



## Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών Τ.Ε.

Επικαιροποίηση υπολογιστικών εργαλείων για την  
αποτίμηση της αντοχής σύμμικτων μελών σύμφωνα με τον  
EC4 – Βελτιστοποίηση με χρήση αλγορίθμων Σμήνους  
Σωματιδίων.



**ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

Καβαλλιεράτου Αγγιολίνα

Φάκα Χαρά

Επιβλέπων: Χαραλαμπάκης Αριστοτέλης



## ΔΗΛΩΣΗ ΣΥΓΓΡΑΦΕΑ ΠΤΥΧΙΑΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

ΕΓΩ, κάτω από τον επωνυμισμό/τη ΔΑΝΑ ΧΑΡΙΣΙΔΕΙΑ του  
ΑΘΑΝΑΣΟΥ ΓΩΛΠΙΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΟΥ Τ.Ε.

του Δ.Ε.Ι. Πειραιά Τ.Τ., πριν αναλάβω την εκπόνηση της Πτυχιακής Εργασίας μου, δηλώνω ότι ενημερώθηκα για τα παρακάτω:

«Η Πτυχιακή Εργασία (Π.Ε.) αποτελεί προϊόν πνευματικής ιδιοκτησίας τόσο του συγγραφέα, όσο και του Ιδρύματος και θα πρέπει να έχει μοναδικό χαρακτήρα και πρωτότυπο περιεχόμενο.

Απαγορεύεται αυστηρά οποιοδήποτε κομμάτι κειμένου της να εμφανίζεται αυτούσιο ή μεταφρασμένο από κάποια άλλη δημοσιευμένη πηγή. Κάθε τέτοια πράξη αποτελεί προϊόν λογκλοπής και εγείρει θέμα Ηθικής Τάξης για τα πνευματικά δικαιώματα του άλλου συγγραφέα. Αποκλειστικός υπεύθυνος είναι ο συγγραφέας της Π.Ε., ο οποίος φέρει και την ευθύνη των συνεπειών, ποινικών και άλλων, αυτής της πράξης.

Πέραν των όποιων ποινικών ευθυνών του συγγραφέα, σε περίπτωση που το Ιδρυμα του έχει απονεμίσει Πτυχίο, αυτό ανακαλείται με απόφαση της Συνέλευσης του Τμήματος. Η Συνέλευση του Τμήματος με νέα απόφασή της, μετά από αίτηση του ενδιαφερόμενου, του αναθέτει εκ νέου την εκπόνηση Π.Ε. με άλλο θέμα και διαφορετικό επιβλέποντα καθηγητή. Η εκπόνηση της εν λόγω Π.Ε. πρέπει να ολοκληρωθεί εντός τουλάχιστον ενός ημερολογιακού έμηνου από την ημερομηνία αναθεσής της. Κατά τα λοιπά εφαρμόζονται τα προβλεπόμενα στο άρθρο 18, παρ.5 του ισχύοντος Εσωτερικού Κανονισμού».

Ο όλημων

Ημερομηνία

06/06/2018

## ΔΗΛΩΣΗ ΣΥΓΓΡΑΦΕΑ ΠΤΥΧΙΑΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Ο/Η κάτωθι υπογεγραμμένος/η Καβαλλιεράτου Αχιλλείνα του  
Γεωργίου φοιτητής του Τμήματος Πολιτικών Μηχανικών Τ.Ε.

του Α.Ε.Ι Πειραιά Τ.Τ, πριν αναλάβω την εκπόνηση της Πτυχιακής Εργασίας μου, δηλώνω ότι ενημερώθηκα για τα παρακάτω:

«Η Πτυχιακή Εργασία (Π.Ε) αποτελεί προϊόν πνευματικής ιδιοκτησίας τόσο του συγγραφέα, όσο και του Ιδρύματος και θα πρέπει να έχει μοναδικό χαρακτήρα και πρωτότυπο περιεχόμενο.

Απαγορεύεται αυστηρά οποιοδήποτε κομμάτι κειμένου της να εμφανίζεται αυτούσιο ή μεταφρασμένο από κάποια άλλη δημοσιευμένη πηγή. Κάθε τέτοια πράξη αποτελεί προϊόν λογοκλοπής και εγείρει θέμα Ηθικής Τάξης για τα πνευματικά δικαιώματα του άλλου συγγραφέα. Αποκλειστικός υπεύθυνος είναι ο συγγραφέας της Π.Ε, ο οποίος φέρει και την ευθύνη των συνεπειών, ποινικών και άλλων, αυτής της πράξης.

Πέραν των όποιων ποινικών ευθυνών του συγγραφέα, σε περίπτωση που το Ίδρυμα του έχει απονείμει Πτυχίο, αυτό ανακαλείται με απόφαση της Συνέλευσης του Τμήματος. Η Συνέλευση του Τμήματος με νέα απόφασή της, μετά από αίτηση του ενδιαφερόμενου, του αναθέτει εκ νέου την εκπόνηση Π.Ε με άλλο θέμα και διαφορετικό επιβλέποντα καθηγητή. Η εκπόνηση της εν λόγω Π.Ε πρέπει να ολοκληρώσει εντός τουλάχιστον ενός ημερολογιακού βμήνου από την ημερομηνία ανάθεσής της. Κατά τα λοιπά εφαρμόζονται τα προβλεπόμενα στο άρθρο 18. παρ.5 του ισχύοντος Εσωτερικού Κανονισμού».

Ο Δήλών  


Ημερομηνία

## ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

|  |           |
|--|-----------|
| <b>ΠΕΡΙΛΗΨΗ</b> .....  | <b>5</b>  |
| <b>ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ</b> .....   | <b>7</b>  |
| <b>ΕΙΣΑΓΩΓΗ</b> .....  | <b>9</b>  |
| <br>   |           |
| <b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΙΣ ΣΥΜΜΙΚΤΕΣ ΚΑΤΑΣΚΕΥΕΣ</b> .....         | <b>11</b> |
| 1.1 Σύμμικτες κατασκευές.....                                      | 13        |
| 1.2 Σύμμικτα δομικά στοιχεία .....                                 | 15        |
| <br>   |           |
| <b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 ΕΠΙΛΥΣΗ ΣΥΜΜΙΚΤΩΝ ΜΕΛΩΝ</b> .....                    | <b>17</b> |
| 2.1 Σύμμικτη δοκός .....   | 19        |
| 2.1.1 Τυπικές μορφές σύμμικτων δοκών.....                          | 19        |
| 2.1.2 Κατάταξη διατομών.....                                       | 20        |
| 2.1.3 Πλαστική ανάλυση .....                                       | 25        |
| 2.1.4 Ελαστική ανάλυση.....  | 26        |
| 2.1.5 Αντοχή σε διάτμηση.....                                      | 28        |
| 2.2 Σύμμικτο υποστήλωμα.....                                       | 31        |
| 2.2.1 Περιορισμοί διαστάσεων .....                                 | 31        |
| 2.2.2 Θλίψη και κάμψη .....  | 32        |
| <br>   |           |
| <b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ</b> .....                             | <b>33</b> |
| 3.1 Βελτιστοποίηση.....  | 35        |
| 3.2 Μέθοδοι βελτιστοποίησης.....                                   | 37        |
| <br>   |           |
| <b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 ΜΕΘΕΥΡΕΤΙΚΟΙ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ - PSO</b> .....              | <b>39</b> |
| 4.1 Αλγόριθμοι .....   | 41        |
| 4.2 Μεθευρετικοί αλγόριθμοι.....                                   | 41        |
| 4.3 Βελτιστοποίηση με τον αλγόριθμο Σμήνους Σωματιδίων (PSO) ..... | 42        |
| 4.3.1 Simple PSO Algorithm .....                                   | 44        |
| 4.3.2 Enhanced PSO.....  | 44        |

|  |            |
|--|------------|
| <b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ</b> .....  | <b>47</b>  |
| 5.1 Εισαγωγή .....   | 49         |
| 5.2 Εφαρμογή 1 (Σύμμικτη δοκός με συγκολλητή διατομή - Θετικές ροπές).....   | 50         |
| 5.3 Εφαρμογή 2 (Σύμμικτη δοκός με συγκολλητή διατομή - Θετικές ροπές).....   | 58         |
| 5.4 Εφαρμογή 3 (Σύμμικτη δοκός με συγκολλητή διατομή - Θετικές ροπές).....   | 65         |
| 5.4.1 Επίλυση διατομής βάσης .....   | 65         |
| 5.4.2 Επίλυση με χρήση PSO .....   | 79         |
| 5.5 Σύγκριση Γενετικών Αλγορίθμων με PSO.....                                | 81         |
| 5.5.1 Επίλυση διατομής βάσης – Επίλυση με Γενετικούς Αλγορίθμους .....       | 81         |
| 5.5.2 Επίλυση με χρήση PSO – Σύγκριση με Γενετικούς Αλγορίθμους.....         | 96         |
| 5.6 Εφαρμογή 4 (Σύμμικτη δοκός με συγκολλητή διατομή - Αρνητικές ροπές)..... | 99         |
| 5.7 Εφαρμογή 5 (Σύμμικτη δοκός με συγκολλητή διατομή - Αρνητικές ροπές)..... | 110        |
| 5.7.1 Επίλυση διατομής βάσης .....   | 110        |
| 5.7.2 Επίλυση με χρήση PSO .....   | 118        |
| 5.8 Εφαρμογή 6 (Σύμμικτο υποστήλωμα).....                                    | 120        |
| 5.8.1 Επίλυση διατομής βάσης .....   | 120        |
| 5.8.2 Επίλυση με χρήση PSO .....   | 129        |
| <br>   |            |
| <b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ</b> .....   | <b>133</b> |
| 6.1 Συμπεράσματα από τη εκπόνηση της εργασίας.....                           | 135        |
| <br>   |            |
| <b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7 ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΗ ΕΡΕΥΝΑ</b> .....                                    | <b>137</b> |
| 7.1 Παρουσίαση προτάσεων για μελλοντική έρευνα.....                          | 139        |
| <br>   |            |
| <b>ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ</b> .....   | <b>141</b> |
| <b>ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ</b> .....  | <b>163</b> |

## Περίληψη

Η πτυχιακή εργασία "Επικαιροποίηση Υπολογιστικών Εργαλείων για την αποτίμηση αντοχής σύμμικτων μελών σύμφωνα με τον EC4 – Βελτιστοποίηση με χρήση αλγορίθμου Σμήνους Σωματιδίων" εκπονήθηκε από τις φοιτήτριες Καβαλλιεράτου Αγγιολίνα και Φάκα Χαρά στα πλαίσια της περάτωσης των σπουδών τους στο τμήμα Πολιτικών Μηχανικών Τ.Ε. του Α.Τ.Ε.Ι Πειραιά και επιβλέφθηκε από τον Δρα Πολιτικό Μηχανικό κ. Αριστοτέλη Χαραλαμπίκη. Είναι σημαντικό να αναφερθεί πως το παρόν έντυπο αποτελεί εξέλιξη της πτυχιακής εργασίας που εκπονήθηκε από τον πρώην σπουδαστή Κωνσταντίνο Κομποτό με θέμα "Βέλτιστος Σχεδιασμός Σύμμικτων μελών με χρήση Μεθευρετικών Αλγορίθμων." Τα υπολογιστικά φύλλα αυτής της εργασίας χρησιμοποιήθηκαν και τροποποιήθηκαν για την παρούσα, σύμφωνα με τα πρότυπα του EC4 και το πρόβλημα βελτιστοποιήθηκε με τη χρήση διαφορετικού αλγόριθμου.

Σκοπός της παρούσας εργασίας είναι η αποτίμηση της αντοχής σύμμικτων μελών σύμφωνα με τον Ευρωκώδικα EC4, καθώς και ο βέλτιστος σχεδιασμός τους. Συγκεκριμένα, εξετάζεται η συμπεριφορά σύμμικτων δοκών υπό την επιβολή των εκάστοτε φορτίων μιας οποιασδήποτε κατασκευής και τα αποτελέσματα αυτής.

Αρχικά έγινε γενική μελέτη και συνοπτική αναφορά στις σύμμικτες κατασκευές και ειδικότερα στις σύμμικτες δοκούς, καθώς αποτελούν κύριο αντικείμενο εξέτασης. Στη συνέχεια έγινε η επίλυση των σύμμικτων δοκών για την ασφαλή παραλαβή τους έναντι των καταπονήσεων στις οποίες υποβάλλονται. Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιήθηκαν τα υπολογιστικά φύλλα της **Microsoft Excel**.

Εν συνεχεία, έγινε εκτενής μελέτη και κατανόηση των μεθευρετικών αλγορίθμων που στοχεύουν στη βελτιστοποίηση προβλημάτων και ειδικότερα του αλγορίθμου Σμήνους Σωματιδίων (PSO), ο οποίος και χρησιμοποιήθηκε στην παρούσα εργασία. Στα πλαίσια της βελτιστοποίησης χρησιμοποιήθηκε το εξειδικευμένο πρόγραμμα "**xlOptimizer**" της "**TechnoLogismiki**". Σε αυτό το σημείο ο αλγόριθμος λειτουργεί συνδυαστικά με τα τροποποιημένα υπολογιστικά φύλλα, προκειμένου να βελτιστοποιηθούν συνολικά τα χαρακτηριστικά της εκάστοτε σύμμικτης δοκού ώστε να μην υπάρξει αστοχία.

Τέλος, η εκτενής αυτή μελέτη συνοδεύεται από διάφορα παραδείγματα που επιλύθηκαν με τις προαναφερόμενες μεθόδους, αναδεικνύοντας ότι πρόκειται για ιδιαίτερα αξιόπιστα εργαλεία που μπορούν να σταθούν πολύ χρήσιμα κατά την επίλυση σύμμικτων μελών και τη βελτιστοποίηση αυτών.





## Ευχαριστίες

Σε αυτό το σημείο θα θέλαμε αρχικά να ευχαριστήσουμε θερμά τον Καθηγητή μας κ. Αριστοτέλη Χαραλαμπίκη. Χωρίς τις υποδείξεις, τις συμβουλές του, την υπομονή και την εμπιστοσύνη που μας έδειξε, θα ήταν αδύνατη η υλοποίηση της πτυχιακής μας εργασίας σε αυτό το βαθμό.

Θερμές ευχαριστίες θα θέλαμε να εκφράσουμε η καθεμία ξεχωριστά και στις οικογένειές μας, που ήταν πάντα δίπλα μας τα χρόνια των σπουδών μας και μας παρείχαν κάθε είδους υποστήριξη μέχρι την τελευταία στιγμή.

Τέλος, ευχαριστούμε θερμά τους φίλους και συμφοιτητές μας που με τη βοήθεια, τη στήριξη και την ενθάρρυνσή τους καταφέραμε να φτάσουμε στο τέλος των σπουδών μας και συγκεκριμένα να συγγράψουμε την παρούσα εργασία.



## Εισαγωγή

Σκοπός της παρούσας πτυχιακής εργασίας ήταν μέσω της εκπόνησης της μελέτης των σύμμικτων δοκών να εφαρμοστούν οι γνώσεις των προηγούμενων ετών, εμβαθύνοντας παράλληλα στις κανονιστικές διατάξεις του Ευρωκώδικα 4 και να αναπτυχθούν δεξιότητες που αφορούν το σχεδιασμό σύμμικτων μελών, και ειδικότερα σύμμικτων δοκών. Επιπλέον, έγινε μελέτη ώστε να διερευνηθούν βέλτιστοι τρόποι σχεδιασμού συγκεκριμένων μελών και προσομοίωσής τους με τον πιο αντιπροσωπευτικό τρόπο στο πρόγραμμα βελτιστοποίησης, όπου χρησιμοποιήθηκε ο αλγόριθμος σμήνους σωματιδίων.

Η δομή της παρούσας εργασίας έχει ως εξής:

- Στο κεφάλαιο 1 γίνεται θεωρητική προσέγγιση των σύμμικτων κατασκευών και μελών. Γίνεται περιγραφή των σύμμικτων δομικών στοιχείων και των χαρακτηριστικών τους.
- Στο κεφάλαιο 2 γίνεται λεπτομερής αναφορά στις σύμμικτες δοκούς ξεχωριστά, ως βασικό αντικείμενο μελέτης της εργασίας. Παρουσιάζεται εκτενώς η μεθοδολογία επίλυσής τους.
- Στο κεφάλαιο 3 παρουσιάζεται η έννοια της βελτιστοποίησης από τη θεωρητική σκοπιά.
- Στο κεφάλαιο 4 γίνεται αναφορά στους μεθευρετικούς αλγόριθμους και συγκεκριμένα στον αλγόριθμο σμήνους σωματιδίων (PSO).
- Στο κεφάλαιο 5 παραθέτονται αριθμητικά παραδείγματα επίλυσεων σύμμικτων δοκών, καθώς και της βελτιστοποίησης τους.
- Στο κεφάλαιο 6 γίνεται αναφορά στα συμπεράσματα που μπορούμε να εξαγάγουμε από την παρούσα μελέτη.
- Στο κεφάλαιο 7 αναφέρεται η χρήση της παρούσας εργασίας σε μελλοντική έρευνα.



# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

## ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΙΣ ΣΥΜΜΙΚΤΕΣ ΚΑΤΑΣΚΕΥΕΣ



## 1.1 Σύμμικτες κατασκευές

Σύμμικτες κατασκευές χάλυβα- σκυροδέματος ονομάζονται αυτές στις οποίες τα διάφορα δομικά στοιχεία ( δοκοί πλάκες υποστυλώματα) προκύπτουν από τον συνδυασμό δομικού χάλυβα και σκυροδέματος. Η συνεργασία των δύο υλικών εξασφαλίζεται μέσω ειδικών συνδέσμων στην επιφάνεια επαφής τους οι οποίοι ονομάζονται διατμητικοί σύνδεσμοι αφού παραλαμβάνουν κυρίως διατμητικές τάσεις. Παρόλο που τα υλικά αυτά διαφέρουν ως προς την φύση τους, συνεργάζονται και αλληλοσυμπληρώνουν το ένα το άλλο:

- Το σκυρόδεμα είναι αποτελεσματικό σε θλίψη και ο χάλυβας σε εφελκυσμό.
- Τα χαλύβδινα μέλη είναι σχετικά λεπτά και ευπαθή σε λυγισμό, ενώ το σκυρόδεμα μπορεί να περιορίσει το λυγισμό.
- Το σκυρόδεμα εξασφαλίζει προστασία έναντι διάβρωσης και παρέχει μόνωση σε υψηλές θερμοκρασίες.
- Ο χάλυβας αυξάνει την πλαστικότητα της κατασκευής.

Τα πλεονεκτήματα των σύμμικτων κατασκευών σε σύγκριση με αυτών που είναι εξ ολοκλήρου από δομικό χάλυβα ή οπλισμένο σκυρόδεμα προκύπτουν από τον συνδυασμό των πλεονεκτημάτων των επιμέρους υλικών, τα οποία ικανοποιούν κάθε κατασκευαστικό επίπεδο:

- **Αρχιτεκτονική**

Ο σχεδιασμός σύμμικτων κατασκευών προσφέρει πολλές αρχιτεκτονικές δυνατότητες για το συνδυασμό διαφορετικών τύπων σύμμικτων στοιχείων. Εκτός από την μείωση των διαστάσεων των δοκών

- μεγαλύτερα ανοίγματα
- λεπτότερες πλάκες
- πιο λεπτοί στύλοι παρέχουν ευελιξία και πιο πολλές δυνατότητες στο σχεδιασμό.

- **Οικονομία**

Λόγω των μικρότερων διαστάσεων (υψηλότερη ακαμψία σημαίνει μικρότερες μετατοπίσεις, μεγαλύτερα ανοίγματα και μικρότερο ύψος δοκού) και της σύντομης ανέγερσης προκύπτουν σημαντικά οικονομικά οφέλη. Ο πλεονεκτικός λόγος ανοίγματος προς ύψος ( $l/h=35$ ) είναι σημαντικός:

- Μείωση του ύψους μειώνει το συνολικό ύψος του κτιρίου άρα μειώνεται ο χώρος οροφής
- Μεγαλύτερα ανοίγματα με το ίδιο ύψος (συγκριτικά με άλλες μεθόδους) που συνεπάγονται περισσότερους χώρους άνευ υποστυλωμάτων ενδιάμεσα
- Περισσότεροι όροφοι με το ίδιο συνολικά ύψος κτιρίου. Οι σύμμικτες κατασκευές είναι εύκολες στην ανέγερσή τους και έχουν μικρότερους χρόνους ανέγερσης. -->Μείωση κόστους, νωρίτερη αποπεράτωση του κτιρίου --> Χαμηλότερο κόστος χρηματοδότησης --> Νωρίτερη έναρξη χρήσης και συνεπώς αύξηση εισοδήματος από ενοίκια.

- **Λειτουργικότητα**

Στις συμβατικές μεταλλικές κατασκευές χρησιμοποιούνται συστήματα πυροπροστασίας που βασίζονται στην μόνωση του χάλυβα έναντι της θερμότητας της φωτιάς. Στις σύγχρονες μεταλλικές και σύμμικτες κατασκευές εφαρμόζονται συστήματα πυροπροστασίας όπου το σκυρόδεμα αποτελεί το μονωτικό υλικό λόγω της μεγάλης μάζας του και της χαμηλής θερμοπερατότητας. Όπως οι σύμμικτες πλάκες έχουν πυραντίσταση, έτσι και οι σύμμικτες δοκοί μπορούν να χρησιμοποιηθούν με απροστάτευτα πέλματα, αλλά το διάστημα μεταξύ των πελμάτων πληρώνεται με σκυρόδεμα και πρόσθετο σπλισμό. Αυτό εξασφαλίζει χαμηλότερες θερμοκρασίες στον κορμό και το άνω πέλμα, αλλά επίσης και καμπτική αντοχή που αντισταθμίζει την μείωση λόγω αύξησης της θερμοκρασίας του κάτω πέλματος.

- **Λειτουργικότητα και ευκαμψία κτιρίων**

Οι σύμμικτες κατασκευές είναι ευέλικτες. Μπορούν εύκολα να υποστούν τροποποιήσεις κατά τη διάρκεια ζωής τους. Αυτό είναι εύκολο όταν υπάρχουν σύμμικτες πλάκες με μεταλλικό σκελετό στο κτίριο. Έτσι, μπορεί να τοποθετηθεί π.χ. μια σκάλα μεταξύ ορόφων με την απλή προσθήκη των απαραίτητων δοκών. Οι πρόσφατες εξελίξεις και αλλαγές στις επικοινωνίες, πληροφορική και υπολογιστική τεχνολογία καταδεικνύουν τη του να μπορούν να γίνουν εύκολα τροποποιήσεις στην λειτουργική δομή ενός κτιρίου. Επιπλέον, σε κτίρια εμπορικής χρήσης ή με πολλές ιδιοκτησίες πρέπει να είναι εφικτή η τροποποίηση της λειτουργικότητας χωρίς να προσβάλλεται η γειτονική ιδιοκτησία. Για την αντιμετώπιση των προβλημάτων αυτών, οι μηχανικοί έχουν να επιλέξουν μεταξύ διαφόρων δυνατοτήτων. Γενικά υπάρχουν τρεις εναλλακτικές λύσεις για την διευθέτηση λειτουργικών αναγκών:

- εντός της οροφής
- εντός του δαπέδου
- εντός κιβωτίου που διανύει κατά μήκος των τοίχων Το διάκενο μεταξύ της κάτω παρειάς του σκυροδέματος και του κάτω πέλματος μίας σύμμικτης δοκού αποτελεί ιδεατό μέρος για την τοποθέτηση των λειτουργικών αναγκών.

- **Συναρμολόγηση**

Τα σύμμικτα δάπεδα αποτελούν πλέον την προτιμώμενη επιλογή για πληθώρα κατασκευών, προσφέροντας στο μηχανικό και τους πελάτες τα ακόλουθα πλεονεκτήματα:

- Πλατφόρμα εργασίας
- Μόνιμο καλούπι
- Σιδηρός σπλισμός
- Ταχύτητα και απλούστευση στην κατασκευή
- Ποιοτικός έλεγχος προϊόντων



## 1.2 Σύμμικτα δομικά στοιχεία

Οι σύμμικτες κατασκευές, όπως προαναφέρθηκε, αποτελούνται από δομικά στοιχεία στα οποία συνεργάζονται ο *δομικός χάλυβας* και το *οπλισμένο σκυρόδεμα*. Ειδικότερα, τα δομικά αυτά στοιχεία μπορεί να είναι:

- **Σύμμικτες πλάκες:** Αποτελούνται από χαλυβδόφυλλο και έγχυτο σκυρόδεμα. Στο πάνω μέρος της πλάκας διατάσσεται οπλισμός για περιορισμό της ρηγμάτωσης και παραλαβή των αρνητικών ροπών. Συνήθως χρησιμοποιείται πλέγμα. Το χαλυβδόφυλλο λειτουργεί στη φάση διάστρωσης του σκυροδέματος ως μεταλλότυπος και στη φάση λειτουργίας ως κάτω οπλισμός. Η συνεργασία των φύλλων – σκυροδέματος επιτυγχάνεται με την πρόβλεψη νευρώσεων, εγκοπών ή προεξοχών στο χαλυβδόφυλλο ή με διάταξη διατμητικών συνδέσμων στις στηρίξεις.
- **Σύμμικτες δοκοί:** Αποτελούνται από σιδηροδοκό πρότυπης ή συγκολλητής διατομής σχήματος I ή H και πλάκα από σκυρόδεμα, η οποία αποτελεί το άνω πέλμα της δοκού. Η συνεργασία δοκού-πέλματος επιτυγχάνεται με την πρόβλεψη διατμητικών συνδέσμων στη διεπιφάνεια σκυροδέματος-σιδηροδοκού.
- **Σύμμικτα υποστηλώματα:** Αποτελούνται από σιδηροδοκό πρότυπης ή συγκολλητής διατομής σχήματος I ή H, η οποία εγκιβωτίζεται πλήρως ή μερικώς στο σκυρόδεμα, ή κοιλοδοκό σωληνωτής, τετραγωνικής ή ορθογωνικής διατομής που περιβάλλει το σκυρόδεμα.



# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

## ΕΠΙΛΥΣΗ ΣΥΜΜΙΚΤΩΝ ΜΕΛΩΝ



## 2.1 Σύμμικτη δοκός

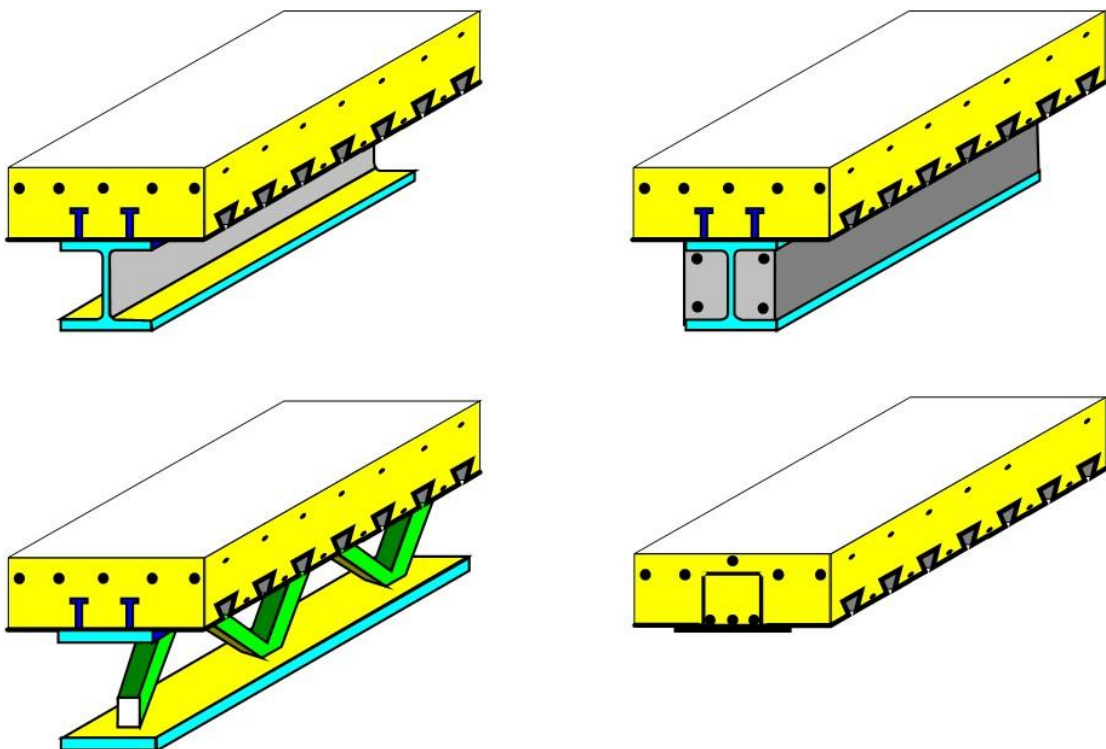
### 2.1.1 Τυπικές μορφές σύμμικτων δοκών

Σε μια τυπική διάταξη σύμμικτης δοκού, πάνω στη μεταλλική δοκό, εδράζεται η σύμμικτη πλάκα από σκυρόδεμα σε χαλυβδοέλασμα που λειτουργεί σαν παραμένων ξυλότυπος και συνελκόμενος σπλισμός. Στην περίπτωση αυτή, στην εγκάρσια διεύθυνση η πλάκα έχει ενεργό πάχος σκυροδέματος το σύνολο του ύψους του σκυροδέματος. Ενώ στη διαμήκη διεύθυνση της δοκού, ενεργό πάχος σκυροδέματος αποτελεί μόνο το συμπαγές πάχος πάνω από το χαλυβδοέλασμα.

Σε μια τυπική διάταξη ενός μεταλλικού δαπέδου με τις κύριες δοκούς στη μία διεύθυνση και τις διαδοκίδες στην άλλη, τοποθετείται ένα τραπεζοειδές χαλυβδοέλασμα και γεμίζει με σκυρόδεμα. Αν τοποθετήσουμε διατμητικούς συνδέσμους και εξασφαλίσουμε μηχανικά τη διαμήκη διατμητική σύνδεση, η λειτουργία των δοκών και των δοκίδων γίνεται σύμμικτη και η αντοχή και η ακαμψία αυξάνονται σημαντικά. Επιπλέον, έχουμε την εξασφάλιση σε στρεπτοκαμπτικό λυγισμό των δοκών και δοκίδων και την πρόσθετη διαφραγματική λειτουργία. Οι διατμητικοί σύνδεσμοι ηλεκτροσυγκολλώνται στις δοκούς, συνήθως και με το χαλυβδοέλασμα, και παρέχουν την απαιτούμενη σύνδεση για τη σύμμικτη λειτουργία.

Για θετικές ροπές, όπου το σκυρόδεμα θλίβεται, και με τη διατμητική διασύνδεση εξασφαλίζεται η επιτεδότητα της καμπτόμενης διατομής, η δοκός συμπεριφέρεται σαν τη σύμμικτη με τη συνεργασία των δύο υλικών.

Αντίθετα όταν το σκυρόδεμα εφελκύεται, ρηγματώνεται, δεν μπορεί να μεταφέρει εφελκυστικές δυνάμεις και δε συμμετέχει στη διατομή, οπότε η ενεργός διατομή είναι μόνη της η μεταλλική δοκός.



*Τέσσερις διαφορετικοί τύποι σύμμικτων δοκών*

### 2.1.2 Κατάταξη διατομών

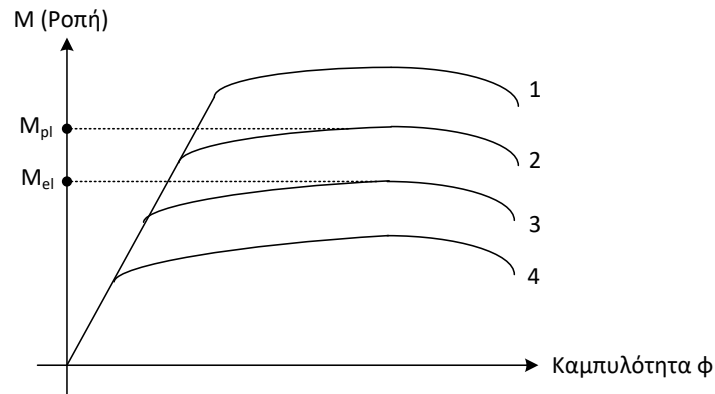
Τα μεγέθη αντοχής των δοκών (σιδηροδοκών ή σύμμικτων) προσδιορίζονται με **ελαστική ή πλαστική ανάλυση**, ανάλογα με την κατάταξη της διατομής. Οι κατηγορίες διατομών και τα αντίστοιχα μεγέθη αντοχής φαίνονται παρακάτω:

| Κατηγορία διατομής | Σχέση οριακής ροπής<br>Μu-ροπής διατομής | Στροφική ικανότητα | Ανάλυση<br>προσδιορισμού<br>αντοχών |
|--------------------|--|--------------------|-------------------------------------|
| 1                  | $M_u > M_{pl}$                           | Ναι                | E-E E-Π Π-Π                         |
| 2                  | $M_u > M_{pl}$                           | Περιορισμένη       | E-E E-Π                             |
| 3                  | $M_{pl} > M_u > M_{el}$                  | Όχι                | E-E                                 |
| 4                  | $M_u < M_{el}$                           | Όχι                | E-E για ενεργό                      |

Οι διατομές κατηγορίας 1 επιτρέπουν όλων των ειδών τις αναλύσεις. Σε διατομές κατηγορίας 2 επιτρέπεται η ανάλυση E-Π (ελαστική-πλαστική) και E-E (ελαστική-ελαστική), ενώ σε διατομές κατηγοριών 3 και 4 επιτρέπεται μόνο η ανάλυση E-E (ελαστική-ελαστική).

Παρακάτω γίνεται σύντομη αναφορά στις κατηγορίες διατομών, όπως ισχύει στον EC4.

- **Κατηγορία 1:** Η διατομή είναι τόσο συμπαγής που μπορεί να στραφεί μέχρι την πλήρη πλαστική ροπή και μετά να συνεχίσει να στρέφεται σαν πλαστική άρθρωση, μέχρι την τελική πλαστική κατάρρευση του φορέα, χωρίς φαινόμενα τοπικού λυγισμού.
- **Κατηγορία 2:** Η διατομή μπορεί να στραφεί μόνο μέχρι την ανάπτυξη της πλήρους πλαστικής ροπής, αλλά δε δημιουργεί πλαστική άρθρωση.
- **Κατηγορία 3:** Η διατομή μπορεί να στραφεί μέχρι το σημείο που η δυσμενέστερη ακραία ίνα φτάσει στο όριο διαρροής, δηλαδή αναπτύχθει η ελαστική ροπή αντοχής.
- **Κατηγορία 4:** Στην ελαστική ροπή τμήματα των θλιβόμενων στοιχείων (ακραία πέλματα, τμήματα του κορμού), έχουν εκτραπεί σε τοπικό λυγισμό και είναι ανενεργά.



