = \frac{-1}{RCs + \frac{1}{A}(1+RCS)}$$

Θεωρώντας με μεγάλη προσέγγιση:

$$1 + \frac{1}{A} \cong 1$$

Η διαφορική εξίσωση γίνεται:

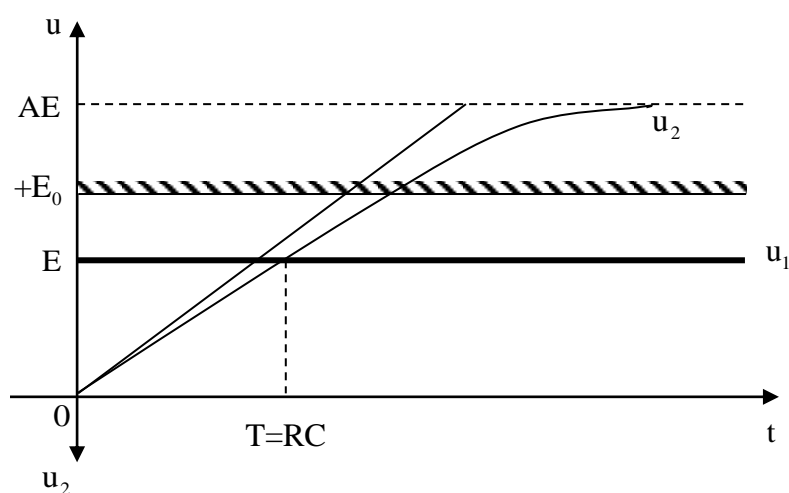
$$\frac{du_2}{dt} + \frac{1}{RC} u_2 \cong -\frac{1}{RC} u_1 \quad (3.3.6.1)$$

ή

$$G(s) = \frac{-1}{\frac{1}{A} + RCs} \quad (3.3.6.2)$$

Και για $u_1=E$ η λύση είναι:

$$u_2(t) = -AE(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$



Σχήμα(3.3-9): Καμπύλη πραγματικής ολοκλήρωσης

Η κλίση στο σημείο $t=0$ είναι $\left. \frac{du_2}{dt} \right|_{t=0} = \frac{E}{RC}$. Έτσι μέσα στα όρια του κόρου $\pm E$, η χρονική απόκριση προσεγγίζει σημαντικά την ευθεία ενός ολοκληρωτή με σταθερά χρόνου $T=RC$.

3.4 Ανάλογα συστήματα

Η έννοια της αναλογίας είναι άμεσα συνυφασμένη με την έννοια της εξομοίωσης. Η αναλογία που διαπιστώσαμε ανάμεσα στα μεγέθη, του νόμους και τα υλικά στοιχεία των φυσικών φαινομένων, εμφανίζεται και στα ίδια τα φυσικά συστήματα. Συστήματα διαφορετικά ανάμεσα τους, συστήματα μάλιστα διαφορετικών φαινομένων, είναι δυνατόν να έχουν αναλογίες στη συμπεριφορά τους που εκφράζονται με ομοιότητες στη μαθηματική τους παράσταση και τη χρονική τους απόκριση.

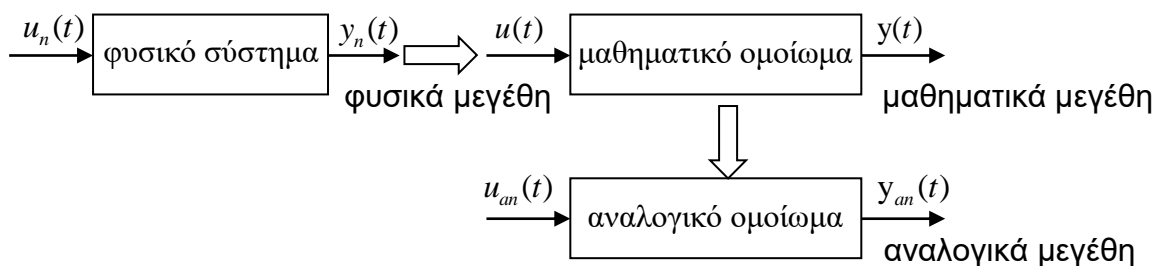
3.4.1 Το αναλογικό ομοίωμα

Διαθέτοντας το ηλεκτρικό ανάλογο ενός μηχανικού ή ενός οποιουδήποτε σύνθετου φυσικού συστήματος, είμαστε σε θέση να μελετήσουμε τις ιδιότητες του συστήματος αυτού όχι επάνω στο ίδιο ο σύστημα αλλά επάνω στο ομοίωμα.

Στο ηλεκτρικό ομοίωμα, που διαθέτει ποιοτικά μια συμπεριφορά ίδια με αυτή του φυσικού συστήματος, μπορούμε να μεταβάλλουμε εύκολα τις παραμέτρους του, να διεγείρουμε το σύστημα με διαφορετικές εισόδους και να μετρήσουμε τη χρονική του απόκριση, βγάζοντας συμπεράσματα για το ίδιο το φυσικό σύστημα. Μια τετοιιά διαδικασία ονομάζεται προσομοίωση (simulation).

Η προσομοίωση φυσικών συστημάτων στον αναλογικό υπολογιστή ονομάζεται αναλογική προσομοίωση (analog simulation) και το αντίστοιχο ομοίωμα αναλογικό αναλογικό ομοίωμα φυσικού συστήματος.

Ορισμός: Αναλογικό ομοίωμα ή αναλογικό διάγραμμα (analog diagram) ενός φυσικού συστήματος ονομάζουμε το αναλογικό εκείνο σύστημα ή πρόγραμμα που διαθέτει το ίδιο μαθηματικό ομοίωμα με αυτό του φυσικού συστήματος, που αποτελεί δηλαδή ανασύσταση του μαθηματικού αυτού ομοιώματος με κατάλληλα αναλογικά στοιχεία.



Σχήμα (3.4.-1): Αναλογική προσομοίωση

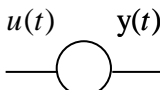
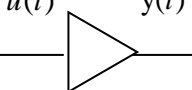
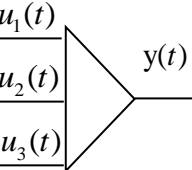
Έχοντας βρεί το μαθηματικό ομοίωμα του φυσικού συστήματος που εξετάζουμε, μπορούμε να συνθέσουμε το αναλογικό του ομοίωμα, εφόσον διαθέτουμε αναλογικά στοιχεία ικανά να εξομοιώσουν τις στοιχειώδεις μαθηματικές πράξεις που περιέχει το μαθηματικό ομοίωμα

Τέτοια αναλογικά στοιχεία είναι που εξομοιώνουν τις πράξεις:

- του πολλαπλασιασμού επί έναν αριθμό
- της αναστροφής προσήμου
- της άθροισης
- της ολοκλήρωσης και της διαφορίσης

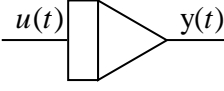
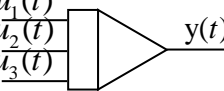
είναι δυνατόν να κατασκευαστούν με ηλεκτρικά στοιχεία, όπως αντιστάσεις και χωρητικότητες και στοιχεία ηλεκτρονικά, όπως οι τελεστικοί ενισχυτές.

Τα σύμβολα και οι μαθηματικές σχέσεις των αναλογικών αυτών στοιχείων περιέχονται στους παρακάτω πίνακες. Στον πρώτο πίνακα περιέχονται παθητικά στοιχεία, όπως το ποτενσιόμετρο (potentiometer), ο αντιστροφέας (inverter) και ο αθροιστής (summer)

Όνομασία	σύμβολο	σχέση	λειτουργία
ποτενσιόμετρο		$y(t) = au(t)$	πολλαπλασιασμός επί έναν αριθμό
αναστροφέας		$y(t) = -u(t)$	αναστροφή προσήμου
αθροιστής		$y(t) = -\sum_{i=1}^n u_i(t)$	Άθροιση με αναστροφή προσήμου

Πίνακας 3.4-1: αναλογικά παθητικά στοιχεία

Στον δεύτερο πίνακα περιέχονται δυναμικά στοιχεία ολοκλήρωσης με ή χωρίς αρχικές συνθήκες . τέτοια στοιχεία ονομάζονται ολοκληρωτές (integrators).

ονομασία	σύμβολο	σχέση	Λειτουργία
ολοκληρωτής		$y(t) = -\int u(t)dt$	Αόριστη ολοκλήρωση με αναστροφή προσήμου
ολοκληρωτής αθροιστής		$y(t) = -\int \sum_{i=1}^n u_i(t)dt$	Αόριστη ολοκλήρωση και άθροιση με αναστροφή προσήμου

Πίνακας 3.4-2: δυναμικά στοιχεία ολοκλήρωσης

3.4.2 Τα μη δυναμικά αναλογικά στοιχεία

Οι γραμμικές μαθηματικές σχέσεις, όπως ο πολλαπλασιασμός ενός μεγέθους επί έναν σταθερό αριθμό, η αλλαγή προσήμου μεγεθών και η άθροιση μεγεθών, μπορούν να εξομοιωθούν αντίστοιχα από τα βασικά μη δυναμικά γραμμικά αναλογικά στοιχεία, που είναι:

- το ποτενσιόμετρο,
- ο αναστροφέας,
- ο αθροιστής.

Στα αναλογικά στοιχεία, αντίστροφα, αντιστοιχούν μαθηματικές σχέσεις, μαθηματικά σύμβολα ή διαγράμματα.

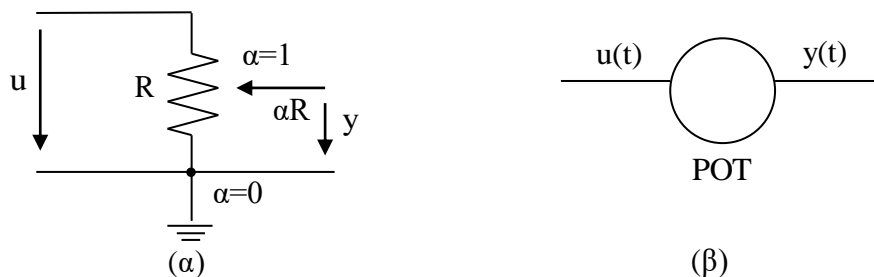
3.4.3 Το ποτενσιόμετρο

Το ποτενσιόμετρο (potentiometer, POT), σαν σύμβολο, εξομοιώνει τη μαθηματική σχέση του πολλαπλασιασμού ενός μεγέθους $u(t)$ με έναν σταθερό συντελεστή α .

Ο συντελεστής αυτός σε ένα κύκλωμα ποτενσιομέτρου είναι υποχρεωτικά θετικός και μικρότερος της μονάδας.

Σχέσεις:

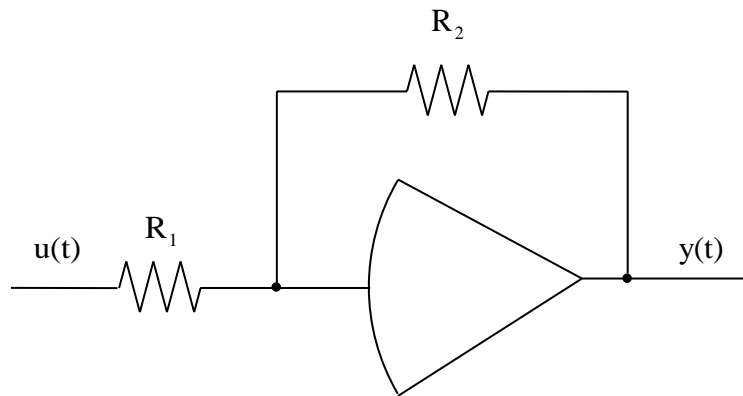
$$y(t) = \alpha \cdot u(t), \quad 0 \leq \alpha \leq 1 \quad (3.4.3.1)$$



Σχήμα (3.4.3-1): Το αναλογικό στοιχείο: Ποτενσιόμετρο

3.4.4 Ο αναστροφέας

Ο αναστροφέας (inverter, INV), σαν σύμβολο, εξομοιώνει τη μαθηματική σχέση της αλλαγής προσήμου ενός μεγέθους ή και του πολλαπλασιασμού του επί έναν σταθερό συντελεστή 10.



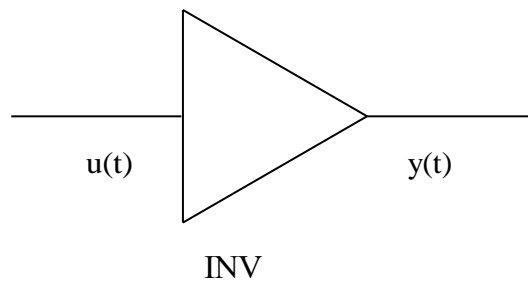
(α) κύκλωμα

Για $R_1 = R_2$:

$$y(t) = -u(t) \quad (3.4.4.1)$$

Για $R_2 = 10R_1$:

$$y(t) = -10u(t) \quad (3.4.4.2)$$



Σχήμα (3.4.4-1): Το αναλογικό στοιχείο: Αναστροφέας

3.4.5 Ο αθροιστής

Ο αθροιστής (summer, SUM), σαν σύμβολο, εξομοιώνει τη μαθηματική σχέση της άθροισης μεγεθών.

Σαν κύκλωμα τελεστικού ενισχυτή, όμως, υποχρεωτικά αλλάζει και το πρόσημο.

Για :

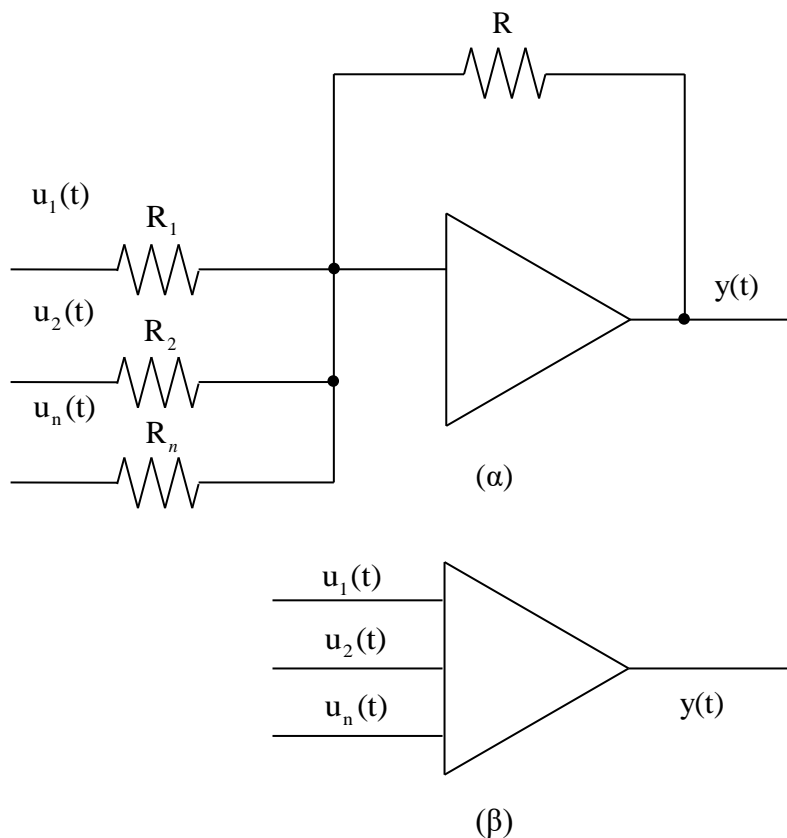
$$R_1 = R_2 \dots R_n = R$$

$$y(t) = - [u_1(t) + u_2(t) + \dots + u_n(t)] \quad (3.4.5.1)$$

Για:

$$R_1 = R_2 \dots 10R_n = R$$

$$y(t) = - [u_1(t) + u_2(t) + \dots + 10u_n(t)] \quad (3.4.5.2)$$



Σχήμα(3.4.5-1): Το αναλογικό στοιχείο: Αθροιστής, (α) ηλεκτρικό κύκλωμα, (β) αναλογικό σύμβολο

3.4.6 Τα δυναμικά αναλογικά στοιχεία

Για την εξομοίωση της δυναμικής συμπεριφοράς φυσικών συστημάτων, της συμπεριφοράς δηλαδή εκείνης που εξαρτάται από τον χρόνο και που εκφράζεται μαθηματικά με μια διαφορική εξίσωση, χρησιμοποιούμε τα δυναμικά αναλογικά στοιχεία που είναι:

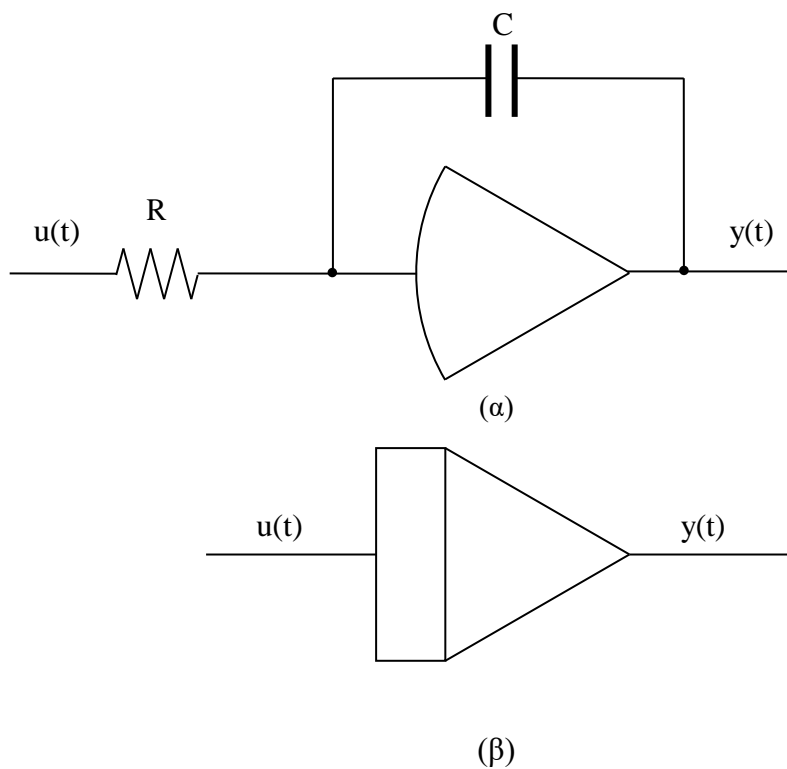
- ο ολοκληρωτής και
- ο ολοκληρωτής – αθροιστής.
- Στην ενότητα αυτή μπορούμε να εντάξουμε και τον διαφοριστή.

3.4.7 Ο ολοκληρωτής

Ο ολοκληρωτής (integrator, INT), σαν σύμβολο, εξομοιώνει τη μαθηματική σχέση της ολοκλήρωσης ενός μεγέθους ως προς το χρόνο t .

Σχέσεις:

$$y(t) = -\frac{1}{T} \int u(t) dt, \quad -T \frac{dy}{dt} = u(t), \quad \text{σταθερά χρόνου } T = RC \quad (3.4.7.1)$$



Σχήμα(3.4.7-1): Ο Ολοκληρωτής, (α) ηλεκτρικό κύκλωμα, (β) αναλογικό σύμβολο

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3^ο

Πειραματικός Έλεγχος βαθμίδων Αναλογικού Υπολογιστή

4 Κεφάλαιο 3^ο : Πειραματικός Έλεγχος βαθμίδων Αναλογικού Υπολογιστή

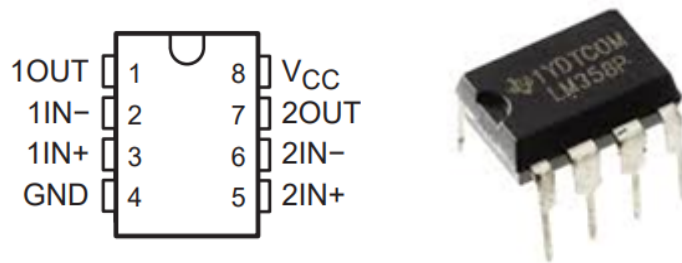
Στο 3^ο κεφάλαιο το οποίο είναι και το σημαντικότερο κεφάλαιο της πτυχιακής εργασίας γίνεται πειραματικός έλεγχος των πραγματικών κυκλωμάτων που θα απαρτίσουν τις βαθμίδες του αναλογικού υπολογιστή. Πραγματοποιούνται πραγματικές μετρήσεις και συγκρίνονται με τους αντίστοιχους θεωρητικούς υπολογισμούς.

4.1 LM358P DUAL

Ο LM358 περιέχει δύο ανεξάρτητους, υψηλού κέρδους τελεστικούς ενισχυτές. Κάθε ενισχυτής έχει offset τάση εισόδου (input offset voltage) 3mV, αντιστάθμισμα ολίσθησης θερμοκρασίας στην είσοδο (input offset drift-temperature) 7 $\mu\text{V}/^\circ\text{C}$, ενώ το ρεύμα τροφοδοσίας (supply current) και για τους δύο ενισχυτές είναι 0.7mA. Το κέρδος τάσης ανοιχτού βρόχου είναι 100V/mV και λειτουργεί σε θερμοκρασίες από 0°C έως τους +70°C. Η τροφοδοσία του ενισχυτή μπορεί να είναι μονή ή διπλή, από 3 V έως 32V ή ± 1.5 έως $\pm 16\text{V}$, αντίστοιχα. Στην εργασία χρησιμοποιήθηκε ο LM358P των 8 pins και package PDIP. Στον Πίνακα 4.1-1. παρουσιάζονται τα χαρακτηριστικά του, ενώ το διάγραμμα των pins και ο ενισχυτής εικονίζονται στην Εικόνα 4.1-1

Ενισχυτής	LM358
Τύπος	Διπλός-Τελεστικός
Ακροδέκτες	8
Package	PDIP
Τάση λειτουργίας	Single:3V έως 32V, Dual: ± 1.5 - $\pm 32\text{V}$
Κέρδος	15V/mV έως 100 V/mV
Input offset voltage	3mV
Input offset drift-temperature	7 $\mu\text{V}/^\circ\text{C}$
Input current	0.7mA (2 ενισχυτές)
Θερμοκρασία	0°C έως τους +70°C

Πίνακας 4.1-1: Βασικά χαρακτηριστικά lm358p



Εικόνα 4.1-1: Ενισχυτής LM358

4.2 Απαραίτητα όργανα και υλικά

Για την λήψη των απαραίτητων μετρήσεων θα χρησιμοποιηθούν τα παρακάτω όργανα μέτρησης:

- Ψηφιακό πολύμετρο
- Ψηφιακός παλμογράφος

Για την υλοποίηση των ηλεκτρικών κυκλωμάτων, θα χρησιμοποιηθούν:

- Δοκιμαστική πλακέτα (breadboard)
- Καλώδια σύνδεσης

Για την τροφοδοσία των ηλεκτρικών κυκλωμάτων, θα χρησιμοποιηθούν:

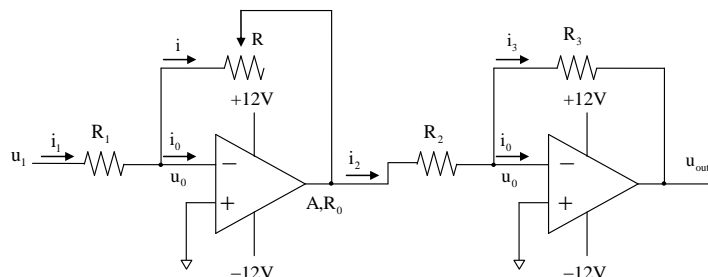
- Εργαστηριακό τροφοδοτικό (με δυνατότητα συμμετρικής τροφοδοσίας +12V DC, -12V DC, ρύθμιση τάσης εξόδου 1-12V DC)
- Γεννήτρια συναρτήσεων

4.3 Διαδικασία πειράματος – Ποτενσιόμετρο

Το ποτενσιόμετρο (potentiometer, POT), σαν σύμβολο, εξομοιώνει τη μαθηματική σχέση του πολλαπλασιασμού ενός μεγέθους $u(t)$ με έναν σταθερό συντελεστή α .

Ο συντελεστής αυτός σε ένα κύκλωμα ποτενσιόμετρου είναι υποχρεωτικά θετικός και μικρότερος της μονάδας.

Το ποτενσιόμετρο, σαν κύκλωμα διατηρεί σταθερό τον συντελεστή α μόνο όταν δεν συνδέεται εν σειρά με άλλο φορτίο, όταν δηλαδή λειτουργεί εν κενό ή όταν συνδέεται με κύκλωμα τελεστικού ενισχυτή, που έχει θεωρητικά άπειρη αντίσταση εισόδου.



Σχήμα(4.3-1): Κύκλωμα ολοκλήρωσης.

4.3.1 Θεωρητική προσέγγιση

Η σχέση μεταφοράς του ποτενσιόμετρου είναι:

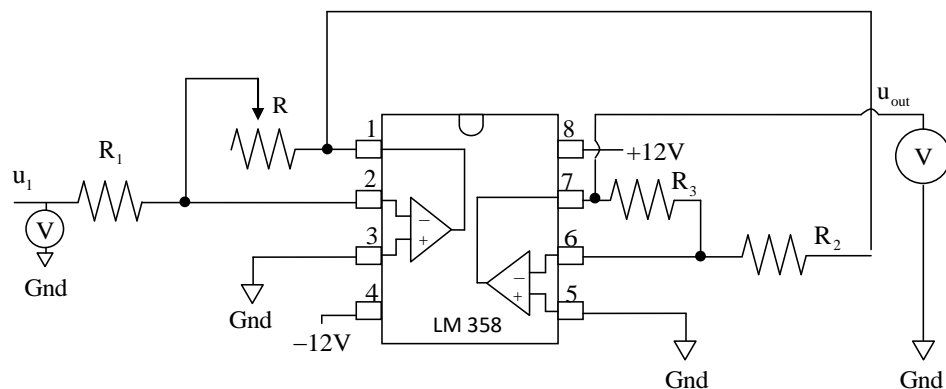
$$u_{out} = \alpha u_1, \quad 0 \leq \alpha \leq 1 \quad (4.3.1.1)$$

Για $u_1 = \pm 2$ volts, $R_1 = 0.992 \text{ M}\Omega$, $R_2 = 1.005 \text{ M}\Omega$, $R_3 = 1.007 \text{ M}\Omega$ έχουμε:

$$\begin{aligned} \alpha = 1 &\Rightarrow u_{out} = 1 \times 2 = 2 \text{ volts} \\ \alpha = 0.9 &\Rightarrow u_{out} = 0.9 \times 2 = 1.8 \text{ volts} \\ \alpha = 0.8 &\Rightarrow u_{out} = 0.8 \times 2 = 1.6 \text{ volts} \\ \alpha = 0.7 &\Rightarrow u_{out} = 0.7 \times 2 = 1.4 \text{ volts} \\ \alpha = 0.6 &\Rightarrow u_{out} = 0.6 \times 2 = 1.2 \text{ volts} \\ \alpha = 0.5 &\Rightarrow u_{out} = 0.5 \times 2 = 1 \text{ volts} \\ \alpha = 0.4 &\Rightarrow u_{out} = 0.4 \times 2 = 0.8 \text{ volts} \\ \alpha = 0.3 &\Rightarrow u_{out} = 0.3 \times 2 = 0.6 \text{ volts} \\ \alpha = 0.2 &\Rightarrow u_{out} = 0.2 \times 2 = 0.4 \text{ volts} \\ \alpha = 0.1 &\Rightarrow u_{out} = 0.1 \times 2 = 0.2 \text{ volts} \end{aligned}$$

4.3.2 Πειραματική προσέγγιση

Συνδεσμολογία πειραματικού μέρους:



Σχήμα(4.3.2-1): Συνδεσμολογία πειραματικού μέρους, κύκλωμα ποτενσιόμετρου.

Για $u_1 = \pm 2$ volts, $R_1 = 0.992 \text{ M}\Omega$, $R_2 = 1.005 \text{ M}\Omega$, $R_3 = 1.007 \text{ M}\Omega$ οι ενδείξεις του βολτομέτρου για την τάση εξόδου του ποτενσιόμετρου είναι:

$$\begin{aligned} \alpha = 1 &\Rightarrow u_{out} = 1 \times 2 = 2.01 \text{ volts} \\ \alpha = 0.9 &\Rightarrow u_{out} = 0.9 \times 2 = 1.81 \text{ volts} \\ \alpha = 0.8 &\Rightarrow u_{out} = 0.8 \times 2 = 1.6 \text{ volts} \\ \alpha = 0.7 &\Rightarrow u_{out} = 0.7 \times 2 = 1.4 \text{ volts} \end{aligned}$$

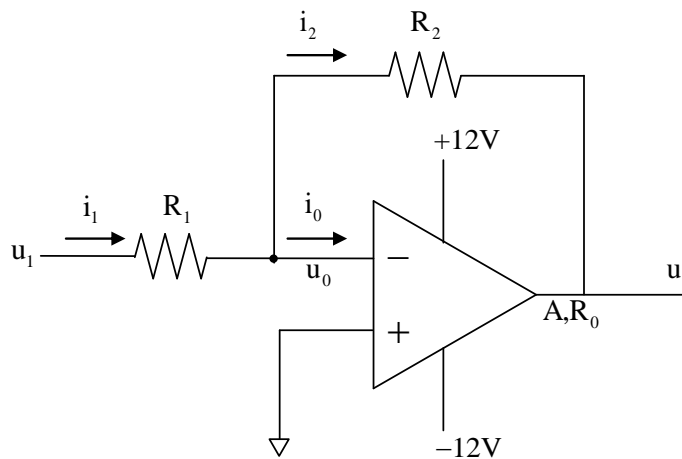
$$\begin{aligned} \alpha=0.6 &\Rightarrow u_{out}=0.6 \times 2=1.2 \text{ volts} \\ \alpha=0.5 &\Rightarrow u_{out}=0.5 \times 2=0.996 \text{ volts} \\ \alpha=0.4 &\Rightarrow u_{out}=0.4 \times 2=0.791 \text{ volts} \\ \alpha=0.3 &\Rightarrow u_{out}=0.3 \times 2=0.586 \text{ volts} \\ \alpha=0.2 &\Rightarrow u_{out}=0.2 \times 2=0.383 \text{ volts} \\ \alpha=0.1 &\Rightarrow u_{out}=0.1 \times 2=0.192 \text{ volts} \end{aligned}$$

4.3.3 Κύκλωμα ποτενσιόμετρον Συμπεράσματα – Παρατηρήσεις

Παρατηρώντας τις πειραματικές τιμές, και συγκρίνοντας τες με τις αντίστοιχες θεωρητικές παρατηρούμε ότι οι τιμές των θεωρητικών υπολογισμών συμπίπτουν με τις τιμές των πειραματικών μετρήσεων, με αποκλίσεις της τάξης των μίλι βολτ, όπου αυτές οι αποκλίσεις θεωρούνται αμελητέες.

4.4 Διαδικασία Πειράματος - Αναστροφέας

Ο αναστροφέας (inverter, INV), εξομοιώνει τη μαθηματική σχέση της αλλαγής προσήμου ενός μεγέθους ή και του πολλαπλασιασμού του επί έναν σταθερό συντελεστή.



Σχήμα(4.4-1): Κύκλωμα αναστροφής.

Η σχέση μεταφοράς του πραγματικού αναστροφέα:

$$\frac{u_2}{u_1} = \frac{-\frac{R_2}{R_1}}{1 + \frac{1}{A} \left(1 + \frac{R_2}{R_1} + \frac{R_2}{R_0} \right)} \quad (4.4.1)$$

Αν $A \rightarrow \infty$, $R_0 \rightarrow \infty$ τότε ο πραγματικός αναστροφέας προσεγγίζει τον ιδανικό, τότε:

$$\frac{u_2}{u_1} = -\frac{R_2}{R_1} \quad (4.4.2)$$

4.4.1 Θεωρητική Προσέγγιση

Οι πραγματικές τιμές των αντιστάσεων, μετρήθηκαν και είναι $R_1=1.014 \text{ M}\Omega$, $R_2=1.019\text{M}\Omega$.

Για $u_1=2 \text{ volt}$, $R_1=1.014 \text{ M}\Omega$, $R_2=1.019\text{M}\Omega$, έχουμε:

$$u_2 = -u_1 \frac{R_2}{R_1} \Rightarrow u_2 = -2 \frac{1.019}{1.014} \Rightarrow u_2 = -2.006 \text{ volts}$$

Για $u_1=1 \text{ volt}$, $R_1=0.0988\text{M}\Omega$, $R_2=1.019\text{M}\Omega$, έχουμε:

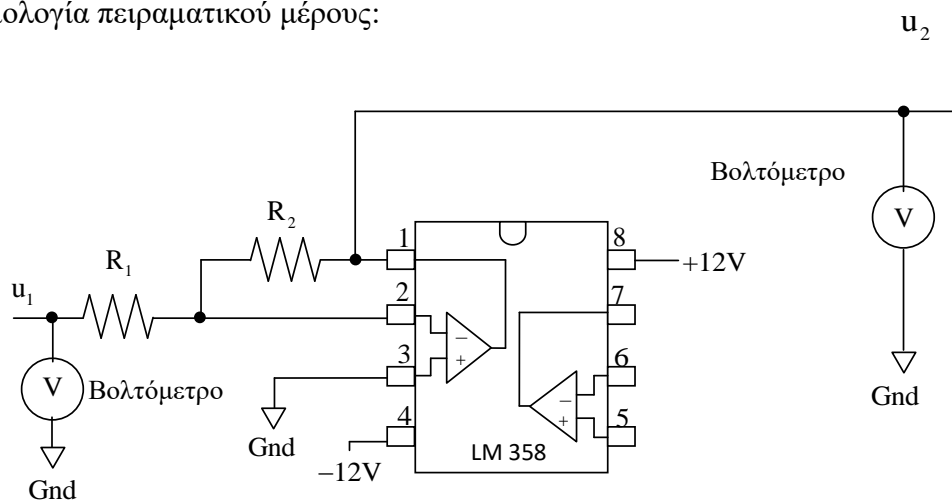
$$u_2 = -u_1 \frac{R_2}{R_1} \Rightarrow u_2 = -1 \frac{1.019}{0.0988} \Rightarrow u_2 = -10.31 \text{ volts}$$

Για $u_1=2 \text{ volt}$, $R_1=0.0988 \text{ M}\Omega$, $R_2=1.019\text{M}\Omega$.

$$u_2 = -u_1 \frac{R_2}{R_1} \Rightarrow u_2 = -2 \frac{1.019}{0.0988} \Rightarrow u_2 = -20,62 \text{ volts}$$

4.4.2 Πειραματική Προσέγγιση

Συνδεσμολογία πειραματικού μέρους:



Σχήμα(4.3-4): Συνδεσμολογία πειραματικού μέρους, κύκλωμα αναστρέφων ενισχυτή

Για $u_1=2$ volts, $R_1=1.014$ ΜΩ, $R_2=1.019$ ΜΩ.

Η ένδειξη του βολτομέτρου για την

$$u_2: u_2= -2.01 \text{ volts}$$

Για $u_1=1$ volts, $R_1=0.0988$ ΜΩ, $R_2=1.019$ ΜΩ.

Η ένδειξη του βολτομέτρου για την u_2 :

$$u_2= -10.3 \text{ volts}$$

Για $u_1=2$ volts, $R_1=0.0988$ ΜΩ, $R_2=1.019$ ΜΩ.

Η ένδειξη του βολτομέτρου για την u_2 : $u_2=-11.9$ volts

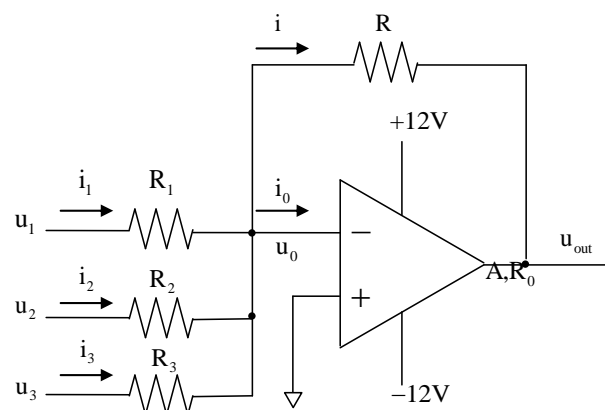
4.4.3 Κύκλωμα αναστροφής Συμπεράσματα – Παρατηρήσεις

Παρατηρώντας τις πειραματικές τιμές, και συγκρίνοντας τες με τις αντίστοιχες θεωρητικές παρατηρούμε ότι δεν έχουμε αποκλίσεις παρά μόνο της τάξης των μίλι βολτ, επίσης στην περίπτωση της ενίσχυσης επί δέκα φορές της τάσης εισόδου, σύμφωνα με τους θεωρητικούς υπολογισμούς η u_2 ήταν ίση με 20 volts, παρόλα αυτά στο πείραμα είχαμε μια σημαντική απόκλιση, η οποία οφείλεται στην τάση κόρου του τελεστικού ενισχυτή ± 12 volts.

4.5 Διαδικασία Πειράματος – Αθροιστής

Ένα κύκλωμα αναστροφέα με περισσότερες από μία εισόδους γίνεται κύκλωμα τελεστικού ενισχυτή άθροισης (summing amplifier circuit) ή αθροιστής (summer).

Το κύκλωμα αυτό πραγματοποιεί, τη μαθηματική πράξη της άθροισης των συναρτήσεων της εισόδου. Σαν κύκλωμα τελεστικού ενισχυτή, όμως, υποχρεωτικά αλλάζει και το πρόσημο.



Σχήμα(4.5-1): Κύκλωμα άθροισης.