Διάγραμμα καμπυλοτήτων στις κατηγορίες διατομών

Οι διατομές *κατηγορίας 1* επιτρέπουν όλων των ειδών τις αναλύσεις. Σε διατομές *κατηγορίας 2* επιτρέπεται η ανάλυση Ε-Π (ελαστική-πλαστική) και Ε-Ε (ελαστική-ελαστική), ενώ σε διατομές *κατηγοριών 3 και 4* επιτρέπεται μόνο η ανάλυση Ε-Ε (ελαστική-ελαστική).

Για να ισχύουν όλα αυτά που αναφέρθηκαν, πρέπει να εξασφαλίζεται:

- Η συνεργασία των δύο υλικών.
- Η αποφυγή της σχετικής ολίσθησης στη διεπιφάνεια
- Η διατήρηση της επιπεδότητας των διατομών

Αυτό επιτυγχάνεται με τη χρήση διατμητικών συνδέσμων και ο συνηθέστερος τύπος σήμερα είναι οι *ήλιοι κεφαλής*.

Οι σύμμικτες διατομές κατατάσσονται βάσει των γεωμετρικών χαρακτηριστικών της σιδηράς διατομής. Η κατάταξη μιας σύμμικτης διατομής εξαρτάται από την κατάταξη του θλιβόμενου πέλματος και του κορμού της σιδηροδοκού.

Η κατηγορία της διατομής καθορίζεται από το μέγιστο των επιμέρους κατηγοριών του πέλματος και του κορμού αντίστοιχα. Εν συνεχεία, η κατηγορία του στοιχείου του φέροντος οργανισμού καθορίζεται από την διατομή με την υψηλότερη κατηγοριοποίηση. Όπως και στην περίπτωση του στοιχείου, η κατηγορία του φορέα καθορίζεται από την πιο δυσμενή κατηγοριοποίηση των στοιχείων που την αποτελούν.

## Κατάταξη πελμάτων

Διακρίνονται οι παρακάτω περιπτώσεις:

- **Θλιβόμενα πέλματα μη συνδεδεμένα διατμητικά με την πλάκα σκυροδέματος:** Η περίπτωση αυτή αφορά σύμμικτες δοκούς στη φάση κατασκευής, σιδηροδοκούς με επικαθήμενη πλάκα σκυροδέματος χωρίς διατμητική σύνδεση με τη δοκό ή σύμμικτες δοκούς σε περιοχές αρνητικών ροπών. Για την κατάταξη των πελμάτων

διακρίνονται οι παρακάτω υποπεριπτώσεις ανάλογα με την ύπαρξη ή όχι σκυροδέματος εγκιβωτισμού μεταξύ των πελμάτων.

| Προεξέχοντα πέλατα                         |                              |   |  |                   |      |      |
|--|------------------------------|---|--|-------------------|------|------|
|  |                              |   |  |                   |      |      |
| Κατηγορία                                  | Τμήμα που υπόκειται σε θλίψη | Τμήμα που υπόκειται σε κάμψη και θλίψη                                      |  |                   |      |      |
|  |                              | Άκρο σε θλίψη   |  | Άκρο σε εφελκυσμό |      |      |
| Κατανομή τάσεων στα τμήματα (θλίψη θετική) |                              |   |  |                   |      |      |
| 1  | $c/t \leq 9\varepsilon$      | $c/t \leq \frac{9\varepsilon}{\alpha}$                                      | $c/t \leq \frac{9\varepsilon}{\alpha\sqrt{\alpha}}$  |                   |      |      |
| 2  | $c/t \leq 10\varepsilon$     | $c/t \leq \frac{10\varepsilon}{\alpha}$                                     | $c/t \leq \frac{10\varepsilon}{\alpha\sqrt{\alpha}}$ |                   |      |      |
| Κατανομή τάσεων στα τμήματα (θλίψη θετική) |                              |   |  |                   |      |      |
| 3  | $c/t \leq 14\varepsilon$     | $c/t \leq 21\varepsilon\sqrt{k_\sigma}$<br>Για $k_\sigma$ βλέπε EN 1993-1-5 |  |                   |      |      |
| $\varepsilon = \sqrt{235/f_y}$             | $f_y$                        | 235   | 275  | 355               | 420  | 460  |
|  | $\varepsilon$                | 1,00  | 0,92   | 0,81              | 0,75 | 0,71 |



- **Θλιβόμενα πέλματα συνδεόμενα διατμητικά με την πλάκα σκυροδέματος:** Η περίπτωση αυτή αφορά σύμμικτες δικούς σε περιοχές θετικών ροπών με ουδέτερο άξονα κάτω από την πλάκα, οπότε το πέγμα της σιδηροδοκού βρίσκεται υπό θλίψη. Τα πέλματα αυτά θεωρούνται κατηγορίας 1, ανεξαρτήτως λόγου  $c/t$  επειδή το σκυρόδεμα εμποδίζει τον τοπικό λυγισμό τους. Σε περίπτωση, όμως, που η κατάταξη του πέματος της σιδηροδοκού όπως θα βρισκόταν από τον παραπάνω πίνακα, αγνοώντας την πλάκα του σκυροδέματος, αντιστοιχούσε σε κατηγορία 3 ή 4, τίθενται οι πρόσθετοι περιορισμοί του παρακάτω πίνακα. Οι περιορισμοί αυτοί τοποθετούνται στις αποστάσεις των διατμητικών ήλων ώστε το πέγμα της σιδηροδοκού να μπορεί να κατατάσσεται στις κατηγορίες 1 ή 2.

| Είδος πλάκας   | $e_t$                                   | $e_l$  |
|--|---|--|
| Ολόσωμες πλάκες  | $e_t \leq 9 \times t_f \times \epsilon$ | $22 \times t_f \times \epsilon$<br>$e_l \leq 6 \times h_p$<br>800 mm         |
| Σύμμικτες πλάκες   |   | $15 \times t_f \times \epsilon$<br>$e_l \leq 6 \times (h_c + h_p)$<br>800 mm |
| $t_f =$ πάχος πέματος σιδηροδοκού, $h_p =$ ύψος χαλυβδόφυλλου, $\epsilon = \sqrt{235/f_y}$ |   |  |

### Κατάταξη κορμών

Η κατάταξη των κορμών σε κατηγορίες γίνεται κατ' αναλογία της ταξινόμησης των πελμάτων, συναρτήσει του λόγου ύψους προς πάχος  $d/t$ . Για το συντελεστή  $\alpha$ , όπως φαίνεται στον παρακάτω πίνακα, πρέπει να ισχύει ο εξής περιορισμός:

$$\alpha \leq 0,5 + \frac{20 \times t \times \epsilon}{hw}$$

ώστε να εξασφαλίζεται ότι ο νέος ουδέτερος άξονας δε θα βρεθεί στο άνω πέγμα της σιδηροδοκού. Κάθε σπλισμός της πλάκας που αυξάνει το πέραν της ανωτέρω τιμής, δε θα λαμβάνεται υπόψη κατά τον προσδιορισμό της πλαστικής αντοχής.

| Εσωτερικά θλιβόμενα τμήματα                |                              |                              |   |                  |      |      |
|--|------------------------------|------------------------------|---|------------------|------|------|
|  |                              |                              |   | Αξονας<br>κάμψης |      |      |
|  |                              |                              |   | Αξονας<br>Κάμψης |      |      |
| Κατηγορία                                  | Τμήμα που υπόκειται σε κάμψη | Τμήμα που υπόκειται σε θλίψη | Τμήμα που υπόκειται σε κάμψη και θλίψη  |                  |      |      |
| Κατανομή τάσεων στα τμήματα (θλίψη θετική) |                              |                              |   |                  |      |      |
| 1  | $c/t \leq 72\varepsilon$     | $c/t \leq 33\varepsilon$     | όταν $\alpha > 0,5$ : $c/t \leq \frac{396\varepsilon}{13\alpha - 1}$<br>όταν $\alpha \leq 0,5$ : $c/t \leq \frac{36\varepsilon}{\alpha}$        |                  |      |      |
| 2  | $c/t \leq 83\varepsilon$     | $c/t \leq 38\varepsilon$     | όταν $\alpha > 0,5$ : $c/t \leq \frac{456\varepsilon}{13\alpha - 1}$<br>όταν $\alpha \leq 0,5$ : $c/t \leq \frac{41,5\varepsilon}{\alpha}$      |                  |      |      |
| Κατανομή τάσεων στα τμήματα (θλίψη θετική) |                              |                              |   |                  |      |      |
| 3  | $c/t \leq 124\varepsilon$    | $c/t \leq 42\varepsilon$     | όταν $\psi > -1$ : $c/t \leq \frac{42\varepsilon}{0,67 + 0,33\psi}$<br>όταν $\psi \leq -1^*$ : $c/t \leq 62\varepsilon(1 - \psi)\sqrt{(-\psi)}$ |                  |      |      |
| $\varepsilon = \sqrt{235/f_y}$             | $f_y$                        | 235                          | 275   | 355              | 420  | 460  |
|  | $\varepsilon$                | 1,00                         | 0,92  | 0,81             | 0,75 | 0,71 |

### 2.1.3 Πλαστική Ανάλυση

Όπως προαναφέρθηκε, όταν η ανάλυση είναι πλαστική σημαίνει πως η διατομή που εξετάζουμε είναι κατηγορίας **1** ή **2**. Παρακάτω, λοιπόν, θα παρουσιάσουμε τη μέθοδο με την οποία επιλύουμε αυτές τις σύμμικτες δοκούς για τον υπολογισμό της αντοχής τους. Για το προσδιορισμό των πλαστικών ροπών τη διατομής μιας σύμμικτης δοκού θεωρούμε τις τάσεις των υλικών ίσες με τις οριακές τιμές τους.

Οι οριακές τιμές των τάσεων για κάθε ένα από τα υλικά της δοκού δίνονται ως εξής:

$$f_{cd} = 0,85 \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad \gamma_c = 1,50 \quad \text{όπου } f_{cd} \text{ η οριακή τάση σε θλίψη για το σκυρόδεμα}$$

$$f_{td} = 0 \quad \text{όπου } f_{td} \text{ η οριακή τάση σε εφελκυσμό για το σκυρόδεμα}$$

$$f_{ad} = \frac{f_{ya}}{\gamma_a} \quad \gamma_a = 1,10 \quad \text{όπου } f_{ad} \text{ η τάση σχεδιασμού για το δομικό χάλυβα}$$

$$f_{sd} = \frac{f_{sk}}{\gamma_s} \quad \gamma_s = 1,15 \quad \text{όπου } f_{sd} \text{ η τάση σχεδιασμού για τον οπλισμό}$$

Η ροπή αντοχής στην πλαστική ανάλυση υπολογίζεται με τη μέθοδο των λωρίδων. Σύμφωνα με αυτή τη μέθοδο, η διατομή χωρίζεται σε λωρίδες πάχους  $\Delta z$ . Σε κάθε διατομή αντιστοιχεί εμβαδόν  $\Delta A_i = b_i \cdot \Delta z$  και οριακή τάση  $f_i$  αναλόγως του υλικού. Η ροπή της λωρίδας ως προς τον ουδέτερο άξονα (Ο.Α.) δίνεται από τη σχέση:

$$M_i = A_i (z_i - z_{OA})$$

όπου  $z_i$  η στάθμη του κέντρου βάρους της εκάστοτε λωρίδας

και  $z_{OA}$  η στάθμη του ουδέτερου άξονα για την οποία πληρούνται οι συνθήκες ισορροπίας

Επομένως, η πλαστική ροπή αντοχής ορίζεται ως εξής:

$$M_{pl,Rd} = \sum_{i=1}^n M_i$$

### 2.1.4 Ελαστική Ανάλυση

Όπως προαναφέρθηκε, όταν η ανάλυση είναι πλαστική σημαίνει πως η διατομή που εξετάζουμε είναι κατά κύριο λόγο κατηγορίας **3** ή **4**. Παρακάτω, λοιπόν, θα παρουσιάσουμε τη μέθοδο με την οποία επιλύουμε αυτές τις σύμμικτες δοκούς για τον υπολογισμό της αντοχής τους.

Η κατανομή των εντατικών μεγεθών για κάθε υλικό μιας σύμμικτης διατομής εξαρτάται από τη δυσκαμψία τους. Η δυσκαμψία είναι συνάρτηση των μέτρων ελαστικότητας των υλικών στον υπολογισμό της ροπής. Επομένως, εισέρχονται τα μέτρα ελαστικότητας ή ο λόγος αυτών ως εξής:

$$\eta = \frac{E_a}{E_c}$$

Ο παραπάνω λόγος δεν παραμένει σταθερός με το χρόνο, λόγω ερπυσμού του σκυροδέματος. Στόχος της ελαστικής ανάλυσης είναι η εύρεση των τάσεων μίας σύμμικτης διατομής στην οποία ασκείται μία αξονική δράση  $N$  και μία ροπή κάμψης  $M$ . Λόγω της γραμμικότητας μπορούν να εξεταστούν χωριστά οι περιπτώσεις εφαρμογής  $M$  και  $N$ . Για τον έλεγχο πρέπει να ισχύει ότι οι τάσεις δεν είναι μεγαλύτερες των οριακών τάσεων με βάση τις εξής ανισότητες:

$$0 < -\sigma_c \leq f_{cd}$$

$$|\sigma_s| \leq f_{sd}$$

$$|\sigma_a| \leq f_{ad}$$

Η οριακή ελαστική ροπή σχεδιασμού προκύπτει πολλαπλασιάζοντας τις οριακές τάσεις επί τις αντίστοιχες ροπές αντίστασης  $W$ , η οποία δίνεται ως εξής:

$$M_{el,Rd} = \min\{f_i W_i\}$$

Ο προσδιορισμός των τάσεων μπορεί να γίνει με την μέθοδο της ισοδύναμης διατομής. Η μέθοδος αυτή έχει σκοπό τη μετατροπή της σύμμικτης διατομής σε μία αντίστοιχη χαλύβδινη. Αν εφαρμοστεί μία ανηγμένη παραμόρφωση  $\varepsilon$ , τότε:

Η τάση στο **χάλυβα** γίνεται

$$\sigma_c = \varepsilon E_c$$

Και η τάση στο **σκυρόδεμα**

$$\sigma_c = \varepsilon E_c$$

Βάσει αυτών των εξισώσεων, η διατομή του σκυροδέματος συμπεριφέρεται ως ισοδύναμη διατομή χάλυβα η οποία έχει:

$$\begin{aligned} \text{Εμβαδόν:} \quad A_{ce} &= A_c \frac{E_c}{E_a} = \frac{A_c}{\eta} \\ \text{Πλάτος:} \quad b_a &= b_c \frac{E_c}{E_a} = \frac{b_c}{\eta} \\ \text{Κέντρο Βάρους:} \quad z_e &= \frac{(A_a \cdot z_a + A_s \cdot z_s + \frac{A_c \cdot z_c}{\eta})}{A_e} \\ \text{Με εμβαδόν } A_e: \quad A_e &= A_a + A_s + A_{ce} = A_a + A_s + \frac{A_c}{\eta} \end{aligned}$$

Όπου:  $A_a$  η επιφάνεια του δομικού χάλυβα

$A_s$  η επιφάνεια του χάλυβα σκυροδέματος

$A_{ce}$  η ισοδύναμη επιφάνεια του σκυροδέματος

$A_c$  η πραγματική επιφάνεια του σκυροδέματος

$z_a$  η απόσταση του κέντρου βάρους του δομικού χάλυβα

$z_s$  η απόσταση του κέντρου βάρους του χάλυβα

$z_c$  η απόσταση του κέντρου βάρους του σκυροδέματος

Η σχέση του Κέντρου Βάρους δίνει και τη θέση του Ουδέτερου Άξονα (Ο.Α.) και της Ουδέτερης Ίνας (Ο.Ι.) εφόσον η επιβαλλόμενη αξονική δύναμη ( $N_{sd}$ ) είναι ίση με το μηδέν. Πρέπει, επίσης, να σημειωθεί ότι η επαλληλία των επιμέρους κατανομών των τάσεων είναι δυνατή καθώς ο υπολογισμός της ροπής αντίστασης πραγματοποιείται μέσω ελαστικής ανάλυσης.

$$\text{Ροπή Αδράνειας:} \quad I_e = \sum_{i=a,s,ce} I_i + \sum_{i=a,s,ce} A_i \cdot (z_i - z_e)^2 \quad z_{ce} = z_c$$

**Ροπές Αντίστασης για:**

$$\text{Άνω ίνα σκυροδέματος:} \quad W_{co} = \frac{-I_e}{z_e} \eta$$

$$\text{Οπλισμός σκυροδέματος:} \quad W_s = \frac{-I_e}{z_e - z_s}$$

$$\text{Κάτω ίνα σκυροδέματος:} \quad W_{cu} = \frac{-I_e}{z_e - d} \eta$$

$$\text{Άνω ίνα σιδηροδοκού:} \quad W_{ao} = \frac{-I_e}{z_e - d}$$

Κάτω ίνα σιδηροδοκού: 
$$W_{au} = \frac{I_e}{h_u}$$

Όταν η αξονική δύναμη δεν ισούται με το μηδέν, οι τάσεις που ασκούνται στα επιμέρους υλικά της διατομής δίνονται από τις ακόλουθες σχέσεις:

Άνω ίνα σκυροδέματος: 
$$\sigma_{co} = \frac{N_{sd}}{A_e \cdot \eta} + \frac{M_{sd}}{W_{co}}$$

Οπλισμός σκυροδέματος: 
$$\sigma_s = \frac{N_{sd}}{A_e} + \frac{M_{sd}}{W_s}$$

Κάτω ίνα σκυροδέματος: 
$$\sigma_{cu} = \frac{N_{sd}}{A_e \cdot \eta} + \frac{M_{sd}}{W_{cu}}$$

Άνω ίνα σιδηροδοκού: 
$$\sigma_{ao} = \frac{N_{sd}}{A_e} + \frac{M_{sd}}{W_{ao}}$$

Κάτω ίνα σιδηροδοκού: 
$$\sigma_{au} = \frac{N_{sd}}{A_e} + \frac{M_{sd}}{W_{au}}$$

Για την εύρεση της τελικής ελαστικής ροπής αντοχής της διατομής λαμβάνεται η μικρότερη τιμή  $M_{el,Rd}$  που θα προκύψει από την επίλυση των παραπάνω σχέσεων. Συνήθως όμως η τελική τιμή της ροπής αντοχής προκύπτει από την επίλυση των εξισώσεων που αφορούν την **πάνω ίνα του σκυροδέματος** και την **κάτω ίνα της σιδηροδοκού**, λόγω του ότι οι ακραίες ίνες της διατομής είναι αυτές που είναι υποψήφιες να αστοχήσουν πρώτες.

### 2.1.5 Αντοχή σε διάτμηση

Ο υπολογισμός των εγκάρσιων διατμητικών τάσεων γίνεται βάσει του ρυθμού μεταβολής των ορθών τάσεων. Επειδή το ποσοστό τέμνουσας δύναμης που παραλαμβάνεται από το σκυρόδεμα είναι δύσκολο να εκτιμηθεί, στην πράξη μπορούμε να υπολογίσουμε ότι το σύνολο της τέμνουσας παραλαμβάνεται από τη χαλύβδινη διατομή. Δεδομένου μάλιστα ότι το πάχος κορμού των περισσότερων διατομών χάλυβα είναι τέτοιο ώστε το ενδεχόμενο διατμητικοί λυγισμού να είναι απίθανο, ο υπολογισμός μίας διατομής έναντι τέμνουσας δύναμης γίνεται αρκετά απλός. Σύμφωνα με τον **Ευρωκώδικα 4**, η αντοχή σχεδιασμού σε διάτμηση είναι:

$$V_{pl,Rd} = \frac{A_v \cdot f_a / \sqrt{3}}{\gamma_a}$$

Όπου:  $f_a / \sqrt{3}$  η τάση διαρροής του χάλυβα σε διάτμηση  
 $A_v$  η διατμητική επιφάνεια της διατομής

Η διατμητική επιφάνεια διατομής υπολογίζεται ως εξής:

$$A_v = \begin{cases} 1,04 \cdot h \cdot t_w & \text{για ελατές} \\ h_w \cdot t_w & \text{για συγκολλητές} \end{cases}$$

Όπου:  $h_w$  ύψος κορμού διατομής  
 $t_w$  πλάτος κορμού διατομής

Για να ισχύουν οι παραπάνω σχέσεις πρέπει ο κορμός της διατομής να μην είναι λεπτότοιχος. Ο Ευρωκώδικας 4 θέτει τα όρια για να θεωρηθεί ένας κορμός **λεπτότοιχος** ή μη.

$$\text{Μη ενισχυμένος, μη εγκιβωτισμένος κορμός: } \frac{h_w}{t_w} \leq 69\epsilon$$

$$\text{Μη ενισχυμένος, εγκιβωτισμένος κορμός: } \frac{h_w}{t_w} \leq 124\epsilon$$

$$\text{Ενισχυμένος, μη εγκιβωτισμένος κορμός: } \frac{h_w}{t_w} \leq 30\epsilon\sqrt{\kappa_\tau}$$

Όπου:  $\kappa_\tau$  ο συντελεστής κύρτωσης

Ο συντελεστής κύρτωσης υπολογίζεται ως εξής:

$$\kappa_\tau = \begin{cases} 4 + \frac{5,34}{\alpha^2} & \alpha < 1 \\ 5,34 + \frac{4}{\alpha^2} & \alpha \geq 1 \end{cases}$$

Όπου:  $\alpha$  ο λόγος  $a/h_w$

$a$  η απόσταση των εγκάρσιων νευρώσεων των ενισχύσεων του κορμού

Στην περίπτωση που έχουμε λεπτότοιχο κορμό (μη συμπαγής διατομή) η αντοχή σχεδιασμού υπολογίζεται ως εξής:

$$V_{ba,Rd} = x_v \cdot V_{pl,Rd}$$

Όπου:  $x_v$  ο μειωτικός συντελεστής

Η τιμή του μειωτικού συντελεστή  $x_v$  υπολογίζεται ως εξής:

$$x_v = \begin{cases} 1 & \lambda_w < 0,8 \\ 1 - 0,625 (\lambda_w - 0,8) & 0,8 \leq \lambda_w \leq 1,2 \\ \frac{0,9}{\lambda_w} & 1,2 \leq \lambda_w \end{cases}$$

Όπου:  $\lambda_w$  η ανηγμένη λυγηρότητα του κορμού  $\bar{\lambda}_w$

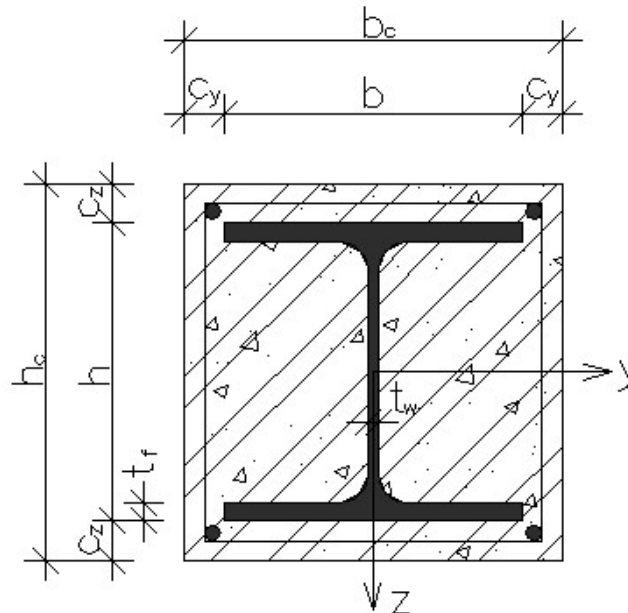
Η τιμή της ανηγμένης λυγηρότητας του κορμού  $\bar{\lambda}_w$  υπολογίζεται ως εξής:

$$\bar{\lambda}_w = \frac{h_w/t_w}{37,4 \cdot \varepsilon \cdot \sqrt{\kappa_\tau}}$$



## 2.2 Σύμμικτο υποστήλωμα

### 2.2.1 Περιορισμοί διαστάσεων



Ελάχιστη επικάλυψη σκυροδέματος:

$$\max C_y = 0,4 b$$

$$\min C_z = \min\{40\text{mm}, b/6\}$$

Μέγιστη επικάλυψη σκυροδέματος:

$$\min C_y = 40\text{mm} \text{ (για γέφυρες 50mm)}$$

$$\max C_z = 0,3 h$$

Ελάχιστο ποσοστό διαμήκους οπλισμού σε υποστηλώματα από εγκιβωτισμένες σιδηροδοκούς:

$$\min p = \frac{A_s}{A_c} = 0,3\%$$

Μέγιστο ποσοστό διαμήκους οπλισμού σε υποστηλώματα από εγκιβωτισμένες σιδηροδοκούς:

$$\max p = \frac{A_s}{A_c} = 6\%$$

Οι τάσεις σχεδιασμού που μπορούν να αναπτυχθούν στα υλικά σύμφωνα με τον EC4 είναι:

$$f_{ad} = f_y / 1.1 \quad , \text{για τη χαλύβδινη διατομή}$$

$$f_{sd} = f_{sy} / 1.15 \quad , \text{για το συνεκκόμενο χάλυβα}$$

$$f_{cd} = 0.85 * f_{ck} / 1.5 \quad , \text{για το σκυρόδεμα}$$

### 2.2.2 Θλίψη και κάμψη

Η αντοχή έναντι θλιπτικής δύναμης είναι ίση με την πλαστική αξονική δύναμη σχεδιασμού της διατομής. Αυτή προκύπτει με άθροιση των επιμέρους πλαστικών αξονικών δυνάμεων σχεδιασμού της σιδηροδοκού, του οπλισμού και του σκυροδέματος ως εξής:

$$N_{pl,Rd} = N_{pa,Rd} + N_{ps,Rd} + N_{pc,Rd} = A_a * f_{yd} + A_s * f_{sd} + 0,85A_c * f_{cd}$$

Η πλαστική ροπή αντοχής  $M_{pl,Rd}$  δεν είναι η μέγιστη ροπή που μπορεί να αναπτύξει η διατομή, κατ' αναλογία με τη συμπεριφορά διατομών από οπλισμένο σκυρόδεμα. Αυτό συμβαίνει επειδή λόγω της αξονικής θλίψης ενεργοποιείται περισσότερο ποσοστό σκυροδέματος, το οποίο σε αντίθετη περίπτωση θα ήταν στην εφελκυσόμενη ζώνη και παρέμενε ανενεργό. Η πλαστική ροπή αντοχής δίνεται σύμφωνα με την προσεγγιστική μέθοδο του EC4 από τη σχέση:

$$M_{pl,Rd} = M_{max,Rd} - M_{n,Rd}$$

όπου  $M_{n,Rd}$  = πλαστική ροπή μέρους της διατομής εντός της κεντρικής ζώνης εκατέρωθεν του κέντρου βάρους. Το συνολικό ύψος της ζώνης αυτής είναι  $2z_0$ , όπου  $z_0$  = η απόσταση ουδέτερου άξονα από το κέντρο βάρους της διατομής για καθαρή κάμψη.

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

## ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ



### 3.1 Βελτιστοποίηση

Βέλτιστος ονομάζεται ο σχεδιασμός ο οποίος ικανοποιεί τις κατασκευαστικές προδιαγραφές και τις λειτουργικές απαιτήσεις, ενώ ταυτόχρονα ελαχιστοποιεί συγκεκριμένα κριτήρια, όπως είναι το κόστος και το βάρος της κατασκευής.

Ως βελτιστοποίηση κατασκευών, μπορεί να οριστεί η λογική διαδικασία διερεύνησης κάποιου σχεδιασμού ο οποίος να υπερτερεί από κάθε άλλη λύση μέσα σε ένα πλαίσιο αντικειμενικών, γεωμετρικών και χαρακτηριστικών περιορισμών.

Η εφαρμογή της βελτιστοποίησης, αν και πάντα φάνταζε ως η ιδανική λύση στο μυαλό του μηχανικού, ήταν μέχρι πριν από λίγα χρόνια δύσκολη έως αδύνατη, λόγω της ανυπαρξίας μεθόδων και κατάλληλων υπολογιστικών μέσων που θα βοηθούσαν στην υλοποίηση του δύσκολου αυτού στόχου. Έτσι, παραδοσιακά ο σχεδιασμός μιας κατασκευής βασιζόταν στην εμπειρία του μηχανικού – σχεδιαστή και σε παραμετρικές διερευνήσεις τύπου “δοκιμής και διόρθωσης” (trial and error).

Η ανάγκη επίτευξης όλο και οικονομικότερων σχεδιασμών σε συνδυασμό με την αύξηση της πολυπλοκότητας αλλά και του μεγέθους των προβλημάτων οδήγησε στην αναζήτηση αυτοματοποιημένων μεθόδων σχεδιασμού με την υιοθέτηση και εφαρμογή γενικών αλγορίθμων βελτιστοποίησης και την αξιοποίηση των εξελίξεων στην ακμάζουσα τα τελευταία χρόνια τεχνολογία των ηλεκτρονικών υπολογιστών. Έτσι, σήμερα πλέον, ο μηχανικός έχει στη διάθεσή του μία πληθώρα μεθόδων και εργαλείων για την επίλυση προβλημάτων βελτιστοποίησης, ενώ παράλληλα η έρευνα πάνω στο αντικείμενο συνεχίζει να ευδοκμεί. Με τον τρέχοντα ρυθμό δε της εξέλιξης στις επιδόσεις των ηλεκτρονικών υπολογιστών, διαφαίνεται ξεκάθαρα ότι στο άμεσο μέλλον η αντιμετώπιση και η επίλυση των δύσκολων υπολογιστικά προβλημάτων βελτιστοποίησης θα είναι υπόθεση ρουτίνας για τον μηχανικό.

Η βελτιστοποίηση διαφέρει σημαντικά από την ανάλυση. Η ανάλυση αποσκοπεί στην εύρεση της απόκρισης της κατασκευής για μία και μόνο επιλογή των χαρακτηριστικών της μεγεθών και υπό το καθεστώς των φορτίων που την καταπονούν, ενώ αντιθέτως κατά τη βελτιστοποίηση δοκιμάζονται πολλές χαρακτηριστικές προσομοιώσεις της κατασκευής έτσι ώστε να προκύψει η γεωμετρία εκείνη για την οποία τηρούνται μεν οι κατασκευαστικές απαιτήσεις, ελαχιστοποιείται δε η τιμή κάποιου χαρακτηριστικού και κρίσιμου μεγέθους-συνηθέστερα του βάρους της κατασκευής.

Στόχος του σχεδιαστή – μηχανικού κατά τη διαδικασία της βελτιστοποίησης, είναι η εξεύρεση ενός συνδυασμού ανεξάρτητων μεταβλητών που λαμβάνουν πραγματικές ή ακέραιες τιμές και ονομάζονται παράμετροι ή μεταβλητές σχεδιασμού (design variables), έτσι ώστε να ελαχιστοποιηθεί (ή να μεγιστοποιηθεί) η αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος (objective function). Τα προβλήματα βελτιστοποίησης στην επιστημονική περιοχή της υπολογιστικής μηχανικής, συνήθως υπόκεινται σε περιορισμούς, όπως είναι το εύρος μέσα στο οποίο κινούνται οι παράμετροι σχεδιασμού (move limits) το οποίο καθορίζει το χώρο αναζήτησης, αλλά και άλλες συναρτήσεις περιορισμών (constraint functions), όπως λόγου χάρη τάσεων και παραμορφώσεων, οι οποίες καθορίζουν τον χώρο των αποδεκτών λύσεων του προβλήματος.

Η επιλογή των παραμέτρων σχεδιασμού με τις οποίες περιγράφονται διαστάσεις διατομών, σταθερές υλικών, παράμετροι σχήματος και τοπολογίας, είναι πολύ σημαντική για την

αποτελεσματικότητα των μεθόδων βελτιστοποίησης. Ο μηχανικός με την επιλογή των παραμέτρων σχεδιασμού καθορίζει εκ των προτέρων σε ποια τμήματα της κατασκευής θα γίνουν βελτιωτικές παρεμβάσεις και με ποιόν τρόπο θα πραγματοποιηθούν οι μετατροπές στα τμήματα αυτά κατά τη διάρκεια της διαδικασίας βελτιστοποίησης.

Σχεδιασμός μιας κατασκευής ονομάζεται ένα πλήρως ορισμένο σύστημα, δηλαδή ένα σύστημα του οποίου οι μεταβλητές σχεδιασμού έχουν λάβει συγκεκριμένες τιμές. Οι περιορισμοί που επιβάλλονται σε προβλήματα κατασκευών χρησιμεύουν γενικά για την επιβολή των απαιτήσεων ασφαλείας, λειτουργικότητας αλλά και κατασκευαστικών πολλές φορές απαιτήσεων και περιορίζουν τελικά σημαντικά τον χώρο των αποδεκτών λύσεων.

Σε κάθε πρόβλημα βελτιστοποίησης υπάρχουν πολλοί το πλήθος εφικτοί σχεδιασμοί, εκ των οποίων όμως κάποιοι υπερτερούν έναντι άλλων και ένας από αυτούς αποτελεί τη βέλτιστη λύση του προβλήματος. Για να γίνει αυτού του είδους η διάκριση μεταξύ καλού και ακόμη καλύτερου σχεδιασμού, είναι αναγκαία η ύπαρξη ενός κριτηρίου για τη σύγκριση και την αξιολόγηση των σχεδιασμών. Το κριτήριο αυτό είναι μια συνάρτηση η οποία λαμβάνει μια συγκεκριμένη τιμή για κάθε σχεδιασμό. Η συνάρτηση αυτή ονομάζεται αντικειμενική συνάρτηση και είναι εξαρτημένη από τις μεταβλητές σχεδιασμού.

## 3.2 Μέθοδοι βελτιστοποίησης

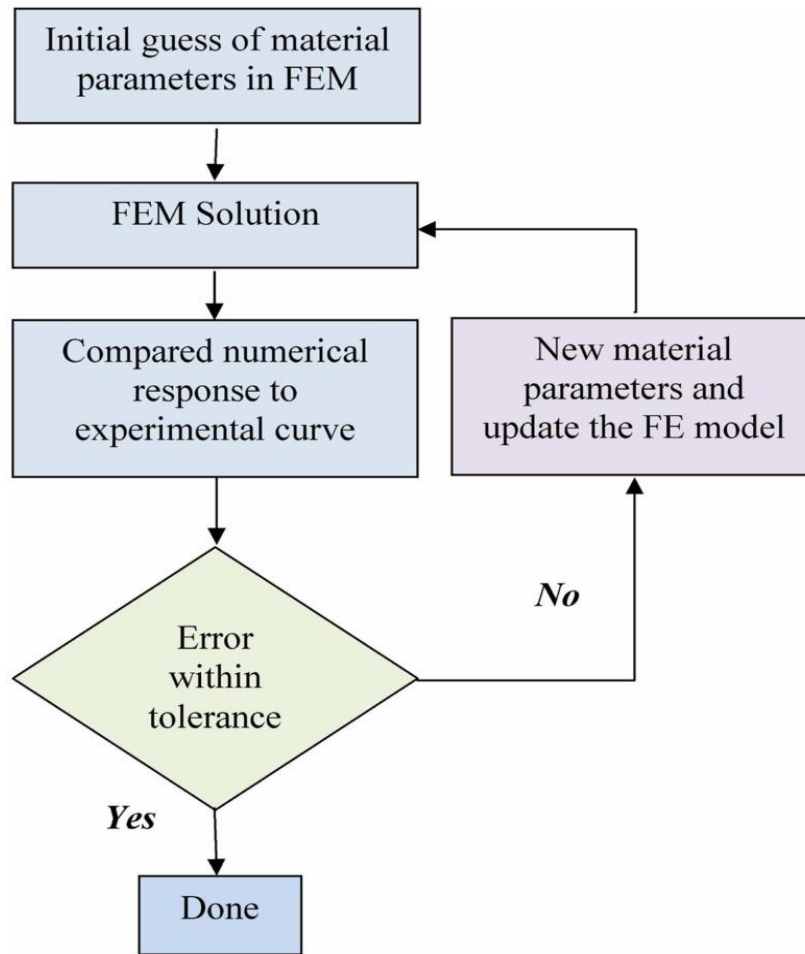
Οι μέθοδοι βελτιστοποίησης μπορούν να χωριστούν γενικά σε δύο μεγάλες κατηγορίες, τις μαθηματικές ή αιτιοκρατικές μεθόδους και τις μεθευρετικές ή δαρβίνειες μεθόδους.

Οι τεχνικές βελτιστοποίησης που βασίζονται στις αρχές του μαθηματικού προγραμματισμού μπορούν γενικά να ταξινομηθούν σε πέντε μεγάλες κατηγορίες:

- 1) Γραμμικός προγραμματισμός (Linear Programming- LP)
- 2) Μη Γραμμικός Προγραμματισμός (Non Linear Programming- NLP)
- 3) Ακέραιος Προγραμματισμός (Integer Programming- IP)
- 4) Γεωμετρικός Προγραμματισμός (Geometric Programming- GP)
- 5) Δυναμικός Προγραμματισμός (Dynamic Programming- DP)

Για την εφαρμογή των μεθευρετικών ή δαρβίνειων υπάρχουν οι εξής μέθοδοι :

- 1) Η μέθοδος γενετικών αλγορίθμων (Genetic Algorithm- GA)
- 2) Η μέθοδος των στρατηγικών εξέλιξης (Evolution Strategies- ES)
- 3) Η μέθοδος εξελικτικού προγραμματισμού (Evolutionary Programming- EP)
- 4) Η μέθοδος γενετικού προγραμματισμού (Genetic Programming- GP)



Διάγραμμα ροής των μεθόδων βελτιστοποίησης



# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

## ΜΕΘΕΥΡΕΤΙΚΟΙ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ / PSO



## 4.1 Αλγόριθμοι

Ως αλγόριθμος ορίζεται μια πεπερασμένη σειρά ενεργειών, αυστηρά καθορισμένων και εκτελέσιμων σε πεπερασμένο χρόνο, που στοχεύουν στην επίλυση ενός προβλήματος. Η λέξη αλγόριθμος προέρχεται από μία μελέτη του Πέρση μαθηματικού του 8<sup>ου</sup> αιώνα μ.Χ. Αλ Χουαρίζμι (Abu Ja'far Mohammed ibn Musa Al-Khwarismi) η οποία περιείχε συστηματικές τυποποιημένες λύσεις αλγεβρικών προβλημάτων και αποτελεί ίσως την πρώτη πλήρη πραγματεία άλγεβρας. Την σημερινή της σημασία την οφείλει στην γρήγορη ανάπτυξη των ηλεκτρονικών υπολογιστών στα μέσα του 20<sup>ου</sup> αιώνα. Οι αλγόριθμοι είναι σημαντικοί γιατί σχετίζονται άμεσα με τον τρόπο με τον οποίο οι υπολογιστές επεξεργάζονται δεδομένα και παράγουν πληροφορίες. Σύμφωνα με τον Άλαν Τιούρινγκ «Ένας αλγόριθμος μπορεί να θεωρηθεί οποιαδήποτε ακολουθία εντολών που μπορεί να εκτελεσθεί από μία υπολογιστική μηχανή»

## 4.2 Μεθευρετικοί αλγόριθμοι

Τις τελευταίες δεκαετίες γίνονται προσπάθειες να αναπαρασταθούν σε συνθήκες προσομοίωσης διάφορες διεργασίες της φύσης. Οι ερευνητές μελετώντας συστήματα σχετικά με τη ζωή προσπαθούν να προσομοιώσουν διαδικασίες όπως αυτή της φυσικής εξέλιξης των ειδών ή και να αναπαράγουν τις δραστηριότητες διαφόρων πληθυσμών ζώων με βάση τα κοινωνικά χαρακτηριστικά τους.

Οι Μεθευρετικοί Αλγόριθμοι (Metaheuristic Algorithms - MA) βασίζονται ως επί το πλείστον στην μελέτη οργανισμών ή διαδικασιών που παρατηρούνται στη φύση. Η μελέτη και η προσομοίωσή τους οδηγεί στην δημιουργία αλγορίθμων ικανών να εξελίσσονται και να προσαρμόζονται με τρόπο ανάλογο με αυτόν του οργανισμού τον οποίο μιμούνται.

Έχουν κατά καιρούς εμφανιστεί και προταθεί διάφορων ειδών MA. Ένας από τους πρώτους αλγορίθμους που έγινε ιδιαίτερα γνωστός στα μέσα της δεκαετίας του 1970 (John Holland, *Adaptation in Natural and Artificial Systems*, 1975) που έθεσε και τις βάσεις για τη συνέχεια σε αυτού του είδους τους αλγορίθμους ήταν οι Γενετικοί Αλγόριθμοι (Genetic Algorithms). Αυτοί, εμπνευσμένοι από την πρόταση για την εξέλιξη των ειδών σύμφωνα με τη Δαρβινική θεωρία, προσομοιώνουν τη διαδικασία του ανασυνδυασμού μεταξύ γονέων (χρωμοσωμάτων) που έχουν επιλεγεί ως πιο ικανοί για επιβίωση (ή αλλιώς, προσέφεραν καλύτερες λύσεις στο πρόβλημα που επιλύεται) και με τη μέθοδο της μετάλλαξης και με το πέρασμα των γενεών προσδοκούν στην εύρεση μιας βέλτιστης λύσης.

Ακόμα, εμφανίστηκαν αλγόριθμοι που μιμούνται πλήθη ζώων ή και εντόμων με αντικείμενο την προσομοίωση της κοινωνικής τους δράσης και με χαρακτηριστικό τους τις αξιοθαύμαστες μεθόδους που χρησιμοποιούν αυτοί οι οργανισμοί για να ανταλλάσσουν πληροφορίες και να σχηματίζουν οργανωμένους οικισμούς. Αυτοί οι αλγόριθμοι ανήκουν στην κατηγορία της Νοημοσύνης των Σμηνών (Swarm Intelligence) και πιο γνωστοί εκπρόσωποί τους είναι η Αποικία των Μυρμηγκιών (Ant Colony), η Αποικία των Μελισσών (Bee Colony Algorithm), η Αναζήτηση της Μαϊμούς (Monkey Search), αλλά και η Βελτιστοποίηση Σμήνους Σωματιδίων (Particle Swarm Optimization). Όλοι αυτοί οι αλγόριθμοι εκμεταλλεύονται τους τρόπους επικοινωνίας των οργανισμών από τους οποίους πηγάζει η εμπνευστή τους και καταφέρνουν με εύκολο υπολογιστικά και γρήγορο τρόπο να δώσουν ικανοποιητικά αποτελέσματα σε προβλήματα βελτιστοποίησης.

Μια γενική εικόνα ενός MA αποτελείται από:

i. τη διαδικασία της δημιουργίας ενός τυχαίου αρχικού πληθυσμού, που θα αποτελεί ένα πλήθος πιθανών λύσεων του προβλήματος

- ii. τη διαδικασία της αξιολόγησης που με βάση την αντικειμενική συνάρτηση (fitness function) που έχει οριστεί για το κάθε πρόβλημα, κρίνει την καταλληλότητα της κάθε λύσης
- iii. τη διαδικασία του ανασυνδυασμού όπου ανάλογα με τον τρόπο λειτουργίας του κάθε αλγόριθμου δημιουργούνται οι απόγονοι, με βάση την προηγούμενη γενιά
- iv. τη διαδικασία της μετάλλαξης όπου προστίθεται η «τυχαιότητα» και παραποιοούνται οι απόγονοι
- v. και τέλος τη διαδικασία της επιλογής όπου καθορίζονται ποιοι «γονείς» θα χρησιμοποιηθούν για τη δημιουργία της επόμενης γενιάς

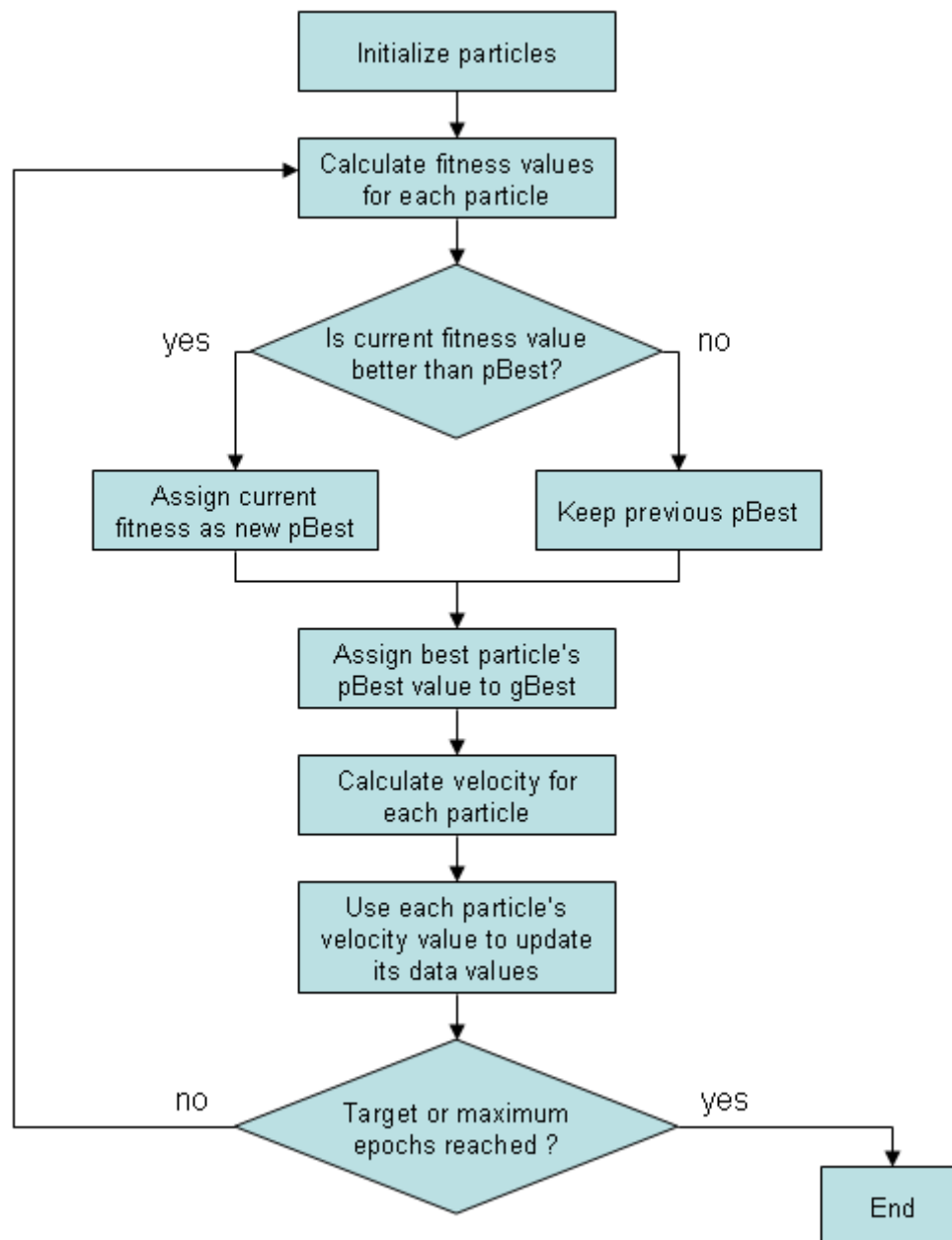
Το χαρακτηριστικό των ΜΑ που τους κάνει να προτιμώνται από άλλες κλασικές μεθόδους βελτιστοποίησης όπως οι μέθοδοι quasi-Monte-Carlo, είναι το ότι είναι στοχαστικές ευρεστικές μέθοδοι ή αλλιώς μεθευρετικοί αλγόριθμοι. Αυτό σημαίνει πως ο αλγόριθμος έχει ελάχιστη ή καθόλου γνώση του προβλήματος ή της συνάρτησης που καλείται να λύσει και δεν χρειάζεται παραγώγους ή άλλες πολύπλοκα υπολογιζόμενες παραμέτρους. Εξετάζει ένα πληθυσμό λύσεων ταυτόχρονα αντί για ένα μόνο σημείο λύσης και γι' αυτό μπορεί να ψάξει μεταξύ ενός τεραστίου πλήθους λύσεων για τις βέλτιστες. Από την άλλη όμως, λόγω της στοχαστικότητας που τους διακρίνει δεν μπορούν να εγγυηθούν πως θα βρουν το ολικό βέλτιστο.

### 4.3 Βελτιστοποίηση με τον αλγόριθμο Σμήνους Σωματιδίων (PSO)

Ο αλγόριθμος PSO αναπτύχθηκε από τους Kennedy και Eberhart [1] για να μοντελοποιήσει τον τρόπο με τον οποίο ένα σμήνος πουλιών ή ψαριών αναζητά τροφή. Ο πληθυσμός, λοιπόν, πιθανών λύσεων σχετίζεται με ένα σμήνος. Τα μέλη (particles) ενός σμήνους (swarm) λειτουργούν τόσο μεμονωμένα όσο και συνδυαστικά ώστε εκμεταλλευόμενα την πληροφορία που δέχονται από τις ανακαλύψεις και προηγούμενες εμπειρίες του κάθε μέλους κατά τη διάρκεια της αναζήτησης να φθάσουν στην τροφή με τον βέλτιστο και ταχύτερο τρόπο.

Το ίδιο ακριβώς επιδιώκει και ο αλγόριθμος PSO. Κάθε μεμονωμένο μέλος της ομάδας κινούμενο εντός ενός συγκεκριμένου σχεδιαστικού χώρου καθοδηγείται προς τη βέλτιστη λύση έχοντας ως οδηγό δύο παράγοντες: 1) έναν στοχαστικά ζυγισμένο μέσο όρο των προηγούμενων καλύτερων λύσεων του ίδιου και 2) έναν στοχαστικά ζυγισμένο μέσο όρο των προηγούμενων καλύτερων λύσεων των υπόλοιπων μελών.

Διάγραμμα ροής του αλγορίθμου Σμήνους Σωματιδίων



### 4.3.1 Simple PSO Algorithm

Υποθέτουμε ότι ο πληθυσμός αποτελείται από  $p$  άτομα. Εντός του σχεδιαστικού χώρου κάθε άτομο χαρακτηρίζεται από την θέση του και την ταχύτητα του, και καθορίζεται κάθε στιγμή  $k$  από τα αντίστοιχα διανύσματα  $\mathbf{x}_k$  και  $\mathbf{v}_k$ . Αρχικά τα σωματίδια κατανέμονται τυχαία στον περιορισμένο χώρο αναζήτησης, ως εξής:

$$x_{LB} \leq x_0^d \leq x_{UB} \quad \forall d \in \{1, 2, \dots, p\},$$

Όπου  $\mathbf{x}_{LB}$  και  $\mathbf{x}_{UB}$  είναι διανύσματα που καθορίζουν τις χαμηλότερες και υψηλότερες τιμές των μεταβλητών, αντίστοιχα. Οι θέσεις διανύσματος των ατόμων  $\mathbf{d}$  την επόμενη στιγμή  $k+1$  δίνεται από:

$$x_{k+1}^d = p_k^d + v_{k+1}^d$$

Όπου το χρονικό βήμα  $\Delta t$  ανάμεσα στις διακριτές τιμές υποτίθεται ότι είναι ίση με την μονάδα. Το διάνυσμα ταχύτητας  $\mathbf{v}_{k+1}^d$  δίνεται ως εξής:

$$v_{k+1}^d = w_k \times v_k^d + c_1 \times r_1 \times (p_k^d - x_k^d) + c_2 \times r_2 \times (p_g^d - x_k^d)$$

Όπου  $w_k$  είναι ο συντελεστής αδράνειας την χρονική στιγμή  $k$ :  $c_1$ ,  $c_2$  είναι γνωστικές και κοινωνικές παράμετροι του αλγορίθμου, αντίστοιχα·  $\mathbf{p}_k^d$  είναι το καλύτερο διάνυσμα θέσης του κάθε ατόμου την χρονική στιγμή  $k$ ·  $\mathbf{p}_g$  είναι το καλύτερο διάνυσμα θέσης μεταξύ όλων των ατόμων την χρονική στιγμή  $k$ ·  $\mathbf{r}_1$ ,  $\mathbf{r}_2$  είναι διανύσματα τυχαίων μεταβλητών με ομοιόμορφη κατανομή στο διάστημα  $[0,1]$ . Αυτή η διατύπωση είναι συμβατή με διάφορες «κλασσικές» μορφές του αλγορίθμου PSO.

Ο αλγόριθμος Simple PSO δεν επιβάλλει κανέναν περιορισμό σε ό, τι αφορά την μέγιστη ταχύτητα των διανυσμάτων.

### 4.3.2 Enhanced PSO

Η ενισχυμένη παραλλαγή, που είναι βασισμένη στην μελέτη των Fourie και Groenwold, είναι ως εξής:

- Η αρχική μέγιστη ταχύτητα των ατόμων αξιολογείται οπότε σε κάθε χρονικό βήμα το άτομο μπορεί να κινείται μέχρι ένα ορισμένο κλάσμα του χώρου αναζήτησης.

$$v_0^{max} = \gamma \times (x_{LB} - x_{UB})$$

- Αν η καλύτερη λύση που θα βρεθεί σε ολόκληρο το σμήνος δεν βελτιώνεται σε περίοδο μετά από  $h$  διαδοχικά βήματα, τότε υποτίθεται ότι οι ταχύτητες είναι μεγάλες και ο αλγόριθμος δεν μπορεί να εντοπίσει καλύτερες λύσεις λόγω υπέρβασης. Γι' αυτόν τον λόγο και οι δύο συντελεστές αδρανείας και η μέγιστη ταχύτητα μειώνονται ως εξής:

$$\text{Αν } OF(p_g)|_k = OF(p_g)|_{k+1} \Rightarrow w_{k+1} = \alpha \times w_k, v_{k+1}^{max} = \beta \times v_k^{max}$$

- Ο χειριστής αναθέτει ένα τυχαίο διάνυσμα ταχύτητας στα άτομα με αποτέλεσμα την απομάκρυνση από το σμήνος και έτσι εξερευνούνται άλλες περιοχές του χώρου αναζήτησης. Ο χειριστής ενεργοποιείται με μία πιθανότητα  $P_{cr}$  ως εξής:

$$\begin{aligned} \text{Αν } r < P_{cr} & \Rightarrow \text{τυχαία εκχωρείται } v_{k+1}^d \\ \text{με } 0 < v_{k+1}^d & \leq v_{k+1}^{max} \quad \forall d \end{aligned}$$

όπου  $r$  είναι μια τυχαία μεταβλητή με ομοιόμορφη κατανομή στο διάστημα  $[0,1]$ .

- Ο αλγόριθμος χρησιμοποιεί ένα εκλεκτό σωματίδιο και μία εκλεκτή ταχύτητα. Τα άτομα με την χειρότερη εκτέλεση μετακινούνται στην καλύτερη θέση του σμήνους η οποία υποδηλώνει μια σταδιακή μετατόπιση προς την περιοχή που υπάρχουν οι καλές λύσεις.

$$x^{pe} = p_g$$

Επιπλέον, αν η ταχύτητα του διανύσματος  $v_k^d$  είχε ως αποτέλεσμα την βελτίωση του  $p_g$ , τότε:

$$x_{k+1}^d = p_g + c_3 \times r_3 \times v^{pe}$$

Όπου  $v^{pe} = v_k^d$ ,  $c_3$  μια παράμετρος του αλγορίθμου και  $r_3$  ένα διάνυσμα από τυχαίες μεταβλητές με ομοιόμορφη κατανομή στο διάστημα  $[0,1]$ .





# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

## ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ



## 5.1 Εισαγωγή

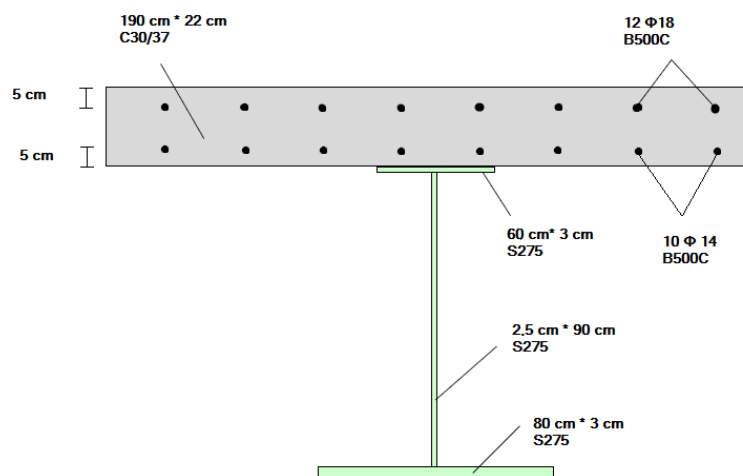
Σε αυτό το κεφάλαιο θα παραθέσουμε κάποιες εφαρμογές ως παραδείγματα της αποτελεσματικότητας του σχεδιαστικού προγράμματος που δημιουργήσαμε κατά τη διάρκεια της εκπόνησης της εργασίας.

Υπάρχουν, λοιπόν, εφαρμογές με σύμμικτες δοκούς με θετικές ροπές, με σύμμικτες δοκούς με αρνητικές ροπές, με σύμμικτα υποστηλώματα, καθώς και η βελτιστοποίηση τους με τη χρήση PSO. Επομένως, χρησιμοποιώντας τα λογιστικά φύλλα του excel και το πρόγραμμα xlOptimizer έχουμε τα αποτελέσματα των καταπονήσεων σύμμικτων μελών καθώς και τη βελτιστοποίηση αυτών. Παράλληλα έγιναν συγκρίσεις ανάμεσα στους Γενετικούς Αλγόριθμους και τον Αλγόριθμο Σμήνους Σωματιδίων (PSO). Πραγματοποιήθηκε, δηλαδή, βελτιστοποίηση των ίδιων εφαρμογών με τις δύο διαφορετικές μεθόδους για να συγκρίνουμε τα αποτελέσματα της καθεμιάς.

## 5.2 Εφαρμογή 1 (Σύμμεκτη δοκός με συγκολλητή διατομή – θετικές ροπές)

Δίνεται η διατομή του διπλανού σχήματος η οποία καταπονείται από αξονική δύναμη σχεδιασμού  $N_{sd} = -600$  kN, καμπτική ροπή σχεδιασμού  $M_{sd} = 2000$  kNm και τέμνουσα δύναμη σχεδιασμού  $V_{sd} = 700$  kN.

Ζητούνται:



1) Να υπολογιστεί η πλαστική ροπή αντοχής για θετικές καμπτικές ροπές.

•Εμβαδά:

$$A_c = 190 \text{ cm} \times 22 \text{ cm} = 4180 \text{ cm}^2$$

$$A_{s,1} = 12 \times \frac{\pi \times (1,8 \text{ cm})^2}{4} = 30,536 \text{ cm}^2$$

$$A_{s,2} = 10 \times \frac{\pi \times (1,4 \text{ cm})^2}{4} = 15,394 \text{ cm}^2$$

$$A_{A\Pi} = 60 \text{ cm} \times 3 \text{ cm} = 180 \text{ cm}^2$$

$$A_K = 90 \text{ cm} \times 2,5 \text{ cm} = 225 \text{ cm}^2$$

$$A_{K\Pi} = 80 \text{ cm} \times 3 \text{ cm} = 240 \text{ cm}^2$$

•Τάσεις υλικών:

$$f_{cd} = \frac{0,85 \times 3 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}}{1,5} = 1,7 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$f_{sd} = \frac{50 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}}{1,15} = 43,48 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$f_{ad} = \frac{27,5 \frac{kN}{cm^2}}{1} = 27,5 \frac{kN}{cm^2}$$

1<sup>η</sup> περίπτωση: Έστω ο Ο.Α στην διεπιφάνεια δομικού χάλυβα-σκυροδέματος.

$$Z_{OA} = 22 \text{ cm}$$

• Δρώσες δυνάμεις:

$$F_c = A_c \times (-f_{cd}) = 4180 \text{ cm}^2 \times (-1,7 \frac{kN}{cm^2}) = -7106 \text{ kN}$$

$$F_{s,1} = A_{s,1} \times (-f_{sd}) = 30,536 \text{ cm}^2 \times (-43,48 \frac{kN}{cm^2}) = -1327,644 \text{ kN}$$

$$F_{s,2} = A_{s,2} \times (-f_{sd}) = 15,394 \text{ cm}^2 \times (-43,48 \frac{kN}{cm^2}) = -669,300 \text{ kN}$$

$$F_{A\Pi} = A_{A\Pi} \times f_{ad} = 180 \text{ cm}^2 \times 27,5 \frac{kN}{cm^2} = 4950 \text{ kN}$$

$$F_K = A_K \times f_{ad} = 225 \text{ cm}^2 \times 27,5 \frac{kN}{cm^2} = 6187,5 \text{ kN}$$

$$F_{K\Pi} = A_{K\Pi} \times f_{ad} = 240 \text{ cm}^2 \times 27,5 \frac{kN}{cm^2} = 6600 \text{ kN}$$

$$N = F_c + F_{s,1} + F_{s,2} + F_{A\Pi} + F_K + F_{K\Pi} = -7106 \text{ kN} + (-1327,644) \text{ kN} + (-669,300) \text{ kN} + 4950 \text{ kN} + 6187,5 \text{ kN} + 6600 \text{ kN} = 8634,556 \text{ kN}$$

$$\Delta N = N - N_{sd} = 8632,556 \text{ kN} - 600 \text{ kN} = 9234,556 \text{ kN}$$

**Απαιτείται αύξηση της θλίψης.**

**Μετακίνηση ουδέτερου άξονα της τα κάτω.**

2<sup>η</sup> περίπτωση: Έστω ο Ο.Α. βρίσκεται στο άνω πέλμα.

Πρέπει  $0 < \Delta z < 3 \text{ cm}$

$$\Delta z = \frac{\Delta N}{2 \times f_{ad, A\Pi} \times \Pi_{A\Pi}} = \frac{9234,556 \text{ kN}}{2 \times 27,5 \frac{kN}{cm^2} \times 60 \text{ cm}} = 2,798 \text{ cm} < 3$$

Άρα ο Ο.Α. βρίσκεται στο άνω πέλμα

$$Z'_{OA} = Z_{OA} + \Delta z = 22 \text{ cm} + 2,798 \text{ cm} = 24,798 \text{ cm}$$

• Δρώσες δυνάμεις στην νέα θέση του Ο.Α.

$$F_c = A_c \times (-f_{cd}) = 4180 \text{ cm}^2 \times (-1,7 \frac{kN}{cm^2}) = -7106 \text{ kN}$$

$$F_{s,1} = A_{s,1} \times (-f_{sd}) = 30,536 \text{ cm}^2 \times (-43,48 \frac{kN}{cm^2}) = -1327,644 \text{ kN}$$

$$F_{s,2} = A_{s,2} \times (-f_{sd}) = 15,394 \text{ cm}^2 \times (-43,48 \frac{kN}{cm^2}) = -669,300 \text{ kN}$$

$$F_{A\Pi,c} = A_{A\Pi,c} \times f_{ad} = 60 \text{ cm} \times 2,798 \text{ cm} \times (-27,5 \frac{kN}{cm^2}) = -4616,7 \text{ kN}$$

$$F_{A\Pi,t} = A_{A\Pi,t} \times f_{ad} = 60 \times (3 - 2,798) \text{ cm} \times 27,5 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = 333,3 \text{ kN}$$

$$F_K = A_K \times f_{ad} = 225 \text{ cm}^2 \times 27,5 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = 6187,5 \text{ kN}$$

$$F_{K\Pi} = A_{K\Pi} \times f_{ad} = 240 \text{ cm}^2 \times 27,5 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = 6600 \text{ kN}$$

$$N = F_c + F_{s,1} + F_{s,2} + F_{A\Pi} + F_K + F_{K\Pi} = -7106 \text{ kN} + (-1327,644) \text{ kN} + (-669,300) \text{ kN} + (-4616,7) \text{ kN} + 333,3 \text{ kN} + 6187,5 + 6600 \text{ kN} = -598,844 \text{ kN}$$

$$\Delta N = N - N_{sd} = -598,844 \text{ kN} - 600 \text{ kN} \cong 0 \text{ kN}$$

• Στάθμες:

$$Z_c = \frac{Y_c}{2} = \frac{22 \text{ cm}}{2} = 11 \text{ cm}$$

$$Z_{s,1} = 5 \text{ cm}$$

$$Z_{s,2} = 17 \text{ cm}$$

$$Z_{A\Pi,c} = Y_c + \frac{\Delta z}{2} = 22 \text{ cm} + \frac{2,798}{2} \text{ cm} = 23,399 \text{ cm}$$

$$Z_{A\Pi,t} = Y_c + \Delta z + \frac{Y_{A\Pi} - \Delta z}{2} = 22 \text{ cm} + 2,798 \text{ cm} + \frac{(3 - 2,798)}{2} \text{ cm} = 24,899 \text{ cm}$$

$$Z_K = Y_c + Y_{A\Pi} + \frac{Y_K}{2} = 22 \text{ cm} + 3 \text{ cm} + \frac{90}{2} \text{ cm} = 70 \text{ cm}$$

$$Z_{K\Pi} = Y_c + Y_{A\Pi} + Y_K + \frac{Y_{K\Pi}}{2} = 22 \text{ cm} + 3 \text{ cm} + 90 \text{ cm} + \frac{3}{2} \text{ cm} = 116,5 \text{ cm}$$

• Ροπές:

$$M_c = F_c \times (Z_c - Z'_{o\Gamma}) = -7106 \text{ kN} \times (11 \text{ cm} - 24,798 \text{ cm}) = 98048,588 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$M_{s,1} = F_{s,1} \times (Z_{s,1} - Z'_{o\Gamma}) = -1327,644 \text{ kN} \times (5 \text{ cm} - 24,798 \text{ cm}) = 26284,696 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$M_{s,2} = F_{s,2} \times (Z_{s,2} - Z'_{o\Gamma}) = -669,300 \text{ kN} \times (17 \text{ cm} - 24,798 \text{ cm}) = 5219,201 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$M_{A\Pi,c} = F_{A\Pi,c} \times (Z_{A\Pi,c} - Z'_{o\Gamma}) = -4616,7 \text{ kN} \times (23,299 \text{ cm} - 24,798 \text{ cm}) = 6458,760 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$M_{A\Pi,t} = F_{A\Pi,t} \times (Z_{A\Pi,t} - Z'_{o\Gamma}) = 333,3 \text{ kN} \times (24,899 \text{ cm} - 24,798 \text{ cm}) = 33,663 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$M_K = F_K \times (Z_K - Z'_{o\Gamma}) = 6187,5 \text{ kN} \times (70 \text{ cm} - 24,798 \text{ cm}) = 279687,375 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$M_{K\Pi} = F_{K\Pi} \times (Z_{K\Pi} - Z'_{o\Gamma}) = 6600 \text{ kN} \times (116,5 \text{ cm} - 24,798 \text{ cm}) = 605233,200 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$M_{pl,Rd} = 1020965,483 \text{ kN} \times \text{cm} = 10209,655 \text{ kN} \times \text{m}$$

$$M_{pl,Rd} > M_{sd}$$

Οπότε η διατομή αντέχει σε πλαστική ανάλυση.