Η σχέση μεταφοράς του κυκλώματος άθροισης είναι:

$$u = - \left(\frac{R}{R_1} u_1 + \frac{R}{R_2} u_2 + \dots + \frac{R}{R_n} u_n \right) \quad (4.5.1)$$

Για $A \rightarrow \infty$ οδηγούμαστε στην προηγούμενη σχέση του ιδανικού αθροιστή.

$$u = - \left(\frac{R}{R_1} u_1 + \frac{R}{R_2} u_2 + \dots + \frac{R}{R_n} u_n \right) \quad (4.5.2)$$

4.5.1 Θεωρητική προσέγγιση

Οι πραγματικές τιμές των αντιστάσεων, μετρήθηκαν και είναι $R_1=1.014 \text{ M}\Omega$, $R_2=1.040 \text{ M}\Omega$, $R_3=1.005 \text{ M}\Omega$, $R=1.019 \text{ M}\Omega$

Για $u_1=2 \text{ volts}$, $u_2=2 \text{ volts}$, $u_3=2 \text{ volts}$, $R_1=1.014 \text{ M}\Omega$, $R_2=1.040 \text{ M}\Omega$, $R_3=1.005 \text{ M}\Omega$, $R=1.019 \text{ M}\Omega$ έχουμε:

$$u_{\text{out}} = - \left(\frac{R}{R_1} u_1 + \frac{R}{R_2} u_2 + \frac{R}{R_3} u_3 \right) = - \left(\frac{1.019}{1.014} 2 + \frac{1.019}{1.040} 2 + \frac{1.019}{1.005} 2 \right) \Rightarrow u_{\text{out}} = -5.997338 \text{ volts}$$

Για $u_1=3.42 \text{ volts}$, $u_2=3.42 \text{ volts}$, $u_3=2 \text{ volt}$, $R_1=1.014 \text{ M}\Omega$, $R_2=1.040 \text{ M}\Omega$, $R_3=1.005 \text{ M}\Omega$, $R=1.019 \text{ M}\Omega$ έχουμε:

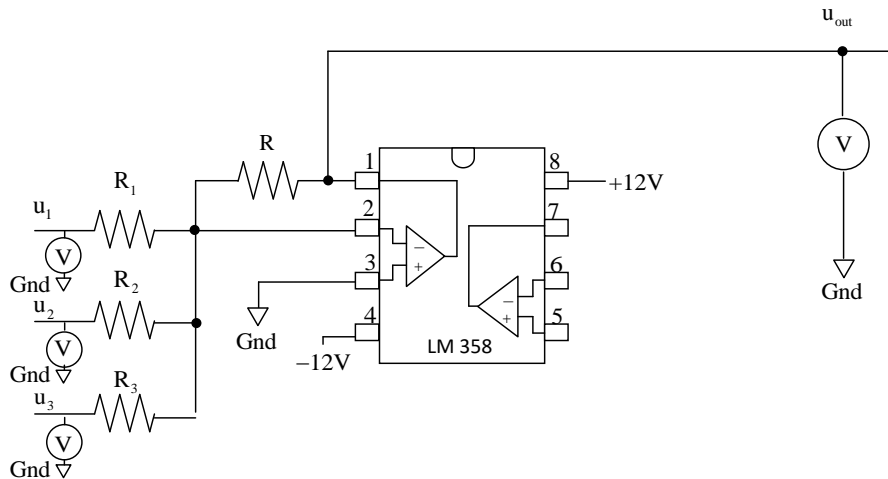
$$u_{\text{out}} = - \left(\frac{R}{R_1} u_1 + \frac{R}{R_2} u_2 + \frac{R}{R_3} u_3 \right) = - \left(\frac{1.019}{1.014} 3.42 + \frac{1.019}{1.040} 3.42 + \frac{1.019}{1.005} 2 \right) \Rightarrow u_{\text{out}} = -8.81 \text{ volts}$$

Για $u_1 = \pm 1 \text{ volt}$, $u_2 = \pm 1 \text{ volt}$, $R_1=1.014 \text{ M}\Omega$, $R_2=0.0992 \text{ M}\Omega$, $R=1.019 \text{ M}\Omega$ έχουμε:

$$u_{\text{out}} = - \left(\frac{R}{R_1} u_1 + \frac{R}{R_2} u_2 \right) = - \left(\frac{1.019}{1.014} 1 + \frac{1.019}{0.0992} 1 \right) \Rightarrow u_{\text{out}} = \pm 11.27 \text{ volts}$$

4.5.2 Πειραματική προσέγγιση

Συνδεσμολογία πειραματικού μέρους:



Σχήμα(4.3-6): Συνδεσμολογία πειραματικού μέρους, κύκλωμα άθροισης.

Για $u_1=2$ volts, $u_2=2$ volts, $u_3=2$ volts, $R_1=1.014$ MΩ, $R_2=1.040$ MΩ, $R_3=1.005$ MΩ
 $R=1.019$ MΩ.

Η ένδειξη του βολτομέτρου για την u_{out} :

$$u_{out}=-5.99 \text{ volts}$$

Για $u_1=3.42$ volts, $u_2=3.42$ volts, $u_3=2$ volt, $R_1=1.014$ MΩ, $R_2=1.040$ MΩ, $R_3=1.005$ MΩ
 $R=1.019$ MΩ

Η ένδειξη του βολτομέτρου για την u_{out} :

$$u_{out}=-8.80 \text{ volts}$$

Για $u_1=\pm 1$ volt, $u_2=\pm 1$ volt, $R_1=1.014$ MΩ, $R_2=0.0992$ MΩ, $R_3=1.019$ MΩ

Η ένδειξη του βολτομέτρου για την u_{out} :

$$u_{out}=\pm 11.9 \text{ volts}$$

4.5.3 Κύκλωμα άθροισης Συμπεράσματα – Παρατηρήσεις

Παρατηρώντας τις πειραματικές τιμές, και συγκρίνοντας τες με τις αντίστοιχες θεωρητικές παρατηρούμε ότι δεν έχουμε αποκλίσεις παρά μόνο της τάξης των μίλι βολτ, το πειραματικό κύκλωμα άθροισε με αρκετά έως πλήρη ακρίβεια τα σήματα εισόδου.

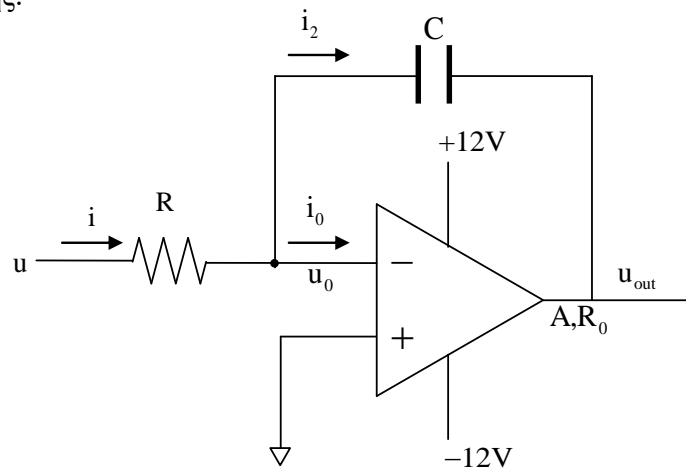
Παρατηρήσαμε επίσης ότι οι αθροιστής μπορεί να λειτουργήσει συγχρόνως και ως ενισχυτής του σήματος εισόδου.

4.6 Διαδικασία πειράματος – Ολοκληρωτής

Ο ολοκληρωτής (integrator, INT), σαν σύμβολο, εξομοιώνει τη μαθηματική σχέση της ολοκλήρωσης ενός μεγέθους ως προς το χρόνο t .

Ο ολοκληρωτής, σαν κύκλωμα τελεστικού ενισχυτή, αλλάζει υποχρεωτικά το πρόσημο της εισόδου.

Η σταθερά χρόνου (time constant) $T=RC$ σε ένα κύκλωμα ολοκλήρωσης επιλέγεται με διακόπτη ή ρυθμίζεται από τον κεντρικό έλεγχο και χαρακτηρίζει, όπως είδαμε, την ταχύτητα της ολοκλήρωσης.



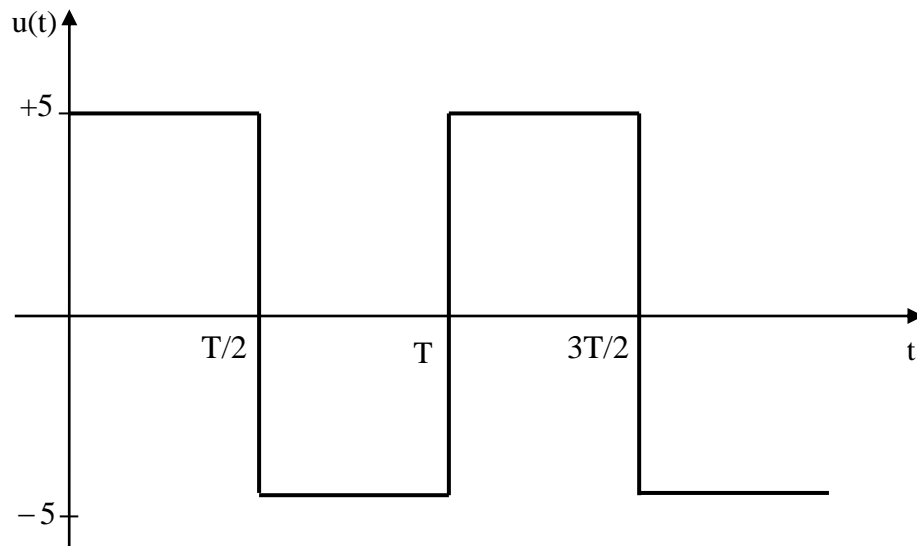
Σχήμα(4.6-1): Κύκλωμα ολοκλήρωσης.

Η σχέση μεταφοράς του ολοκληρωτή είναι:

$$u_{out}(t) = -\frac{1}{T_n} \int_0^t u(t) dt \quad (4.6.1)$$

4.6.1 Θεωρητική προσέγγιση

Για $u_1 = \pm 10 V_{PP}$, $F=50 \text{ Hz}$, $T=20\text{ms}$ $R_1=1\text{M}\Omega$, $C=1\text{nF}$, σταθερά χρόνου ολοκλήρωσης $T_n=RC=100\text{ms}$ έχουμε:



Σχήμα(4.6.1-1): Περιοδικό σήμα εισόδου.

χρονικό διάστημα $0^+ \leq t \leq 10^-$

θεωρούμε ό,τι δεν υπάρχουν αρχικές συνθήκες, επομένως:

$u(0^-) = 0$, με αντικατάσταση στην σχέση (4.1.6) έχουμε:

$$u_{\text{out}(t)} = -\frac{1}{100 \times 10^{-3}} \int_{0^+}^t 5 dt + 0 = -50 [t]_{0^+}^t \Rightarrow u_{\text{out}(t)} = -50t$$

χρονικό διάστημα $10^+ \leq t \leq 20^-$

$u(10^-) = -0.5$ άρα έχουμε:

$$u_{\text{out}(t)} = -\frac{1}{100 \times 10^{-3}} \int_{10^+}^t (-5) dt - 0.5 = 50 [t]_{10^+}^t - 0.5 = 50t - 50 \times 10 \times 10^{-3} - 0.5 \Rightarrow$$

$$u_{\text{out}(t)} = 50t - 1$$

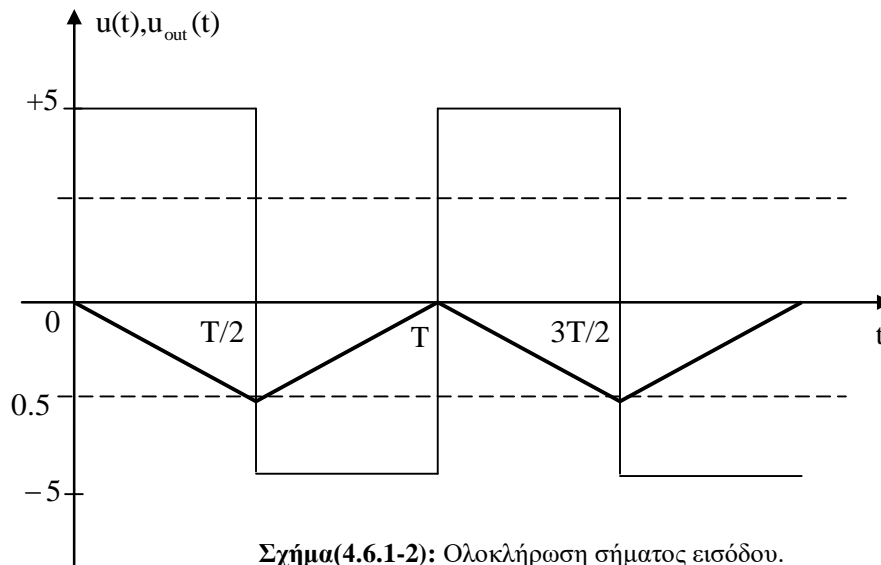
χρονικό διάστημα $20^+ \leq t \leq 30^-$

$u(20^-) = 0$ άρα έχουμε:

$$u_{\text{out}(t)} = -\frac{1}{100 \times 10^{-3}} \int_{20^+}^t 5 dt + 0 = -50 [t]_{20^+}^t \Rightarrow u_{\text{out}(t)} = -50(t - 20 \times 10^{-3}) \Rightarrow$$

$$u_{out(t)} = -50t + 1$$

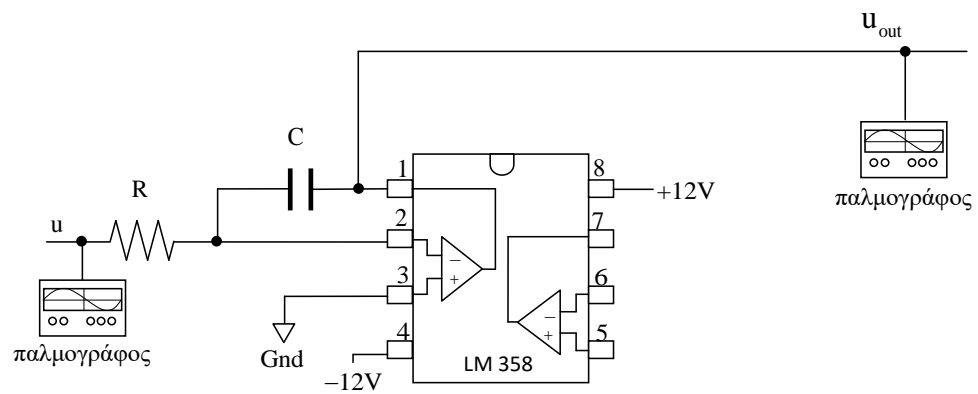
Επομένως, η έξοδος του ολοκληρωτή θα πρέπει να είναι η παρακάτω:



Σχήμα(4.6.1-2): Ολοκλήρωση σήματος εισόδου.

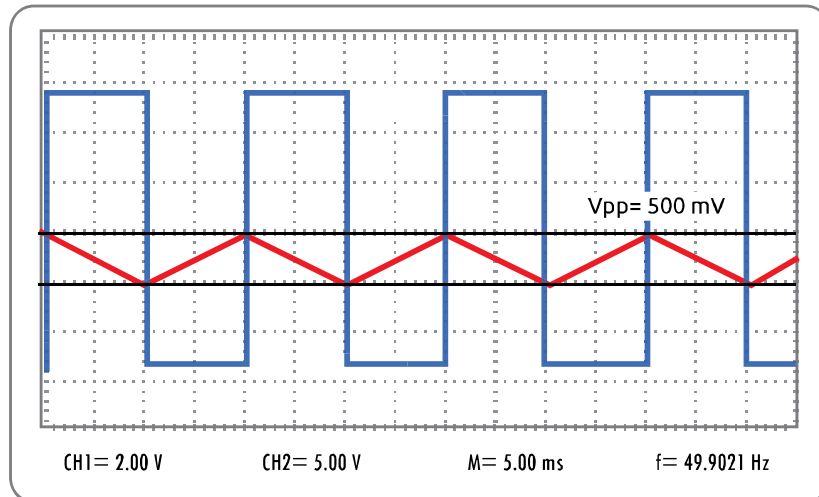
4.6.2 Πειραματική προσέγγιση

Συνδεσμολογία πειραματικού μέρους:



Σχήμα(4.6.2-1): Συνδεσμολογία πειραματικού μέρους, κύκλωμα ολοκληρωτή.

Για $u_1 = \pm 10 V_{PP}$, $F = 50 \text{ Hz}$, $T = 20 \text{ ms}$, $R_1 = 1 \text{ M}\Omega$, $C = 1 \text{ nF}$, σταθερά χρόνου ολοκλήρωσης $T_n = RC = 100 \text{ ms}$ έχουμε:



Εικόνα (4.6.2-2): Κυματομορφή της εξόδου του ολοκληρωτή.

4.6.3 Κύκλωμα ολοκλήρωσης Συμπεράσματα – Παρατηρήσεις

Με βάση τα δεδομένα των θεωρητικών υπολογισμών και υλοποιώντας το κύκλωμα του πραγματικού ολοκληρωτή, παρατηρούμε ότι η κυματομορφή της εξόδου του ολοκληρωτή για τις δεδομένες τιμές, ανταποκρίνεται πλήρως ολοκληρώνει δηλαδή το σήμα εισόδου.

4.7 Διαδικασία πειράματος – Σύστημα 1^{ης} τάξης

Ένα φυσικό σύστημα 1^{ης} τάξης:



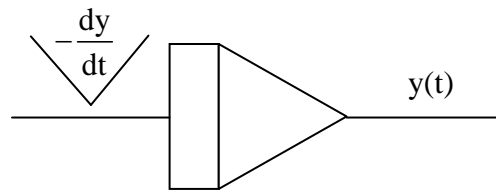
Έχει διαφορική εξίσωση:

$$\frac{dy}{dt} + ay(t) = bu(t)$$

Για την δημιουργία του αναλογικού διαγράμματος η διαφορική εξίσωση μορφοποιείται ως εξής:

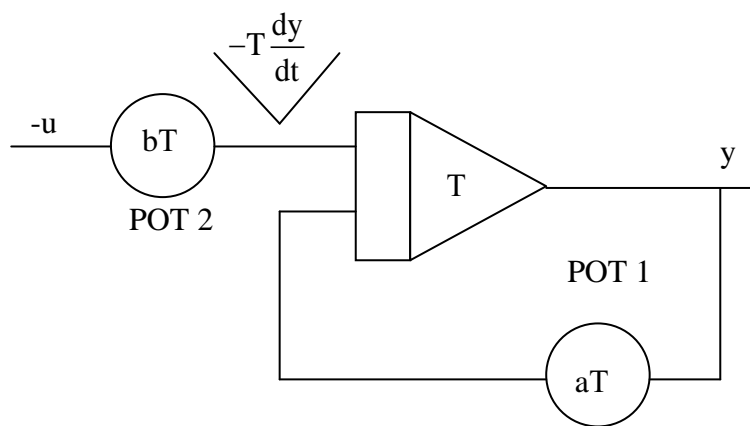
$$-\frac{dy}{dt} = ay(t) - bu(t)$$

Παρατηρώντας την διαφορική εξίσωση είναι φανερό ότι είναι 1^{ης} τάξης και εμπεριέχει έναν ολοκληρωτή καθώς και δύο ποτενσιόμετρα, οπότε:



Σχήμα 4.7-1: Ολοκληρωτής

Σχηματίζοντας με ποτενσιόμετρα τους όρους ay(t) και bu(t) και οδηγώντας τα στην είσοδο του ολοκληρωτή, καταλήγουμε στο αναλογικό ομοίωμα του συστήματος 1^{ης} τάξης.



Σχήμα 4.7-2 : Αναλογικό διάγραμμα 1^{ης} τάξης

Η εύρεση της απόκρισης του παραπάνω συστήματος 1^{ης} τάξης γίνεται λύνοντας την διαφορική εξίσωση, η λύση της διαφορικής εξίσωσης μπορεί να βρεθεί με διάφορους τρόπους, στην προκειμένη περίπτωση θα δοθεί λύση χρησιμοποιώντας τον μετασχηματισμό Laplace καθώς επίσης και τον αντίστροφο του.

Μετασχηματίζοντας κατά Laplace και τα δύο μέλη της εξίσωσης προκύπτει:

$$L\left\{\frac{dy}{dt}\right\} + aL\{y(t)\} = bL\{ut(t)\} \Rightarrow sY(s) + aY(s) = bU\frac{1}{s} \Rightarrow Y(s)(s+a) = bu\frac{1}{s} \Rightarrow$$

$$Y(s) = bU\frac{1}{s(s+a)} = bU\frac{1}{s(s+a)} \Rightarrow Y(s) = bU\frac{1}{s(s+a)}$$

Στο πεδίο του χρόνου:

$$y(t) = bUL^{-1}\left\{\frac{1}{s(s+a)}\right\} = bUL^{-1}\left\{\frac{a_1}{s} + \frac{a_2}{s+a}\right\} \quad (1) \Rightarrow a_1 = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s+a} = \frac{1}{a}, \quad a_2 = \lim_{s \rightarrow -a} \frac{1}{s} = -\frac{1}{a}$$

Με αντικατάσταση στην (1) προκύπτει:

$$y(t)=bU\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{a}\frac{1}{s+a}\right) \Rightarrow y(t)=\frac{b}{a}U(1-e^{-at}), t \geq 0$$

4.7.1 Θεωρητική προσέγγιση

Για είσοδο τετραγωνικού παλμού συχνότητας 50 Hz και εύρους $\pm 5V$ για τις παρακάτω τιμές γίνεται θεωρητικός υπολογισμός τις χρονικής απόκρισης του συστήματος 1^{ης} τάξης καθώς και της φυσικής σταθεράς χρόνου του συστήματος. (T σταθερά χρόνου ολοκληρωτή 1ms, Tn σταθερά χρόνου συστήματος).