### 5) Να υπολογιστεί η ελαστική ροπή αντοχής για θετικές καμπτικές ροπές.

•Υπολογισμός γεωμετρικών χαρακτηριστικών της ισοδύναμης διατομής.

$$\text{Για } C_{30/37} \rightarrow E_{cm} = 32 \text{ GPa}$$

$$\eta = \frac{E_{\alpha}}{E_{cm}} = \frac{210 \text{ GPa}}{32 \text{ GPa}} = 6,563$$

•Εμβαδά:

$$A_c = 190 \text{ cm} \times 22 \text{ cm} = 4180 \text{ cm}^2$$

$$A_{ce} = \frac{A_c}{\eta} = \frac{4180 \text{ cm}^2}{6,563} = 636,904 \text{ cm}^2$$

$$A_{s,1} = 12 \times \frac{\pi \times (1,8 \text{ cm})^2}{4} = 30,536 \text{ cm}^2$$

$$A_{s,2} = 10 \times \frac{\pi \times (1,4 \text{ cm})^2}{4} = 15,394 \text{ cm}^2$$

$$A_{A\Pi} = 60 \text{ cm} \times 3 \text{ cm} = 180 \text{ cm}^2$$

$$A_K = 90 \text{ cm} \times 2,5 \text{ cm} = 225 \text{ cm}^2$$

$$A_{K\Pi} = 80 \text{ cm} \times 3 \text{ cm} = 240 \text{ cm}^2$$

$$A_e = A_{ce} + A_{s,1} + A_{s,2} + A_{A\Pi} + A_K + A_{K\Pi} = 1327,834 \text{ cm}^2$$

•Στάθμες:

$$Z_C = \frac{Y_c}{2} = \frac{22 \text{ cm}}{2} = 11 \text{ cm}$$

$$Z_{s,1} = 5 \text{ cm}$$

$$Z_{s,2} = 17 \text{ cm}$$

$$Z_{A\Pi,t} = Y_c + \frac{Y_{A\Pi}}{2} = 22 \text{ cm} + \frac{3}{2} \text{ cm} = 23,5 \text{ cm}$$

$$Z_K = Y_c + Y_{A\Pi} + \frac{Y_K}{2} = 22 \text{ cm} + 3 \text{ cm} + \frac{90}{2} \text{ cm} = 70 \text{ cm}$$

$$Z_{K\Pi} = Y_c + Y_{A\Pi} + Y_K + \frac{Y_{K\Pi}}{2} = 22 \text{ cm} + 3 \text{ cm} + 90 \text{ cm} + \frac{3}{2} \text{ cm} = 116,5 \text{ cm}$$

•Κέντρο Βάρους ισοδύναμης διατομής

$$Z_e = \frac{A_{ce} \times Z_c + A_{s,1} \times Z_{s,1} + A_{s,2} \times Z_{s,2} + A_{A\Pi} \times Z_{A\Pi} + A_K \times Z_K + A_{K\Pi} \times Z_{K\Pi}}{A_e}$$

$$Z_e =$$

$$\frac{636,904 \text{ cm}^2 \times 11 \text{ cm} + 30,536 \text{ cm}^2 \times 5 \text{ cm} + 15,394 \text{ cm}^2 \times 17 \text{ cm} + 180 \text{ cm}^2 \times 23,5 \text{ cm} + 225 \text{ cm}^2 \times 70 \text{ cm} + 240 \text{ cm}^2 \times 116,5 \text{ cm}}{1327,834 \text{ cm}^2}$$

$$Z_e = \frac{55360,322 \text{ cm}^3}{1327,834 \text{ cm}^2}$$

$$Z_e = 41,692 \text{ cm}$$

• Ροπή αδράνειας ισοδύναμης διατομής

$$I_{ce} = \frac{\Pi_c \times Y_c^3}{12} \times \frac{1}{\eta} + A_{ce} \times (Z_c - Z_e)^2 = \frac{190 \text{ cm} \times 22^3 \text{ cm}^3}{12} \times \frac{1}{6,563} + 636,904 \text{ cm}^2 \times (11 \text{ cm} - 41,692 \text{ cm})^2 = 625651,299 \text{ cm}^4$$

$$I_{s,1} = I_{s0,1} + A_{s,1} \times (Z_{s,1} - Z_e)^2 = 0 + 30,536 \text{ cm}^2 \times (5 \text{ cm} - 41,692 \text{ cm})^2 = 41110,704 \text{ cm}^4$$

$$I_{s,2} = I_{s0,2} + A_{s,2} \times (Z_{s,2} - Z_e)^2 = 0 + 15,394 \text{ cm}^2 \times (17 \text{ cm} - 41,692 \text{ cm})^2 = 9385,643 \text{ cm}^4$$

$$I_{A\Pi} = \frac{\Pi_{A\Pi} \times Y_{A\Pi}^3}{12} + A_{A\Pi} \times (Z_{A\Pi} - Z_e)^2 = \frac{60 \text{ cm} \times 3^3 \text{ cm}^3}{12} + 180 \text{ cm}^2 \times (23,5 \text{ cm} - 41,692 \text{ cm})^2 = 59705,796 \text{ cm}^4$$

$$I_K = \frac{\Pi_K \times Y_K^3}{12} + A_K \times (Z_K - Z_e)^2 = \frac{2,5 \text{ cm} \times 90^3 \text{ cm}^3}{12} + 1225 \text{ cm}^2 \times (70 \text{ cm} - 41,692 \text{ cm})^2 = 332177,144 \text{ cm}^4$$

$$I_{K\Pi} = \frac{\Pi_{K\Pi} \times Y_{K\Pi}^3}{12} + A_{K\Pi} \times (Z_{K\Pi} - Z_e)^2 = \frac{80 \text{ cm} \times 3^3 \text{ cm}^3}{12} + 240 \text{ cm}^2 \times (116,5 \text{ cm} - 41,692 \text{ cm})^2 = 1343276,847 \text{ cm}^4$$

$$I = I_{ce} + I_{s,1} + I_{s,2} + I_{A\Pi} + I_K + I_{K\Pi} = 2411307,426 \text{ cm}^4$$

• Έλεγχος τάσεων στην διατομή.

A) Ροπές αντίστασης.

$$W_{co} = \frac{-I_e}{Z_e} \times \eta = \frac{-2411307,426 \text{ cm}^4}{41,692 \text{ cm}} \times 6,563 = -379579,071 \text{ cm}^3$$

$$W_{s,1} = \frac{-I_e}{Z_e - Z_{s,1}} = \frac{-2411307,426 \text{ cm}^4}{41,692 \text{ cm} - 5 \text{ cm}} = -65717,525 \text{ cm}^3$$

$$W_{s,2} = \frac{-I_e}{Z_e - Z_{s,2}} = \frac{-2411307,426 \text{ cm}^4}{41,692 \text{ cm} - 17 \text{ cm}} = -97655,412 \text{ cm}^3$$

$$W_{cu} = \frac{-I_e}{Z_e - d} \times \eta = \frac{-2411307,426 \text{ cm}^4}{41,692 \text{ cm} - 22 \text{ cm}} \times 6,563 = -803646,691 \text{ cm}^3$$

$$W_{ao} = \frac{-I_e}{Z_e - d} = \frac{-2411307,426 \text{ cm}^4}{41,692 \text{ cm} - 22 \text{ cm}} = -122451,118 \text{ cm}^3$$

$$W_{au} = \frac{I_e}{h_u} \times \eta = \frac{2411307,426 \text{ cm}^4}{76,308 \text{ cm}} = 31599,667 \text{ cm}^3$$

Όπου:

$$h_u = Y_c + Y_{A\Pi} + Y_K + Y_{K\Pi} - Z_e = 22 \text{ cm} + 3 \text{ cm} + 90 \text{ cm} + 3 \text{ cm} - 41,692 \text{ cm} = 76,308 \text{ cm}$$

B) Τάσεις

$$\sigma_{co} = \frac{N_{sd}}{A_e \times \eta} + \frac{M_{sd}}{W_{co}} = \frac{-600 \text{ kN}}{1327,834 \text{ cm}^2 \times 6,563} + \frac{200000 \text{ kN} \times \text{cm}}{-379579,071 \text{ cm}^3} = -0,595 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\sigma_{s,1} = \frac{N_{sd}}{A_e} + \frac{M_{sd}}{W_{s,1}} = \frac{-600 \text{ kN}}{1327,834 \text{ cm}^2} + \frac{200000 \text{ kN} \times \text{cm}}{-65717,525 \text{ cm}^3} = -3,495 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$



$$\sigma_{s,2} = \frac{N_{sd}}{A_e} + \frac{M_{sd}}{W_{s,2}} = \frac{-600 \text{ kN}}{1327,834 \text{ cm}^2} + \frac{200000 \text{ kN} \times \text{cm}}{-97655,412 \text{ cm}^2} = -2,5 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\sigma_{cu} = \frac{N_{sd}}{A_e \times \eta} + \frac{M_{sd}}{W_{cu}} = \frac{-600 \text{ kN}}{1327,834 \text{ cm}^2 \times 6,563} + \frac{200000 \text{ kN} \times \text{cm}}{-803646,691 \text{ cm}^3} = -0,318 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\sigma_{ao} = \frac{N_{sd}}{A_e} + \frac{M_{sd}}{W_{ao}} = \frac{-600 \text{ kN}}{1327,834 \text{ cm}^2} + \frac{200000 \text{ kN} \times \text{cm}}{-122451,118 \text{ cm}^3} = -2,085 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\sigma_{au} = \frac{N_{sd}}{A_e} + \frac{M_{sd}}{W_{au}} = \frac{-600 \text{ kN}}{1327,834 \text{ cm}^2} + \frac{200000 \text{ kN} \times \text{cm}}{31599,667 \text{ cm}^3} = 5,877 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

• Εύρεση ελαστικής ροπής αντοχής διατομής

Χάλυβας κάτω

$$27,5 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = \frac{-600 \text{ kN}}{1327,834 \text{ cm}^2} + \frac{X}{31599,667 \text{ cm}^3}$$

$$\Rightarrow X = 883269,585 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$\Rightarrow M_{el,au} = 8832,696 \text{ kN} \times \text{cm}$$

Σκυρόδεμα Άνω

$$-1,7 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = \frac{-600 \text{ kN}}{1327,834 \text{ cm}^2} + \frac{X}{-379579,071 \text{ cm}^3}$$

$$\Rightarrow X = 619150,37 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$\Rightarrow M_{el,co} = 6191,504 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$\text{Άρα } M_{el,Rd} \min(M_{el,au}, M_{el,co}) = M_{el,au} = 6191,504 \text{ kN} \times \text{m}$$

$$M_{el,Rd} > M_{sd}$$

Άρα η διατομή της αντέχει σε ελαστική ανάλυση.

**3) Η αντοχή της διατομής σε τέμνουσα αν η διατομή είναι μη εγκλιβωτισμένη και δεν περιλαμβάνει ενισχύσεις.**

• Εμβαδόν κορμού

$$A_K = 225 \text{ cm}^2$$

$$f_{y,K} = 275 \text{ MPa} = 27,5 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$V_{pl,\alpha,Rd} = \frac{\frac{A_K \times f_{y,K}}{\sqrt{3}}}{\gamma_M} = \frac{\frac{225 \text{ cm}^2 \times 27,5 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}}{\sqrt{3}}}{1} = 3572,35 \text{ kN}$$

$$\frac{l_W}{t_W} = \frac{90}{2,5} = 36 < 72 \times \varepsilon = 72 \times 0,92 = 66,24$$

Άρα ο κορμός δεν είναι λεπτότοιχος.

$$\text{Άρα } V_{Rd} = V_{pl,\alpha,Rd}$$

$$V_{Rd} = 3572,35 \text{ kN} > V_{sd} = 700 \text{ kN}$$

Άρα η διατομή επαρκεί σε διάτμηση.

#### 4) Να γίνει κατάταξη της διατομής.

$$Z'_{OA} = 24,798 \text{ cm}$$

Ο ουδέτερος άξονας βρίσκεται στο άνω πέλμα.

Κατάταξη κορμού:

Ολόκληρος ο κορμός βρίσκεται σε εφελκυσμό.

Άρα ο κορμός είναι κατηγορίας **1**.

Κατάταξη άνω πέλματος :

$$c = \frac{1}{2} \times (60 \text{ cm} - 2,5 \text{ cm} - 2 \times \sqrt{2} \times 0,6 \text{ cm}) = 27,88 \text{ cm}$$

$$t = 3 \text{ cm}$$

$$\frac{c}{t} = 9,29 < 9 \times \varepsilon = 9 \times 0,92 = 8,28 \text{ Δεν ισχύει.}$$

$$\frac{c}{t} = 9,29 < 10 \times \varepsilon = 10 \times 0,92 = 9,20 \text{ Δεν ισχύει.}$$

$$\frac{c}{t} = 9,29 < 14 \times \varepsilon = 14 \times 0,92 = 12,88 \text{ Ισχύει.}$$

Άρα το κάτω πέλμα είναι κατηγορίας 3. Της στην περίπτωση σύμμικτης δοκού σε περιοχή θετικών ροπών όπου το άνω πέλμα βρίσκεται υπό θλίψη τότε αυτό θεωρείται κατηγορία 1 εάν ισχύουν και οι παρακάτω περιορισμοί:

$$e_T < 9 \times t_f \times \varepsilon$$

και

$$e_L \begin{cases} 22 \times t_f \times \varepsilon \\ 6 \times h_c \\ 80 \text{ cm} \end{cases}$$

όπου

$$e_T = 8 \text{ cm}$$

$$e_L = 70 \text{ cm}$$

$$n = 2$$

$$d_s = 1,6 \text{ cm}$$

$$h_s = 15 \text{ cm}$$

$$e_T = 8 \text{ cm} < 9 \times t_f \times \varepsilon = 9 \times 3 \text{ cm} \times 0,92 = 24,84 \text{ Ισχύει.}$$

$$e_L = 70 \text{ cm} < 22 \times t_f \times \varepsilon = 22 \times 3 \text{ cm} \times 0,92 = 60,72 \text{ Δεν ισχύει.}$$

$$e_L = 70 \text{ cm} < 6 \times h_c = 6 \times 15 \text{ cm} = 90 \text{ cm} \text{ Ισχύει.}$$

$$e_L = 70 \text{ cm} < 80 \text{ cm}$$

Άρα το άνω πέλμα είναι κατηγορίας **1**.

Κατάταξη κάτω πέλματος:

Ολόκληρο το κάτω πέλμα βρίσκεται σε εφελκυσμό.

Άρα το κάτω πέλμα είναι κατηγορίας **1**.

Άρα ολόκληρη η διατομή είναι κατηγορίας 1.

### 5) Να υπολογιστεί το κόστος της διατομής.

| Υλικό                          | Εμβαδό ( $cm^2$ ) | Ποιότητα Υλικού    | Ειδικό Βάρος ( $\frac{kg}{m^3}$ ) | Τιμή Μονάδας               |
|--------------------------------|-------------------|--------------------|-----------------------------------|----------------------------|
| Σκυρόδεμα                      | 4180              | C <sub>30/37</sub> | 2400                              | $56 \frac{\text{€}}{m^3}$  |
| Χάλυβας Οπλισμού (Άνω Στρώση)  | 30,536            | B500C              | 7800                              | $0,55 \frac{\text{€}}{kg}$ |
| Χάλυβας Οπλισμού (Κάτω Στρώση) | 15,394            | B500C              | 7800                              | $0,55 \frac{\text{€}}{kg}$ |
| Δομικός Χάλυβας Άνω Πέλματος   | 180               | S275               | 7800                              | $0,80 \frac{\text{€}}{kg}$ |
| Δομικός Χάλυβας Κορμού         | 225               | S275               | 7800                              | $0,80 \frac{\text{€}}{kg}$ |
| Δομικός Χάλυβας Κάτω Πέλματος  | 240               | S275               | 7800                              | $0,80 \frac{\text{€}}{kg}$ |

Υπολογισμός Κόστους:

$$\text{Σκυρόδεμα: } K_c = \frac{A_c - A_{s,1} - A_{s,2}}{10000} \times 56 \frac{\text{€}}{m^3} = 23,151 \frac{\text{€}}{\text{τρέχον μέτρο}}$$

$$\text{Χάλυβας Οπλισμού: } K_s = \frac{A_{s,1} + A_{s,2}}{10000} \times 0,55 \frac{\text{€}}{m^3} \times 7800 \frac{kg}{m^3} = 19,704 \frac{\text{€}}{\text{τρέχον μέτρο}}$$

$$\text{Δομικός Χάλυβας: } K_a = \frac{A_{\Delta\Pi}}{10000} \times 0,80 \frac{\text{€}}{m^3} \times 7800 \frac{kg}{m^3} + \frac{A_K}{10000} \times 0,80 \frac{\text{€}}{m^3} \times 7800 \frac{kg}{m^3} + \frac{A_{K\Pi}}{10000} \times 0,80 \frac{\text{€}}{m^3} \times 7800 \frac{kg}{m^3} = 112,32 \frac{\text{€}}{\text{τρέχον μέτρο}}$$

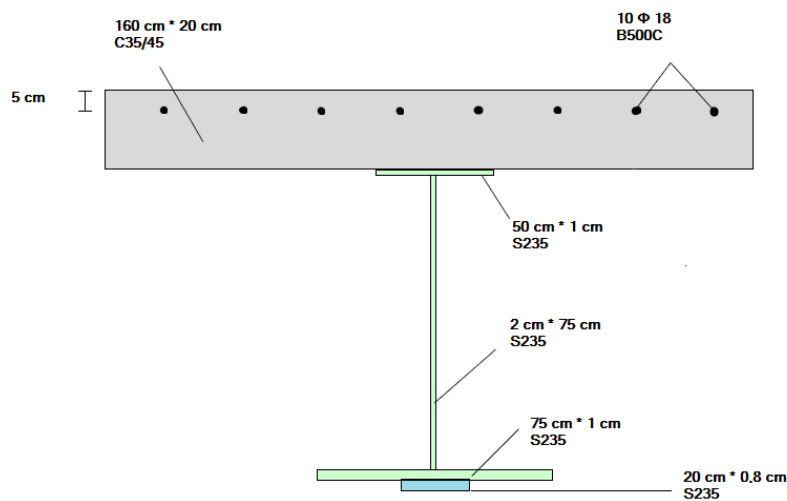
$$\text{Συνολικό κόστος διατομής: } K = 155,175 \frac{\text{€}}{\text{τρέχον μέτρο}}$$



### 5.3 Εφαρμογή 2 (Σύμμικτη Δοκός με συγκολλητή διατομή – θετικές ροπές)

Δίνεται η διατομή του διπλανού σχήματος η οποία καταπονείται από αξονική δύναμη σχεδιασμού  $N_{sd}=500$  kN, καμπτική ροπή σχεδιασμού  $M_{sd}=1500$  kNm και τέμνουσα δύναμη σχεδιασμού  $V_{sd}= 600$  kN.

Ζητούνται:



1) Να υπολογιστεί η πλαστική ροπή αντοχής για θετικές καμπτικές ροπές.

•Εμβαδά:

$$A_c = 160 \text{ cm} \times 20 \text{ cm} = 3200 \text{ cm}^2$$

$$A_s = 10 \times \frac{\pi \times (1,8 \text{ cm})^2}{4} = 25,430 \text{ cm}^2$$

$$A_{A\Pi} = 50 \text{ cm} \times 1 \text{ cm} = 50 \text{ cm}^2$$

$$A_K = 75 \text{ cm} \times 2 \text{ cm} = 150 \text{ cm}^2$$

$$A_{K\Pi} = 75 \text{ cm} \times 1 \text{ cm} = 75 \text{ cm}^2$$

$$A_{EE} = 30 \text{ cm} \times 0,8 \text{ cm} = 16 \text{ cm}^2$$

•Τάσεις υλικών:

$$f_{cd} = \frac{0,85 \times 3,5 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}}{1,5} = 1,983 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$f_{sd} = \frac{50 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}}{1,15} = 43,48 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$f_{ad} = \frac{23,5 \frac{kN}{cm^2}}{1} = 23,5 \frac{kN}{cm^2}$$

• Δρώσες δυνάμεις:

Έστω ο Ο.Α στην διεπιφάνεια δομικού χάλυβα-σκυροδέματος.

$$Z_{OA} = 20 \text{ cm}$$

$$F_c = A_c \times (-f_{cd}) = 3200 \text{ cm}^2 \times (-1,983 \frac{kN}{cm^2}) = -6345,6 \text{ kN}$$

$$F_{s,1} = A_{s,1} \times (-f_{sd}) = 25,430 \text{ cm}^2 \times (-43,48 \frac{kN}{cm^2}) = -1105,696 \text{ kN}$$

$$F_{AII} = A_{AII} \times f_{ad} = 50 \text{ cm}^2 \times 23,5 \frac{kN}{cm^2} = 1175 \text{ kN}$$

$$F_K = A_K \times f_{ad} = 150 \text{ cm}^2 \times 23,5 \frac{kN}{cm^2} = 3525 \text{ kN}$$

$$F_{KII} = A_{KII} \times f_{ad} = 75 \text{ cm}^2 \times 23,5 \frac{kN}{cm^2} = 1762,5 \text{ kN}$$

$$F_{EE} = A_{EE} \times f_{ad} = 16 \text{ cm}^2 \times 23,5 \frac{kN}{cm^2} = 376 \text{ kN}$$

$$N = F_c + F_{s,1} + F_{AII} + F_K + F_{KII} + F_{EE} = -6345,6 \text{ kN} + (-1105,696) \text{ kN} + 1175 \text{ kN} + 3525 \text{ kN} + 1762,5 \text{ kN} + 376 \text{ kN} = -612,796 \text{ kN}$$

$$\Delta N = N - N_{sd} = -612,796 \text{ kN} - (500) \text{ kN} = -1112,796 \text{ kN}$$

**Απαιτείται μείωση της θλίψης.**

**Μετακίνηση ουδέτερου άξονα της τα πάνω.**

$$\Delta Z = \frac{\Delta N}{f_{cd} \times b_c} = \frac{-1112,796 \text{ kN}}{1,983 \frac{kN}{cm^2} \times 160 \text{ cm}} = -3,507 \text{ cm}$$

$$Z'_{OA} = Z_{OA} + \Delta Z = 22 \text{ cm} + (-3,507 \text{ cm}) = 16,493 \text{ cm}$$

• Δρώσες δυνάμεις στην νέα θέση του Ο.Α.

$$F_{c,c} = A_c \times (-f_{cd}) = 160 \text{ cm} \times 16,493 \text{ cm} \times (-1,983 \frac{kN}{cm^2}) = -5232,804 \text{ kN}$$

$$F_{s,1} = A_{s,1} \times (-f_{sd}) = 25,430 \text{ cm}^2 \times (-43,48 \frac{kN}{cm^2}) = -1105,696 \text{ kN}$$

$$F_{AII} = A_{AII} \times f_{ad} = 50 \text{ cm}^2 \times 23,5 \frac{kN}{cm^2} = 1175 \text{ kN}$$

$$F_K = A_K \times f_{ad} = 150 \text{ cm}^2 \times 23,5 \frac{kN}{cm^2} = 3525 \text{ kN}$$

$$F_{KII} = A_{KII} \times f_{ad} = 75 \text{ cm}^2 \times 23,5 \frac{kN}{cm^2} = 1762,5 \text{ kN}$$

$$F_{EE} = A_{EE} \times f_{ad} = 16 \text{ cm}^2 \times 23,5 \frac{kN}{cm^2} = 376 \text{ kN}$$

$$N = F_{c,c} + F_{s,1} + F_{AII} + F_K + F_{KII} + F_{EE} = -5232,804 \text{ kN} + (-1105,696) \text{ kN} + 1175 \text{ kN} + 3525 \text{ kN} + 1762,5 \text{ kN} + 376 \text{ kN} = 500 \text{ kN}$$

$$\Delta N = N - N_{sd} = 500 \text{ kN} - (500) \text{ kN} = 0 \text{ kN}$$

●Στάθμες:

$$Z_{c,c} = \frac{Y_{c,c}}{2} = \frac{16,493 \text{ cm}}{2} = 8,246 \text{ cm}$$

$$Z_s = 5 \text{ cm}$$

$$Z_{A\Pi} = Y_c + \frac{Y_{A\Pi}}{2} = 20 \text{ cm} + \frac{1}{2} \text{ cm} = 20,5 \text{ cm}$$

$$Z_K = Y_c + Y_{A\Pi} + \frac{Y_K}{2} = 20 \text{ cm} + 1 \text{ cm} + \frac{75}{2} \text{ cm} = 58,5 \text{ cm}$$

$$Z_{K\Pi} = Y_c + Y_{A\Pi} + Y_K + \frac{Y_{K\Pi}}{2} = 20 \text{ cm} + 1 \text{ cm} + 75 \text{ cm} + \frac{1}{2} \text{ cm} = 96,5 \text{ cm}$$

$$Z_{EE} = Y_c + Y_{A\Pi} + Y_K + Y_{K\Pi} + \frac{Y_{EE}}{2} = 20 \text{ cm} + 1 \text{ cm} + 75 \text{ cm} + 1 \text{ cm} + \frac{0,8}{2} \text{ cm} = 97,4 \text{ cm}$$

●Ροπές:

$$M_{c,c} = F_{c,c} \times (Z_{c,c} - Z'_{oA}) = -5232,804 \text{ kN} \times (8,246 \text{ cm} - 16,493 \text{ cm}) = -43154,934 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$M_s = F_s \times (Z_s - Z'_{oA}) = -1105,696 \text{ kN} \times (5 \text{ cm} - 16,493 \text{ cm}) = 12707,437 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$M_{A\Pi} = F_{A\Pi,t} \times (Z_{A\Pi,t} - Z'_{oA}) = 1175 \text{ kN} \times (20,5 \text{ cm} - 16,493 \text{ cm}) = 4708,578 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$M_K = F_K \times (Z_K - Z'_{oA}) = 3525 \text{ kN} \times (58,5 \text{ cm} - 16,493 \text{ cm}) = 148075,732 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$M_{K\Pi} = F_{K\Pi} \times (Z_{K\Pi} - Z'_{oA}) = 1762,5 \text{ kN} \times (96,5 \text{ cm} - 16,493 \text{ cm}) = 141012,866 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$M_{EE} = F_{EE} \times (Z_{EE} - Z'_{oA}) = 376 \text{ kN} \times (97,4 \text{ cm} - 16,493 \text{ cm}) = 30421,145 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$M_{pl,Rd} = 380077,290 \text{ kN} \times \text{cm} = 3800,773 \text{ kN} \times \text{m}$$

$$M_{pl,Rd} > M_{sd}$$

Οπότε η διατομή αντέχει σε πλαστική ανάλυση.

## 2) Να υπολογιστεί η ελαστική ροπή αντοχής για θετικές καμπτικές ροπές.

●Υπολογισμός γεωμετρικών χαρακτηριστικών της ισοδύναμης διατομής.

$$\text{Για } C_{35/45} \rightarrow E_{cm} = 33,5 \text{ GPa}$$

$$\eta = \frac{E_\alpha}{E_{cm}} = \frac{210 \text{ GPa}}{33,5 \text{ GPa}} = 6,27$$

●Εμβαδά:

$$A_c = 160 \text{ cm} \times 20 \text{ cm} = 3200 \text{ cm}^2$$

$$A_{ce} = \frac{A_c}{\eta} = \frac{3200 \text{ cm}^2}{6,27} = 510,367 \text{ cm}^2$$

$$A_s = 10 \times \frac{\pi \times (1,8 \text{ cm})^2}{4} = 25,430 \text{ cm}^2$$

$$A_{A\Pi} = 50 \text{ cm} \times 1 \text{ cm} = 50 \text{ cm}^2$$

$$A_K = 75 \text{ cm} \times 2 \text{ cm} = 150 \text{ cm}^2$$

$$A_{K\Pi} = 75 \text{ cm} \times 1 \text{ cm} = 75 \text{ cm}^2$$

$$A_{EE} = 30 \text{ cm} \times 0,8 \text{ cm} = 16 \text{ cm}^2$$

$$A_e = A_{ce} + A_s + A_{A\Pi} + A_K + A_{K\Pi} + A_{EE} = 826,797 \text{ cm}^2$$

●Στάθμες:

$$Z_{c,c} = \frac{Y_c}{2} = \frac{20 \text{ cm}}{2} = 10 \text{ cm}$$

$$Z_s = 5 \text{ cm}$$

$$Z_{A\Pi} = Y_c + \frac{Y_{A\Pi}}{2} = 20 \text{ cm} + \frac{1}{2} \text{ cm} = 20,5 \text{ cm}$$

$$Z_K = Y_c + Y_{A\Pi} + \frac{Y_K}{2} = 20 \text{ cm} + 1 \text{ cm} + \frac{75}{2} \text{ cm} = 58,5 \text{ cm}$$

$$Z_{K\Pi} = Y_c + Y_{A\Pi} + Y_K + \frac{Y_{K\Pi}}{2} = 20 \text{ cm} + 1 \text{ cm} + 75 \text{ cm} + \frac{1}{2} \text{ cm} = 96,5 \text{ cm}$$

$$Z_{EE} = Y_c + Y_{A\Pi} + Y_K + Y_{K\Pi} + \frac{Y_{EE}}{2} = 20 \text{ cm} + 1 \text{ cm} + 75 \text{ cm} + 1 \text{ cm} + \frac{0,8}{2} \text{ cm} = 97,4 \text{ cm}$$

●Κέντρο Βάρους ισοδύναμης διατομής

$$Z_e = \frac{A_{ce} \times Z_c + A_s \times Z_s + A_{A\Pi} \times Z_{A\Pi} + A_K \times Z_K + A_{K\Pi} \times Z_{K\Pi} + A_{EE} \times Z_{EE}}{A_e}$$

$$Z_e =$$

$$\frac{510,367 \text{ cm}^2 \times 10 \text{ cm} + 25,430 \text{ cm}^2 \times 5 \text{ cm} + 50 \text{ cm}^2 \times 20,5 \text{ cm} + 150 \text{ cm}^2 \times 58,5 \text{ cm} + 75 \text{ cm}^2 \times 96,5 \text{ cm} + 16 \text{ cm}^2 \times 97,4 \text{ cm}}{826,797 \text{ cm}^2}$$

$$Z_e = \frac{23826,71826 \text{ cm}^3}{826,797 \text{ cm}^2}$$

$$Z_e = 28,818 \text{ cm}$$

●Ροπή αδράνειας ισοδύναμης διατομής

$$I_{ce} = \frac{\pi_c \times Y_c^3}{12} \times \frac{1}{\eta} + A_{ce} \times (Z_c - Z_e)^2 = \frac{160 \text{ cm} \times 20^3 \text{ cm}^3}{12} \times \frac{1}{6,27} + 510,367 \text{ cm}^2 \times (10 \text{ cm} - 28,818 \text{ cm})^2 = 1197743,781 \text{ cm}^4$$

$$I_s = I_{s1} + A_s \times (Z_s - Z_e)^2 = 0 + 25,430 \text{ cm}^2 \times (5 \text{ cm} - 28,818 \text{ cm})^2 = 14426,487 \text{ cm}^4$$

$$I_{A\Pi} = \frac{\pi_{A\Pi} \times Y_{A\Pi}^3}{12} + A_{A\Pi} \times (Z_{A\Pi} - Z_e)^2 = \frac{50 \text{ cm} \times 1^3 \text{ cm}^3}{12} + 50 \text{ cm}^2 \times (20,5 \text{ cm} - 28,818 \text{ cm})^2 = 3463,7061 \text{ cm}^4$$

$$I_K = \frac{\pi_K \times Y_K^3}{12} + A_K \times (Z_K - Z_e)^2 = \frac{2 \text{ cm} \times 75^3 \text{ cm}^3}{12} + 150 \text{ cm}^2 \times (58,5 \text{ cm} - 28,818 \text{ cm})^2 = 202464,778 \text{ cm}^4$$

$$I_{K\Pi} = \frac{\pi_{K\Pi} \times Y_{K\Pi}^3}{12} + A_{K\Pi} \times (Z_{K\Pi} - Z_e)^2 = \frac{75 \text{ cm} \times 1^3 \text{ cm}^3}{12} + 75 \text{ cm}^2 \times (96,5 \text{ cm} - 28,818 \text{ cm})^2 = 343569,219 \text{ cm}^4$$



$$I_{EE} = \frac{\pi_{EE} \times Y_{EE}^3}{12} + A_{EE} \times (Z_{EE} - Z_e)^2 = \frac{20 \text{ cm} \times 0,8^3 \text{ cm}^3}{12} + 160 \text{ cm}^2 \times (97,4 \text{ cm} - 28,818 \text{ cm})^2 = 75256,485 \text{ cm}^4$$

$$I = I_{ce} + I_{s,1} + I_{AII} + I_K + I_{KII} + I_{EE} = 2411307,426 \text{ cm}^4$$

• Έλεγχος τάσεων στην διατομή.

A) Ροπές αντίστασης.

$$W_{co} = \frac{-I_e}{Z_e} \times \eta = \frac{-836924,457 \text{ cm}^4}{28,818 \text{ cm}} \times 6,27 = -182090,989 \text{ cm}^3$$

$$W_s = \frac{-I_e}{Z_e - Z_{s,1}} = \frac{-836924,457 \text{ cm}^4}{28,818 \text{ cm} - 5 \text{ cm}} = -35138,170 \text{ cm}^3$$

$$W_{cu} = \frac{-I_e}{Z_e - d} \times \eta = \frac{-836924,457 \text{ cm}^4}{28,818 \text{ cm} - 20 \text{ cm}} \times 6,27 = -595084,690 \text{ cm}^3$$

$$W_{ao} = \frac{-I_e}{Z_e - d} = \frac{-836924,457 \text{ cm}^4}{28,818 \text{ cm} - 20 \text{ cm}} = -94909,839 \text{ cm}^3$$

$$W_{au} = \frac{I_e}{h_u} \times \eta = \frac{836924,457 \text{ cm}^4}{68,982 \text{ cm}} = 12132,522 \text{ cm}^3$$

Όπου:

$$h_u = Y_c + Y_{AII} + Y_K + Y_{KII} - Z_e = 20 \text{ cm} + 1 \text{ cm} + 75 \text{ cm} + 1 \text{ cm} + 0,8 \text{ cm} - 28,818 \text{ cm} = 68,982 \text{ cm}$$

B) Τάσεις

$$\sigma_{co} = \frac{N_{sd}}{A_e \times \eta} + \frac{M_{sd}}{W_{co}} = \frac{500 \text{ kN}}{826,797 \text{ cm}^2 \times 6,27} + \frac{150000 \text{ kN} \times \text{cm}}{-182090,989 \text{ cm}^3} = -0,727 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\sigma_s = \frac{N_{sd}}{A_e} + \frac{M_{sd}}{W_s} = \frac{500 \text{ kN}}{826,797 \text{ cm}^2} + \frac{150000 \text{ kN} \times \text{cm}}{-35138,170 \text{ cm}^3} = -3,664 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\sigma_{cu} = \frac{N_{sd}}{A_e \times \eta} + \frac{M_{sd}}{W_{cu}} = \frac{500 \text{ kN}}{826,797 \text{ cm}^2 \times 6,563} + \frac{150000 \text{ kN} \times \text{cm}}{-595084,690 \text{ cm}^3} = -0,156 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\sigma_{ao} = \frac{N_{sd}}{A_e} + \frac{M_{sd}}{W_{ao}} = \frac{500 \text{ kN}}{826,797 \text{ cm}^2} + \frac{150000 \text{ kN} \times \text{cm}}{-94909,839 \text{ cm}^3} = -0,976 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\sigma_{au} = \frac{N_{sd}}{A_e} + \frac{M_{sd}}{W_{au}} = \frac{500 \text{ kN}}{826,797 \text{ cm}^2} + \frac{150000 \text{ kN} \times \text{cm}}{12132,522 \text{ cm}^3} = 12,968 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

• Εύρεση ελαστικής ροπής αντοχής διατομής

Χάλυβας κάτω

$$23,5 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = \frac{500 \text{ kN}}{826,797 \text{ cm}^2} + \frac{X}{12132,522 \text{ cm}^3}$$

$$\Leftrightarrow X = 277777,205 \text{ kN} \times \text{m}$$

$$\Leftrightarrow M_{el,au} = 2777,77 \text{ kN} \times \text{m}$$

Σκυρόδεμα Άνω

$$-1,983 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = \frac{500 \text{ kN}}{826,797 \text{ cm}^2} + \frac{X}{-182090,989 \text{ cm}^3}$$

$$\Leftrightarrow X = 378649,166 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$\Rightarrow M_{el,co} = 3786,492 \text{ kN} \times m$$

$$\text{Άρα } M_{el,Rd} \min(M_{el,au}, M_{el,co}) = M_{el,au} = 2777,77 \text{ kN} \times m$$

$$M_{el,Rd} > M_{sd}$$

**Άρα η διατομή της αντέχει σε ελαστική ανάλυση.**

**3) Να υπολογιστεί η αντοχή της διατομής σε τέμνουσα αν η διατομή είναι μη εγκλιβωτισμένη και δεν περιλαμβάνει ενισχύσεις.**

• Εμβαδόν κορμού

$$A_K = 150 \text{ cm}^2$$

$$f_{y,K} = 235 \text{ MPa} = 23,5 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$V_{pl,\alpha,Rd} = \frac{A_K \times f_{y,K}}{\gamma_M} = \frac{150 \text{ cm}^2 \times 23,5 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}}{1} = 2035,160 \text{ kN}$$

$$\frac{l_W}{t_W} = \frac{75}{2} = 35,5 < 72 \times \varepsilon = 72 \times 1 = 72$$

**Άρα ο κορμός δεν είναι λεπτότοιχος.**

$$\text{Άρα } V_{Rd} = V_{pl,\alpha,Rd}$$

$$V_{Rd} = 2035,160 \text{ kN} > V_{sd} = 700 \text{ kN}$$

**Άρα η διατομή επαρκεί σε διάτμηση.**

**4) Να γίνει κατάταξη της διατομής.**

$$Z'_{o\Gamma} = 16,493 \text{ cm}$$

Ο ουδέτερος άξονας βρίσκεται στο σκυρόδεμα.

Όλη η μεταλλική διατομή βρίσκεται σε εφελκυσμό

Άρα ολόκληρη η διατομή είναι κατηγορίας 1.

## 5) Να υπολογιστεί το κόστος της διατομής.

| Υλικό                                 | Εμβαδό ( $cm^2$ ) | Ποιότητα Υλικού    | Ειδικό Βάρος ( $\frac{kg}{m^3}$ ) | Τιμή Μονάδας               |
|---------------------------------------|-------------------|--------------------|-----------------------------------|----------------------------|
| Σκυρόδεμα                             | 3200              | C <sub>35/45</sub> | 2400 kg/m <sup>3</sup>            | 60 $\frac{\text{€}}{m^3}$  |
| Χάλυβας Οπλισμού (Άνω Στρώση)         | 25,43             | B500C              | 7800 kg/m <sup>3</sup>            | 0,55 $\frac{\text{€}}{kg}$ |
| Δομικός Χάλυβας Άνω Πέλματος          | 50                | S235               | 7800 kg/m <sup>3</sup>            | 0,70 $\frac{\text{€}}{kg}$ |
| Δομικός Χάλυβας Κορμού                | 150               | S235               | 7800 kg/m <sup>3</sup>            | 0,70 $\frac{\text{€}}{kg}$ |
| Δομικός Χάλυβας Κάτω Πέλματος         | 75                | S235               | 7800 kg/m <sup>3</sup>            | 0,70 $\frac{\text{€}}{kg}$ |
| Δομικός Χάλυβας Ενισχυτικού Ελάσματος | 16                | S235               | 7800 kg/m <sup>3</sup>            | 0,70 $\frac{\text{€}}{kg}$ |

Υπολογισμός Κόστους:

$$\text{Σκυρόδεμα: } K_c = \frac{A_c - A_{s,1}}{10000} \times 60 \frac{\text{€}}{m^3} = 19,047 \frac{\text{€}}{\text{τρέχον μέτρο}}$$

$$\text{Χάλυβας Οπλισμού: } K_s = \frac{A_{s,1}}{10000} \times 0,55 \frac{\text{€}}{m^3} \times 7800 \frac{kg}{m^3} = 10,909 \frac{\text{€}}{\text{τρέχον μέτρο}}$$

$$\text{Δομικός Χάλυβας: } K_a = \frac{A_{AP}}{10000} \times 0,70 \frac{\text{€}}{m^3} \times 7800 \frac{kg}{m^3} + \frac{A_K}{10000} \times 0,70 \frac{\text{€}}{m^3} \times 7800 \frac{kg}{m^3} + \frac{A_{KP}}{10000} \times 0,70 \frac{\text{€}}{m^3} \times 7800 \frac{kg}{m^3} + \frac{A_{EE}}{10000} \times 0,70 \frac{\text{€}}{m^3} \times 7800 \frac{kg}{m^3} = 158,886 \frac{\text{€}}{\text{τρέχον μέτρο}}$$

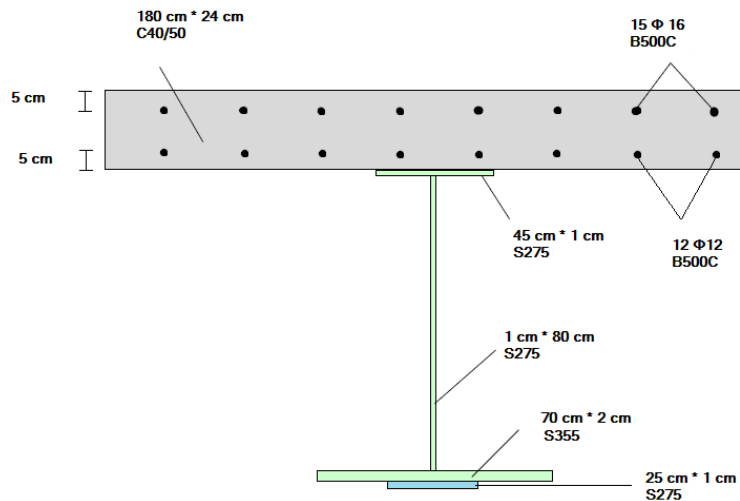
$$\text{Συνολικό κόστος διατομής: } K = 188,842 \frac{\text{€}}{\text{τρέχον μέτρο}}$$

## 5.4 Εφαρμογή 3 – (Σύμμεκτη δοκός με συγκολλητή διατομή – θετικές ροπές)

### 5.4.1 Επίλυση διατομής βάσης

Δίνεται η διατομή του διπλανού σχήματος η οποία καταπονείται από αξονική δύναμη σχεδιασμού  $N_{sd}=-5500$  kN, καμπτική ροπή σχεδιασμού  $M_{sd}=4000$  kNm και τέμνουσα δύναμη σχεδιασμού  $V_{sd}=1200$  kN.

Ζητούνται:



Παρατήρηση: Η επιλογή των ποιοτήτων δομικού χάλυβα έγινε με σκοπό τον έλεγχο του κώδικα. Δεν συνηθίζεται να στην χαλύβδινη διατομή να χρησιμοποιούνται διαφορετικές ποιότητες στα μέλη.

1) Να υπολογιστεί η πλαστική ροπή αντοχής για θετικές καμπτικές ροπές.

• Εμβαδά :

$$A_c = 180 \text{ cm} \times 24 \text{ cm} = 4320 \text{ cm}^2$$

$$A_{s,1} = 15 \times \frac{\pi \times (1,6 \text{ cm})^2}{4} = 30,159 \text{ cm}^2$$

$$A_{s,2} = 12 \times \frac{\pi \times (1,2 \text{ cm})^2}{4} = 13,572 \text{ cm}^2$$

$$A_{AII} = 45 \text{ cm} \times 1 \text{ cm} = 45 \text{ cm}^2$$

$$A_K = 1 \text{ cm} \times 80 \text{ cm} = 80 \text{ cm}^2$$

$$A_{K\Pi} = 70 \text{ cm} \times 2 \text{ cm} = 140 \text{ cm}^2$$

$$A_{EE} = 25 \text{ cm} \times 1 \text{ cm} = 25 \text{ cm}^2$$

• Τάσεις υλικών:

$$f_{cd} = \frac{0,85 \times 4 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}}{1,5} = 2,267 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$f_{sd} = \frac{50 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}}{1,15} = 43,48 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$f_{ad, A\Pi} = f_{ad, K} = f_{ad, EE} = \frac{27,5 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}}{1} = 27,5 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$f_{ad, K\Pi} = \frac{35,5 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}}{1} = 35,5 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

• Δρώσες δυνάμεις:

1<sup>η</sup> περίπτωση: Έστω ο Ο.Α στην διεπιφάνεια δομικού χάλυβα-σκυροδέματος.

$$Z_{OA} = 24 \text{ cm}$$

$$F_c = A_c \times (-f_{cd}) = 4320 \text{ cm}^2 \times (-2,267 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}) = -9793,440 \text{ kN}$$

$$F_{s,1} = A_{s,1} \times (-f_{sd}) = 30,159 \text{ cm}^2 \times (-43,48 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}) = -1311,253 \text{ kN}$$

$$F_{s,2} = A_{s,2} \times (-f_{sd}) = 13,572 \text{ cm}^2 \times (-43,48 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}) = -590,083 \text{ kN}$$

$$F_{A\Pi} = A_{A\Pi} \times f_{ad, A\Pi} = 45 \text{ cm}^2 \times 27,5 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = 1237,500 \text{ kN}$$

$$F_K = A_K \times f_{ad, K} = 80 \text{ cm}^2 \times 27,5 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = 2200 \text{ kN}$$

$$F_{K\Pi} = A_{K\Pi} \times f_{ad, K\Pi} = 140 \text{ cm}^2 \times 35,5 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = 4970 \text{ kN}$$

$$F_{EE} = A_{EE} \times f_{ad, EE} = 25 \text{ cm}^2 \times 27,5 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = 687,500 \text{ kN}$$

$$N = F_c + F_{s,1} + F_{s,2} + F_{A\Pi} + F_K + F_{K\Pi} + F_{EE} = -9793,440 \text{ kN} + (-1311,253) \text{ kN} + (-590,083) \text{ kN} + 1237,500 \text{ kN} + 2200 \text{ kN} + 4970 \text{ kN} + 687,500 \text{ kN} = -2599,776 \text{ kN}$$

$$\Delta N = N - N_{sd} = -2599,776 \text{ kN} - (-5500) \text{ kN} = 2900,224 \text{ kN}$$

**Απαιτείται αύξηση της θλίψης.**

**Μετακίνηση ουδέτερου άξονα προς τα κάτω.**

2<sup>η</sup> περίπτωση: Έστω ο Ο.Α. βρίσκεται στο άνω πέλμα.

Πρέπει  $0 < \Delta z < 1 \text{ cm}$

$$\Delta z = \frac{\Delta N}{2 \times f_{ad, A\Pi} \times \Pi_{A\Pi}} = \frac{2900,224 \text{ kN}}{2 \times 27,5 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \times 45 \text{ cm}} = 1,172 \text{ cm} > 1$$

Άρα ο Ο.Α δεν βρίσκεται στο άνω πέλμα

3<sup>η</sup> περίπτωση: Έστω ο Ο.Α. βρίσκεται στην διεπιφάνεια άνω πέλματος-κορμού.

$$Z_{OA} = 25 \text{ cm}$$

$$F_c = A_c \times (-f_{cd}) = 4320 \text{ cm}^2 \times (-2,267 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}) = -9793,440 \text{ kN}$$

$$F_{s,1} = A_{s,1} \times (-f_{sd}) = 30,159 \text{ cm}^2 \times (-43,48 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}) = -1311,253 \text{ kN}$$

$$F_{s,2} = A_{s,2} \times (-f_{sd}) = 13,572 \text{ cm}^2 \times (-43,48 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}) = -590,083 \text{ kN}$$

$$F_{A\Pi} = A_{A\Pi} \times f_{ad} = 45 \text{ cm}^2 \times (-27,5 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}) = -1237,500 \text{ kN}$$

$$F_K = A_K \times f_{ad} = 80 \text{ cm}^2 \times 27,5 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = 2200 \text{ kN}$$

$$F_{K\Pi} = A_{K\Pi} \times f_{ad} = 140 \text{ cm}^2 \times 35,5 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = 4970 \text{ kN}$$

$$F_{EE} = A_{EE} \times f_{ad} = 25 \text{ cm}^2 \times 27,5 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = 687,500 \text{ kN}$$

$$N' = F_c + F_{s,1} + F_{s,2} + F_{A\Pi} + F_K + F_{K\Pi} + F_{EE} = -9793,440 \text{ kN} + (-1311,253) \text{ kN} + (-590,083) \text{ kN} + (-1237,500) \text{ kN} + 2200 \text{ kN} + 4970 \text{ kN} + 687,500 \text{ kN} = -5074,776 \text{ kN}$$

$$\Delta N' = N - N_{sd} = -5074,776 \text{ kN} - (-5500) \text{ kN} = 425,224 \text{ kN}$$

**Απαιτείται αύξηση της θλίψης.**

**Μετακίνηση ουδέτερου άξονα προς τα κάτω.**

4<sup>η</sup> περίπτωση: Έστω ο Ο.Α. βρίσκεται στον κορμό.

$$0 < \Delta z' < 80 \text{ cm}$$

$$\Delta z' = \frac{\Delta N}{2 \times f_{ad,K} \times \Pi_K} = \frac{425,224 \text{ kN}}{2 \times 27,5 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \times 1 \text{ cm}} = 7,731 \text{ cm} < 80 \text{ cm}$$

$$Z''_{OA} = Z'_{OA} + \Delta z' = 25 \text{ cm} + 7,731 \text{ cm} = 32,731 \text{ cm}$$

• Δρώσεις δυνάμεις στην νέα θέση του Ο.Α.

$$Z''_{OA} = 32,731 \text{ cm}$$

$$F_c = A_c \times (-f_{cd}) = 4320 \text{ cm}^2 \times (-2,267 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}) = -9793,440 \text{ kN}$$

$$F_{s,1} = A_{s,1} \times (-f_{sd}) = 30,159 \text{ cm}^2 \times (-43,48 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}) = -1311,253 \text{ kN}$$

$$F_{s,2} = A_{s,2} \times (-f_{sd}) = 13,572 \text{ cm}^2 \times (-43,48 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}) = -590,083 \text{ kN}$$

$$F_{A\Pi} = A_{A\Pi} \times f_{ad} = 45 \text{ cm}^2 \times (-27,5 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}) = -1237,500 \text{ kN}$$

$$F_{K,c} = A_K \times f_{ad} = 7,731 \text{ cm} \times 1 \text{ cm} \times (-27,5) \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = -212,602 \text{ kN}$$

$$F_{K,t} = A_K \times f_{ad} = (80 - 7,731) \text{ cm} \times 27,5 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = 1987,398 \text{ kN}$$

$$F_{K\Pi} = A_{K\Pi} \times f_{ad} = 140 \text{ cm}^2 \times 35,5 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = 4970 \text{ kN}$$

$$F_{EE} = A_{EE} \times f_{ad} = 25 \text{ cm}^2 \times 27,5 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = 687,500 \text{ kN}$$

$$N' = F_c + F_{s,1} + F_{s,2} + F_{A\Pi} + F_K + F_{K\Pi} + F_{EE} = -9793,440 \text{ kN} + (-1311,253) \text{ kN} + (-590,083) \text{ kN} + (-1237,500) \text{ kN} + (-212,602 \text{ kN} + 1987,398 \text{ kN} + 4970 \text{ kN} + 687,500 \text{ kN}) = -5499,980 \text{ kN}$$

$$\Delta N' = N - N_{sd} = -5499,980 \text{ kN} - (-5500) \text{ kN} \cong 0 \text{ kN}$$

●Στάθμες:

$$Z_c = \frac{Y_c}{2} = \frac{24 \text{ cm}}{2} = 12 \text{ cm}$$

$$Z_{s,1} = 5 \text{ cm}$$

$$Z_{s,2} = 19 \text{ cm}$$

$$Z_{A\Pi} = Y_c + \frac{Y_{A\Pi}}{2} = 24 \text{ cm} + \frac{1}{2} \text{ cm} = 24,5 \text{ cm}$$

$$Z_{K,c} = Y_c + Y_{A\Pi} + \frac{\Delta z'}{2} = 24 \text{ cm} + 1 \text{ cm} + \frac{7,731}{2} \text{ cm} = 28,866 \text{ cm}$$

$$Z_{K,t} = Y_c + Y_{A\Pi} + \Delta z' + \frac{Y_{K-\Delta z'}}{2} = 24 \text{ cm} + 1 \text{ cm} + 7,731 \text{ cm} + \frac{80-7,731}{2} \text{ cm} = 68,866 \text{ cm}$$

$$Z_{K\Pi} = Y_c + Y_{A\Pi} + Y_K + \frac{Y_{K\Pi}}{2} = 24 \text{ cm} + 1 \text{ cm} + 80 \text{ cm} + \frac{2}{2} \text{ cm} = 106 \text{ cm}$$

$$Z_{EE} = Y_c + Y_{A\Pi} + Y_K + Y_{K\Pi} + \frac{Y_{EE}}{2} = 24 \text{ cm} + 1 \text{ cm} + 80 \text{ cm} + 2 \text{ cm} + \frac{1}{2} \text{ cm} = 107,5 \text{ cm}$$

●Ροπές:

$$M_c = F_c \times (Z_c - Z''_{OA}) = -9793,440 \text{ kN} \times (12 \text{ cm} - 32,731 \text{ cm}) = 203027,805 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$M_{s,1} = F_{s,1} \times (Z_{s,1} - Z''_{OA}) = -1311,253 \text{ kN} \times (5 \text{ cm} - 32,731 \text{ cm}) = 36362,357 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$M_{s,2} = F_{s,2} \times (Z_{s,2} - Z''_{OA}) = -1237,500 \text{ kN} \times (19 \text{ cm} - 32,731 \text{ cm}) = 8102,429 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$M_{A\Pi} = F_{A\Pi} \times (Z_{A\Pi} - Z''_{OA}) = -1237,500 \text{ kN} \times (24,5 \text{ cm} - 32,731 \text{ cm}) = 10185,862 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$M_{K,c} = F_{K,c} \times (Z_{K,c} - Z''_{OA}) = -212,602 \text{ kN} \times (28,866 \text{ cm} - 32,731 \text{ cm}) = 821,709 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$M_{K,t} = F_{K,t} \times (Z_{K,t} - Z''_{OA}) = 1987,398 \text{ kN} \times (68,866 \text{ cm} - 32,731 \text{ cm}) = 71814,627 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$M_{K\Pi} = F_{K\Pi} \times (Z_{K\Pi} - Z''_{OA}) = 4970 \text{ kN} \times (106 \text{ cm} - 32,731 \text{ cm}) = 364146,930 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$M_{EE} = F_{EE} \times (Z_{EE} - Z''_{OA}) = 687,500 \text{ kN} \times (107,5 \text{ cm} - 32,731 \text{ cm}) = 51403,688 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$M_{pl,Rd} = 745865,407 \text{ kN} \times \text{cm} = 7468,654 \text{ kN} \times \text{m}$$

$$M_{pl,Rd} > M_{sd}$$

Οπότε η διατομή αντέχει σε πλαστική ανάλυση.

## 2) Να υπολογιστεί η ελαστική ροπή αντοχής για θετικές καμπτικές ροπές.

•Υπολογισμός γεωμετρικών χαρακτηριστικών της ισοδύναμης διατομής.

$$\text{Για } C_{40/50} \rightarrow E_{cm} = 35 \text{ GPa}$$

$$\eta = \frac{E_{\alpha}}{E_{cm}} = \frac{210 \text{ GPa}}{35 \text{ GPa}} = 6$$

•Εμβαδά:

$$A_c = 180 \text{ cm} \times 24 \text{ cm} = 4320 \text{ cm}^2$$

$$A_{ce} = \frac{A_c}{\eta} = \frac{4320 \text{ cm}^2}{6} = 720 \text{ cm}^2$$

$$A_{s,1} = 15 \times \frac{\pi \times (1,6 \text{ cm})^2}{4} = 30,159 \text{ cm}^2$$

$$A_{s,2} = 12 \times \frac{\pi \times (1,2 \text{ cm})^2}{4} = 13,572 \text{ cm}^2$$

$$A_{A\Pi} = 45 \text{ cm} \times 1 \text{ cm} = 45 \text{ cm}^2$$

$$A_K = 1 \text{ cm} \times 80 \text{ cm} = 80 \text{ cm}^2$$

$$A_{K\Pi} = 70 \text{ cm} \times 2 \text{ cm} = 140 \text{ cm}^2$$

$$A_{EE} = 25 \text{ cm} \times 1 \text{ cm} = 25 \text{ cm}^2$$

$$A_e = A_{ce} + A_{s,1} + A_{s,2} + A_{A\Pi} + A_K + A_{K\Pi} = 1053,731 \text{ cm}^2$$

•Στάθμες:

$$Z_c = \frac{Y_c}{2} = \frac{24 \text{ cm}}{2} = 12 \text{ cm}$$

$$Z_{s,1} = 5 \text{ cm}$$

$$Z_{s,2} = 19 \text{ cm}$$

$$Z_{A\Pi} = Y_c + \frac{\Delta z}{2} = 24 \text{ cm} + \frac{1}{2} \text{ cm} = 24,5 \text{ cm}$$

$$Z_K = Y_c + Y_{A\Pi} + \frac{Y_K}{2} = 24 \text{ cm} + 1 \text{ cm} + \frac{80}{2} \text{ cm} = 65 \text{ cm}$$

$$Z_{K\Pi} = Y_c + Y_{A\Pi} + Y_K + \frac{Y_{K\Pi}}{2} = 24 \text{ cm} + 1 \text{ cm} + 80 \text{ cm} + \frac{2}{2} \text{ cm} = 106 \text{ cm}$$

$$Z_{EE} = Y_c + Y_{A\Pi} + Y_K + Y_{K\Pi} + \frac{Y_{EE}}{2} = 24 \text{ cm} + 1 \text{ cm} + 80 \text{ cm} + 2 \text{ cm} + \frac{1}{2} \text{ cm} = 107,5 \text{ cm}$$

•Κέντρο Βάρους ισοδύναμης διατομής

$$Z_e = \frac{A_{ce} \times Z_c + A_{s,1} \times Z_{s,1} + A_{s,2} \times Z_{s,2} + A_{A\Pi} \times Z_{A\Pi} + A_K \times Z_K + A_{K\Pi} \times Z_{K\Pi} + A_{EE} \times Z_{EE}}{A_e}$$

$$Z_e =$$

$$\frac{720 \text{ cm}^2 \times 12 \text{ cm} + 30,159 \text{ cm}^2 \times 5 \text{ cm} + 13,572 \text{ cm}^2 \times 19 \text{ cm} + 45 \text{ cm}^2 \times 24,5 \text{ cm} + 80 \text{ cm}^2 \times 65 \text{ cm} + 140 \text{ cm}^2 \times 106 \text{ cm} + 25 \text{ cm}^2 \times 107,5 \text{ cm}}{1053,731 \text{ cm}^2}$$



$$Z_e = \frac{32878,663 \text{ cm}^3}{1053,731 \text{ cm}^2}$$

$$Z_e = 31,202 \text{ cm}$$

• Ροπή αδράνειας ισοδύναμης διατομής

$$I_{ce} = \frac{\Pi_c \times Y_c^3}{12} \times \frac{1}{\eta} + A_{ce} \times (Z_c - Z_e)^2 = \frac{180 \text{ cm} \times 24^3 \text{ cm}^3}{12} \times \frac{1}{6} + 720 \text{ cm}^2 \times (12 \text{ cm} - 31,202 \text{ cm})^2 = 300036,099 \text{ cm}^4$$

$$I_{s,1} = I_{s0,1} + A_{s,1} \times (Z_{s,1} - Z_e)^2 = 0 + 30,159 \text{ cm}^2 \times (5 \text{ cm} - 31,202 \text{ cm})^2 = 20705,505 \text{ cm}^4$$

$$I_{s,2} = I_{s0,2} + A_{s,2} \times (Z_{s,2} - Z_e)^2 = 0 + 13,572 \text{ cm}^2 \times (19 \text{ cm} - 31,202 \text{ cm})^2 = 2020,719 \text{ cm}^4$$

$$I_{AP} = \frac{\Pi_{AP} \times Y_{AP}^3}{12} + A_{AP} \times (Z_{AP} - Z_e)^2 = \frac{45 \text{ cm} \times 1 \text{ cm}^3}{12} + 45 \text{ cm}^2 \times (24,5 \text{ cm} - 31,202 \text{ cm})^2 = 2025,006 \text{ cm}^4$$

$$I_K = \frac{\Pi_K \times Y_K^3}{12} + A_K \times (Z_K - Z_e)^2 = \frac{1 \text{ cm} \times 80^3 \text{ cm}^3}{12} + 80 \text{ cm}^2 \times (65 \text{ cm} - 31,202 \text{ cm})^2 = 134051,050 \text{ cm}^4$$

$$I_{K\Pi} = \frac{\Pi_{K\Pi} \times Y_{K\Pi}^3}{12} + A_{K\Pi} \times (Z_{K\Pi} - Z_e)^2 = \frac{70 \text{ cm} \times 2^3 \text{ cm}^3}{12} + 140 \text{ cm}^2 \times (106 \text{ cm} - 31,202 \text{ cm})^2 = 783310,38 \text{ cm}^4$$

$$I_{EE} = \frac{\Pi_{EE} \times Y_{EE}^3}{12} + A_{EE} \times (Z_{EE} - Z_e)^2 = \frac{25 \text{ cm} \times 1^3 \text{ cm}^3}{12} + 25 \text{ cm}^2 \times (107,5 \text{ cm} - 31,202 \text{ cm})^2 = 145536,703 \text{ cm}^4$$

$$I = I_{ce} + I_{s,1} + I_{s,2} + I_{AP} + I_K + I_{K\Pi} + I_{EE} = 1387685,463 \text{ cm}^4$$

• Έλεγχος τάσεων στην διατομή.

A) Ροπές αντίστασης.

$$W_{co} = \frac{-I_e}{Z_e} \times \eta = \frac{-1387685,463 \text{ cm}^4}{31,202 \text{ cm}} \times 6 = -266845,484 \text{ cm}^3$$

$$W_{s,1} = \frac{-I_e}{Z_e - Z_{s,1}} = \frac{-1387685,463 \text{ cm}^4}{31,202 \text{ cm} - 5 \text{ cm}} = -52961,051 \text{ cm}^3$$

$$W_{s,2} = \frac{-I_e}{Z_e - Z_{s,2}} = \frac{-1387685,463 \text{ cm}^4}{31,202 \text{ cm} - 19 \text{ cm}} = -113726,066 \text{ cm}^3$$

$$W_{cu} = \frac{-I_e}{Z_e - d} \times \eta = \frac{-1387685,463 \text{ cm}^4}{31,202 \text{ cm} - 24 \text{ cm}} \times 6 = -1156093,418 \text{ cm}^3$$

$$W_{ao} = \frac{-I_e}{Z_e - d} = \frac{-1387685,463 \text{ cm}^4}{31,202 \text{ cm} - 24 \text{ cm}} = -192680,569 \text{ cm}^3$$

$$W_{au} = \frac{I_e}{h_u} \times \eta = \frac{1387685,463 \text{ cm}^4}{76,798 \text{ cm}} = 18069,292 \text{ cm}^3$$

Όπου:

$$h_u = Y_c + Y_{AP} + Y_K + Y_{K\Pi} + Y_{EE} - Z_e = 24 \text{ cm} + 1 \text{ cm} + 80 \text{ cm} + 2 \text{ cm} + 1 \text{ cm} - 31,202 \text{ cm} = 76,798 \text{ cm}$$

## B) Τάσεις

$$\begin{aligned}\sigma_{co} &= \frac{N_{sd}}{A_e \times \eta} + \frac{M_{sd}}{W_{co}} = \frac{-5500 \text{ kN}}{1053,731 \text{ cm}^2 \times 6} + \frac{400000 \text{ kN} \times \text{cm}}{-266845,484 \text{ cm}^3} = -2,369 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \\ \sigma_{s,1} &= \frac{N_{sd}}{A_e} + \frac{M_{sd}}{W_{s,1}} = \frac{-5500 \text{ kN}}{1053,731 \text{ cm}^2} + \frac{400000 \text{ kN} \times \text{cm}}{-52961,051 \text{ cm}^3} = -2,772 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \\ \sigma_{s,2} &= \frac{N_{sd}}{A_e} + \frac{M_{sd}}{W_{s,2}} = \frac{-5500 \text{ kN}}{1053,731 \text{ cm}^2} + \frac{400000 \text{ kN} \times \text{cm}}{-113726,066 \text{ cm}^3} = -8,737 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \\ \sigma_{cu} &= \frac{N_{sd}}{A_e \times \eta} + \frac{M_{sd}}{W_{cu}} = \frac{-5500 \text{ kN}}{1053,731 \text{ cm}^2 \times 6} + \frac{400000 \text{ kN} \times \text{cm}}{-1156093,418 \text{ cm}^3} = -1,216 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \\ \sigma_{ao} &= \frac{N_{sd}}{A_e} + \frac{M_{sd}}{W_{ao}} = \frac{-5500 \text{ kN}}{1053,731 \text{ cm}^2} + \frac{400000 \text{ kN} \times \text{cm}}{-192680,569 \text{ cm}^3} = -7,296 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \\ \sigma_{au} &= \frac{N_{sd}}{A_e} + \frac{M_{sd}}{W_{au}} = \frac{-5500 \text{ kN}}{1053,731 \text{ cm}^2} + \frac{400000 \text{ kN} \times \text{cm}}{18069,292 \text{ cm}^3} = 16,917 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}\end{aligned}$$

## • Εύρεση ελαστικής ροπής αντοχής διατομής

Χάλυβας κάτω

$$\begin{aligned}27,5 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} &= \frac{-5500 \text{ kN}}{1053,731 \text{ cm}^2} + \frac{X}{18069,292 \text{ cm}^3} \\ \Leftrightarrow X &= 591219,075 \text{ kN} \times \text{cm} \\ \Leftrightarrow M_{el,au} &= 5912,19 \text{ kN} \times \text{cm}\end{aligned}$$

Σκυρόδεμα Άνω

$$\begin{aligned}-2,267 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} &= \frac{-5500 \text{ kN}}{1053,731 \text{ cm}^2} + \frac{X}{-266845,484 \text{ cm}^3} \\ \Leftrightarrow X &= 372803,223 \text{ kN} \times \text{cm} \\ \Leftrightarrow M_{el,co} &= 3728,032 \text{ kN} \times \text{cm}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Άρα } M_{el,Rd} &= \min(M_{el,au}, M_{el,co}) = M_{el,au} = 3728,032 \text{ kN} \times \text{m} \\ M_{el,Rd} &< M_{sd}\end{aligned}$$

Άρα η διατομή μας αστοχεί σε ελαστική ανάλυση.

3) Να υπολογιστεί η αντοχή της διατομής σε τέμνουσα αν η διατομή είναι μη εγκιβωτισμένη και χωρίς ενισχύσεις.

## • Εμβαδόν κορμού

$$A_K = 80 \text{ cm}^2$$

$$f_{y,K} = 275 \text{ MPa} = 27,5 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$V_{pl,\alpha,Rd} = \frac{A_K \times f_{y,K}}{\sqrt{3} \gamma_M} = \frac{80 \text{ cm}^2 \times 27,5 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}}{\sqrt{3} \cdot 1} = 1270,17 \text{ kN}$$

$$\frac{l_w}{t_w} = \frac{80}{1} = 80 < 72 \times \varepsilon = 72 \times 0,92 = 66,24$$

**Άρα ο κορμός είναι λεπτότοιχος.**

$$\text{Άρα } V_{Rd} = X_w \times V_{pl,\alpha,Rd}$$

$$\lambda_w = \frac{\frac{l_w}{t_w}}{84 \times \varepsilon} \quad \text{για διατομή χωρίς ενισχύσεις}$$

$$\lambda_w = \frac{\frac{80 \text{ cm}}{1 \text{ cm}}}{84 \times 0,92} = 1,035$$

$$X_w = \frac{0,83}{\lambda_w} = \frac{0,83}{1,035} = 0,802 \quad \text{για διατομή χωρίς ενισχύσεις και } 0,83 < \lambda_w < 1,08$$

$$V_{Rd} = X_w \times V_{pl,\alpha,Rd} = 0,802 \times 1270,17 \text{ kN} = 1018,676 \text{ kN}$$

$$V_{Rd} < V_{sd}$$

**Άρα η διατομή μας δεν επαρκεί σε τέμνουσα.**

- 4) Αν δεν επαρκεί η διατομή σε τέμνουσα να προτείνετε τρόπους με τους οποίους θα διορθωθεί το πρόβλημα χωρίς αλλαγή διαστάσεων. Υπολογίστε την νέα αντοχής της διατομής και επιβεβαιώστε την επάρκεια.