α) $aT=0.5$, $bT=1$

β) $at=1$, $bT=1$

γ) $at=1$, $bT=0.5$

α) $a=\frac{0.5}{1ms}=\frac{0.5}{0.001} \Rightarrow a=500$ και $b=\frac{1}{1ms}=\frac{1}{0.001} \Rightarrow b=1000$

Επομένως είναι:

Το εύρος της χρονικής απόκρισης:

$$y(t)=\pm \frac{1000}{500}5(1-e^{-500(0.001)}) \Rightarrow y(t)=\pm 9.932621$$

Η σταθερά χρόνου του συστήματος:

$$Tn=\frac{1}{a} \Rightarrow Tn=2ms$$

β) $a=\frac{1}{1ms}=\frac{1}{0.001} \Rightarrow a=1000$ και $b=\frac{1}{1ms}=\frac{1}{0.001} \Rightarrow b=1000$

Επομένως είναι:

Το εύρος της χρονικής απόκρισης:

$$y(t)=\pm \frac{1000}{1000}5(1-e^{-500(0.001)}) \Rightarrow y(t)=\pm 4.966310$$

Η σταθερά χρόνου του συστήματος:

$$Tn=\frac{1}{a} \Rightarrow Tn=1ms$$

γ)
$$a = \frac{1}{1\text{ms}} = \frac{1}{0.001} \Rightarrow a=1000 \text{ και } b = \frac{0.5}{1\text{ms}} = \frac{0.5}{0.001} \Rightarrow b=500$$

Επομένως είναι:

Το εύρος της χρονικής απόκρισης:

$$y(t) = \pm \frac{500}{1000} 5(1 - e^{-500(0.001)}) \Rightarrow y(t) = \pm 2.483155$$

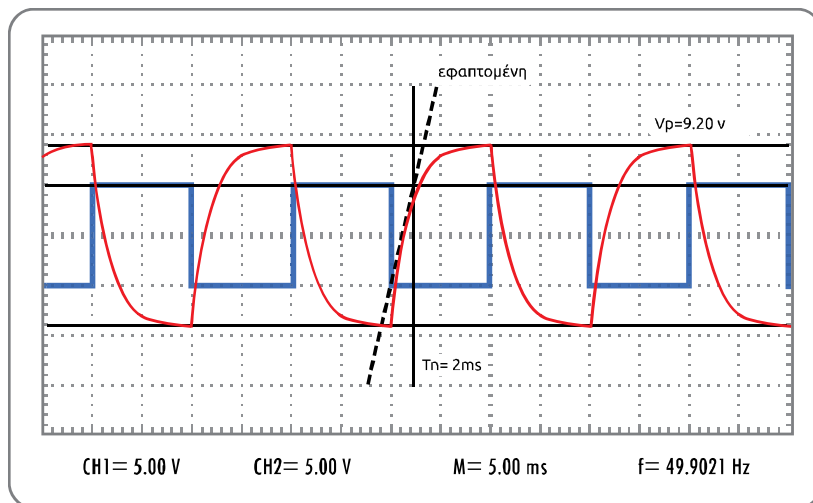
Η σταθερά χρόνου του συστήματος:

$$T_n = \frac{1}{a} \Rightarrow T_n = 1\text{ms}$$

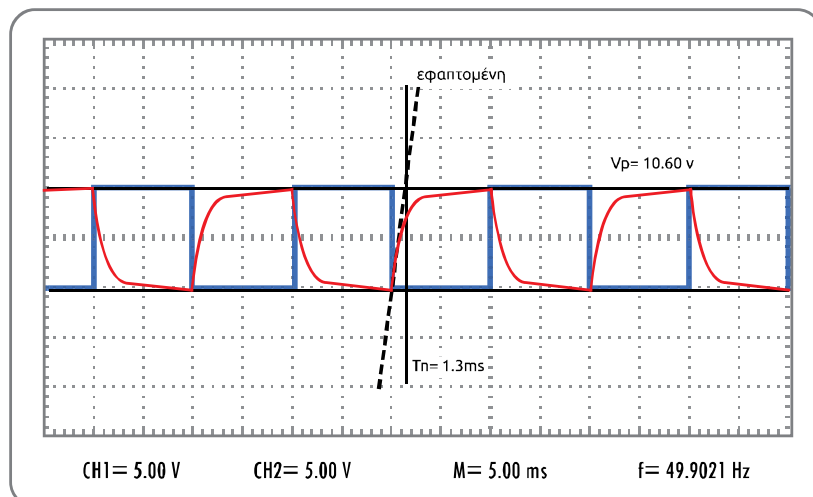
4.7.2 Πειραματική προσέγγιση

Για είσοδο τετραγωνικού παλμού συχνότητας 50 Hz και εύρους ±5V για τις παρακάτω τιμές γίνεται πειραματική απεικόνιση της χρονικής απόκρισης του συστήματος 1^{ης} τάξης καθώς και της φυσικής σταθεράς χρόνου του συστήματος. (T σταθερά χρόνου ολοκληρωτή 1ms, T_n σταθερά χρόνου συστήματος).

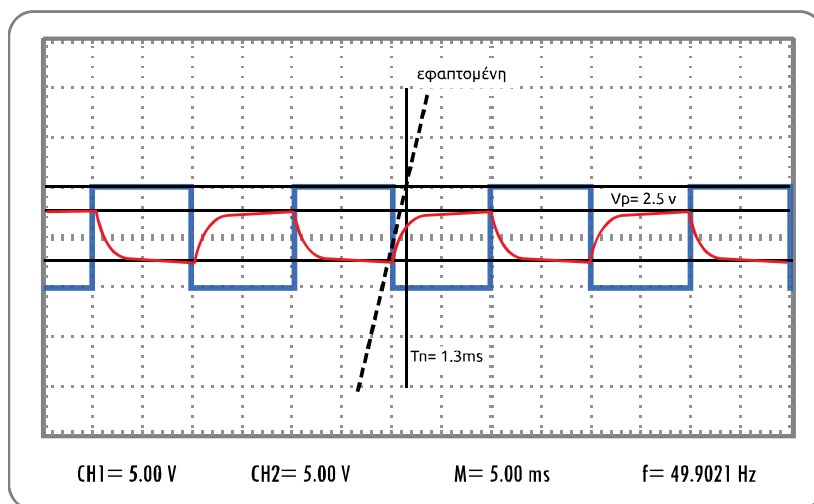
α)



β)



γ)



4.7.3 Αναλογικό διάγραμμα 1^{ης} τάξης Συμπεράσματα – Παρατηρήσεις

Στην περίπτωση α) η ρύθμιση των ποτενσιόμετρων είναι A pot = 0.5 και B pot = 1, το εύρος της χρονικής απόκρισης με βάση τους θεωρητικούς υπολογισμούς είναι $y(t) = \pm 9.932621$ ενώ η σταθερά χρόνου $T_n = 2\text{ms}$. Στην περίπτωση του πειραματικού μέρους το εύρος της χρονικής απόκρισης $y(t) = \pm 9.20$, ενώ αντίστοιχα η σταθερά χρόνου με την μέθοδο της εφαπτομένης που προκύπτει γραφικά από τον παλμογράφημα είναι περίπου ίση με 2ms.

Στην περίπτωση β) η ρύθμιση των ποτενσιόμετρων είναι A pot = 1 και B pot = 1, το εύρος της χρονικής απόκρισης με βάση τους θεωρητικούς υπολογισμούς είναι $y(t) = \pm 4.966310$ ενώ η σταθερά χρόνου $T_n = 1\text{ms}$. Στην περίπτωση του πειραματικού μέρους το εύρος της χρονικής απόκρισης $y(t) = \pm 5.3$, ενώ αντίστοιχα η σταθερά χρόνου με την μέθοδο της εφαπτομένης που προκύπτει γραφικά από τον παλμογράφημα είναι περίπου ίση με 1.3ms.

Στην περίπτωση γ) η ρύθμιση των ποτενσιόμετρων είναι A pot = 1 και B pot = 0.5, το εύρος της χρονικής απόκρισης με βάση τους θεωρητικούς υπολογισμούς είναι $y(t) = \pm 2.483155$ ενώ η σταθερά χρόνου $T_n = 1\text{ms}$. Στην περίπτωση του πειραματικού μέρους το εύρος της χρονικής απόκρισης $y(t) = \pm 2.5$, ενώ αντίστοιχα η σταθερά χρόνου με την μέθοδο της εφαπτομένης που προκύπτει γραφικά από τον παλμογράφημα είναι περίπου ίση με 1.3ms.

Σημαντική παρατήρηση εδώ είναι ότι αλλάζοντας την ρύθμιση των ποτενσιόμετρων A και B γίνεται έλεγχος του εύρους εξόδου καθώς επίσης και μεταβολή του χρόνου ολοκλήρωσης Σε αυτήν την περίπτωση παρατηρείται επίσης ότι δεν υπάρχει πλήρης και βέλτιστος έλεγχος τους συστήματος, διότι αλλάζοντας την τιμή του ενός ποτενσιόμετρου δεν γίνεται ρύθμιση μόνο του εύρους της χρονικής απόκρισης αλλά επηρεάζεται και η σταθερά χρόνου ή και το αντίστροφο.

4.8 Φυσικό αναλογικό διάγραμμα 1^{ης} τάξης

Η φυσική μορφή της διαφορικής εξίσωσης ενός συστήματος πρώτης τάξης είναι:

$$T_n \frac{dy}{dt} + y(t) = Au(t)$$

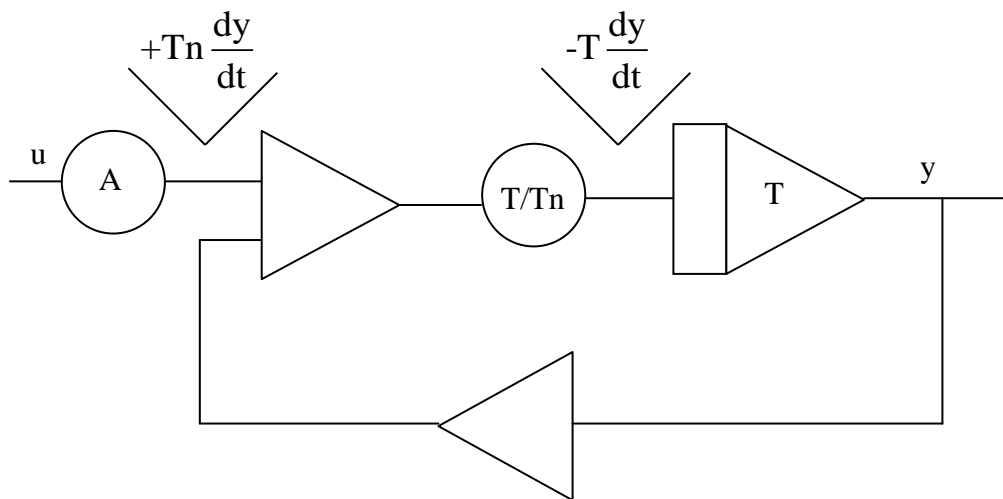
Όπου:

$T_n = 1/a$: η φυσική σταθερά χρόνου του συστήματος

$\Omega_n = 1/T_n = a$: η φυσική συχνότητα του συστήματος

$A = b/a$: η ενίσχυση

Η φυσική μορφή του αναλογικού διαγράμματος σχηματίζεται με παρόμοιο τρόπο όπως και στο απλό αναλογικό διάγραμμα 1^{ης} τάξης, είναι:



Για $u(t) = U$: σταθερή, η χρονική απόκριση είναι:

4.8.1 Θεωρητική προσέγγιση

Για είσοδο τετραγωνικού παλμού συχνότητας 50 Hz και εύρους $\pm 5V$ για τις παρακάτω τιμές γίνεται θεωρητικός υπολογισμός τις χρονικής απόκρισης του φυσικού αναλογικού συστήματος 1^{ης} τάξης καθώς και της φυσικής σταθεράς χρόνου του συστήματος. (T σταθερά χρόνου ολοκληρωτή 1ms, T_n σταθερά χρόνου συστήματος).

I)

α) POT 2 = $A = 1$, POT 1 = $T/T_n = 0.1$

β) POT 2 = $A = 1$, POT 1 = $T/T_n = 0.5$

γ) POT 2 = $A = 1$, POT 1 = $T/T_n = 0.8$

$$\alpha) \quad \frac{T}{T_n} = 0.1 \Rightarrow T_n = \frac{0.001}{0.1} = 10 \text{ ms}$$

Επομένως είναι:

Το εύρος της χρονικής απόκρισης:

$$y(t) = \pm 5 \left(1 - e^{-\frac{1}{0.01} \cdot 0.01} \right) \Rightarrow y(t) = \pm 3.16060$$

$$\beta) \quad \frac{T}{T_n} = 0.5 \Rightarrow T_n = \frac{0.001}{0.5} = 2 \text{ ms}$$

Επομένως είναι:

Το εύρος της χρονικής απόκρισης:

$$y(t) = \pm 5 \left(1 - e^{-\frac{1}{0.002} \cdot 0.01} \right) \Rightarrow y(t) = \pm 4.9663$$

$$\gamma) \quad \frac{T}{T_n} = 0.8 \Rightarrow T_n = \frac{0.001}{0.8} = 1.25 \text{ ms}$$

Επομένως είναι:

Το εύρος της χρονικής απόκρισης:

$$y(t) = \pm 5 \left(1 - e^{-\frac{1}{0.00125} \cdot 0.01} \right) \Rightarrow y(t) = \pm 4.9983$$

II)

$$\alpha) \text{ POT } 2 = A = 1, \text{ POT } 1 = T/T_n = 0.5, T = 1 \text{ msec}$$

$$\beta) \text{ POT } 2 = A = 0.6, \text{ POT } 1 = T/T_n = 0.5, T = 1 \text{ msec}$$

$$\gamma) \text{ POT } 2 = A = 0.4, \text{ POT } 1 = T/T_n = 0.5, T = 1 \text{ msec}$$

$$\alpha) \quad \frac{T}{T_n} = 0.5 \Rightarrow T_n = \frac{0.001}{0.5} = 2 \text{ ms}$$

Επομένως είναι:

Το εύρος της χρονικής απόκρισης:

$$y(t) = \pm 5 \left(1 - e^{-\frac{1}{0.002} \cdot 0.01} \right) \Rightarrow y(t) = \pm 4.9663$$

$$\beta) \quad \frac{T}{T_n} = 0.5 \Rightarrow T_n = \frac{0.001}{0.5} = 2 \text{ ms}$$

Επομένως είναι:

Το εύρος της χρονικής απόκρισης:

$$y(t) = \pm 5 \times 0.6 \left(1 - e^{-\frac{1}{0.002} \cdot 0.01} \right) \Rightarrow y(t) = \pm 2.97$$

$$\gamma) \quad \frac{T}{T_n} = 0.5 \Rightarrow T_n = \frac{0.001}{0.5} = 2 \text{ ms}$$

Επομένως είναι:

Το εύρος της χρονικής απόκρισης:

$$y(t) = \pm 5 \times 0.4 \left(1 - e^{-\frac{1}{0.002} \cdot 0.01} \right) \Rightarrow y(t) = \pm 1.986520$$

III)

$$\alpha) \text{ POT } 2 = A = 1, \text{ POT } 1 = T/T_n = 0.5, T = 0.1 \text{ ms}$$

$$\beta) \text{ POT } 2 = A = 1, \text{ POT } 1 = T/T_n = 0.5, T = 1 \text{ ms}$$

$$\gamma) \text{ POT } 2 = A = 1, \text{ POT } 1 = T/T_n = 0.5, T = 10 \text{ ms}$$

$$\alpha) \quad \frac{T}{T_n} = 0.5 \Rightarrow T_n = \frac{0.1 \times 10^{-3}}{0.5} = 0.2 \text{ ms}$$

Επομένως είναι:

Το εύρος της χρονικής απόκρισης:

$$y(t) = \pm 5 \left(1 - e^{-\frac{1}{0.2 \times 10^{-3}} \cdot 0.01} \right) \Rightarrow y(t) = \pm 5$$

$$\beta) \quad \frac{T}{T_n} = 0.5 \Rightarrow T_n = \frac{0.001}{0.5} = 2 \text{ ms}$$

Επομένως είναι:

Το εύρος της χρονικής απόκρισης:

$$y(t) = \pm 5 \left(1 - e^{-\frac{1}{0.002} \cdot 0.01} \right) \Rightarrow y(t) = \pm 4.9663$$

γ)
$$\frac{T}{T_n} = 0.5 \Rightarrow T_n = \frac{10 \times 10^{-3}}{0.5} = 20 \text{ ms}$$

Επομένως είναι:

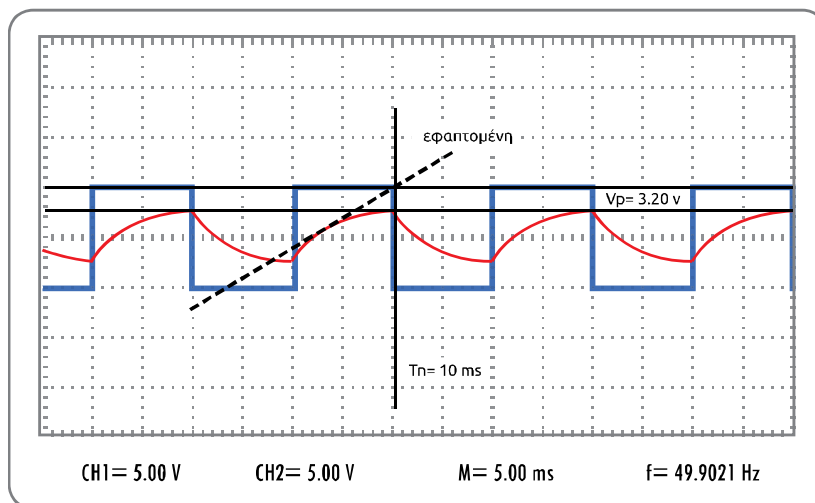
Το εύρος της χρονικής απόκρισης:

$$y(t) = \pm 5 \left(1 - e^{-\frac{1}{20 \times 10^{-3}} t} \right) \Rightarrow y(t) = \pm 1.9673$$

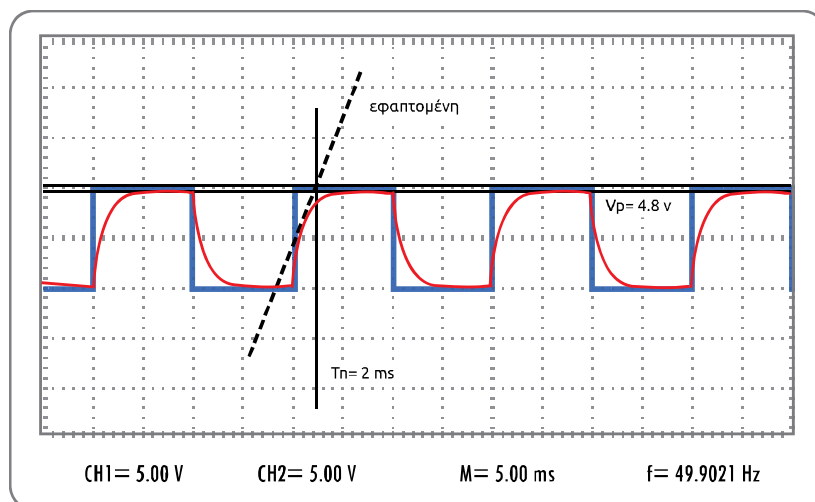
4.8.2 Πειραματική προσέγγιση

Ι)

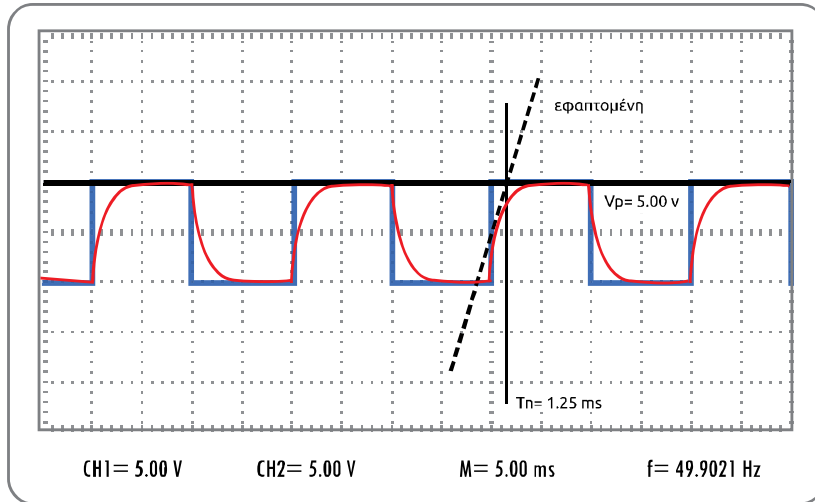
α)