Ενισχύουμε την διατομή με νευρώσεις ανά  $a=1,25 \text{ m}$

$$\alpha = \frac{a}{l_w} = \frac{1,25 \text{ m}}{0,8 \text{ m}} = 1,562 > 1$$

Συντελεστής κύρτωσης:

$$\kappa_\tau = 5,34 + \frac{4}{\alpha^2} = 5,34 + \frac{4}{1,562^2} = 6,978$$

$$\frac{l_w}{t_w} = \frac{80 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 80 > 30 \times \varepsilon \times \sqrt{\kappa_\tau} = 30 \times 0,92 \times \sqrt{6,978} = 72,908$$

**Άρα ο κορμός είναι λεπτότοιχος.**

$$\text{Άρα } V_{Rd} = X_w \times V_{pl,\alpha,Rd}$$

$$\lambda_w = \frac{\frac{l_w}{t_w}}{37,4 \times \varepsilon \times \sqrt{\kappa_\tau}} \quad \text{για διατομή με ενισχύσεις}$$

$$\lambda_w = \frac{\frac{80 \text{ cm}}{1 \text{ cm}}}{37,4 \times 0,92 \times \sqrt{6,978}} = 0,88$$

$$X_W = \frac{0,83}{\lambda_w} = \frac{0,83}{0,88} = 0,943 \text{ για διατομή με ενισχύσεις και } 0,83 < \lambda_w < 1,08$$

$$V_{Rd} = X_W \times V_{pl,a,Rd} = 0,943 \times 1270,17 \text{ kN} = 1197,770 \text{ kN}$$

$$V_{Rd} > V_{sd}$$

**Άρα η διατομή μετά την ενίσχυση με νευρώσεις μας επαρκεί σε τέμνουσα.**

**5) Πως επηρεάζει την πλαστική ροπή αντοχής που υπολογίστηκε η ύπαρξη της τέμνουσας;**

$$V_{Rd} = 1197,770 \text{ kN}$$

$$\frac{V_{sd}}{V_{Rd}} = \frac{1100 \text{ kN}}{1197,770 \text{ kN}} = 0,918$$

$0,5 < \frac{V_{sd}}{V_{Rd}} < 1$  Άρα υπάρχει αλληλεπίδραση της ροπής αντοχής με την τιμή της δρώσας τέμνουσας.

$$\rho = (2 \times \frac{V_{sd}}{V_{Rd}} - 1)^2 = (2 \times 0,918 - 1)^2 = 0,699$$

$$1 - \rho = 0,301 \quad \rightarrow \quad \text{Άρα } f'_{ad,\kappa} = 0,301 \times f_{ad,\kappa} = 0,301 \times 27,5 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = 8,278 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Υπολογισμός νέας ροπής αντοχής

• Εμβαδά:

$$A_c = 180 \text{ cm} \times 24 \text{ cm} = 4320 \text{ cm}^2$$

$$A_{s,1} = 15 \times \frac{\pi \times (1,6 \text{ cm})^2}{4} = 30,159 \text{ cm}^2$$

$$A_{s,2} = 12 \times \frac{\pi \times (1,2 \text{ cm})^2}{4} = 13,572 \text{ cm}^2$$

$$A_{AII} = 45 \text{ cm} \times 1 \text{ cm} = 45 \text{ cm}^2$$

$$A_K = 1 \text{ cm} \times 80 \text{ cm} = 80 \text{ cm}^2$$

$$A_{KII} = 70 \text{ cm} \times 2 \text{ cm} = 140 \text{ cm}^2$$

$$A_{EE} = 25 \text{ cm} \times 1 \text{ cm} = 25 \text{ cm}^2$$

• Τάσεις υλικών:

$$f_{cd} = \frac{0,85 \times 4 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}}{1,5} = 2,267 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$f_{sd} = \frac{50 \frac{kN}{cm^2}}{1,15} = 43,48 \frac{kN}{cm^2}$$

$$f_{ad,ΑΠ} = f_{ad,ΕΕ} = \frac{27,5 \frac{kN}{cm^2}}{1} = 27,5 \frac{kN}{cm^2}$$

$$f'_{ad,κ} = 0,301 \times f_{ad,κ} = 0,301 \times 27,5 \frac{kN}{cm^2} = 8,278 \frac{kN}{cm^2}$$

$$f_{ad,κΠ} = \frac{35,5 \frac{kN}{cm^2}}{1} = 35,5 \frac{kN}{cm^2}$$

• Δρώσες δυνάμεις:

1<sup>η</sup> περίπτωση: Έστω ο Ο.Α στην διεπιφάνεια δομικού χάλυβα-σκυροδέματος.

$$Z_{OA} = 24 \text{ cm}$$

$$F_c = A_c \times (-f_{cd}) = 4320 \text{ cm}^2 \times (-2,267 \frac{kN}{cm^2}) = -9793,440 \text{ kN}$$

$$F_{s,1} = A_{s,1} \times (-f_{sd}) = 30,159 \text{ cm}^2 \times (-43,48 \frac{kN}{cm^2}) = -1311,253 \text{ kN}$$

$$F_{s,2} = A_{s,2} \times (-f_{sd}) = 13,572 \text{ cm}^2 \times (-43,48 \frac{kN}{cm^2}) = -590,083 \text{ kN}$$

$$F_{ΑΠ} = A_{ΑΠ} \times f_{ad,ΑΠ} = 45 \text{ cm}^2 \times 27,5 \frac{kN}{cm^2} = 1237,500 \text{ kN}$$

$$F_K = A_K \times f'_{ad,κ} = 80 \text{ cm}^2 \times 8,278 \frac{kN}{cm^2} = 662,240 \text{ kN}$$

$$F_{κΠ} = A_{κΠ} \times f_{ad,κΠ} = 140 \text{ cm}^2 \times 35,5 \frac{kN}{cm^2} = 4970 \text{ kN}$$

$$F_{ΕΕ} = A_{ΕΕ} \times f_{ad,ΕΕ} = 25 \text{ cm}^2 \times 27,5 \frac{kN}{cm^2} = 687,500 \text{ kN}$$

$$N = F_c + F_{s,1} + F_{s,2} + F_{ΑΠ} + F_K + F_{κΠ} + F_{ΕΕ} = -9793,440 \text{ kN} + (-1311,253) \text{ kN} + (-590,083) \text{ kN} + 1237,500 \text{ kN} + 662,24 \text{ kN} + 4970 \text{ kN} + 687,500 \text{ kN} = -4137,500 \text{ kN}$$

$$\Delta N = N - N_{sd} = -4137,500 \text{ kN} - (-5500) \text{ kN} = 1362,500 \text{ kN}$$

**Απαιτείται αύξηση της θλίψης.**

**Μετακίνηση ουδέτερου άξονα προς τα κάτω.**

2<sup>η</sup> περίπτωση: Έστω ο Ο.Α. βρίσκεται στο άνω πέλμα.

Πρέπει  $0 < \Delta z < 1 \text{ cm}$

$$\Delta z = \frac{\Delta N}{2 \times f_{ad,ΑΠ} \times \Pi_{ΑΠ}} = \frac{1362,500 \text{ kN}}{2 \times 27,5 \frac{kN}{cm^2} \times 45 \text{ cm}} = 0,550 \text{ cm} < 1$$

Ισχύει, άρα βρίσκεται στο άνω πέλμα.

$$Z'_{OA} = Z_{OA} + \Delta z = 24 \text{ cm} + 0,550 \text{ cm} = 24,550 \text{ cm}$$

• Δρώσες δυνάμεις στην νέα θέση του Ο.Α.

$$F_c = A_c \times (-f_{cd}) = 4320 \text{ cm}^2 \times (-2,267 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}) = -9793,440 \text{ kN}$$

$$F_{s,1} = A_{s,1} \times (-f_{sd}) = 30,159 \text{ cm}^2 \times (-43,48 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}) = -1311,253 \text{ kN}$$

$$F_{s,2} = A_{s,2} \times (-f_{sd}) = 13,572 \text{ cm}^2 \times (-43,48 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}) = -590,083 \text{ kN}$$

$$F_{A\Pi,c} = A_{A\Pi,c} \times f_{ad,A\Pi} = 45 \text{ cm} \times 0,55 \text{ cm} \times (-27,5 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}) = -680,625 \text{ kN}$$

$$F_{A\Pi,t} = A_{A\Pi,t} \times f_{ad,A\Pi} = 45 \times (1 - 0,55) \text{ cm} \times 27,5 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = 556,875 \text{ kN}$$

$$F_K = A_K \times f'_{ad,K} = 80 \text{ cm}^2 \times 8,278 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = 662,240 \text{ kN}$$

$$F_{K\Pi} = A_{K\Pi} \times f_{ad,K\Pi} = 140 \text{ cm}^2 \times 35,5 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = 4970 \text{ kN}$$

$$F_{EE} = A_{EE} \times f_{ad} = 25 \text{ cm}^2 \times 27,5 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = 687,500 \text{ kN}$$

$$N' = F_c + F_{s,1} + F_{s,2} + F_{A\Pi} + F_K + F_{K\Pi} + F_{EE} = -9793,440 \text{ kN} + (-1311,253) \text{ kN} + (-590,083) \text{ kN} + (-680,625) \text{ kN} + 556,875 \text{ kN} + 662,240 \text{ kN} + 4970 \text{ kN} + 687,500 \text{ kN} = -5498,786 \text{ kN}$$

$$\Delta N' = N - N_{sd} = -5498,786 \text{ kN} - (-5500) \text{ kN} \cong 0 \text{ kN}$$

•Στάθμες:

$$Z_c = \frac{Y_c}{2} = \frac{24 \text{ cm}}{2} = 12 \text{ cm}$$

$$Z_{s,1} = 5 \text{ cm}$$

$$Z_{s,2} = 19 \text{ cm}$$

$$Z_{A\Pi,c} = Y_c + \frac{\Delta z}{2} = 24 \text{ cm} + \frac{0,55}{2} \text{ cm} = 24,275 \text{ cm}$$

$$Z_{A\Pi,t} = Y_c + \Delta z + \frac{(Y_{A\Pi} - \Delta z)}{2} = 24 \text{ cm} + 0,55 \text{ cm} + \frac{(1 - 0,55) \text{ cm}}{2} = 24,775 \text{ cm}$$

$$Z_K = Y_c + Y_{A\Pi} + \frac{Y_K}{2} = 24 \text{ cm} + 1 \text{ cm} + \frac{80}{2} \text{ cm} = 106 \text{ cm}$$

$$Z_{K\Pi} = Y_c + Y_{A\Pi} + Y_K + \frac{Y_{K\Pi}}{2} = 24 \text{ cm} + 1 \text{ cm} + 80 \text{ cm} + \frac{1}{2} \text{ cm} = 106 \text{ cm}$$

$$Z_{EE} = Y_c + Y_{A\Pi} + Y_K + Y_{K\Pi} + \frac{Y_{EE}}{2} = 24 \text{ cm} + 1 \text{ cm} + 80 \text{ cm} + 2 \text{ cm} + \frac{1}{2} \text{ cm} = 107,5 \text{ cm}$$

•Ροπές:

$$M_c = F_c \times (Z_c - Z'_{OA}) = -9793,440 \text{ kN} \times (12 \text{ cm} - 24,550 \text{ cm}) = 122907,672 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$M_{s,1} = F_{s,1} \times (Z_{s,1} - Z'_{OA}) = -1311,253 \text{ kN} \times (5 \text{ cm} - 24,550 \text{ cm}) = 25634,996 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$M_{s,2} = F_{s,2} \times (Z_{s,2} - Z'_{OA}) = -590,083 \text{ kN} \times (19 \text{ cm} - 24,550 \text{ cm}) = 3274,961 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$M_{A\Pi,c} = F_{A\Pi,c} \times (Z_{A\Pi,c} - Z'_{OA}) = -680,625 \text{ kN} \times (24,275 \text{ cm} - 24,550 \text{ cm}) = 187,172 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$M_{A\Pi,t} = F_{A\Pi,t} \times (Z_{A\Pi,t} - Z'_{OA}) = 556,875 \text{ kN} \times (24,775 \text{ cm} - 24,550 \text{ cm}) = 125,297 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$M_K = F_K \times (Z_K - Z'_{OA}) = 662,240 \text{ kN} \times (65 \text{ cm} - 24,550 \text{ cm}) = 26787,608 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$M_{K\Pi} = F_{K\Pi} \times (Z_{K\Pi} - Z'_{OA}) = 4970 \text{ kN} \times (106 \text{ cm} - 24,550 \text{ cm}) = 404806,5 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$M_{EE} = F_{EE} \times (Z_{EE} - Z'_{OA}) = 687,500 \text{ kN} \times (107,5 \text{ cm} - 24,550 \text{ cm}) = 57028,125 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$M_{pl,Rd} = 640752,331 \text{ kN} \times \text{cm} = 6407,523 \text{ kN} \times \text{m}$$

$$M_{pl,Rd} > M_{sd}$$

Οπότε η διατομή αντέχει σε πλαστική ανάλυση.

### 6) Να γίνει κατάταξη της μεταλλικής διατομής.

$$Z'_{OA} = 32,731 \text{ cm}$$

Ο ουδέτερος άξονας βρίσκεται στον κορμό.

Κατάταξη κορμού:

$$c = Y_K - 2 \times \sqrt{2} \times 0,6 \text{ cm} = 80 \text{ cm} - 2 \times \sqrt{2} \times 0,6 \text{ cm} = 78,30 \text{ cm}$$

$$t = 1 \text{ cm}$$

$$\frac{c}{t} = \frac{78,30 \text{ cm}}{1 \text{ cm}}$$

$$\alpha = \frac{Z_{OA} - Y_c - Y_{A\Pi} - \sqrt{2} \times 0,6 \text{ cm}}{c} = \frac{32,731 \text{ cm} - 24 \text{ cm} - 1 \text{ cm} - \sqrt{2} \times 0,6 \text{ cm}}{78,30 \text{ cm}} = 0,0878 < 0,5$$

$$\frac{c}{t} = 78,30 < \frac{36 \times \varepsilon}{\alpha} = \frac{36 \times 0,92}{0,0878} = 377,2 \text{ Ισχύει.}$$

Άρα ο κορμός είναι κατηγορίας **1**.

Κατάταξη άνω πέλματος :

$$c = \frac{1}{2} \times (45 \text{ cm} - 1 \text{ cm} - 2 \times \sqrt{2} \times 0,6 \text{ cm}) = 21,15 \text{ cm}$$

$$t = 1 \text{ cm}$$

$$\frac{c}{t} = 21,15 < 9 \times \varepsilon = 9 \times 0,92 = 8,28 \text{ Δεν ισχύει.}$$

$$\frac{c}{t} = 21,15 < 10 \times \varepsilon = 10 \times 0,92 = 9,20 \text{ Δεν ισχύει.}$$

$$\frac{c}{t} = 21,15 < 14 \times \varepsilon = 14 \times 0,92 = 12,88 \text{ Δεν ισχύει.}$$

Άρα το κάτω πέλμα είναι κατηγορίας 4. Όμως στην περίπτωση σύμμικτης δοκού σε περιοχή θετικών ροπών όπου το άνω πέλμα βρίσκεται υπό θλίψη τότε αυτό θεωρείται κατηγορία 1 εάν ισχύουν και οι παρακάτω περιορισμοί:

$$e_T < 9 \times t_f \times \varepsilon$$

και

$$e_L \begin{cases} 22 \times t_f \times \varepsilon \\ 6 \times hc \\ 80 \text{ cm} \end{cases}$$

όπου

$$e_T = 8 \text{ cm}$$

$$e_L = 70 \text{ cm}$$

$$n = 2$$

$$d_s = 1,6 \text{ cm}$$

$$h_s = 15 \text{ cm}$$

$$e_T = 8 \text{ cm} < 9 \times t_f \times \varepsilon = 9 \times 1 \text{ cm} \times 0,92 = 8,28 \text{ Ισχύει.}$$

$$e_L = 70 \text{ cm} < 22 \times t_f \times \varepsilon = 22 \times 1 \text{ cm} \times 0,92 = 20,24 \text{ Δεν ισχύει.}$$

$$e_L = 70 \text{ cm} < 6 \times h_c = 6 \times 15 \text{ cm} = 90 \text{ cm Ισχύει.}$$

$$e_L = 70 \text{ cm} < 80 \text{ cm}$$

Άρα το άνω πέλμα είναι κατηγορίας **1**.

Κατάταξη κάτω πέλματος:

Ολόκληρο το κάτω πέλμα βρίσκεται σε εφελκυσμό.

Άρα το κάτω πέλμα είναι κατηγορίας **1**.

Άρα ολόκληρη η διατομή είναι κατηγορίας **1**.



## 7) Να υπολογιστεί το κόστος της διατομής.

| Υλικό                                 | Εμβαδό (cm <sup>2</sup> ) | Ποιότητα Υλικού | Ειδικό Βάρος ( $\frac{kg}{m^3}$ ) | Τιμή Μονάδας               |
|---------------------------------------|---------------------------|-----------------|-----------------------------------|----------------------------|
| Σκυρόδεμα                             | 4320                      | C40/50          | 2400                              | $65 \frac{\text{€}}{m^3}$  |
| Χάλυβας Οπλισμού (Άνω Στρώση)         | 30,159                    | B500C           | 7800                              | $0,55 \frac{\text{€}}{kg}$ |
| Χάλυβας Οπλισμού (Κάτω Στρώση)        | 13,572                    | B500C           | 7800                              | $0,55 \frac{\text{€}}{kg}$ |
| Δομικός Χάλυβας Άνω Πέλματος          | 45                        | S275            | 7800                              | $0,80 \frac{\text{€}}{kg}$ |
| Δομικός Χάλυβας Κορμού                | 80                        | S275            | 7800                              | $0,80 \frac{\text{€}}{kg}$ |
| Δομικός Χάλυβας Κάτω Πέλματος         | 140                       | S355            | 7800                              | $0,90 \frac{\text{€}}{kg}$ |
| Δομικός Χάλυβας Ενισχυτικού Ελάσματος | 25                        | S275            | 7800                              | $0,80 \frac{\text{€}}{kg}$ |

Υπολογισμός Κόστους:

$$\text{Σκυρόδεμα: } K_c = \frac{A_c - A_{s,1} - A_{s,2}}{10000} \times 65 \frac{\text{€}}{m^3} = 27,796 \frac{\text{€}}{\text{τρέχον μέτρο}}$$

$$\text{Χάλυβας Οπλισμού: } K_s = \frac{A_{s,1} + A_{s,2}}{10000} \times 0,55 \frac{\text{€}}{m^3} \times 7800 \frac{kg}{m^3} = 18,76 \frac{\text{€}}{\text{τρέχον μέτρο}}$$

$$\text{Δομικός Χάλυβας: } K_a = \frac{A_{\Delta\Pi}}{10000} \times 0,80 \frac{\text{€}}{m^3} \times 7800 \frac{kg}{m^3} + \frac{A_K}{10000} \times 0,80 \frac{\text{€}}{m^3} \times 7800 \frac{kg}{m^3} + \frac{A_{\text{ΚΠ}}}{10000} \times 0,90 \frac{\text{€}}{m^3} \times 7800 \frac{kg}{m^3} + \frac{A_{\text{ΕΕ}}}{10000} \times 0,80 \frac{\text{€}}{m^3} \times 7800 \frac{kg}{m^3} = 191,88 \frac{\text{€}}{\text{τρέχον μέτρο}}$$

$$\text{Συνολικό κόστος διατομής: } K = 238,436 \frac{\text{€}}{\text{τρέχον μέτρο}}$$

### 5.4.2 Επίλυση διατομής με χρήση PSO

Έχοντας λοιπόν ως βάση τη διατομή του παραπάνω παραδείγματος συνεχίζουμε στην διαδικασία της επίλυσης με τον αλγόριθμο σμήνους σωματιδίων(PSO). Για την εύρεση της βέλτιστης διατομής (βάση κόστους), με σαφή τα όρια ασφαλείας που για την συνέχιση της διαδικασίας τα ορίζουμε εμείς και βρίσκονται στην κατηγορία των περιορισμών, τα αποτελέσματα της διαδικασίας ακολουθούν. Πρώτα όμως στη συγκεκριμένη επίλυση ως δεδομένα επεξεργασίας θεωρήθηκαν τα:

- Ύψος πλάκας σκυροδέματος ( 16 – 28 cm)
- Πλάτος άνω πέλματος ( 20 – 60 cm)
- Πλάτος κορμού (0.5 – 2.5 cm)
- Ύψος κορμού (50 – 150 cm)
- Πλάτος κάτω πέλματος ( 50 – 120 cm)

και ως περιορισμοί οι:

Πλαστική ροπή  $M_{pl} \geq 4500 \text{ KNm}$

Ελαστική ροπή  $M_{el} \geq 4000 \text{ KNm}$

Τέμνουσα  $V_{pl} \geq 1200 \text{ KN}$

Η επίλυση αποτυπωμένη.

#### Δεδομένα:

Διατομή σκυροδέματος: 180 x **25,17** (cm)

Ποιότητα σκυροδέματος: C40/50

Χάλυβας οπλισμού (Άνω Στρώση) : 15Ø16

Απόσταση χάλυβα οπλισμού από την άνω ίνα του σκυροδέματος: 5cm

Ποιότητα χάλυβα οπλισμού: B500c

Χάλυβας οπλισμού (Κάτω Στρώση) : 12Ø12

Απόσταση χάλυβα οπλισμού από την άνω ίνα του σκυροδέματος: 19cm

Ποιότητα χάλυβα οπλισμού: B500c

Διαστάσεις άνω πέλματος: **20** x 1 cm

Ποιότητα δομικού χάλυβα άνω πέλματος: S275

Διαστάσεις κορμού: **90,92** x **0,96** cm

Ποιότητα δομικού χάλυβα κορμού: S275

Διαστάσεις κάτω πέλματος: **50** x 2 cm

Ποιότητα δομικού χάλυβα κάτω πέλματος: S355

Διαστάσεις ενισχυτικού ελάσματος: 25 x 1 cm

Ποιότητα δομικού χάλυβα ενισχυτικού ελάσματος: S275

Έχοντας ως τιμή σκυροδέματος (C25/30): 65 €/m<sup>3</sup>

τιμή χάλυβα οπλισμού (B500c) : 0,55 €/kg

και τιμή δομικού χάλυβα (S275): 0,80 €/kg

και τιμή δομικού χάλυβα (S355): 0,90 €/kg

Το κόστος ανέρχεται στο ποσό των: **200,418 €/τρέχον μέτρο**

Όπως ήταν φυσικό η επίλυση κυμάνθηκε μες το εύρος των ορίων που του δώσαμε και τα αποτελέσματα μετά την επίλυση μας επιβεβαιώνει για την χρήση του Αλγορίθμου Σμήνους Σωματιδίων( PSO) στην αναζήτηση της βέλτιστης λύσης. Η επίλυση με τα νέα δεδομένα χαρακτηρίζεται από τα επόμενα αποτελέσματα.

**Αποτελέσματα της επίλυσης είναι:**

Αντοχή σε πλαστική ανάλυση:  $M_{pl} = 6678,437 \text{ KNm}$

ελαστική ανάλυση:  $M_{el} = 4000,001 \text{ KNm}$

και τέμνουσα:  $V_{rd} = 1200 \text{ KN}$

Η διαφορά του κόστους με τη διατομή βάσης μετά το πέρας της επίλυσης ανέρχεται στο ποσό των **38,02 €/τρέχον μέτρο**, και αυτό ισχύει μόνο για τα υλικά της διατομής.

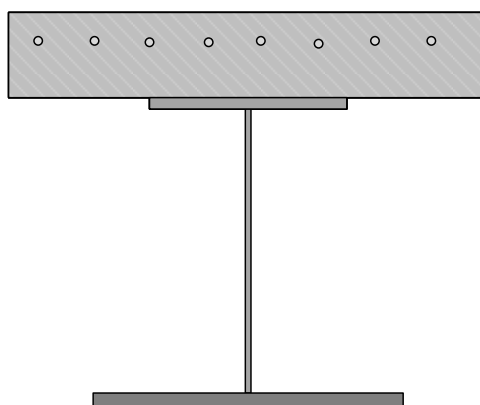
**Συμπεράσματα:** Φαίνεται πως ο κρίσιμος περιορισμός είναι η ελαστική αντοχή και η αντοχή σε τέμνουσα.

## 5.5 Σύγκριση Γενετικών Αλγορίθμων με PSO

Παρακάτω ακολουθεί η επίλυση ενός αριθμητικού παραδείγματος της πτυχιακής εργασίας με θέμα "Βέλτιστος Σχεδιασμός Σύμμικτων μελών με χρήση Μεθευρετικών Αλγορίθμων." που εκπονήθηκε από τον γράφοντα σπουδαστή του τμήματος Πολιτικών Μηχανικών Τ.Ε. του Α.Τ.Ε.Ι Πειραιά Κωνσταντίνο Κομποτό και επιβλέφθηκε από τον Δρα Πολιτικό Μηχανικό κ. Αριστοτέλη Χαραλαμπίκη. Ο Κωνσταντίνος Κομποτός μελέτησε τη θεωρία των γενετικών αλγορίθμων, τους οποίους και χρησιμοποίησε για τη βελτιστοποίηση του συγκεκριμένου προβλήματος. Στη συνέχεια το ίδιο πρόβλημα θα επιλυθεί με τη χρήση του Αλγορίθμου Σμήνους Σωματιδίων (PSO), με σκοπό να γίνει σύγκριση των αποτελεσμάτων των δύο αυτών αλγορίθμων.

### 5.5.1 Επίλυση διατομής βάσης – Επίλυση με χρήση Γ.Α.

Έστω η σύμμικτη συγκολλητή δοκός του παρακάτω σχήματος που αποτελείται από την διατομή του σκυροδέματος, μία στρώση χάλυβα οπλισμού στην πάνω ίνα του σκυροδέματος και μία συγκολλητή διατομή (Σχ.14.).



Σχ. 14.

#### Δεδομένα:

Διατομή σκυροδέματος: 150 x 20 (cm)

Ποιότητα σκυροδέματος: C25/30

Χάλυβας οπλισμού: 10Ø14

Απόσταση χάλυβα οπλισμού από την άνω ίνα του σκυροδέματος: 5cm

Ποιότητα χάλυβα οπλισμού: B500c

Διαστάσεις άνω πέλματος: 45 x 1 cm

Ποιότητα δομικού χάλυβα άνω πέλματος: S275

Διαστάσεις κορμού: 60 x 1 cm

Ποιότητα δομικού χάλυβα κορμού: S275

Διαστάσεις κάτω πέλματος: 50 x 1,5 cm

Ποιότητα δομικού χάλυβα κάτω πέλματος: S275

Έχοντας ως τιμή σκυροδέματος (C25/30): 53 €/m<sup>3</sup>

τιμή χάλυβα σπλισμού (B500c) : 0,55 €/kg

και τιμή δομικού χάλυβα (S275): 0,80 €/kg

Το κόστος ανέρχεται στο ποσό των: **134,74 €/ τρέχον μέτρο**

Η διατομή καταπονείται από αξονική δύναμη **Nsd= 450KN**, αξονική ροπή **Msd= 1500KNm** και τέμνουσα δύναμη **Vsd=500KN**. Να υπολογιστεί η επάρκεια τους διατομής σε κάμψη και διάτμηση.

### Λύση προβλήματος:

#### **5. Τάσεις υλικών**

$$\text{Σκυροδέμα: } f_{cd} = 0,85 \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 0,85 \frac{3,0}{1,5} = 1,42 \text{ KN/cm}^2$$

$$\text{Χάλυβας σπλισμού: } f_{sd} = \frac{f_{sk}}{\gamma_s} = \frac{50}{1,15} = 43,48 \text{ KN/cm}^2$$

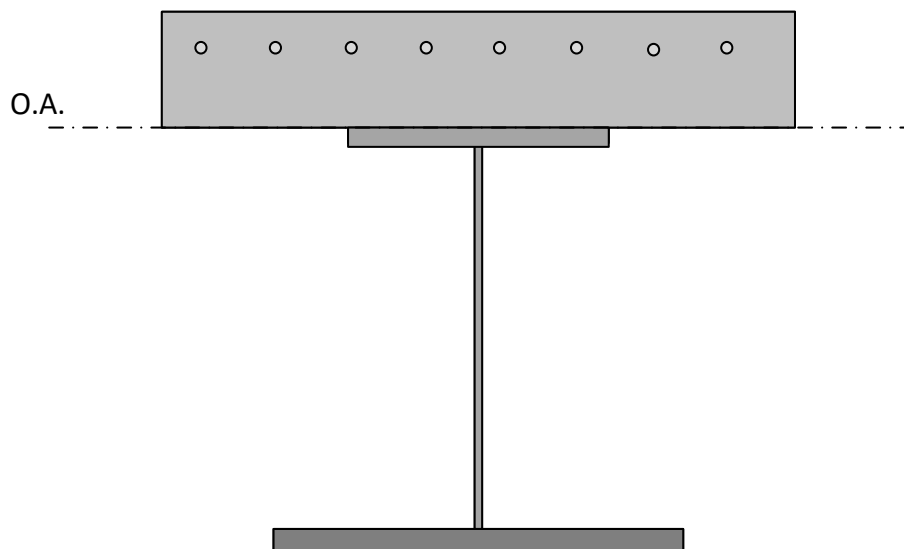
$$\text{Χάλυβας άνω πέλματος: } f_{ad} = \frac{f_{ya}}{\gamma_{\alpha}} = \frac{27,5}{1,10} = 25 \text{ KN/cm}^2$$

$$\text{Χάλυβας κορμού: } f_{ad} = \frac{f_{ya}}{\gamma_{\alpha}} = \frac{27,5}{1,10} = 25 \text{ KN/cm}^2$$

$$\text{Χάλυβας κάτω πέλματος: } f_{ad} = \frac{f_{ya}}{\gamma_{\alpha}} = \frac{27,5}{1,10} = 25 \text{ KN/cm}^2$$

Βήμα 2: Πλαστική ανάλυση

### 2.α. Δοκιμή πρώτη, ουδέτερος άξονας στην διεπιφάνεια χάλυβα – σκυροδέματος.



ΣΧ. 15

$$\text{Σκυροδέμα: } F_c = A_c \cdot f_{cd} = 3000 \cdot (-1,42) = -4250,00 \text{ KN}$$

$$\text{Οπλισμός: } F_s = A_s \cdot f_{sd} = 15,40 \cdot (-43,48) = -669,30 \text{ KN}$$

$$\text{Άνω πέλμα: } F_{A\Pi} = A_{A\Pi} \cdot f_{ad} = 45 \cdot 25 = 1125,00 \text{ KN}$$

$$\text{Κορμός: } F_K = A_K \cdot f_{ad} = 60 \cdot 25 = 1500,00 \text{ KN}$$

$$\text{Κάτω πέλμα: } F_{K\Pi} = A_{K\Pi} \cdot f_{ad} = 75 \cdot 25 = 1875,00 \text{ KN}$$

Συνισταμένη δύναμη:  $\Sigma F = -419,30\text{KN} \neq N_{sd} = 450\text{KN}$

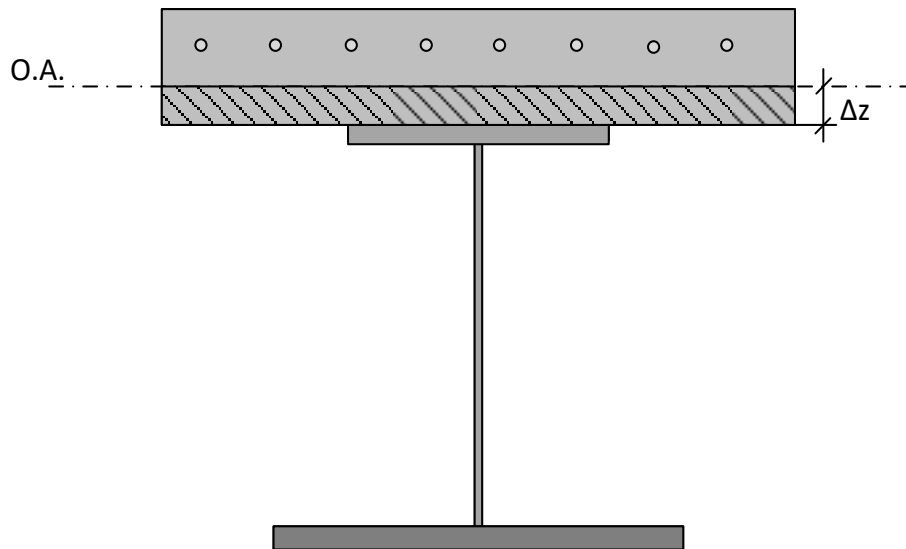
Τους φαίνεται και από το αποτέλεσμα, απαιτείται μείωση της θλιπτικής δύναμης της διατομής κάτι που σημαίνει μετακίνηση του ουδέτερου άξονα της τα πάνω κατά  $\Delta z$ .

## 2.β. Δοκιμή δεύτερη.

Ο ουδέτερος άξονας μετακινείται της τα πάνω κατά  $\Delta z$  και βρίσκεται μέσα στη διατομή του σκυροδέματος μόνο που πρέπει να ισχύει ο περιορισμός:

$$\Delta z < d - c \leftrightarrow \Delta z < 20 - 5 = 15\text{cm}$$

Όπου  $d$  το ύψος της διατομής του σκυροδέματος και  $c$  η απόσταση της στρώσης του χάλυβα οπλισμού από την πάνω ίνα. Ο λόγος που θέτουμε αυτόν τον περιορισμό είναι ότι δεν θέλουμε η στρώση του χάλυβα να εφελκύεται. Σε περίπτωση που δεν ισχύει ο περιορισμός, αλλάζουμε τους διαστάσεις της διατομής του σκυροδέματος.



Σχ. 16.

Η απόσταση  $\Delta N$  που πρέπει να καλυφθεί μέχρι να ισχύει  $N_{Rd} = N_{sd}$  είναι:

$$\Delta N = |N_{sd} - \Sigma F| = |450 - 419,30| = 869,30\text{KN}$$

Για το  $\Delta z$  ισχύει:

$$150 \cdot \Delta z \cdot 1,42 = |\Delta N|$$

Άρα η μεταβολή τους θέσης του ουδέτερου άξονα θα είναι:

$$\Delta z = \frac{869,30}{150 \cdot 1,42} = 4,09 \text{ cm}$$

$\Delta z < 15 \text{ cm}$  επομένως η υπόθεσή τους για την θέση του ουδέτερου άξονα είναι σωστή.

$$\text{Νέα θέση ουδέτερου άξονα: } z_{O.A.} = 20 - 4,09 = 15,91 \text{ cm}$$

### **2.γ. Δρώσες δυνάμεις στην νέα θέση του ουδέτερου άξονα:**

$$\text{Σκυρόδεμα: } F_c = b \cdot z_{O.A.} \cdot f_{cd} = 150 \cdot 15,91 \cdot (-1,42) = -3380,70 \text{ KN}$$

Οι υπόλοιπες δυνάμεις παραμένουν αμετάβλητες. Δηλαδή:

$$\text{Οπλισμός: } F_s = -669,30 \text{ KN}$$

$$\text{Άνω πέλμα: } F_{A\Pi} = 1125,00 \text{ KN}$$

$$\text{Κορμός: } F_K = 1500,00 \text{ KN}$$

$$\text{Κάτω πέλμα: } F_{K\Pi} = 1875,00 \text{ KN}$$

$$\text{Συνισταμένη δύναμη στην νέα θέση του } O.A. : \Sigma F \approx 450 \text{ KN}$$

Επομένως μπορούμε πλέον να προχωρήσουμε στον υπολογισμό τους πλαστικής ροπής αντοχής τους διατομής.