β)

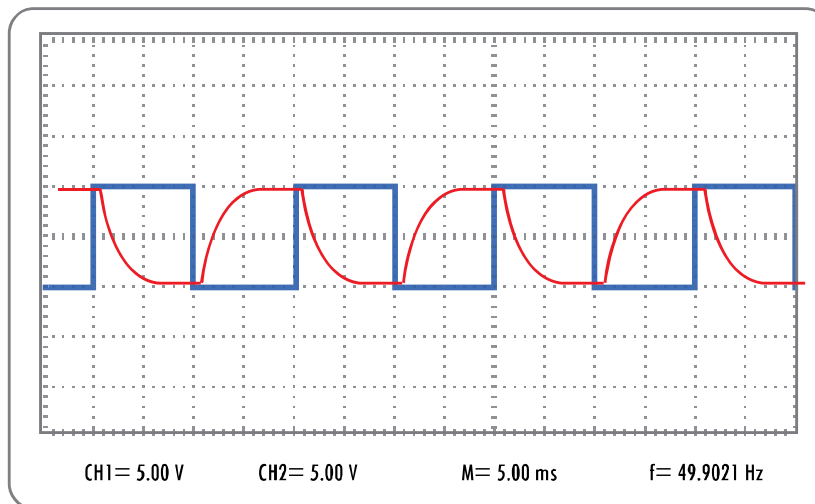


γ)

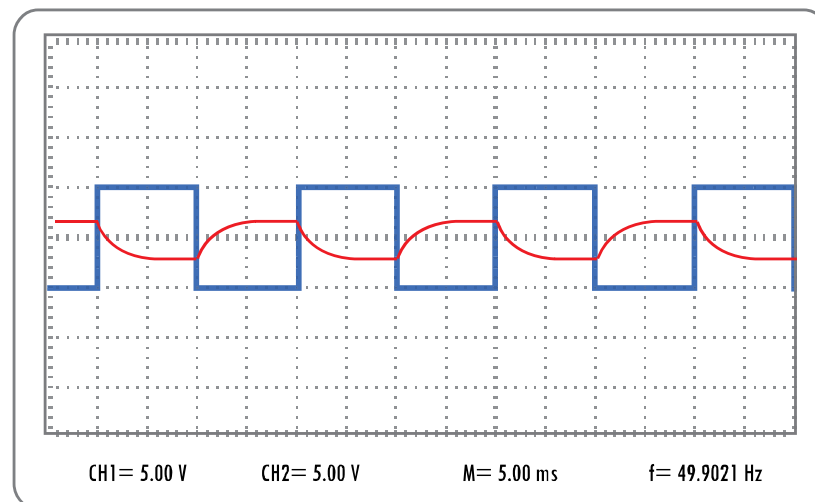


II)

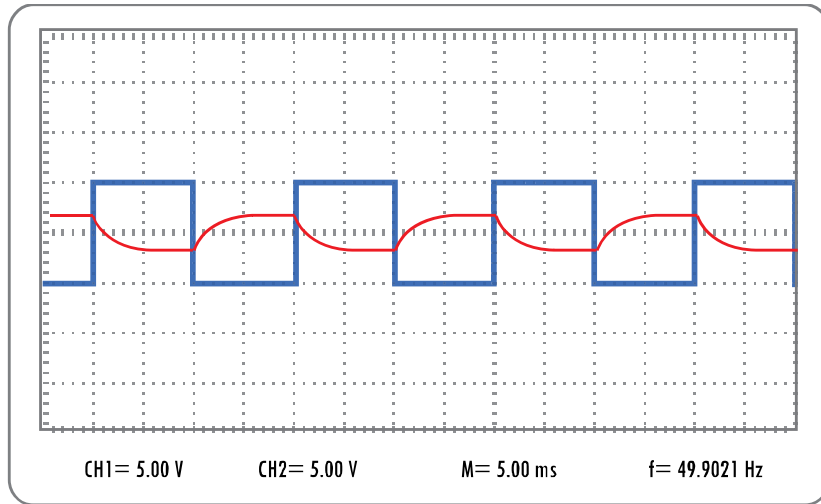
α)



β)

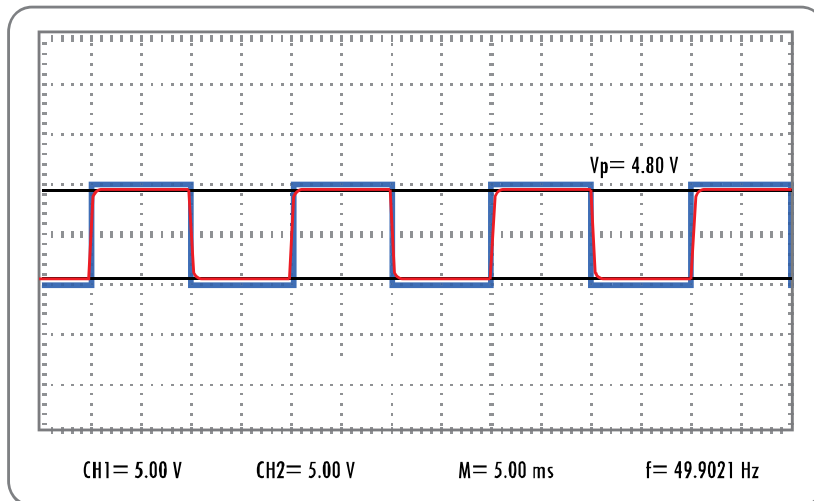


γ)

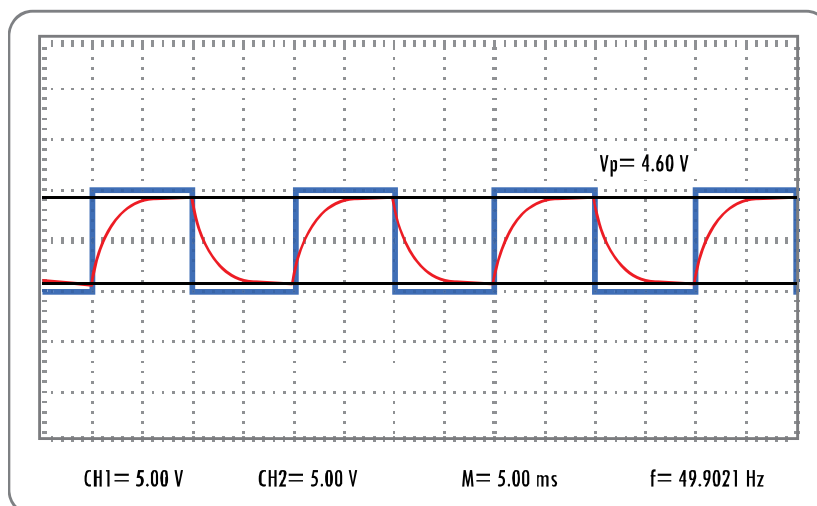


III)

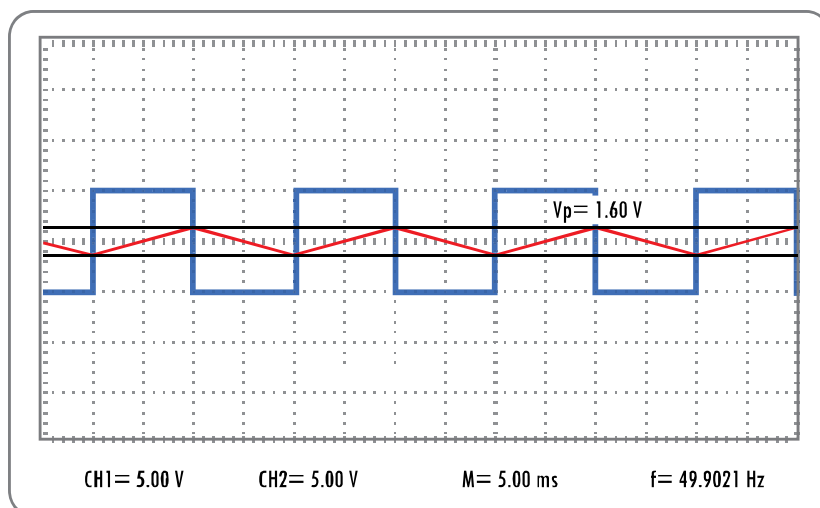
α)



β)



γ)



4.8.3 Φυσικό αναλογικό διάγραμμα 1^{ης} τάξης Συμπεράσματα – Παρατηρήσεις

Παρατηρώντας τις πειραματικές μετρήσεις του συστήματος 2^{ης} τάξης παρατηρούμε τα εξής:

Οι θεωρητικοί υπολογισμοί ταυτίζονται με της αντίστοιχες πειραματικές μετρήσεις, γεγονός που δείχνει την καλή λειτουργία του αναλογικού υπολογιστή.

Στο φυσικό αναλογικό σύστημα 2^{ης} τάξης παρατηρείτε καλύτερος έλεγχος της απόκρισης του συστήματος καθώς το ποτενσιόμετρο POT 2 ελέγχει την ενίσχυση της απόκρισης ενώ το ποτενσιόμετρο POT 1 ελέγχει το είδος της απόκρισης.

Στην πρώτη περίπτωση όσο μεταβάλλεται η τιμή του ποτενσιόμετρου POT 1 γίνεται έλεγχος της ταχύτητας απόκρισης του συστήματος. Στην περίπτωση που οι τιμές του ποτενσιόμετρου POT 1 είναι αρκετά μικρές η τάση εξόδου είναι μικρότερη της τάσης εισόδου, αυτό οφείλεται στο ότι ο χρόνος που απαιτείται για την ολοκλήρωση δεν χωράει εντός της ημιπεριόδου των 10ms.

Στην δεύτερη περίπτωση παρατηρείται ότι για σταθερή τιμή του λόγου T/Tn και ρύθμιση της ενίσχυσης μέσω του POT 2 για διάφορες τιμές δεν επηρεάζεται η ταχύτητα ολοκλήρωσης παρά μόνο η ενίσχυση στην έξοδο του συστήματος.

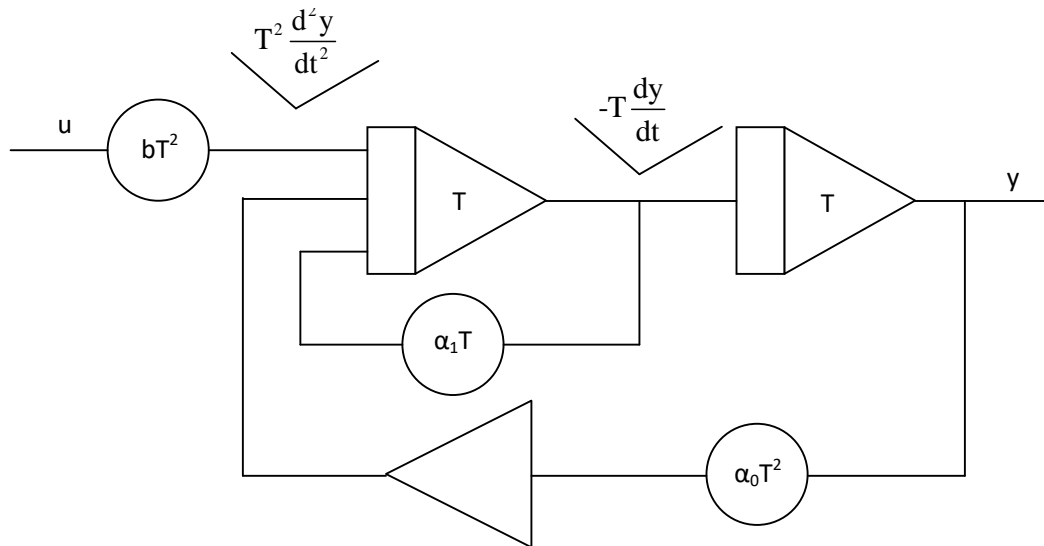
Στην τελευταία περίπτωση του πειράματος, διατηρώντας σταθερά σε συγκεκριμένες τιμές και τον λόγο T/Tn αλλά και την ενίσχυση του συστήματος παρατηρείται ότι αλλάζοντας τον χρόνο ολοκλήρωσης αλλάζει σημαντικά η τιμή της εξόδου,

4.9 Διαδικασία πειράματος - Αναλογικό διάγραμμα 2^{ης} τάξης – Θεωρητική προσέγγιση

Ένα φυσικό σύστημα 2^{ης} τάξης έχει διαφορική εξίσωση:

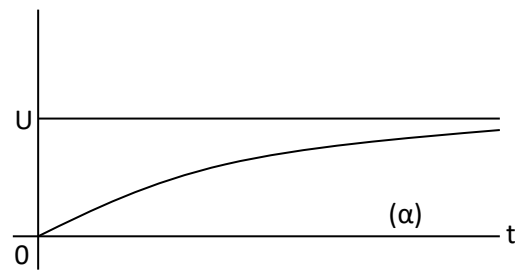
$$\frac{d^2y}{dt^2} + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y(t) = bu(t)$$

Και αναλογικό διάγραμμα:

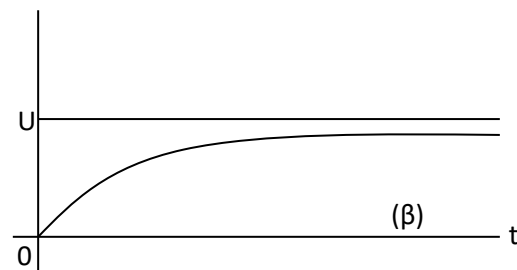


Για $u(t) = U$: σταθερή, το σύστημα έχει τρεις δυνατές χρονικές αποκρίσεις:

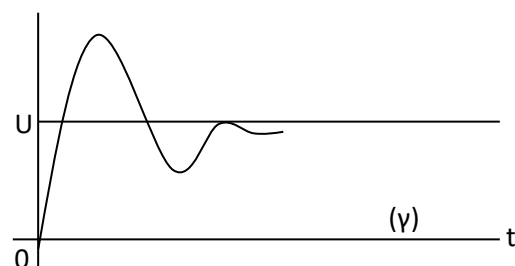
α) Εκθετική συμπεριφορά: για $\alpha_1^2 > 4\alpha_0$



β) Οριακή απόκριση: για $\alpha_1^2 = 4\alpha_0$

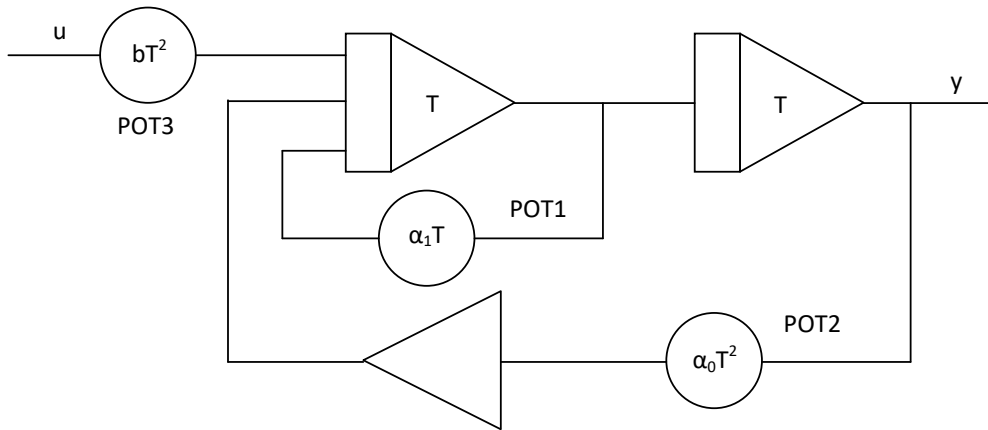


γ) Φθίνουσα ταλάντωση: για $\alpha_1^2 < 4\alpha_0$



4.9.1 Πειραματική προσέγγιση

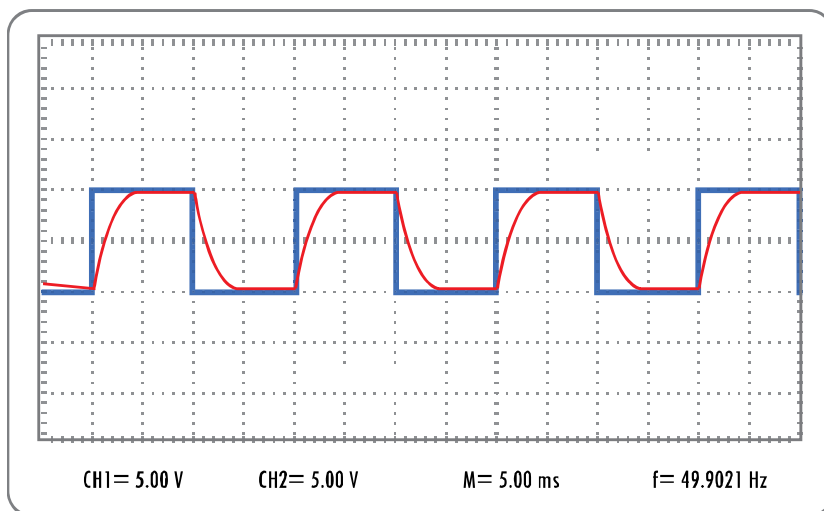
Για είσοδο τετραγωνικού παλμού συχνότητας 50 Hz και εύρους $\pm 5V$ για τις παρακάτω τιμές γίνεται πειραματική απεικόνιση της χρονικής απόκρισης του αναλογικού συστήματος 2^{ης} τάξης



D)

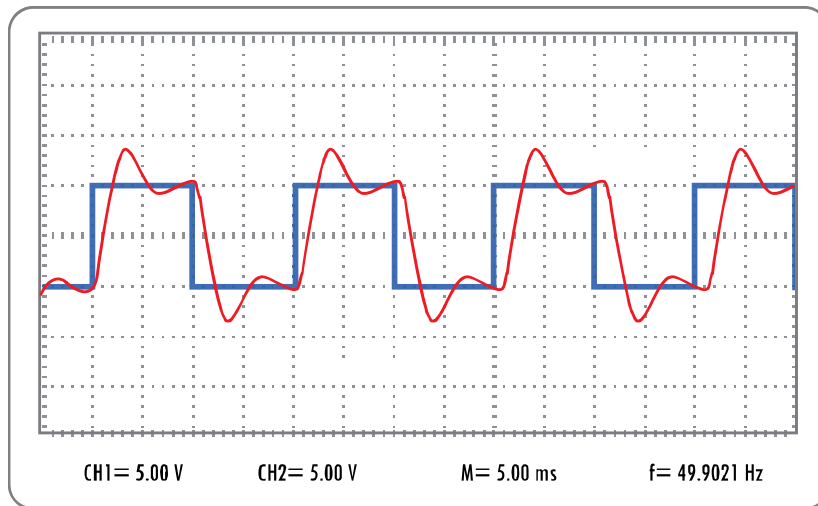
α) Για σταθερά $b'=1$, $a_0'=1$
μέτρηση 1^η :

$$a_1'=2$$



μέτρηση 2^η :