### **2.δ. Στάθμες δρωσών δυνάμεων**



$$\text{Σκυρόδεμα: } z_c = \frac{15,91}{2} = 7,96\text{cm}$$

$$\text{Οπλισμός: } z_s = 5,00\text{cm}$$

$$\text{Άνω πέλμα: } z_{A\Pi} = 20 + \frac{1}{2} = 20,50\text{cm}$$

$$\text{Κορμός: } z_K = 20 + 1 + \frac{60}{2} = 51,00\text{cm}$$

$$\text{Κάτω πέλμα: } z_{K\Pi} = 20 + 1 + 60 + \frac{1,5}{2} = 81,75\text{cm}$$

2.ε. Ροπές επιμέρους δυνάμεων:

$$M_c = F_c(z_c - z_{O.A.}) = -3380,70 \cdot (7,96 - 15,91)/100 = 268,92\text{KNm}$$

$$M_s = F_s(z_s - z_{O.A.}) = -669,30 \cdot (5,00 - 15,91)/100 = 73,02\text{KNm}$$

$$M_{A\Pi} = F_{A\Pi}(z_{A\Pi} - z_{O.A.}) = 1125,00 \cdot (20,50 - 15,91)/100 = 51,65\text{KNm}$$

$$M_K = F_K(z_K - z_{O.A.}) = 1500,00 \cdot (51,00 - 15,91)/100 = 526,36\text{KNm}$$

$$M_{K\Pi} = F_{K\Pi}(z_{K\Pi} - z_{O.A.}) = 1875,00 \cdot (81,75 - 15,91)/100 = 1234,52\text{KNm}$$

$$\text{Πλαστική ροπή αντοχής διατομής: } M_{pl,Rd} = \sum M_i = 2154,46\text{KNm}$$

$$M_{pl,Rd} > M_{sd}$$

Επομένως η διατομή επαρκεί σε πλαστική ανάλυση.

**Βήμα 3: Ελαστική ανάλυση**

Μέθοδος ισοδύναμης διατομής

$$\text{Μειωτικός συντελεστής: } \eta = \frac{E_{\alpha}}{E_c} = \frac{210}{30,47} = 6,89$$

**3.α. Εμβαδά:**

$$\text{Εμβαδόν σκυροδέματος } A_c = 150 \cdot 20 = 3000 \text{ cm}^2$$

$$\text{Ισοδύναμη διατομή σκυροδέματος } A_{ce} = \frac{A_c}{\eta} = \frac{3000}{6,89} = 435,31 \text{ cm}^2$$

$$\text{Εμβαδόν χάλυβα οπλισμού } A_s = 10 \cdot \frac{\pi \cdot 1,4^2}{4} = 15,40 \text{ cm}^2$$

$$\text{Εμβαδόν άνω πέλματος: } A_{A\Pi} = 45 \cdot 1 = 45 \text{ cm}^2$$

$$\text{Εμβαδόν κορμού: } A_K = 60 \cdot 1 = 60 \text{ cm}^2$$

$$\text{Εμβαδόν κάτω πέλματος: } A_{K\Pi} = 50 \cdot 1,5 = 75 \text{ cm}^2$$

Εμβαδόν ισοδύναμης διατομής:

$$A_e = (A_{ce} + A_s + A_{A\Pi} + A_K + A_{K\Pi}) = 630,70 \text{ cm}^2$$

**3.β. Στάθμες δυνάμεων υλικών**

$$\text{Σκυρόδεμα: } z_c = \frac{20}{2} = 10,00 \text{ cm}$$

$$\text{Οπλισμός: } z_s = 5,00 \text{ cm}$$

$$\text{Άνω πέλαμα: } z_{A\Pi} = 20,50 \text{ cm}$$

$$\text{Κορμός: } z_K = 51,00 \text{ cm}$$

$$\text{Κάτω πέλαμα: } z_{K\Pi} = 81,75 \text{ cm}$$

Κέντρο βάρους ισοδύναμης διατομής:

$$z_e = \frac{(A_{ce} \cdot z_c + A_s \cdot z_s + A_{A\Pi} \cdot z_{A\Pi} + A_K \cdot z_K + A_{K\Pi} \cdot z_{K\Pi})}{A_e}$$

$$z_e = \frac{(435,31 \cdot 10 + 15,40 \cdot 5 + 45 \cdot 20,5 + 60 \cdot 51 + 75 \cdot 81,75)}{630,70} = 23,06 \text{ cm}$$

### 3.γ. Ροπές αδρανείας

$$\text{Σκυρόδεμα: } I_{ce} = \frac{150 \cdot 20^3}{12 \cdot 6,89} + 435,31 \cdot (23,06 - 10)^2 = 88754,63 \text{ cm}^4$$

$$\text{Οπλισμός: } I_s = 15,40 \cdot (23,06 - 5)^2 = 5020,73 \text{ cm}^4$$

$$\text{Άνω πέλμα: } I_{A\Pi} = \frac{45 \cdot 1^3}{12} + 45 \cdot (23,06 - 20,5)^2 = 298,59 \text{ cm}^4$$

$$\text{Κορμός: } I_K = \frac{1 \cdot 60^3}{12} + 60 \cdot (23,06 - 51)^2 = 64839,61 \text{ cm}^4$$

$$\text{Κάτω πέλμα: } I_{K\Pi} = \frac{50 \cdot 1,5^3}{12} + 75 \cdot (23,06 - 81,75)^2 = 258355,39 \text{ cm}^4$$

Συνολική ροπή αδρανείας ισοδύναμης διατομής:

$$I_e = I_{ce} + I_s + I_{A\Pi} + I_K + I_{K\Pi} = 417268,96 \text{ cm}^4$$

### 3.δ. Ροπές αντίστασης

$$\text{Σκυρόδεμα άνω: } W_{co} = \frac{-I_e}{z_e} \eta = \frac{-417268,96}{23,06} \cdot 6,89 = -124705,83 \text{ cm}^3$$

$$\text{Οπλισμός: } W_s = \frac{-I_e}{z_e - z_s} = \frac{-417268,96}{23,06 - 5} = -23104,97 \text{ cm}^3$$

$$\text{Σκυρόδεμα κάτω: } W_{cu} = \frac{-I_e}{z_e - d} \eta = \frac{-417268,96}{23,06 - 20} \cdot 6,89 = -939855,84 \text{ cm}^3$$

$$\text{Χάλυβας άνω: } W_{\alpha o} = \frac{-I_e}{z_e - d} = \frac{-417268,96}{23,06 - 20} = -136375,66 \text{ cm}^3$$

$$\text{Χάλυβας κάτω: } W_{\alpha u} = \frac{I_e}{h_t - z_e} = \frac{417268,96}{82,5 - 23,06} = 7019,97 \text{ cm}^3$$

### 3.ε. Τάσεις

$$\begin{aligned} \text{Σκυρόδεμα άνω: } \sigma_{co} &= \frac{N_{sd}}{A_e \cdot \eta} + \frac{M_{sd}}{W_{co}} = \frac{450}{630,70 \cdot 6,89} + \frac{1500 \cdot 10^2}{-124705,83} \\ &= -1,1 \text{ KN/cm}^2 \end{aligned}$$

$|\sigma_{co}| < 1,70 \text{ KN/cm}^2$  η τάση στην άνω ίνα του σκυροδέματος είναι δεκτή

$$\text{Οπλισμός: } \sigma_s = \frac{N_{sd}}{A_e} + \frac{M_{sd}}{W_s} = \frac{450}{630,70} + \frac{1500 \cdot 10^2}{-23104,97} = -5,78 \text{ KN/cm}^2$$

$|\sigma_s| < 43,48 \text{ KN/cm}^2$  η τάση στον χάλυβα οπλισμού είναι δεκτή

$$\begin{aligned} \text{Σκυρόδεμα κάτω: } \sigma_{cu} &= \frac{N_{sd}}{A_e \cdot \eta} + \frac{M_{sd}}{W_{cu}} = \frac{450}{630,70 \cdot 6,89} + \frac{1500 \cdot 10^2}{-939855,84} = \\ &= -0,06 \text{ KN/cm}^2 \end{aligned}$$

$|\sigma_{cu}| < 1,70 \text{ KN/cm}^2$  τάση στην κάτω ίνα του σκυροδέματος είναι δεκτή

$$\text{Χάλυβας άνω: } \sigma_{\alpha o} = \frac{N_{sd}}{A_e} + \frac{M_{sd}}{W_{\alpha o}} = \frac{450}{630,70} + \frac{1500 \cdot 10^2}{-137365,66} = 0,39 \text{ KN/cm}^2$$

$|\sigma_{\alpha o}| < 21,36 \text{ KN/cm}^2$  τάση στην άνω ίνα του χάλυβα είναι δεκτή

$$\text{Χάλυβας κάτω: } \sigma_{\alpha u} = \frac{N_{sd}}{A_e} + \frac{M_{sd}}{W_{\alpha u}} = \frac{450}{630,70} + \frac{1500 \cdot 10^2}{7019,97} = 22,08 \text{ KN/cm}^2$$

$|\sigma_{\alpha u}| < 21,36 \text{ KN/cm}^2$  τάση στην κάτω ίνα του χάλυβα είναι δεκτή

**3.στ. Ελαστικές ροπές αντοχής επιμέρους υλικών**

Σκυρόδεμα άνω:

$$M_{el,Rd1} = \left( \sigma_c - \frac{N_{sd}}{A_e \cdot \eta} \right) \cdot W_{co} = \left( -1,42 - \frac{450}{630,70 \cdot 6,89} \right) \cdot \frac{-124705,83}{10}$$

$$= 1895,77 \text{KNm}$$

Οπλισμός:

$$M_{el,Rd2} = \left( \sigma_s - \frac{N_{sd}}{A_e} \right) \cdot W_s = \left( -43,48 - \frac{450}{630,70} \right) \cdot (-23104,97)/100$$

$$= 10210,49 \text{KNm}$$

Σκυρόδεμα κάτω:

$$M_{el,Rd3} = \left( \sigma_c - \frac{N_{sd}}{A_e \cdot \eta} \right) \cdot W_{cu} = \left( -1,42 - \frac{450}{630,70 \cdot 6,89} \right) \cdot (-939855,84)/100$$

$$= 14287,65 \text{KNm}$$

Χάλυβας άνω:

$$M_{el,Rd4} = \left( \sigma_{\alpha o} - \frac{N_{sd}}{A_e} \right) \cdot W_{\alpha o} = \left( -25 - \frac{450}{630,70} \right) \cdot (-137365,66)/100$$

$$= 35066,94 \text{KNm}$$

Χάλυβας κάτω:

$$M_{el,Rd5} = \left( \sigma_{\alpha u} - \frac{N_{sd}}{A_e} \right) \cdot W_{\alpha u} = \left( 25 - \frac{450}{630,70} \right) \cdot (7099,19)/100$$

$$= 1704,91 \text{KNm}$$

Αντοχή διατομής σε ελαστική ανάλυση:

$$M_{elRd} = \min\{M_{el,Rd1}, M_{el,Rd5}\} = 1704,91 \text{KNm}$$

$M_{elRd} > M_{sd}$  Η διατομή επαρκεί σε ελαστική ανάλυση

**Βήμα 4: Αντοχή έναντι τέμνουσας****4.α. Εκτιμώμενη αντοχή έναντι τέμνουσας.**

Εμβαδόν κορμού:  $A_v = 60 \cdot 1 = 60 \text{ cm}^2$

$$\text{Εκτιμώμενη αντοχή: } V_{pl,Rd} = \frac{A_v \cdot f_a / \sqrt{3}}{\gamma_a} = \frac{60 \cdot 27,5 / \sqrt{3}}{1,10} = 866,03 \text{ KN}$$

**4.β. Κριτήρια για τον αν ο κορμός είναι λεπτότοιχος**

Κορμός μη ενισχυμένος μη εγκιβωτισμένος:

$$\frac{h_w}{t_w} = \frac{60}{1} = 60 > 69\varepsilon$$

Δεν ισχύει οπότε ο κορμός δεν είναι λεπτότοιχος, επομένως ο κορμός επαρκεί σε διάτμηση.

$$V_{baRd} = V_{plRd} = 866,03 \text{ KN}$$

$$V_{baRd} > V_{sd} \text{ Η διατομή επαρκεί σε τέμνουσα δύναμη}$$

**Βήμα 5: Αλληλεπίδραση**

Η τιμή τους δρώσας τέμνουσας επιηρεάζει την ροπή αντοχής τους διατομής

$$\frac{V_{baRd}}{2} = 433.01 \text{ KN} < V_{sd} = 500 \text{ KN} < V_{baRd} = 866.03 \text{ KN}$$

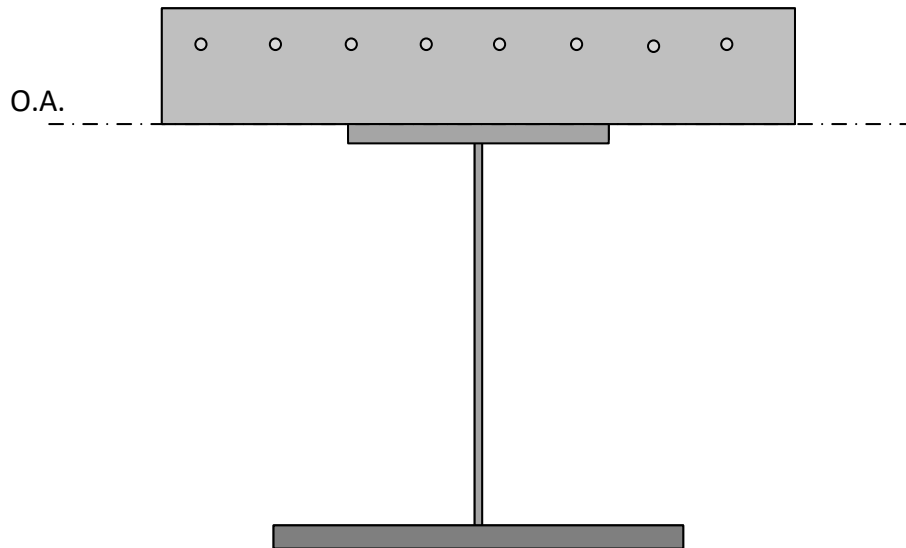
Η τιμή τους δρώσας τέμνουσας επιηρεάζει την ροπή αντοχής τους διατομής

Οπότε θα πρέπει να βρούμε τη πλαστική ροπή αντοχής τους διατομής χωρίς τη συμβολή του κορμού:

**Βήμα 6: Πλαστική ανάλυση χωρίς τη συμβολή του κορμού**

Τα εμβαδά και οι τάσεις των υλικών τους διατομής εμφανίζονται παραπάνω. (Βήμα α,β)

β.γ. Δοκιμή πρώτη, ουδέτερος άξονας στην διεπιφάνεια χάλυβα – σκυροδέματος.



Σχ. 17.

$$\text{Σκυροδέμα: } F_c = A_c \cdot f_{cd} = 3000 \cdot (-1,42) = -4250,00 \text{ KN}$$

$$\text{Οπλισμός: } F_s = A_s \cdot f_{sd} = 15,40 \cdot (-43,48) = -669,30 \text{ KN}$$

$$\text{Άνω πέγμα: } F_{A\Pi} = A_{A\Pi} \cdot f_{ad} = 45 \cdot 25 = 1125,00 \text{ KN}$$

$$\text{Κορμός: } F_K = 0 \text{ KN}$$

$$\text{Κάτω πέγμα: } F_{K\Pi} = A_{K\Pi} \cdot f_{ad} = 75 \cdot 25 = 1875,00 \text{ KN}$$

$$\text{Συνισταμένη δύναμη: } \Sigma F = -1919,30 \text{ KN} \neq N_{sd} = 450 \text{ KN}$$

Τους φαίνεται και από το αποτέλεσμα, απαιτείται μείωση της θλιπτικής δύναμης της διατομής κάτι που σημαίνει μετακίνηση του ουδέτερου άξονα τους τα πάνω κατά Δz.

**6.δ. Δοκιμή δεύτερη.**

Ο ουδέτερος άξονας μετακινείται τους τα πάνω κατά  $\Delta z$  και βρίσκεται μέσα στη διατομή του σκυροδέματος μόνο που πρέπει να ισχύει ο περιορισμός:

$$\Delta z < d - c \leftrightarrow \Delta z < 20 - 5 = 15 \text{ cm}$$

Η απόσταση  $\Delta N$  που πρέπει να καλυφθεί μέχρι να ισχύει  $N_{Rd} = N_{sd}$  είναι:

$$\Delta N = |N_{sd} - \Sigma F| = |450 - 1919,30| = 2369,30 \text{ KN}$$

Για το  $\Delta z$  ισχύει:

$$150 \cdot \Delta z \cdot 1,42 = |\Delta N|$$

Άρα η μεταβολή της θέσης του ουδέτερου άξονα θα είναι:

$$\Delta z = \frac{2369,30}{150 \cdot 1,42} = 11,15 \text{ cm}$$

$\Delta z < 15 \text{ cm}$  επομένως η υπόθεσή τους για την θέση του ουδέτερου άξονα είναι σωστή.

$$\text{Νέα θέση ουδέτερου άξονα: } z_{O.A.} = 20 - 11,15 = 8,85 \text{ cm}$$

**6.ε. Δρώσες δυνάμεις στην νέα θέση του ουδέτερου άξονα:**

$$\text{Σκυρόδεμα: } F_c = b \cdot z_{O.A.} \cdot f_{cd} = 150 \cdot 8,85 \cdot (-1,42) = -1880,70 \text{ KN}$$

Οι υπόλοιπες δυνάμεις παραμένουν αμετάβλητες. Δηλαδή:

$$\text{Οπλισμός: } F_s = -669,30 \text{ KN}$$

$$\text{Άνω πέγμα: } F_{A\Gamma} = 1125,00 \text{ KN}$$



Κάτω πέλμα:  $F_{K\Pi} = 1875,00KN$

Συνισταμένη δύναμη στην νέα θέση του Ο.Α.:  $\Sigma F \approx 450KN$

Επομένως μπορούμε πλέον να προχωρήσουμε στον υπολογισμό τους πλαστικής ροπής αντοχής τους διατομής.

### 6.στ. Στάθμες δρωσών δυνάμεων

$$\text{Σκυρόδεμα: } z_c = \frac{8,85}{2} = 4,43cm$$

$$\text{Οπλισμός: } z_s = 5,00cm$$

$$\text{Άνω πέλμα: } z_{A\Pi} = 20 + \frac{1}{2} = 20,50cm$$

$$\text{Κορμός: } z_K = 20 + 1 + \frac{60}{2} = 51,00cm$$

$$\text{Κάτω πέλμα: } z_{K\Pi} = 20 + 1 + 60 + \frac{1,5}{2} = 81,75cm$$

### 6.ζ. Ροπές επιμέρους δυνάμεων

$$M_c = F_c(z_c - z_{O.A.}) = -1,880,70 \cdot (4,43 - 8,85)/100 = 83,23KNm$$

$$M_s = F_s(z_s - z_{O.A.}) = -669,30 \cdot (5,00 - 8,85)/100 = 25,70KNm$$

$$M_{A\Pi} = F_{A\Pi}(z_{A\Pi} - z_{O.A.}) = 1125,00 \cdot (20,50 - 8,85)/100 = 131,06KNm$$

$$M_K = F_K(z_K - z_{O.A.}) = 0 \cdot (51,00 - 8,85)/100 = 0KNm$$

$$M_{K\Pi} = F_{K\Pi}(z_{K\Pi} - z_{O.A.}) = 1388,40 \cdot (81,75 - 8,85)/100 = 1366,87KNm$$

Πλαστική ροπή αντοχής διατομής:  $M_{fRd} = \sum M_i = 1606,92KNm$

$$M_{Rd} = M_{fRd} + (M_{pl,Rd} - M_{fRd}) \cdot p$$

$$p = 1 - \left( \frac{2 \cdot V_{sd}}{V_{pl,Rd}} - 1 \right)^2$$

$$M_{Rd} = 1606,92 + (2154,46 - 1606,92) \cdot 0,98 = 2141,36KNm$$

$$M_{pl,Rd} > M_{sd}$$

Επομένως η διατομή επαρκεί σε πλαστική ανάλυση.

### Βήμα 6: κατάταξη διατομής

Κατάταξη πέλματος:

Άνω πέλμα: σε επαφή με το σκυρόδεμα → πέλμα κατηγορία 1

Κάτω πέλμα: εφελκύεται → πέλμα κατηγορία 1

Κατηγορία πέλματος: → Κατηγορία 1

Κατάταξη κορμού:

Λόγος d/t:

$$\frac{d}{t} = \frac{60cm}{1cm} = 60$$

Υπολογισμός συντελεστή ε:

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{275}{f_y}} = \sqrt{\frac{275}{235}} = 0,92$$

Από τον αντίστοιχο πίνακα για την κατάταξη του κορμού είναι:

$$\frac{d}{t} = 60 < 72\varepsilon$$

Άρα ο κορμός είναι κατηγορίας 1

Κατηγορία συνολικής διατομής: 1

#### **Αποτελέσματα επίλυσης διατομής με χρήση Γενετικών Αλγορίθμων.**

Το κόστος ανέρχεται στο ποσό των: **108,42 €/ τρέχον μέτρο**

Αντοχή σε πλαστική ανάλυση:  $M_{pl} = 1500,10 \text{ KNm}$

Ελαστική ανάλυση:  $M_{el} = 1100,83 \text{ KNm}$

Τέμνουσα:  $V_{rd} = 792 \text{ KN}$

Η διαφορά του κόστους με τη διατομή βάσης μετά το πέρας τους επίλυσης ανέρχεται στο ποσό των **26,32€/τρέχον μέτρο**, και αυτό ισχύει μόνο για τα υλικά τους διατομής.

#### **5.5.2 Επίλυση διατομής βάσης με χρήση PSO – Σύγκριση με Γ.Α.**

Έχοντας λοιπόν ως βάση τη διατομή του παραπάνω παραδείγματος συνεχίζουμε στην διαδικασία τους επίλυσης με τον αλγόριθμο σμήνους σωματιδίων(PSO). Για την εύρεση τους βέλτιστης διατομής (βάση κόστους), με σαφή τα όρια ασφαλείας που για την συνέχιση τους διαδικασίας τα ορίζουμε εμείς και βρίσκονται στην κατηγορία των περιορισμών, τα αποτελέσματα τους διαδικασίας ακολουθούν. Πρώτα τους στη συγκεκριμένη επίλυση ως δεδομένα επεξεργασίας θεωρήθηκαν τα:

- Πάχος πλάκας σκυροδέματος ( 17 – 25 cm)
- Ύψος του κορμού ( 55 – 70 cm)
- Πάχος του κορμού ( 0.8 – 1.6 cm)
- Πλάτος άνω πέλματος (45 – 55 cm)
- Πάχος κάτω πέλματος (0.8 – 1.6 cm)

και ως περιορισμοί οι:

Πλαστική ροπή  $M_{pl} \geq 1500 \text{ KNm}$

Ελαστική ροπή  $M_{el} \geq 1100 \text{ KNm}$

Τέμνουσα  $V_{pl} \geq 500 \text{ KN}$

Η επίλυση αποτυπωμένη.

**Δεδομένα:**

Διατομή σκυροδέματος: 150 x 17 (cm)

Ποιότητα σκυροδέματος: C25/30

Χάλυβας οπλισμού: 10Ø14

Απόσταση χάλυβα οπλισμού από την άνω ίνα του σκυροδέματος: 5cm

Ποιότητα χάλυβα οπλισμού: B500c

Διαστάσεις άνω πέλματος: 40 x 1 cm

Ποιότητα δομικού χάλυβα άνω πέλματος: S275

Διαστάσεις κορμού: 61,24 x 0,8 cm

Ποιότητα δομικού χάλυβα κορμού: S275

Διαστάσεις κάτω πέλματος: 50 x 0,8 cm

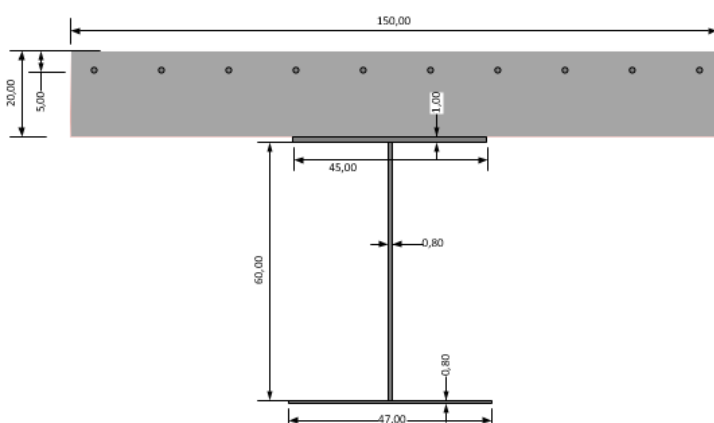
Ποιότητα δομικού χάλυβα κάτω πέλματος: S275

Έχοντας ως τιμή σκυροδέματος (C25/30): 53 €/m<sup>3</sup>

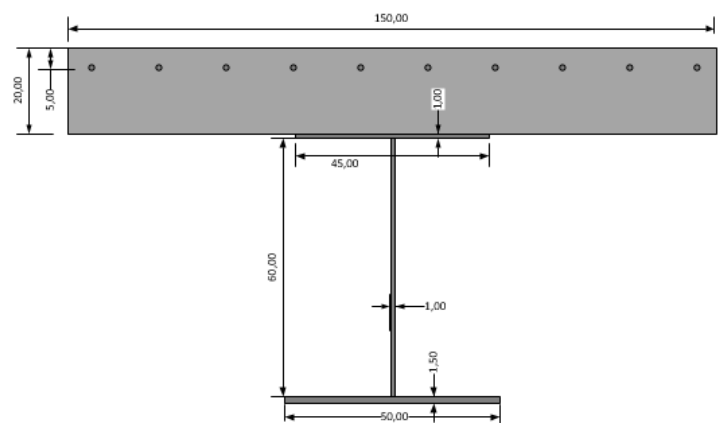
τιμή χάλυβα οπλισμού (B500c) : 0,55 €/kg

και τιμή δομικού χάλυβα (S275): 0,80 €/kg

Το κόστος ανέρχεται στο ποσό των: **100,528 €/ τρέχον μέτρο**



Πρώτη επίλυση με Γ.Α.



Διατομή βάσης

Όπως ήταν φυσικό η επίλυση κυμάνθηκε μες το εύρος των ορίων που του δώσαμε και τα αποτελέσματα μετά την επίλυση τους επιβεβαιώνει για την χρήση του Αλγορίθμου Σμήνους Σωματιδίων( PSO) στην αναζήτηση τους βέλτιστης λύσης. Η επίλυση με τα νέα δεδομένα χαρακτηρίζεται από τα επόμενα αποτελέσματα.

#### **Αποτελέσματα της επίλυσης είναι:**

Αντοχή σε πλαστική ανάλυση:  $M_{pl} = 1500,000 \text{ KNm}$

ελαστική ανάλυση:  $M_{el} = 1115,570 \text{ KNm}$

και τέμνουσα:  $V_{rd} = 737,925 \text{ KN}$

Η διαφορά του κόστους με τη διατομή βάσης μετά το πέρας τους επίλυσης ανέρχεται στο ποσό των **34,212 €/τρέχον μέτρο**, και αυτό ισχύει μόνο για τα υλικά τους διατομής.

**Συμπεράσματα:** Φαίνεται πως ο κρίσιμος περιορισμός είναι η πλαστική αντοχή.

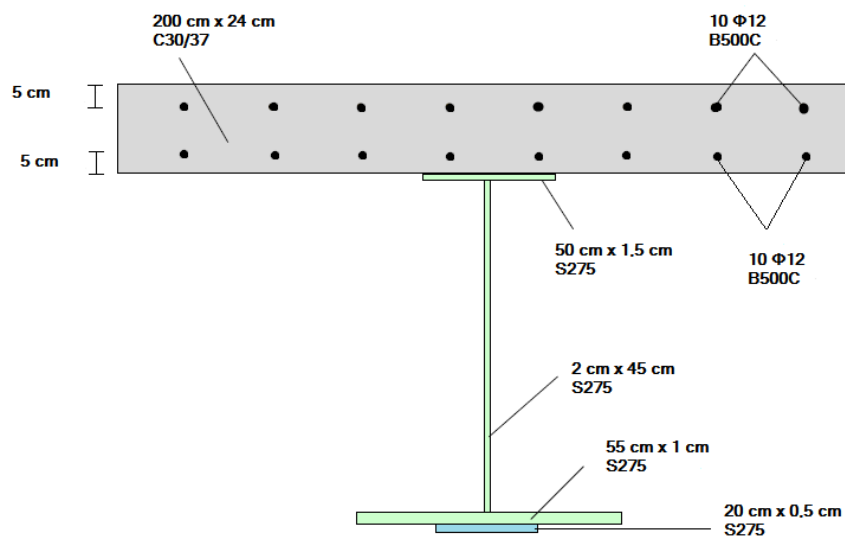
#### **Σύγκριση των δύο αλγορίθμων:**

Παρατηρούμε τους η διαφορά στα κόστη μετά την επίλυση του προβλήματος με τους δύο αλγορίθμους είναι **7,892 €/τρέχον μέτρο**. Η επίλυση με τη χρήση του Αλγορίθμου Σμήνους Σωματιδίων επέφερε καλύτερα αποτελέσματα εφόσον μειώθηκε το κόστος ακόμα περισσότερο από ότι με τη χρήση των Γενετικών Αλγορίθμων.

## 5.6 Εφαρμογή 4 (Σύμμικτη δοκός με συγκολλητή διατομή – αρνητικές ροπές)

Δίνεται η διατομή του διπλανού σχήματος η οποία καταπονείται από αξονική δύναμη σχεδιασμού  $N_{sd}=-6000$  kN, καμπτική ροπή σχεδιασμού  $M_{sd}=500$  kNm και τέμνουσα δύναμη σχεδιασμού  $V_{sd}=1000$  kN.

Ζητούνται:



1) Να υπολογιστεί η πλαστική ροπή αντοχής για αρνητικές καμπτικές ροπές.

•Εμβαδά:

$$A_c = 200 \text{ cm} \times 24 \text{ cm} = 4800 \text{ cm}^2$$

$$A_{s,1} = 10 \times \frac{\pi \times (1,2 \text{ cm})^2}{4} = 11,310 \text{ cm}^2$$

$$A_{s,2} = 10 \times \frac{\pi \times (1,2 \text{ cm})^2}{4} = 11,3102 \text{ cm}^2$$

$$A_{A\Pi} = 50 \text{ cm} \times 1,5 \text{ cm} = 75 \text{ cm}^2$$

$$A_K = 2 \text{ cm} \times 45 \text{ cm} = 90 \text{ cm}^2$$

$$A_{K\Pi} = 55 \text{ cm} \times 1 \text{ cm} = 55 \text{ cm}^2$$

$$A_{EE} = 20 \text{ cm} \times 0,5 \text{ cm} = 10 \text{ cm}^2$$

•Τάσεις υλικών:

$$f_{cd} = \frac{0,85 \times 3 \frac{kN}{cm^2}}{1,5} = 1,7 \frac{kN}{cm^2}$$

$$f_{sd} = \frac{50 \frac{kN}{cm^2}}{1,15} = 43,48 \frac{kN}{cm^2}$$

$$f_{ad} = \frac{27,5 \frac{kN}{cm^2}}{1} = 27,5 \frac{kN}{cm^2}$$

• Δρώσες δυνάμεις:

1<sup>η</sup> περίπτωση: Έστω ο Ο.Α στην διεπιφάνεια δομικού χάλυβα άνω πέλματος-κορμού.

$$Z_{OA} = 25,5 \text{ cm}$$

$$F_c = 0 \text{ κN}$$

$$F_{s,1} = A_{s,1} \times f_{sd} = 11,310 \text{ cm}^2 \times 43,48 \frac{kN}{cm^2} = 491,736 \text{ kN}$$

$$F_{s,2} = A_{s,2} \times f_{sd} = 11,310 \text{ cm}^2 \times 43,48 \frac{kN}{cm^2} = 491,736 \text{ kN}$$

$$F_{A\Pi} = A_{A\Pi} \times f_{ad} = 75 \text{ cm}^2 \times 27,5 \frac{kN}{cm^2} = 2062,500 \text{ kN}$$

$$F_K = A_K \times (-f_{ad}) = 90 \text{ cm}^2 \times \left(-27,5 \frac{kN}{cm^2}\right) = -2475 \text{ kN}$$

$$F_{K\Pi} = A_{K\Pi} \times (-f_{ad}) = 55 \text{ cm}^2 \times \left(-27,5 \frac{kN}{cm^2}\right) = -1512,500 \text{ kN}$$

$$F_{EE} = A_{EE} \times (-f_{ad}) = 10 \text{ cm}^2 \times \left(-27,5 \frac{kN}{cm^2}\right) = -275 \text{ kN}$$

$$N = F_c + F_{s,1} + F_{s,2} + F_{A\Pi} + F_K + F_{K\Pi} + F_{EE} = 0 \text{ kN} + 491,736 \text{ kN} + 491,736 \text{ kN} + 2062,500 \text{ kN} + (-2475) \text{ kN} + (-1512,500) \text{ kN} + (-275) \text{ kN} = -1216,528 \text{ kN}$$

$$\Delta N = N - N_{sd} = -1216,528 \text{ kN} - (-6000) \text{ kN} = 4783,472 \text{ kN}$$

**Απαιτείται αύξηση της θλίψης.**

**Μετακίνηση ουδέτερου άξονα προς τα πάνω.**

2<sup>η</sup> περίπτωση: Έστω ο Ο.Α. βρίσκεται στο άνω πέλαμα.