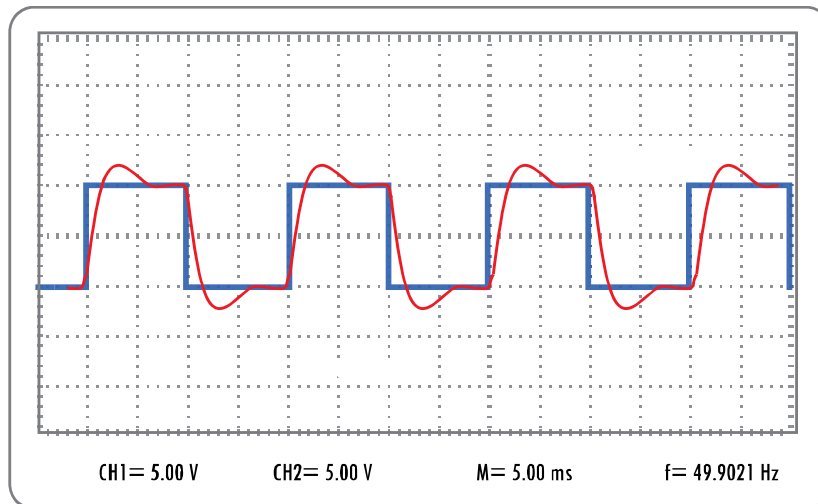
$$a_1' = 0.8$$



β) Για σταθερά $b'=1$, $a_1'=1$

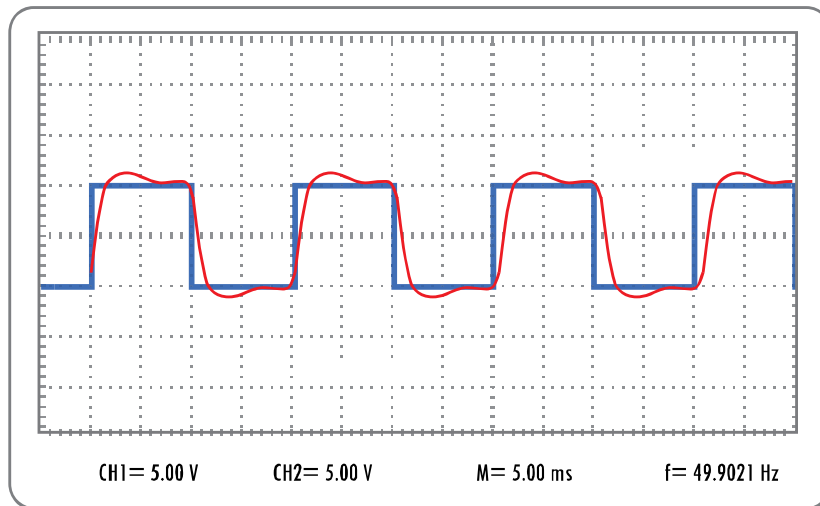
μέτρηση 1^η :

$$a_0' = 1$$



μέτρηση 2^η :

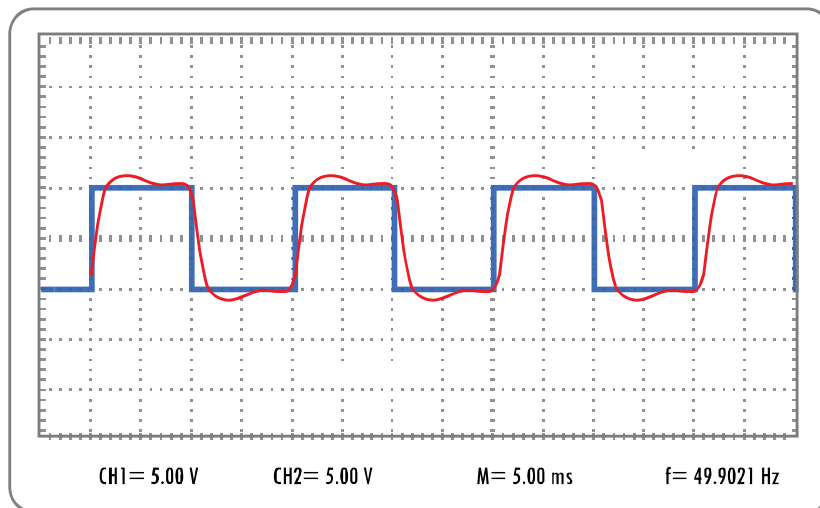
$$a_0' = 0.1$$



γ) Για σταθερά $a_0' = 1$, $a_1' = 1$

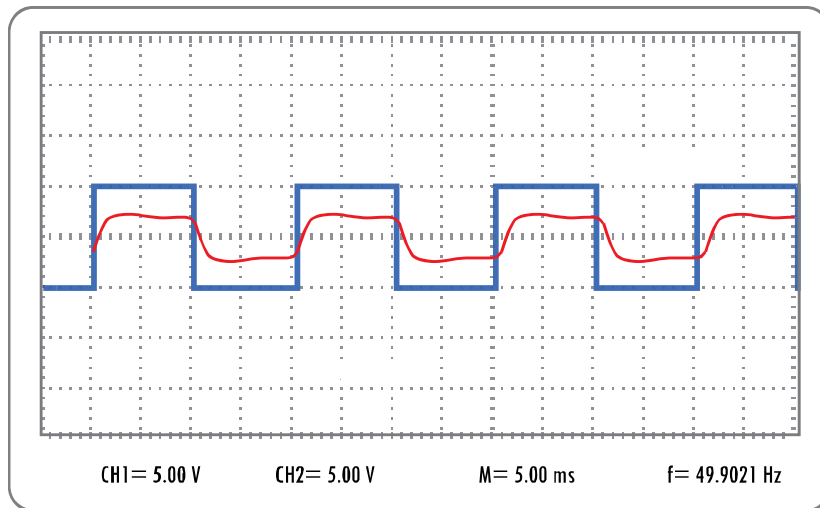
μέτρηση 1^η :

$$b' = 1$$



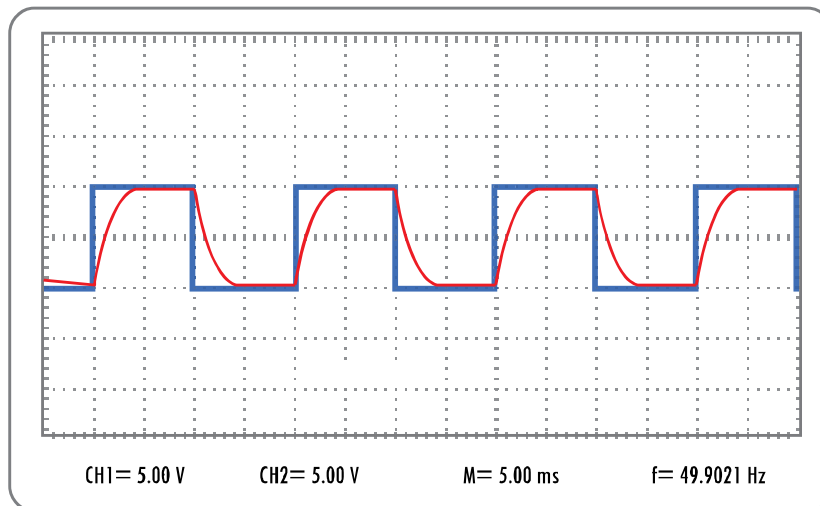
μέτρηση 2^η :

$$b' = 0.5$$



II)

Για σταθερά $POT3 = b' = 1$, $POT2 = a_0' = 1$ γίνεται προσδιορισμός της τιμής του ποτενσιόμετρου $POT1 = \alpha_1'$ ώστε να επιτευχθεί η οριακή απόκριση του συστήματος.

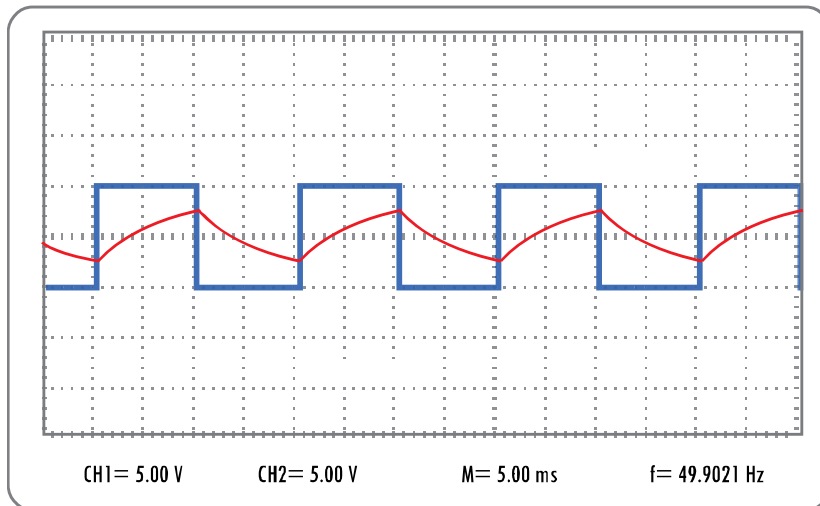


III)

Σε αυτή την περίπτωση του πειράματος γίνεται ρύθμιση των τιμών των ποτενσιόμετρων έτσι ώστε η ενδείξεις του παλμογράφου να έχουν εκθετική και φθίνουσα ταλάντωση.

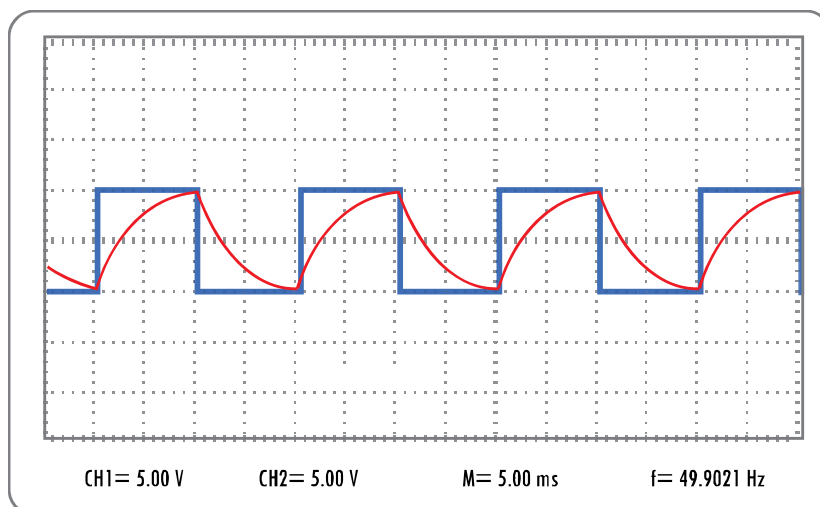
α) $b'=1$ σταθερό (για εκθετική συμπεριφορά)
μέτρηση 1^η :

$$a_1'=10 \text{ και } a_0'=1$$



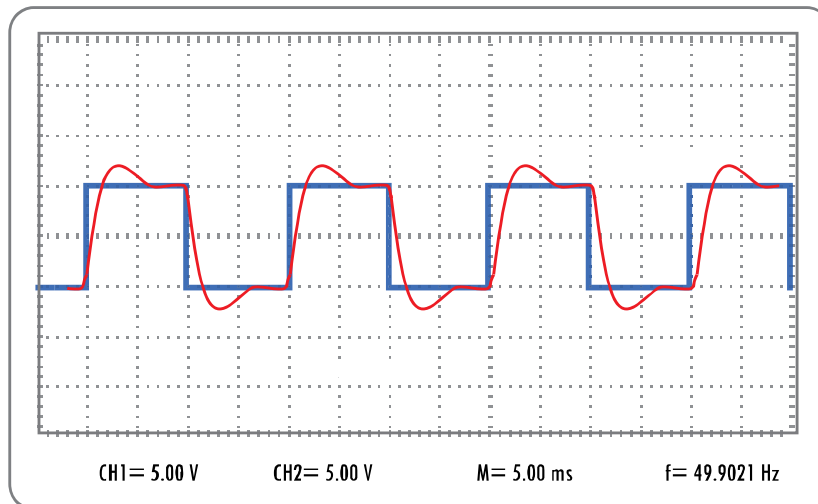
μέτρηση 2^η :

$$a_1'=4 \text{ και } a_0'=1$$



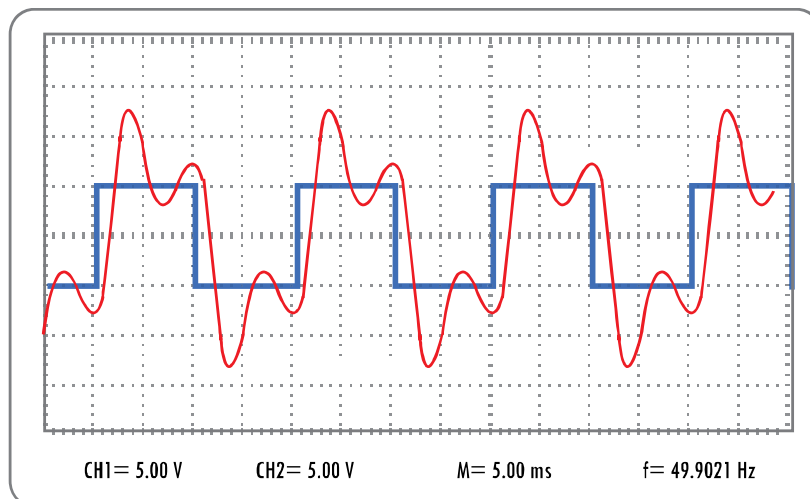
β) $b'=1$ σταθερό (για φθίνουσα ταλάντωση)
 μέτρηση 1^η :

$$a_1'= 1 \text{ και } a_0'=1$$



μέτρηση 2^η :

$$a_1'=0.2 \text{ και } a_0'=1$$



4.9.2 Αναλογικό διάγραμμα 2^{ης} τάξης Συμπεράσματα – Παρατηρήσεις

Με τη ρύθμιση του a_1 γίνεται έλεγχος της χρονικής απόκρισης του συστήματος (εκθετική, οριακή ή φθίνουσα ταλάντωση). Το a_0 καθορίζει τη μόνιμη χρονική απόκριση και όχι την μεταβατική, ενώ το β την ενίσχυση και τη μόνιμη χρονική απόκριση.

4.10 Διαδικασία πειράματος - Φυσικό αναλογικό διάγραμμα 2^{ης} τάξης θεωρητική προσέγγιση

Η φυσική μορφή της διαφορικής εξίσωσης ενός συστήματος 2^{ης} τάξης είναι :

$$\frac{1}{\omega_n^2} \frac{d^2y}{dt^2} + \frac{2\zeta}{\omega_n} \frac{dy}{dt} + y(t) = Au(t)$$

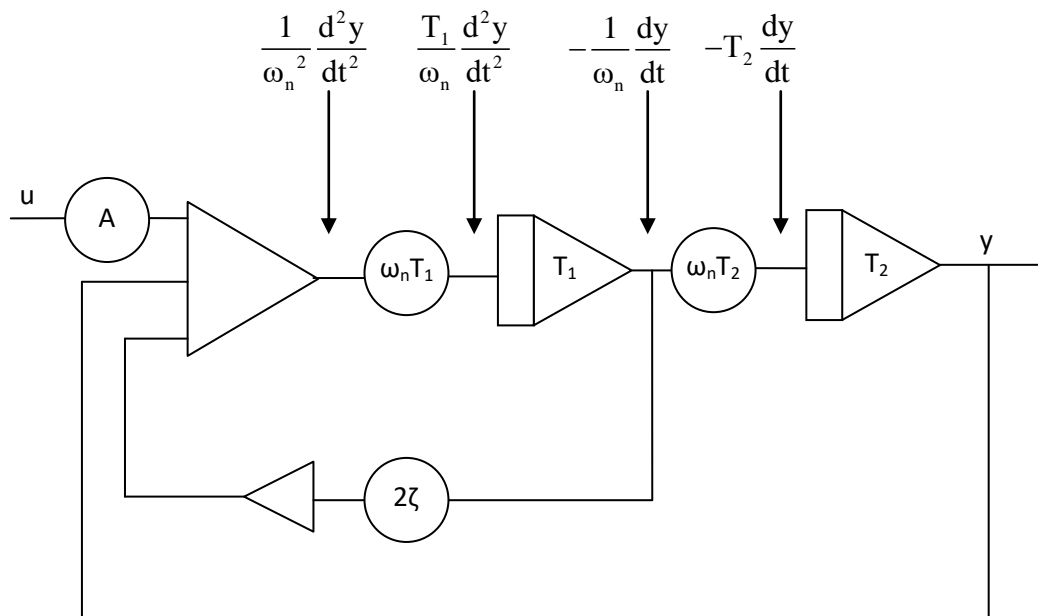
Όπου :

$\omega_n = \sqrt{\alpha_0}$: η φυσική συχνότητα του συστήματος

$\zeta = \frac{\alpha_1}{2\sqrt{\alpha_0}}$: ο συντελεστής απόσβεσης του συστήματος

$A = \frac{b}{\alpha_0}$: η ενίσχυση του συστήματος

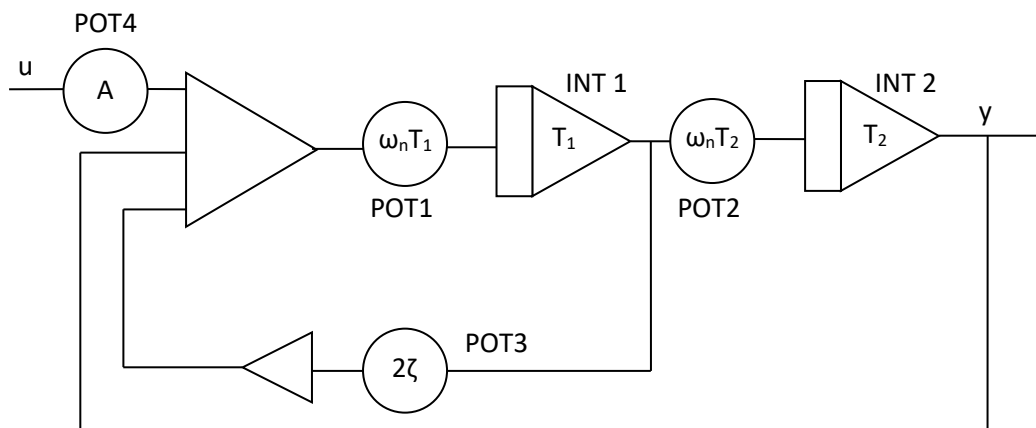
Η φυσική μορφή του αναλογικού διαγράμματος είναι :



Η φυσική συχνότητα ω_n καθορίζει τη συχνότητα ταλαντώσεων, ο συντελεστής απόσβεσης ζ την υπερύψωση, ενώ η ενίσχυση A καθορίζει τη μόνιμη απόκριση του συστήματος.

4.10.1 Πειραματική προσέγγιση

Για είσοδο τετραγωνικού παλμού συχνότητας 50 Hz και εύρους $\pm 5V$



Ι) Για διάφορες μεταβολές των ποτενσιόμετρων 1-4 παρακάτω γίνεται παρατήρηση της χρονικής απόκρισης του φυσικού αναλογικού συστήματος 2^{ης} τάξης καθώς επίσης δίνεται και η φυσική ερμηνεία των συντελεστών απόσβεσης ζ, της φυσικής συχνότητας ω_n και της ενίσχυσης Α του συστήματος για χρονική απόκριση φθίνουσας ταλάντωσης.

4.10.2 Φυσικό αναλογικό διάγραμμα 2^{ης} τάξης Συμπεράσματα – Παρατηρήσεις

Από το παραπάνω πείραμα δίνεται η ερμηνεία της λειτουργίας του κάθε ποτενσιόμετρου ξεχωριστά για το φυσικό αναλογικό διάγραμμα 2^{ης} τάξης.

Ποτενσιόμετρο 1 ΡΟΤ 1: Η ρύθμιση του ΡΟΤ1=ω_nT1, καθορίζει το πλάτος της υπερύψωσης της φθίνουσας ταλάντωσης.

Ποτενσιόμετρο 2 ΡΟΤ 2: Η ρύθμιση του ΡΟΤ1=ω_nT2, καθορίζει την συχνότητα των υπερυψώσεων και βυθίσεων που πραγματοποιεί η ταλάντωση.

Ποτενσιόμετρο 3 ΡΟΤ 3: Η ρύθμιση του ΡΟΤ3=ζ, καθορίζει το είδος της χρονικής απόκρισης δηλαδή το αν θα είναι εκθετική, οριακή ή φθίνουσα ταλάντωση.

Ποτενσιόμετρο 4 ΡΟΤ 4: Η ρύθμιση του ΡΟΤ4=A καθορίζει ουσιαστικά την ενίσχυση του συστήματος καθώς επίσης επηρεάζει και την μόνιμη χρονική απόκριση του συστήματος.

4.11 Διαδικασία πειράματος Χρονική απόκριση συστήματος 2^{ης} τάξης – θεωρητική προσέγγιση

Ένα σύστημα 2^{ης} τάξης έχει τις παρακάτω βηματικές αποκρίσεις για είσοδο u(t)=U: σταθερή, και για διάφορες τιμές του συντελεστή απόσβεσης ζ:

α) ζ>1 : Εκθετική Απόκριση

$$y(t)=AU(1-A_1e^{-\sigma_1 t}+A_2e^{-\sigma_2 t})$$

$$-\sigma_{1,2}=(-\zeta \pm \sqrt{\zeta^2-1})\omega_n, A_1=\frac{\sigma_2}{\sigma_2-\sigma_1}, A_2=\frac{\sigma_1}{\sigma_2-\sigma_1}$$

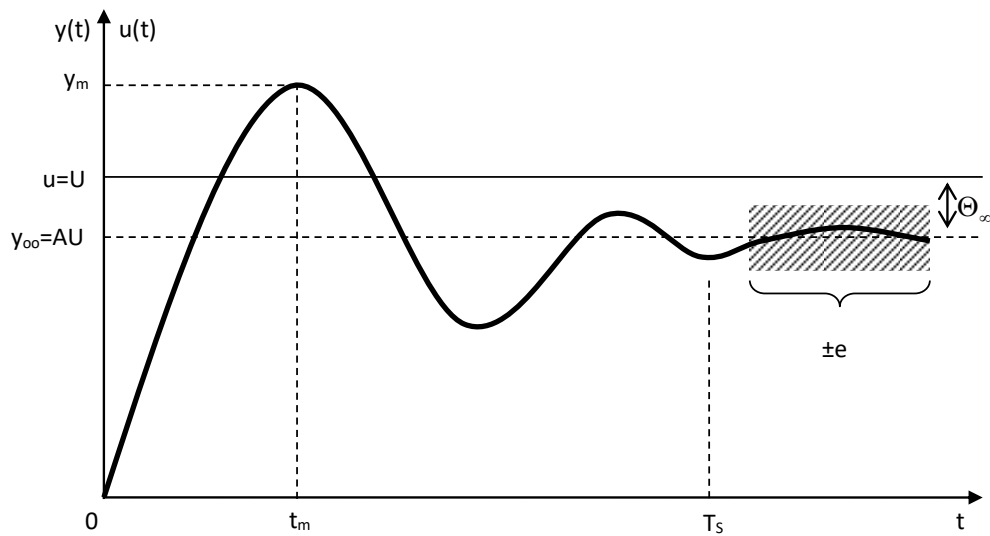
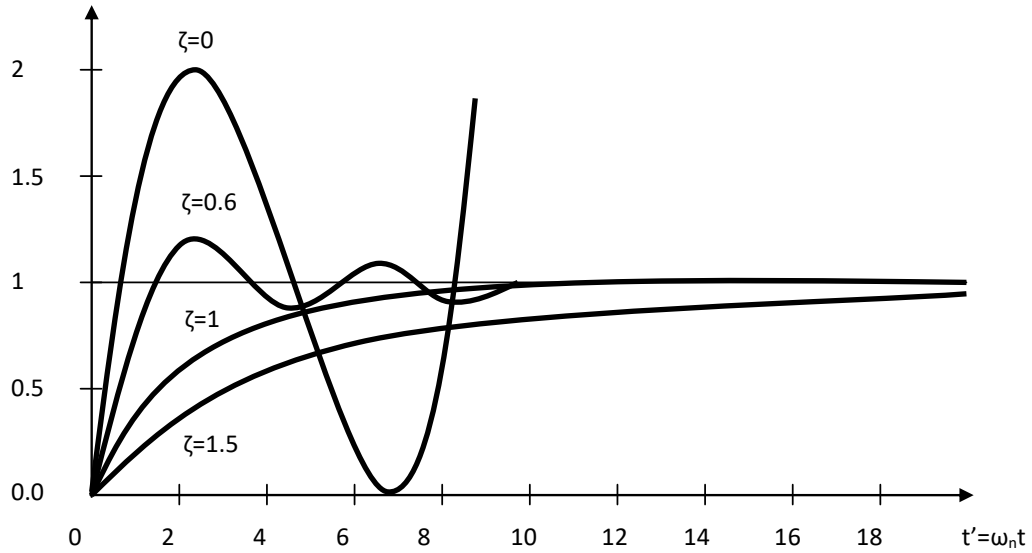
β) ζ=1 : Οριακή Απόκριση

$$y(t)=AU[1-(1+\sigma t)e^{-\sigma t}], \sigma=\omega_n$$

γ) ζ<1 : Φθίνουσα Ταλάντωση

$$y(t)=AU \left[1 - e^{-\sigma t} \frac{\eta \mu(\omega t + \varphi)}{\eta \mu \varphi} \right]$$

$$\sigma=\zeta\omega_n, \omega=\sqrt{1-\zeta^2}\omega_n, \varphi=\text{τοξσυν}\zeta$$



α) Υπερέψωση:

$$u = \frac{y_m - y_\infty}{y_\infty} = e^{\frac{-\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$$

β) Χρόνος αποκατάστασης:

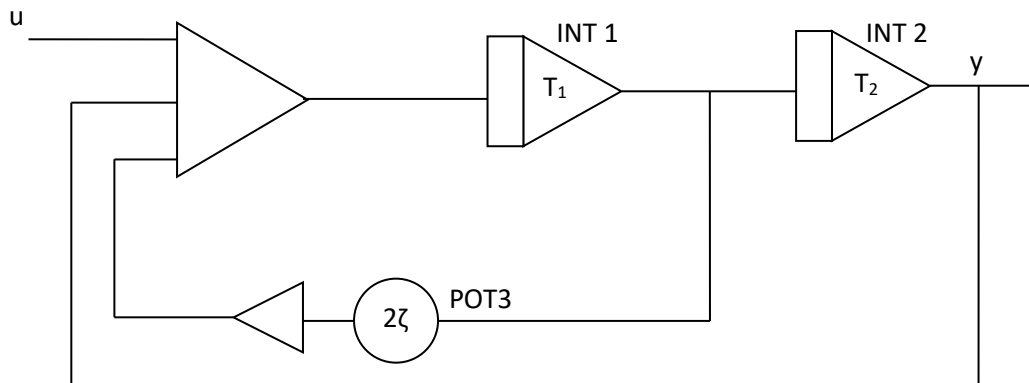
$$T_s \cong \frac{4}{\zeta\omega_n} \text{ για } \varepsilon\% = 2\%$$

γ) Μόνιμο σφάλμα:

$$e_\infty = U - y_\infty = (1-A)U$$

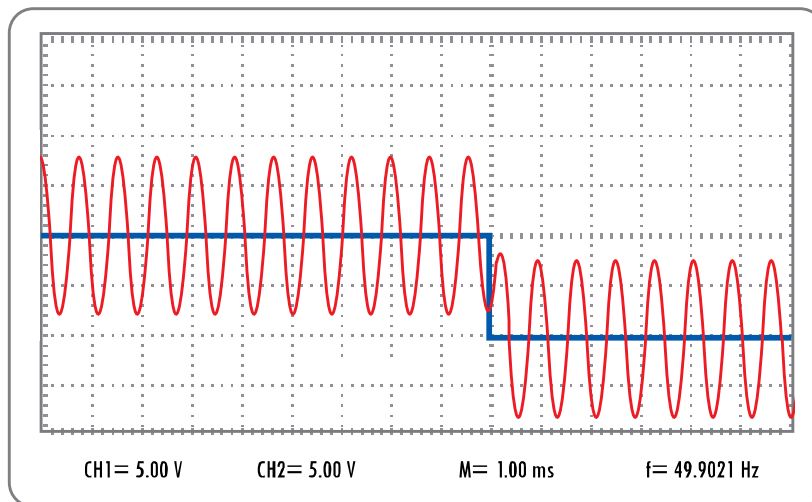
4.11.1 Πειραματική προσέγγιση

Για είσοδο τετραγωνικού παλμού συχνότητας 50 Hz και εύρους $\pm 5V$

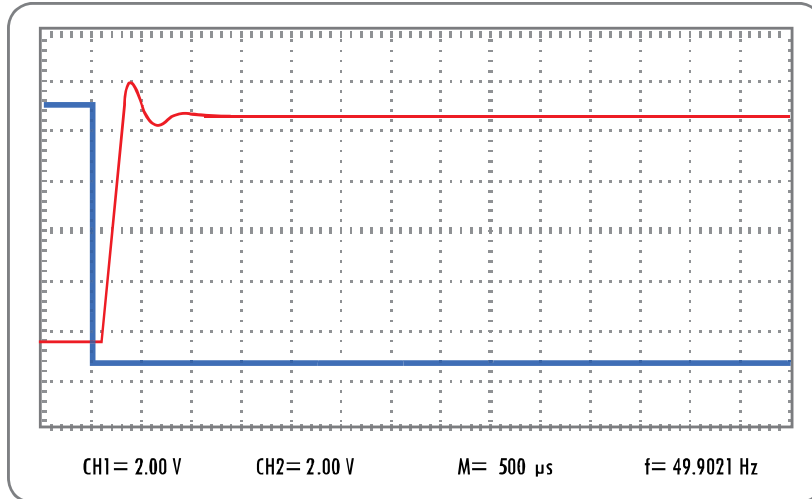


Γίνεται ρύθμιση του POT 3 και του αναστροφέα ώστε να παρατηρηθεί και να σχολιαστεί η απόκριση του συστήματος για $\zeta=0.0-0.6-0.8-1.0-2.0$. (οι τιμές των υπολοίπων ποτενσιόμετρων είναι $<1>$). Προσδιορίζονται επίσης οι μέγιστες τιμές για της χρονικής απόκρισης.

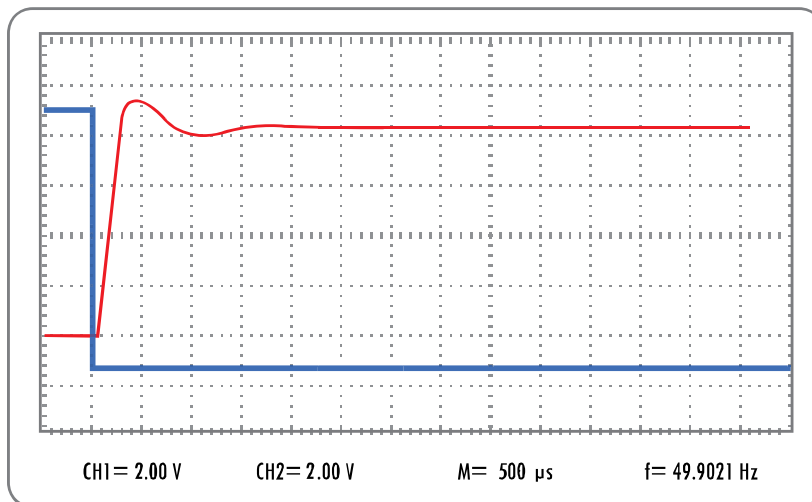
Για $\zeta=0.0$



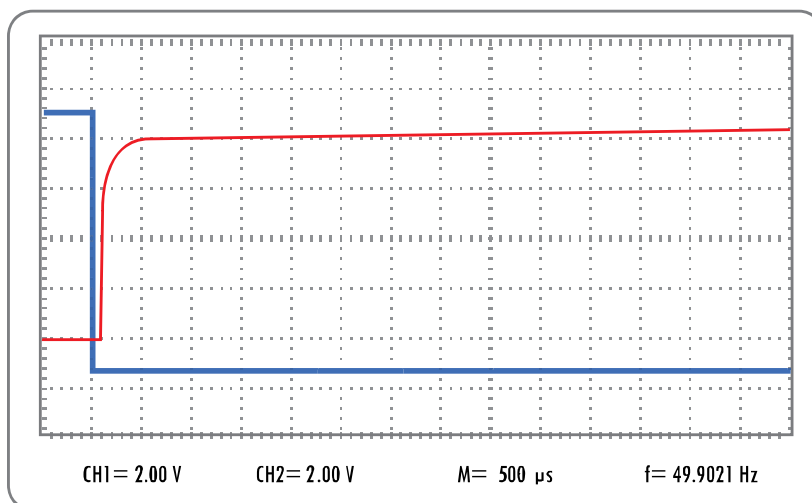
Για $\zeta=0.6$

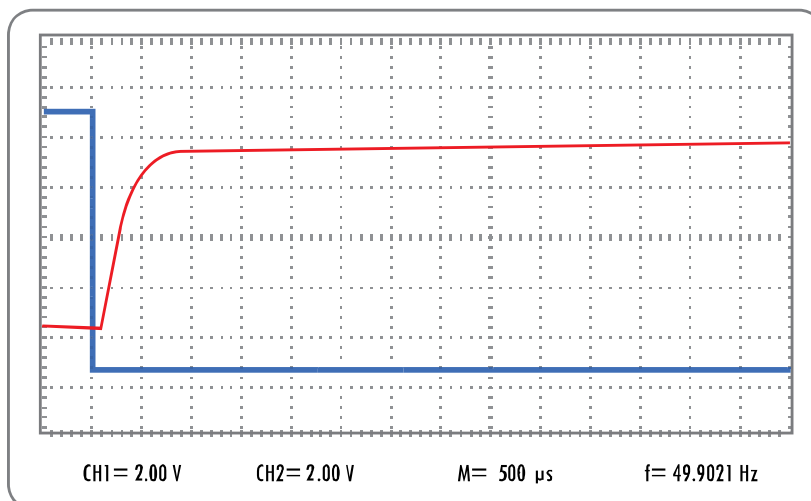


Για $\zeta=0.8$



Για $\zeta=1.0$



Για $\zeta=2.0$ 

4.11.2 Χρονική απόκριση συστήματος 2^{ης} τάξης Συμπεράσματα - Παρατηρήσεις

Το είδος χρονικής απόκρισης 2^{ης} τάξης εξαρτάται από την τιμή του λόγου απόσβεσης του συστήματος. Πιο συγκεκριμένα με βάση το χαρακτηριστικό πολυώνυμο της Σ.Μ του συστήματος.

Παρατηρείται ότι το είδος των ριζών της Χ.Ε και κατά συνέπεια η θέση τους στο μιγαδικό επίπεδο, καθορίζεται αποκλειστικά και μόνο από την τιμή του λόγου απόσβεσης. Άρα προκύπτει από τα παραπάνω όπως αναφέρθηκε και στο θεωρητικό μέρος της εργασίας.

Για $0 < \zeta < 1$, το υπόριζο του της Χ.Ε του συστήματος είναι αρνητικό και ως εκ τούτου οι πόλοι του συστήματος είναι μιγαδικοί συζυγείς. Στην περίπτωση αυτή η μεταβατική απόκριση του συστήματος χαρακτηρίζεται από αποσβενύμενες ταλαντώσεις.

Για $\zeta = 1$, το υπόριζο του της Χ.Ε του συστήματος μηδενίζεται και το σύστημα έχει πραγματικό διπλό πόλο, σε αυτήν την περίπτωση το σύστημα δεν εμφανίζει ταλαντώσεις.

Για $\zeta > 1$ οι ρίζες της Χ.Ε είναι πραγματικές και άνισες ούτε σε αυτήν την περίπτωση παρουσιάζει ταλαντώσεις και το σύστημα έχει περισσότερο εκθετική συμπεριφορά.

Για $\zeta = 0$ οι πόλοι του συστήματος βρίσκονται μόνο στο φανταστικό φανταστικό άξονα και το σύστημα θα παρουσιάζει μια διαρκή ταλάντωση.

Οι παραπάνω παρατηρήσεις αποτελούν μια θεωρητική προσέγγιση και σκοπό του πειράματος είναι να γίνει σύγκριση των θεωρητικών με των πειραματικών τιμών, όπου οι πειραματικές μετρήσεις επιβεβαιώνουν πλήρως τις θεωρητικές.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4^ο

Περιγραφή της κατασκευής

5 Κεφάλαιο 4^ο : Περιγραφή της κατασκευής

Στο 4^ο κεφάλαιο γίνεται περιγραφή της κατασκευής του αναλογικού υπολογιστή.

5.1 Κριτήρια επιλογής υλικών

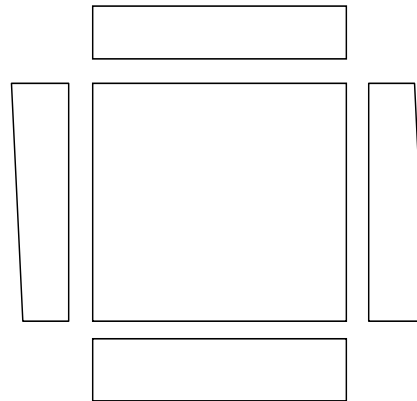
Για την κατασκευή χρησιμοποιήθηκε ξύλο τύπου MDF το οποίο απεικονίζεται στην εικόνα 5.1-1. Η επιλογή του συγκεκριμένου τύπου ξύλου έγινε λόγω των παρακάτω χαρακτηριστικών:

- Ευκολία στην χρήση και επεξεργασία
- Χαμηλό κόστος αγοράς

Για την εύκολη χρήση της τελικής κατασκευής έχει δοθεί μια μικρή κλίση ενώ οι διαστάσεις επιλέχθηκαν με κριτήριο την άνεση χώρου για τα διάφορα ηλεκτρονικά εξαρτήματα. Στην εικόνα 5.1-1 παρουσιάζονται τα σχέδια της ξύλινης κατασκευής.



α)



β)

Εικόνα 5.1-1: α) Ξύλο τύπου MDF β) σχέδια κοπής ξύλου.

5.1.1 Κατασκευή βάσης στήριξης πάνελ

Η επεξεργασία του ξύλου τύπου MDF για να φτάσει στο τελικό στάδιο της κατασκευής έγινε με τα παρακάτω υλικά.

1. Γυαλόχαρτο Νο 400, 800, 1000
2. Στόκος ειδική κατηγορία για ξύλο
3. Κόλα ξύλου διάφανη
4. Πρόκες
5. Σπάτουλες
6. Γεμιστικό αστάρι σε μορφή σπρέι
7. Σπρέι χρώματος
8. Ηλεκτρικό πριόνι τύπου σέγα
9. Ηλεκτρικό παλμικό τριβείο

5.1.2 Η κοπή του ξύλου

Στο στάδιο αυτό με την βοήθεια του ηλεκτρικού πριονιού, έγινε η κοπή του ξύλου ώστε να πάρει την μορφή της εικόνας 5.1-1. Δηλαδή τα μέρη της κατασκευής που θα αποτελέσουν την τελική της μορφή

5.1.3 Ένωση μερών

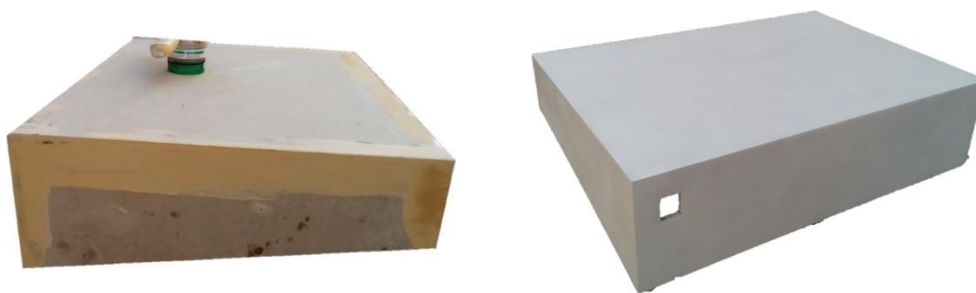
Στο στάδιο αυτό, πραγματοποιήθηκε η ένωση των κομματιών. Για την ένωση χρησιμοποιήθηκε κόλα ξύλου και πρόκες για καλύτερη εφαρμογή έως ότου πραγματοποιηθεί η στεγανοποίηση της ξυλόκολας.

5.1.4 Επεξεργασία της επιφάνειας του ξύλου

Μετά την διαδικασία της ένωσης των μερών του ξύλου έγινε στοκάρισμα στις ενώσεις καθώς και στα σημεία όπου τοποθετήθηκαν πρόκες.

Η επιφάνεια του ξύλου θα τριφτεί με την βοήθεια του ηλεκτρικού τριβείου, το νούμερο του γυαλόχαρτου σε αυτό το στάδιο είναι Νο 400, 600, ο λόγος που χρησιμοποιούνται τα παραπάνω νούμερα είναι για να λειανθούν οι χοντρές επιφάνειες που δημιουργήθηκαν από το κόλλημα καθώς και από το στοκάρισμα.

Στην συνέχεια αφού λειανθούν καλά οι απαραίτητες επιφάνειες θα καλυφθεί ολόκληρη η κατασκευή με γεμιστικό αστάρι τύπου σπρέι, ώστε να καλυφθούν όλες οι ανομοιομορφίες. Μέτα την επικάλυψη γίνεται πάλι λείανση αυτή την φορά με γυαλόχαρτο Νο 1000.



Εικόνα 5.1.4-1: α) στοκαρισμένες επιφάνειες β) επικάλυψη με αστάρι γεμίματος τύπου σπρέι.

5.2 Το βάψιμο κατασκευής

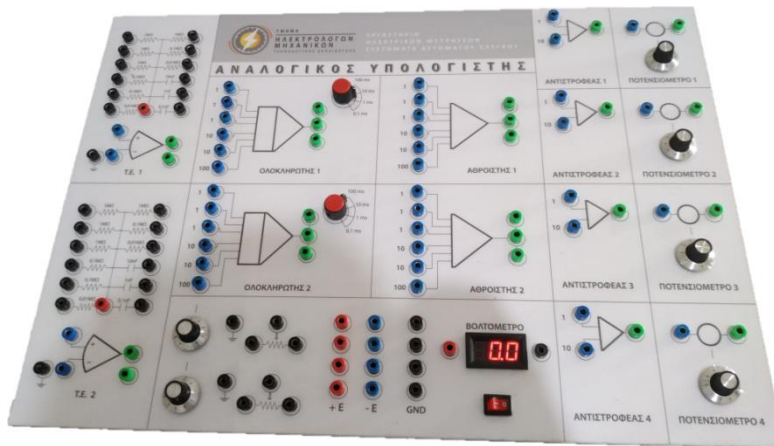
Το τελικό στάδιο είναι το στάδιο του βαψίματος, αφού έχουν ολοκληρωθεί όλες οι παραπάνω διαδικασίες, σειρά έχει το βάψιμο το οποίο θα γίνει με την βοήθεια του χρώματος τύπου σπρέι.

Η τεχνική του βαψίματος παίζει σημαντικό ρόλο στο τελικό αποτέλεσμα. Μια σωστή τεχνική η οποία και χρησιμοποιήθηκε, είναι να τηρείτε απόσταση από το σημείο εφαρμογής περίπου 15 με 20 εκατοστά του μέτρου, επίσης η συνεχής κίνηση και επανάληψη με παράλληλες κινήσεις προς το σημείο εφαρμογής.

Η διαδικασία στην συγκεκριμένη κατασκευή πραγματοποιήθηκε για τέσσερις φορές έως ότου φτάσει στο τελικό στάδιο της, το οποίο απεικονίζεται στην εικόνα 4.1-4. Στην εικόνα παρατηρούμε και τους αποστάτες που τοποθετήθηκαν στο κάτω μέρος της κατασκευής οι οποίοι χρησιμοποιούνται για την στήριξή της.

5.3 Η Κατασκευή του πάνελ

Για την κατασκευή του πάνελ χρησιμοποιήθηκε κομμάτι plexiglass. Η διαδικασία διάτρησης του plexiglass πραγματοποιήθηκε με ηλεκτρικό δράπανο, και τρυπάνι 0.8mm, 1.00mm όσο και η διάμετρος του κάθε βύσματος ξεχωριστά. Για τις τρύπες διαφορετικού σχήματος από το στρόγγυλο έγιναν με την βοήθεια ηλεκτρικού dremel. Επίσης πριν από την διαδικασία της διάτρησης έγινε αποτύπωση του σχεδίου στο plexiglass το οποίο δημιουργήθηκε σε σχεδιαστικό πρόγραμμα Η/Υ.



Εικόνα.5.3-1: Κύριο πάνελ κατασκευής με τοποθετημένα τα απαραίτητα εξαρτήματα

5.4 Κατασκευή τροφοδοτικού

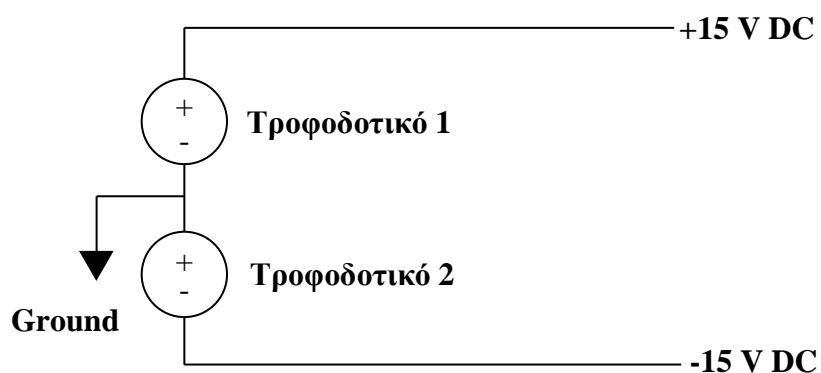
Για τις ανάγκες τροφοδοσίας του αναλογικού υπολογιστή κατασκευάστηκε τροφοδοτικό συμμετρικής τροφοδοσίας με τα ακόλουθα χαρακτηριστικά

Τάση εισόδου: 220 V AC

Τάση εξόδου: ± 12 V DC

Ρεύμα εξόδου: 2 A

Για την δημιουργία του συμμετρικού τροφοδοτικού χρησιμοποιήθηκαν 2 τροφοδοτικά των παραπάνω χαρακτηριστικών , σε σύνδεση σειράς



Σχήμα 5.4-1: Διάταξη συμμετρικής τροφοδοσίας με την χρήση δυο ίδιων πηγών



Εικόνα 5.4-2: α) Τροφοδοτικά εμπορίου input 220 V AC output 12V DC 2 A β) προσαρμογή τροφοδοτικού για την κατασκευή

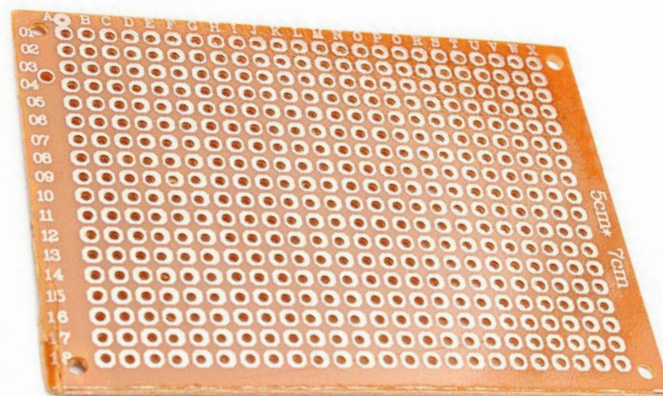
5.5 Κατασκευή ηλεκτρονικών βαθμίδων αναλογικού υπολογιστή

Η συγκεκριμένη κατασκευή αναλογικού υπολογιστή απαρτίζεται από τις παρακάτω ηλεκτρονικές βαθμίδες και ηλεκτρονικά κυκλώματα.

- Ενισχυτής - Αντιστροφέας
- Ποτενσιόμετρο
- Ενισχυτής - Αθροιστής
- Ενισχυτής - Αθροιστής – Ολοκληρωτής
- Ηλεκτρονικό κύκλωμα ελεύθερης δημιουργίας των παραπάνω βαθμίδων

Υπάρχουν διάφοροι μέθοδοι κατασκευής πρωτότυπης ηλεκτρονικής πλακέτας, στη παρούσα πτυχιακή εργασία έγινε χρήση της διάτρητης πλακέτας.

Η διάτρητη πλακέτα διαθέτει κατάλληλες οπές για την εύκολη τοποθέτηση των ηλεκτρικών εξαρτημάτων.

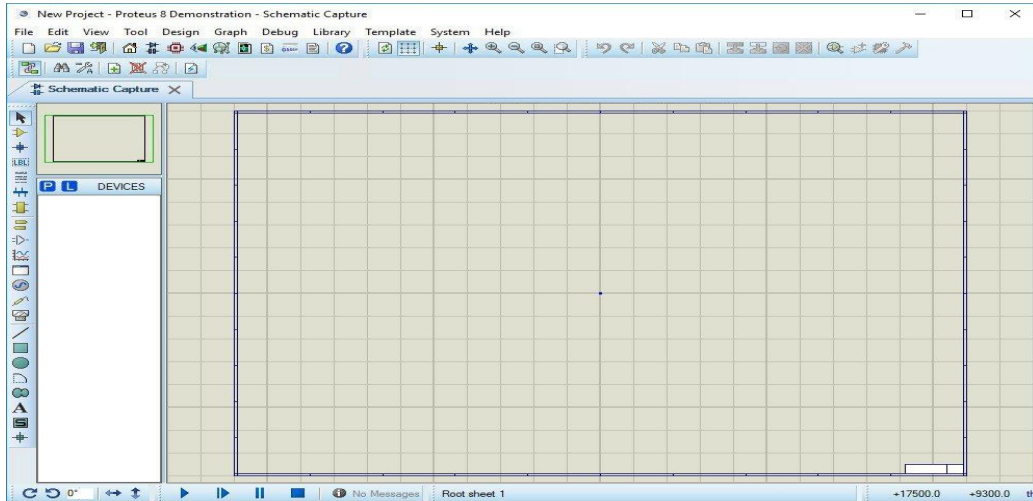


Εικόνα 5.5-1: διάτρητη πλακέτα κατασκευής πρωτότυπων κυκλωμάτων.

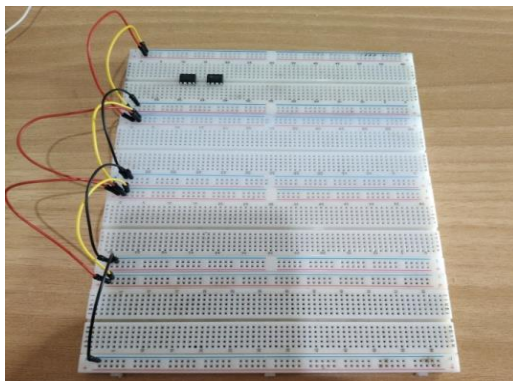
Πριν την δημιουργία των πρωτότυπων κυκλωμάτων ακολουθήθηκε μια αλληλουχία από απαραίτητες ενέργειες για την καλύτερη δυνατή λειτουργία του τελικού κυκλώματος.

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ ΚΑΙ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΑΝΑΛΟΓΙΚΟΥ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΗ

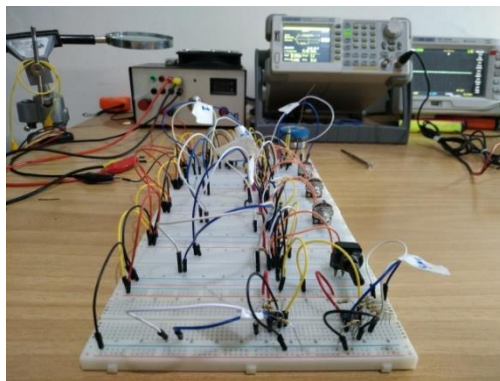
Οι ενέργειες αυτές είναι , η σχεδίαση του επιθυμητού ηλεκτρονικού κυκλώματος σε χαρτί με σκοπό την θεωρητική ανάλυση του, η σχεδίαση σε πρόγραμμα Η/Υ με σκοπό την εξομοίωση του κυκλώματος (το λογισμικό που χρησιμοποιήθηκε είναι το Proteus Design Suite), η επιλογή των κατάλληλων υλικών και η υλοποίηση του κυκλώματος σε δοκιμαστική πλακέτα (breadboard), με σκοπό την σύγκριση του πραγματικού κυκλώματος με του θεωρητικού και διόρθωση μερικών αποκλίσεων όσο αυτές είναι εφικτές για το πραγματικό κύκλωμα. Η τελευταία ενέργεια στην σειρά είναι η δημιουργία του πρωτότυπου κυκλώματος με την χρήση της διάτρητης πλακέτας.



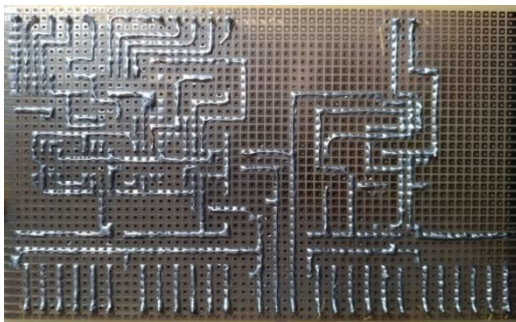
Εικόνα 5.5-2: Περιβάλλον εργασίας Proteus.



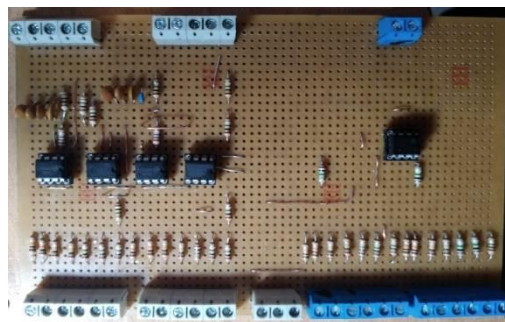
α)



β)



γ)



δ)

Εικόνα 5.5-3: α) πλακέτα δοκιμών β) καλωδιωμένη πλακέτα δοκιμών γ) το πίσω μέρος της πλακέτας δ) το μπροστινό μέρος της πλακέτας

5.5.1 Η διαδικασία κόλλησης στην διάτρητη πλακέτα.

Για την κόλληση των ηλεκτρονικών εξαρτημάτων στην διάτρητη πλακέτα χρησιμοποιήθηκαν τα παρακάτω όργανα και υλικά.

- Ηλεκτρονικός σταθμός κόλλησης με δυνατότητα ρύθμισης της θερμοκρασίας
- Καλάι (Το καλάι είναι ένα είδος μαλακής συγκόλλησης, το οποίο αποτελείται από κράμα κασσίτερου με χαλκό και άλλα μαλακά μέταλλα. Στην αγορά το βρίσκουμε κυρίως σε συρμάτινα ρολά, ανάλογα με το πάχος του σύρματος)
- Σφουγγάρι (για τον καθαρισμό της μύτης τους κολλητηριού)
- Καλώδιο UTP
- Μέγγενη

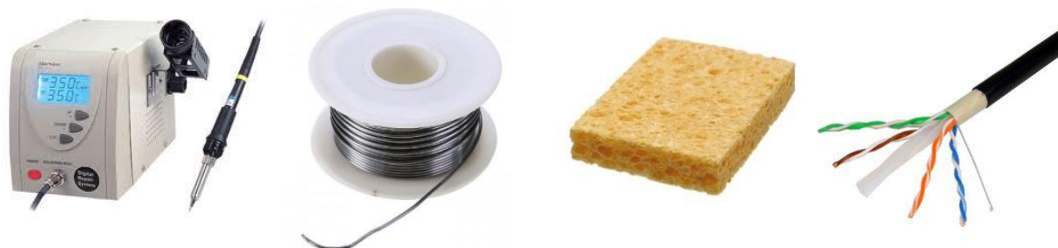
Η διαδικασία έχει ως εξής :

Το κολλητήρι ρυθμίζεται στην κατάλληλη θερμοκρασία, η οποία μπορεί να βρεθεί μόνο κάνοντας πειράματα από τις χαμηλές θερμοκρασίες στις υψηλές. Αν η χαμηλότερη θερμοκρασία δεν λιώνει το καλάι, είναι αναγκαίο να πραγματοποιηθεί αύξηση της θερμοκρασίας.

Αφού γίνει η σωστή επιλογή της θερμοκρασίας, το κολλητήρι έρχεται σε επαφή με τη σύνδεση των καλωδίων. Στα σημεία που έχει ζεσταθεί αρκετά, γίνεται επαφή του καλάι ώστε να αρχίσει να λιώνει.

Το καλώδιο UTP χρησιμοποιείται για την δημιουργία διαδρομών χαλκού στο πίσω μέρος της πλακέτας.

Το σφουγγάρι για τον καθαρισμό της επιφάνειας της μύτης του κολλητηριού ενώ η μέγγενη για την στήριξη της πλακέτας κατά την διάρκεια της διαδικασίας.



Εικόνα 5.5.1-1: Απαραίτητα όργανα και υλικά για την διαδικασία κόλλησης α) σταθμός κόλλησης β) καλάι γ) βοηθητικό σφουγγαράκι καθαρισμού μύτης κολλητηριού δ) βοηθητικό καλώδιο τύπου UTP.



Εικόνα 5.5.1-2: Η κατασκευή στην τελική της μορφή.

Βιβλιογραφία

1. Δ. Καλλιγερόπουλος , Σ. Βασιλειάδου “Συστήματα Αυτομάτου Ελέγχου Ι”, Σύγχρονη Εκδοτική Αθήνα 2005.
2. Δ. Καλλιγερόπουλος , Σ. Βασιλειάδου “Συστήματα Αυτομάτου Ελέγχου ΙΙ”, Σύγχρονη Εκδοτική Αθήνα 2005.
3. Δ. Καλλιγερόπουλος , Σ. Βασιλειάδου “Αναλογική Εξομοίωση Συστημάτων”, Αθήνα 2005.
4. Παντελής Β. Μαλατέστας “Συστήματα Αυτομάτου Ελέγχου” Εκδόσεις Τζιόλα.
5. Παντελής Β. Μαλατέστας “Λυμένες Ασκήσεις Αυτομάτου Ελέγχου Δεύτερη έκδοση” Εκδόσεις Τζιόλα.
6. Γιάννη Χαριτάνη “Ηλεκτρονικά Γραμμικά Κυκλώματα Συνεχούς Χρόνου” Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Αράκυνθος.
7. Δημόπουλος, Η., Συστήματα και Κυκλώματα Συνεχούς Χρόνου, Unitext, Αθήνα 2003.
8. Δ. Καλλιγερόπουλος “Ο Αναλογικός Υπολογιστής” Ολυμπιάς, Αθήνα 1990.
9. Δ. Καλλιγερόπουλος “Συστήματα Αυτομάτου Ελέγχου και Αναλογικός Υπολογιστής Ι και ΙΙ” ΟΕΔΒ, Αθήνα 1982.
10. Α.Β Μαχιά. Καλλιγερόπουλος “Συστήματα Αυτομάτου Ελέγχου και Αναλογικοί Υπολογιστές ” Αθήνα 1991.
11. Παρασκευόπουλος, Π., “Συστήματα Αυτομάτου τόμος Α ” Αθήνα 1984.
12. Παρασκευόπουλος, Π., “Συστήματα Αυτομάτου τόμος Β ” Αθήνα 1984.
13. Παρασκευόπουλος, Π., “Συστήματα Αυτομάτου Ελέγχου και Βασικές Έννοιες με εφαρμογές” Αθήνα 1986.
14. Dorf, R., Bishop, R., “Σύγχρονα Συστήματα Αυτομάτου Ελέγχου ” τζιόλα θεσσαλονίκη 2003.
15. Βαφειάδης, Π., “Μαθήματα Συστημάτων Ελέγχου”, Αθήνα 1983.