Πρέπει  $0 < \Delta z < 1,5 \text{ cm}$

$$\Delta z = \frac{\Delta N}{2 \times f_{ad, A\Pi} \times \Pi_{A\Pi}} = \frac{4783,472 \text{ kN}}{2 \times 27,5 \frac{kN}{cm^2} \times 50 \text{ cm}} = 1,74 \text{ cm} > 1,5 \text{ cm} \text{ Άρα δεν ισχύει.}$$

Επομένως  $\Delta z = x + Y_{A\Pi}$

$$x = \frac{\Delta N - 2 \times F_{A\Pi}}{\Pi_c - f_{cd}} = \frac{4783,472 \frac{kN}{cm^2} - 2 \times 2062,500 \frac{kN}{cm^2}}{200 \text{ cm} \times 1,7 \frac{kN}{cm^2}} = 1,93 \text{ cm}$$

$$\Delta z = 1,93 \text{ cm} + 1,5 \text{ cm} = 3,43 \text{ cm}$$

$$Z'_{OA} = Z_{OA} - \Delta z = 25,50 \text{ cm} - 3,43 \text{ cm} = 22,07 \text{ cm}$$

3<sup>η</sup> περίπτωση: Έστω ο Ο.Α. βρίσκεται στο σκυρόδεμα.

$$Z_{OA} = 22,07 \text{ cm}$$

$$F_{c,c} = x \times \Pi_c \times (-f_{cd}) = 1,93 \text{ cm} \times 200 \text{ cm} \times \left(-1,7 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}\right) = -656,2 \text{ kN}$$

$$F_{s,1} = A_{s,1} \times f_{sd} = 11,310 \text{ cm}^2 \times 43,48 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = 491,736 \text{ kN}$$

$$F_{s,2} = A_{s,2} \times f_{sd} = 11,310 \text{ cm}^2 \times 43,48 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = 491,736 \text{ kN}$$

$$F_{A\Pi} = A_{A\Pi} \times (-f_{ad}) = 75 \text{ cm}^2 \times \left(-27,5 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}\right) = -2062,500 \text{ kN}$$

$$F_K = A_K \times (-f_{ad}) = 90 \text{ cm}^2 \times \left(-27,5 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}\right) = -2475 \text{ kN}$$

$$F_{K\Pi} = A_{K\Pi} \times (-f_{ad}) = 55 \text{ cm}^2 \times \left(-27,5 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}\right) = -1512,500 \text{ kN}$$

$$F_{EE} = A_{EE} \times (-f_{ad}) = 10 \text{ cm}^2 \times \left(-27,5 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}\right) = -275 \text{ kN}$$

$$N = F_c + F_{s,1} + F_{s,2} + F_{A\Pi} + F_K + F_{K\Pi} + F_{EE} = -656,2 \text{ kN} + 491,736 \text{ kN} + 491,736 \text{ kN} + (-2062,500) \text{ kN} + (-2475) \text{ kN} + (-1512,500) \text{ kN} + (-275) \text{ kN} = -5997,728 \text{ kN}$$

$$\Delta N = N - N_{sd} = -5997,728 \text{ kN} - (-6000) \text{ kN} \cong 0 \text{ kN}$$

●Στάθμες:

$$Z_{c,c} = (Y_c - x) + \frac{x}{2} = (24 - 1,93) \text{ cm} + \frac{1,93 \text{ cm}}{2} = 23,035 \text{ cm}$$

$$Z_{s,1} = 5 \text{ cm}$$

$$Z_{s,2} = 19 \text{ cm}$$

$$Z_{A\Pi} = Y_c + \frac{Y_{A\Pi}}{2} = 24 \text{ cm} + \frac{1,5}{2} \text{ cm} = 24,75 \text{ cm}$$

$$Z_{K,c} = Y_c + Y_{A\Pi} + \frac{Y_K}{2} = 24 \text{ cm} + 1,5 \text{ cm} + \frac{45}{2} \text{ cm} = 48 \text{ cm}$$

$$Z_{K\Pi} = Y_c + Y_{A\Pi} + Y_K + \frac{Y_{K\Pi}}{2} = 24 \text{ cm} + 1,5 \text{ cm} + 45 \text{ cm} + \frac{1}{2} \text{ cm} = 71 \text{ cm}$$

$$Z_{EE} = Y_c + Y_{A\Pi} + Y_K + Y_{K\Pi} + \frac{Y_{EE}}{2} = 24 \text{ cm} + 1,5 \text{ cm} + 45 \text{ cm} + 1 \text{ cm} + \frac{0,5}{2} \text{ cm} = 71,75 \text{ cm}$$

●Ροπές:

$$M_{c,c} = F_{c,c} \times (Z_{c,c} - Z'_{OA}) = -656,200 \text{ kN} \times (23,035 \text{ cm} - 22,070 \text{ cm}) = -633,233 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$M_{s,1} = F_{s,1} \times (Z_{s,1} - Z'_{OA}) = 491,736 \text{ kN} \times (5 \text{ cm} - 22,070 \text{ cm}) = -8393,934 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$M_{s,2} = F_{s,2} \times (Z_{s,2} - Z'_{OA}) = 491,736 \text{ kN} \times (19 \text{ cm} - 22,070 \text{ cm}) = -1509,630 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$M_{A\Pi} = F_{A\Pi} \times (Z_{A\Pi} - Z'_{OA}) = -2062,500 \text{ kN} \times (24,75 \text{ cm} - 22,070 \text{ cm}) = -5527,500 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$M_K = F_K \times (Z_K - Z'_{OA}) = -2475 \text{ kN} \times (48 \text{ cm} - 22,070 \text{ cm}) = -64176,750 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$M_{K\Pi} = F_{K\Pi} \times (Z_{K\Pi} - Z'_{OA}) = -1512,500 \text{ kN} \times (71 \text{ cm} - 22,070 \text{ cm}) = -74006,625 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$M_{EE} = F_{EE} \times (Z_{EE} - Z'_{OA}) = -275 \text{ kN} \times (71,75 \text{ cm} - 22,070 \text{ cm}) = -13662 \text{ kN} \times \text{cm}$$



$$M_{pl,Rd} = -167909,672 \text{ kN} \times \text{cm} = -1679,097 \text{ kN} \times \text{m}$$

$$|M_{pl,Rd}| < M_{sd}$$

Οπότε η διατομή δεν αντέχει σε πλαστική ανάλυση.

## 2) Να υπολογιστεί η ελαστική ροπή αντοχής για αρνητικές καμπτικές ροπές.

•Υπολογισμός γεωμετρικών χαρακτηριστικών της ισοδύναμης διατομής.

$$\text{Για } C_{30/37} \rightarrow E_{cm} = 32 \text{ GPa}$$

$$\eta = \frac{E_a}{E_{cm}} = \frac{210 \text{ GPa}}{32 \text{ GPa}} = 6,56$$

•Εμβαδά:

$$A_c = 200 \text{ cm} \times 24 \text{ cm} = 4800 \text{ cm}^2$$

$$A_{ce} = \frac{A_c}{\eta} = \frac{4800 \text{ cm}^2}{6,56} = 731,710 \text{ cm}^2$$

$$A_{s,1} = 10 \times \frac{\pi \times (1,2 \text{ cm})^2}{4} = 11,310 \text{ cm}^2$$

$$A_{s,2} = 10 \times \frac{\pi \times (1,2 \text{ cm})^2}{4} = 11,3102 \text{ cm}^2$$

$$A_{AII} = 50 \text{ cm} \times 1,5 \text{ cm} = 75 \text{ cm}^2$$

$$A_K = 2 \text{ cm} \times 45 \text{ cm} = 90 \text{ cm}^2$$

$$A_{KII} = 55 \text{ cm} \times 1 \text{ cm} = 55 \text{ cm}^2$$

$$A_{EE} = 20 \text{ cm} \times 0,5 \text{ cm} = 10 \text{ cm}^2$$

$$A_e = A_{ce} + A_{s,1} + A_{s,2} + A_{AII} + A_K + A_{KII} = 984,33 \text{ cm}^2$$

•Στάθμες:

$$Z_c = 0 \text{ cm}$$

$$Z_{s,1} = 5 \text{ cm}$$

$$Z_{s,2} = 19 \text{ cm}$$

$$Z_{AII} = Y_c + \frac{Y_{AII}}{2} = 24 \text{ cm} + \frac{1,5}{2} \text{ cm} = 24,75 \text{ cm}$$

$$Z_{K,c} = Y_c + Y_{AII} + \frac{Y_K}{2} = 24 \text{ cm} + 1,5 \text{ cm} + \frac{45}{2} \text{ cm} = 48 \text{ cm}$$

$$Z_{KII} = Y_c + Y_{AII} + Y_K + \frac{Y_{KII}}{2} = 24 \text{ cm} + 1,5 \text{ cm} + 45 \text{ cm} + \frac{1}{2} \text{ cm} = 71 \text{ cm}$$

$$Z_{EE} = Y_c + Y_{AII} + Y_K + Y_{KII} + \frac{Y_{EE}}{2} = 24 \text{ cm} + 1,5 \text{ cm} + 45 \text{ cm} + 1 \text{ cm} + \frac{0,5}{2} \text{ cm} = 71,75 \text{ cm}$$

● Κέντρο Βάρους ισοδύναμης διατομής

$$Z_e = \frac{A_{s,1} \times Z_{s,1} + A_{s,2} \times Z_{s,2} + A_{A\Pi} \times Z_{A\Pi} + A_K \times Z_K + A_{K\Pi} \times Z_{K\Pi} + A_{EE} \times Z_{EE}}{A_e}$$

$$Z_e =$$

$$\frac{11,310 \text{ cm}^2 \times 5 \text{ cm} + 11,310 \text{ cm}^2 \times 19 \text{ cm} + 75 \text{ cm}^2 \times 24,5 \text{ cm} + 90 \text{ cm}^2 \times 48 \text{ cm} + 55 \text{ cm}^2 \times 71 \text{ cm} + 10 \text{ cm}^2 \times 71,75 \text{ cm}}{984,330 \text{ cm}^2}$$

$$Z_e = \frac{11070,197 \text{ cm}^3}{984,330 \text{ cm}^2}$$

$$Z_e = 11,250 \text{ cm}$$

● Ροπή αδράνειας ισοδύναμης διατομής

$$I_{ce} = 0 \text{ cm}^4$$

$$I_{s,1} = I_{s0,1} + A_{s,1} \times (Z_{s,1} - Z_e)^2 = 0 + 11,310 \text{ cm}^2 \times (5 \text{ cm} - 11,250 \text{ cm})^2 = 441,80 \text{ cm}^4$$

$$I_{s,2} = I_{s0,2} + A_{s,2} \times (Z_{s,2} - Z_e)^2 = 0 + 11,310 \text{ cm}^2 \times (19 \text{ cm} - 11,250 \text{ cm})^2 = 679,307 \text{ cm}^4$$

$$I_{A\Pi} = \frac{\Pi_{A\Pi} \times Y_{A\Pi}^3}{12} + A_{A\Pi} \times (Z_{A\Pi} - Z_e)^2 = \frac{50 \text{ cm} \times 1,5 \text{ cm}^3}{12} + 75 \text{ cm}^2 \times (24,75 \text{ cm} - 11,250 \text{ cm})^2 = 13682,812 \text{ cm}^4$$

$$I_K = \frac{\Pi_K \times Y_K^3}{12} + A_K \times (Z_K - Z_e)^2 = \frac{2 \text{ cm} \times 45^3 \text{ cm}^3}{12} + 90 \text{ cm}^2 \times (48 \text{ cm} - 11,250 \text{ cm})^2 = 136738,125 \text{ cm}^4$$

$$I_{K\Pi} = \frac{\Pi_{K\Pi} \times Y_{K\Pi}^3}{12} + A_{K\Pi} \times (Z_{K\Pi} - Z_e)^2 = \frac{55 \text{ cm} \times 1^3 \text{ cm}^3}{12} + 55 \text{ cm}^2 \times (71 \text{ cm} - 11,250 \text{ cm})^2 = 196358,020 \text{ cm}^4$$

$$I_{EE} = \frac{\Pi_{EE} \times Y_{EE}^3}{12} + A_{EE} \times (Z_{EE} - Z_e)^2 = \frac{20 \text{ cm} \times 0,5^3 \text{ cm}^3}{12} + 10 \text{ cm}^2 \times (71,75 \text{ cm} - 11,250 \text{ cm})^2 = 36602,71 \text{ cm}^4$$

$$I = I_{ce} + I_{s,1} + I_{s,2} + I_{A\Pi} + I_K + I_{K\Pi} + I_{EE} = 384502,774 \text{ cm}^4$$

● Έλεγχος τάσεων στην διατομή.

A) Ροπές αντίστασης.

$$W_{s,1} = \frac{-I_e}{Z_e - Z_{s,1}} = \frac{-384502,774 \text{ cm}^4}{11,250 \text{ cm} - 5 \text{ cm}} = -61520,440 \text{ cm}^3$$

$$W_{au} = \frac{I_e}{h_u} \times \eta = \frac{384502,774 \text{ cm}^4}{60,75 \text{ cm}} = 6329,264 \text{ cm}^3$$

Όπου:

$$h_u = Y_c + Y_{A\Pi} + Y_K + Y_{K\Pi} + Y_{EE} - Z_e = 24 \text{ cm} + 1,5 \text{ cm} + 45 \text{ cm} + 1 \text{ cm} + 0,5 \text{ cm} - 11,250 \text{ cm} = 60,75 \text{ cm}$$

B) Τάσεις

$$\sigma_{s,1} = \frac{N_{sd}}{A_e} + \frac{M_{sd}}{W_{s,1}} = \frac{-6000 \text{ kN}}{984,330 \text{ cm}^2} + \frac{(-50000) \text{ kN} \times \text{cm}}{-61520,440 \text{ cm}^3} = -5,283 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\sigma_{au} = \frac{N_{sd}}{A_e} + \frac{M_{sd}}{W_{au}} = \frac{-6000 \text{ kN}}{984,330 \text{ cm}^2} + \frac{(-50000) \text{ kN} \times \text{cm}}{6329,264 \text{ cm}^3} = -13,995 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

- Εύρεση ελαστικής ροπής αντοχής διατομής

#### Χάλυβας Οπλισμού (Άνω στρώση)

$$-43,478 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = \frac{-6000 \text{ kN}}{984,330 \text{ cm}^2} + \frac{(-X)}{-61520,440 \text{ cm}^3}$$

$$\Rightarrow X = -2299786,818 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$\Rightarrow M_{el,s,1} = -22997,868 \text{ kN} \times \text{cm}$$

#### Χάλυβας Ενισχυτικού Ελάσματος

$$27,5 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = \frac{-6000 \text{ kN}}{984,33 \text{ cm}^2} + \frac{(-X)}{6329,264 \text{ cm}^3}$$

$$\Rightarrow X = -212634,895 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$\Rightarrow M_{el,au} = -2126,349 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$\text{Άρα } M_{el,Rd} = \min(M_{el,s,1}, M_{el,co}) = M_{el,au} = -22997,868 \text{ kN} \times \text{m}$$

$$|M_{el,Rd}| > M_{sd}$$

Άρα η διατομή μας αντέχει σε ελαστική ανάλυση.

- 3) Να υπολογιστεί η αντοχή της διατομής σε τέμνουσα αν η διατομή είναι μη εγκιβωτισμένη και χωρίς ενισχύσεις.

- Εμβαδόν κορμού

$$A_K = 90 \text{ cm}^2$$

$$f_{y,K} = 275 \text{ MPa} = 27,5 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$V_{pl,\alpha,Rd} = \frac{A_K \times f_{y,K}}{\gamma_M} = \frac{90 \text{ cm}^2 \times 27,5 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}}{1} = 1428,940 \text{ kN}$$

$$\frac{l_W}{t_W} = \frac{45}{2} = 22,5 < 72 \times \varepsilon = 72 \times 0,92 = 66,24$$

Άρα ο κορμός δεν είναι λεπτότοιχος.

$$\text{Άρα } V_{Rd} = V_{pl,a,Rd} = 1428,940 \text{ kN}$$

$$V_{Rd} > V_{sd}$$

**Άρα η διατομή μας επαρκεί σε τέμνουσα.**

**4) Πως επηρεάζει την πλαστική ροπή αντοχής που υπολογίστηκε η ύπαρξη της τέμνουσας;**

$$V_{Rd} = 1428,940 \text{ kN}$$

$$\frac{V_{sd}}{V_{Rd}} = \frac{1000 \text{ kN}}{1428,940 \text{ kN}} = 0,699$$

$0,5 < \frac{V_{sd}}{V_{Rd}} < 1$  Άρα υπάρχει αλληλεπίδραση της ροπής αντοχής με την τιμή της δρώσας τέμνουσας.

$$\rho = (2 \times \frac{V_{sd}}{V_{Rd}} - 1)^2 = (2 \times 0,699 - 1)^2 = 0,158$$

$$1 - \rho = 0,842 \quad \rightarrow \quad \text{Άρα } f'_{ad,\kappa} = 0,842 \times f_{ad,\kappa} = 0,842 \times 27,5 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = 23,155 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Υπολογισμός νέας ροπής αντοχής

•Εμβαδά:

$$A_c = 200 \text{ cm} \times 24 \text{ cm} = 4800 \text{ cm}^2$$

$$A_{s,1} = 10 \times \frac{\pi \times (1,2 \text{ cm})^2}{4} = 11,310 \text{ cm}^2$$

$$A_{s,2} = 10 \times \frac{\pi \times (1,2 \text{ cm})^2}{4} = 11,3102 \text{ cm}^2$$

$$A_{AII} = 50 \text{ cm} \times 1,5 \text{ cm} = 75 \text{ cm}^2$$

$$A_K = 2 \text{ cm} \times 45 \text{ cm} = 90 \text{ cm}^2$$

$$A_{KII} = 55 \text{ cm} \times 1 \text{ cm} = 55 \text{ cm}^2$$

$$A_{EE} = 20 \text{ cm} \times 0,5 \text{ cm} = 10 \text{ cm}^2$$

•Τάσεις υλικών:

$$f_{cd} = \frac{0,85 \times 3 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}}{1,5} = 1,7 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$f_{sd} = \frac{50 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}}{1,15} = 43,48 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$f_{ad,A\Pi} = f_{ad,K\Pi} = f_{ad,EE} = \frac{27,5 \frac{kN}{cm^2}}{1} = 27,5 \frac{kN}{cm^2}$$

$$f'_{ad,K} = 0,842 \times f_{ad,K} = 0,842 \times 27,5 \frac{kN}{cm^2} = 23,155 \frac{kN}{cm^2}$$

• Δρώσεις δυνάμεις:

1<sup>η</sup> περίπτωση: Έστω ο Ο.Α στην διεπιφάνεια δομικού χάλυβα άνω πέλματος-κορμού.

$$Z_{OA} = 25,5 \text{ cm}$$

$$F_c = 0 \text{ kN}$$

$$F_{s,1} = A_{s,1} \times f_{sd} = 11,310 \text{ cm}^2 \times 43,48 \frac{kN}{cm^2} = 491,736 \text{ kN}$$

$$F_{s,2} = A_{s,2} \times f_{sd} = 11,310 \text{ cm}^2 \times 43,48 \frac{kN}{cm^2} = 491,736 \text{ kN}$$

$$F_{A\Pi} = A_{A\Pi} \times f_{ad} = 75 \text{ cm}^2 \times 27,5 \frac{kN}{cm^2} = 2062,500 \text{ kN}$$

$$F_K = A_K \times (-f'_{ad,K}) = 90 \text{ cm}^2 \times \left(-23,155 \frac{kN}{cm^2}\right) = -2083,950 \text{ kN}$$

$$F_{K\Pi} = A_{K\Pi} \times (-f_{ad}) = 55 \text{ cm}^2 \times \left(-27,5 \frac{kN}{cm^2}\right) = -1512,500 \text{ kN}$$

$$F_{EE} = A_{EE} \times (-f_{ad}) = 10 \text{ cm}^2 \times \left(-27,5 \frac{kN}{cm^2}\right) = -275 \text{ kN}$$

$$N = F_c + F_{s,1} + F_{s,2} + F_{A\Pi} + F_K + F_{K\Pi} + F_{EE} = 0 \text{ kN} + 491,736 \text{ kN} + 491,736 \text{ kN} + 2062,500 \text{ kN} + (-2083,950) \text{ kN} + (-1512,500) \text{ kN} + (-275) \text{ kN} = -825,430 \text{ kN}$$

$$\Delta N = N - N_{sd} = -825,430 \text{ kN} - (-6000) \text{ kN} = 5174,570 \text{ kN}$$

**Απαιτείται αύξηση της θλίψης.**

**Μετακίνηση ουδέτερου άξονα προς τα πάνω.**

2<sup>η</sup> περίπτωση: Έστω ο Ο.Α. βρίσκεται στο άνω πέλμα.

Πρέπει  $0 < \Delta z < 1,5 \text{ cm}$

$$\Delta z = \frac{\Delta N}{2 \times f_{ad,A\Pi} \times \Pi_{A\Pi}} = \frac{5174,570 \text{ kN}}{2 \times 27,5 \frac{kN}{cm^2} \times 50 \text{ cm}} = 1,88 \text{ cm} > 1,5 \text{ cm} \text{ Άρα δεν ισχύει.}$$

Επομένως  $\Delta z = x + Y_{A\Pi}$

$$x = \frac{\Delta N - 2 \times F_{A\Pi}}{\Pi_c - f_{cd}} = \frac{5174,570 \frac{kN}{cm^2} - 2 \times 2062,500 \frac{kN}{cm^2}}{200 \text{ cm} \times 1,7 \frac{kN}{cm^2}} = 3,086 \text{ cm}$$

$$\Delta z = 3,086 \text{ cm} + 1,5 \text{ cm} = 4,586 \text{ cm}$$

$$Z'_{OA} = Z_{OA} - \Delta z = 25,5 \text{ cm} - 4,586 \text{ cm} = 20,914 \text{ cm}$$

3<sup>η</sup> περίπτωση: Έστω ο Ο.Α. βρίσκεται στο σκυρόδεμα.

$$Z_{OA} = 20,914 \text{ cm}$$

$$F_{c,c} = x \times \Pi_c \times (-f_{cd}) = 3,086 \text{ cm} \times 200 \text{ cm} \times (-1,7 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}) = -1049,240 \text{ kN}$$

$$F_{s,1} = A_{s,1} \times f_{sd} = 11,310 \text{ cm}^2 \times 43,48 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = 491,736 \text{ kN}$$

$$F_{s,2} = A_{s,2} \times f_{sd} = 11,310 \text{ cm}^2 \times 43,48 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = 491,736 \text{ kN}$$

$$F_{A\Pi} = A_{A\Pi} \times (-f_{ad}) = 75 \text{ cm}^2 \times (-27,5 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}) = -2062,500 \text{ kN}$$

$$F_K = A_K \times (-f'_{ad}) = 90 \text{ cm}^2 \times (-23,155 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}) = -2083,950 \text{ kN}$$

$$F_{K\Pi} = A_{K\Pi} \times (-f_{ad}) = 55 \text{ cm}^2 \times (-27,5 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}) = -1512,500 \text{ kN}$$

$$F_{EE} = A_{EE} \times (-f_{ad}) = 10 \text{ cm}^2 \times (-27,5 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}) = -275 \text{ kN}$$

$$N = F_c + F_{s,1} + F_{s,2} + F_{A\Pi} + F_K + F_{K\Pi} + F_{EE} = -1049,240 \text{ kN} + 491,736 \text{ kN} + 491,736 \text{ kN} + (-2062,500) \text{ kN} + (-2083,950) \text{ kN} + (-1512,500) \text{ kN} + (-275) \text{ kN} = -5999,718 \text{ kN}$$

$$\Delta N = N - N_{sd} = -5999,718 \text{ kN} - (-6000) \text{ kN} \cong 0 \text{ kN}$$

•Στάθμες:

$$Z_{c,c} = (Y_c - x) + \frac{x}{2} = (24 - 3,086) \text{ cm} + \frac{3,086 \text{ cm}}{2} = 22,457 \text{ cm}$$

$$Z_{s,1} = 5 \text{ cm}$$

$$Z_{s,2} = 19 \text{ cm}$$

$$Z_{A\Pi} = Y_c + \frac{Y_{A\Pi}}{2} = 24 \text{ cm} + \frac{1,5}{2} \text{ cm} = 24,75 \text{ cm}$$

$$Z_{K,c} = Y_c + Y_{A\Pi} + \frac{Y_K}{2} = 24 \text{ cm} + 1,5 \text{ cm} + \frac{45}{2} \text{ cm} = 48 \text{ cm}$$

$$Z_{K\Pi} = Y_c + Y_{A\Pi} + Y_K + \frac{Y_{K\Pi}}{2} = 24 \text{ cm} + 1,5 \text{ cm} + 45 \text{ cm} + \frac{1}{2} \text{ cm} = 71 \text{ cm}$$

$$Z_{EE} = Y_c + Y_{A\Pi} + Y_K + Y_{K\Pi} + \frac{Y_{EE}}{2} = 24 \text{ cm} + 1,5 \text{ cm} + 45 \text{ cm} + 1 \text{ cm} + \frac{0,5}{2} \text{ cm} = 71,75 \text{ cm}$$

•Ροπές:

$$M_{c,c} = F_{c,c} \times (Z_{c,c} - Z'_{OA}) = -1049,240 \text{ kN} \times (22,457 \text{ cm} - 20,914 \text{ cm}) = -1618,977 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$M_{s,1} = F_{s,1} \times (Z_{s,1} - Z'_{OA}) = 491,736 \text{ kN} \times (5 \text{ cm} - 20,914 \text{ cm}) = -7825,487 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$M_{s,2} = F_{s,2} \times (Z_{s,2} - Z'_{OA}) = 491,736 \text{ kN} \times (19 \text{ cm} - 20,914 \text{ cm}) = -941,183 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$M_{A\Pi} = F_{A\Pi} \times (Z_{A\Pi} - Z'_{OA}) = -2062,500 \text{ kN} \times (24,75 \text{ cm} - 20,914 \text{ cm}) = -7911,750 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$M_K = F_K \times (Z_K - Z'_{OA}) = -2083,950 \text{ kN} \times (48 \text{ cm} - 20,914 \text{ cm}) = -56445,869 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$M_{K\Pi} = F_{K\Pi} \times (Z_{K\Pi} - Z'_{OA}) = -1512,500 \text{ kN} \times (71 \text{ cm} - 20,914 \text{ cm}) = -75755,075 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$M_{EE} = F_{EE} \times (Z_{EE} - Z'_{OA}) = -275 \text{ kN} \times (71,75 \text{ cm} - 20,914 \text{ cm}) = -13979,900 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$M_{pl,Rd} = -164478,241 \text{ kN} \times \text{cm} = -1644,782 \text{ kN} \times \text{m}$$

$$|M_{pl,Rd}| > M_{sd}$$

Οπότε η διατομή αντέχει σε πλαστική ανάλυση.

### 5) Να γίνει κατάταξη της διατομής.

- Κατάταξη Κορμού:

Ο ουδέτερος άξονας βρίσκεται στο σκυρόδεμα, επομένως:

$$c = Y_K - 2 \times \sqrt{2} \times 0,6 \text{ cm} = 45 \text{ cm} - 2 \times \sqrt{2} \times 0,6 \text{ cm} = 43,303 \text{ cm}$$

$$t = 2 \text{ cm}$$

$$\frac{c}{t} = \frac{43,303 \text{ cm}}{2 \text{ cm}} = 21,655$$

$$a = 1 > 0,5$$

$$\frac{c}{t} = 21,655 < \frac{36 \times \varepsilon}{13 \times a - 1} = \frac{36 \times 0,92}{12} = 30,36 \text{ Ισχύει.}$$

Ισχύει, επομένως ο κορμός είναι κατηγορία 1.

- Κατάταξη Άνω Πέλματος:

$$c = \frac{1}{2} \times (50 \text{ cm} - 2 \text{ cm} - 2 \times \sqrt{2} \times 0,6 \text{ cm}) = 22,904 \text{ cm}$$

$$t = 1,5 \text{ cm}$$

$$\frac{c}{t} = 15,270 < 9 \times \varepsilon = 9 \times 0,92 = 8,28 \text{ Δεν ισχύει.}$$

$$\frac{c}{t} = 15,270 < 10 \times \varepsilon = 10 \times 0,92 = 9,20 \text{ Δεν ισχύει.}$$

$$\frac{c}{t} = 15,270 < 14 \times \varepsilon = 14 \times 0,92 = 12,88 \text{ Δεν ισχύει.}$$

Επομένως, το Άνω Πέλημα είναι κατηγορία **4**.

- Κατάταξη Κάτω Πέλματος:

$$c = \frac{1}{2} \times (55 \text{ cm} - 2 \text{ cm} - 2 \times \sqrt{2} \times 0,6 \text{ cm}) = 25,650 \text{ cm}$$

$$t = 1 \text{ cm}$$

$$\frac{c}{t} = 25,650 < 9 \times \varepsilon = 9 \times 0,92 = 8,28 \text{ Δεν ισχύει.}$$

$$\frac{c}{t} = 25,650 < 10 \times \varepsilon = 10 \times 0,92 = 9,20 \text{ Δεν ισχύει.}$$

$$\frac{c}{t} = 25,650 < 14 \times \varepsilon = 14 \times 0,92 = 12,88 \text{ Δεν ισχύει.}$$

Επομένως, το Κάτω Πέλημα είναι κατηγορία **4**.

Άρα η διατομή είναι κατηγορίας 4.



## 6) Να υπολογιστεί το κόστος της διατομής.

| Υλικό                                 | Εμβαδό ( $cm^2$ ) | Ποιότητα Υλικού | Ειδικό Βάρος ( $\frac{kgr}{m^3}$ ) | Τιμή Μονάδας                |
|---------------------------------------|-------------------|-----------------|------------------------------------|-----------------------------|
| Σκυρόδεμα                             | 4800              | C30/37          | 2400                               | $56 \frac{\text{€}}{m^3}$   |
| Χάλυβας Οπλισμού (Άνω Στρώση)         | 11,31             | B500C           | 7800                               | $0,55 \frac{\text{€}}{kgr}$ |
| Χάλυβας Οπλισμού (Κάτω Στρώση)        | 11,31             | B500C           | 7800                               | $0,55 \frac{\text{€}}{kgr}$ |
| Δομικός Χάλυβας Άνω Πέλματος          | 75                | S275            | 7800                               | $0,80 \frac{\text{€}}{kgr}$ |
| Δομικός Χάλυβας Κορμού                | 90                | S275            | 7800                               | $0,80 \frac{\text{€}}{kgr}$ |
| Δομικός Χάλυβας Κάτω Πέλματος         | 55                | S275            | 7800                               | $0,80 \frac{\text{€}}{kgr}$ |
| Δομικός Χάλυβας Ενισχυτικού Ελάσματος | 10                | S275            | 7800                               | $0,80 \frac{\text{€}}{kgr}$ |

Υπολογισμός Κόστους:

$$\text{Σκυρόδεμα: } K_c = \frac{A_c - A_{s,1} - A_{s,2}}{10000} \times 56 \frac{\text{€}}{m^3} = 26,753 \frac{\text{€}}{\text{τρέχον μέτρο}}$$

$$\text{Χάλυβας Οπλισμού: } K_s = \frac{A_{s,1} + A_{s,2}}{10000} \times 0,55 \frac{\text{€}}{m^3} \times 7800 \frac{kgr}{m^3} = 9,704 \frac{\text{€}}{\text{τρέχον μέτρο}}$$

$$\text{Δομικός Χάλυβας: } K_a = \frac{A_{AP}}{10000} \times 0,80 \frac{\text{€}}{m^3} \times 7800 \frac{kgr}{m^3} + \frac{A_K}{10000} \times 0,80 \frac{\text{€}}{m^3} \times 7800 \frac{kgr}{m^3} + \frac{A_{KP}}{10000} \times 0,80 \frac{\text{€}}{m^3} \times 7800 \frac{kgr}{m^3} + \frac{A_{EE}}{10000} \times 0,80 \frac{\text{€}}{m^3} \times 7800 \frac{kgr}{m^3} = 143,52 \frac{\text{€}}{\text{τρέχον μέτρο}}$$

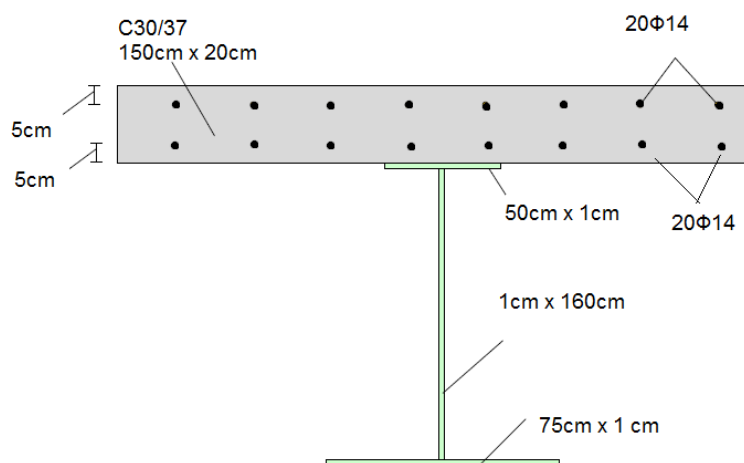
$$\text{Συνολικό κόστος διατομής: } K = 179,977 \frac{\text{€}}{\text{τρέχον μέτρο}}$$

## 5.7 Εφαρμογή 5 (Σύμμεκτη δοκός με συγκολλητή διατομή – αρνητικές ροπές)

### 5.7.1 Επίλυση διατομής βάσης

Δίνεται η διατομή του διπλανού σχήματος η οποία καταπονείται από αξονική δύναμη σχεδιασμού  $N_{sd}=-500$  kN, καμπτική ροπή σχεδιασμού  $M_{sd}=2000$  kNm και τέμνουσα δύναμη σχεδιασμού  $V_{sd}= 600$  kN.

Ζητούνται:



1) Να υπολογιστεί η πλαστική ροπή αντοχής για αρνητικές καμπτικές ροπές.

•Εμβαδά:

$$A_c = 150 \text{ cm} \times 20 \text{ cm} = 3000 \text{ cm}^2$$

$$A_{s,1} = 20 \times \frac{\pi \times (1,4 \text{ cm})^2}{4} = 30,772 \text{ cm}^2$$

$$A_{s,2} = 20 \times \frac{\pi \times (1,4 \text{ cm})^2}{4} = 30,772 \text{ cm}^2$$

$$A_{AII} = 50 \text{ cm} \times 1 \text{ cm} = 50 \text{ cm}^2$$

$$A_K = 1 \text{ cm} \times 160 \text{ cm} = 160 \text{ cm}^2$$

$$A_{KII} = 75 \text{ cm} \times 1 \text{ cm} = 75 \text{ cm}^2$$

• Τάσεις υλικών:

$$f_{cd} = \frac{0,85 \times 3 \frac{kN}{cm^2}}{1,5} = 1,7 \frac{kN}{cm^2}$$

$$f_{sd} = \frac{50 \frac{kN}{cm^2}}{1,15} = 43,48 \frac{kN}{cm^2}$$

$$f_{ad} = \frac{23,5 \frac{kN}{cm^2}}{1} = 23,5 \frac{kN}{cm^2}$$

• Δρώσες δυνάμεις:

1<sup>η</sup> περίπτωση: Έστω ο Ο.Α στην διεπιφάνεια άνω πέλματος-κορμού.

$$Z_{OA} = 21 \text{ cm}$$

$$F_c = 0 \text{ κN}$$

$$F_{s,1} = A_{s,1} \times f_{sd} = 30,772 \text{ cm}^2 \times 43,48 \frac{kN}{cm^2} = 1337,976 \text{ kN}$$

$$F_{s,2} = A_{s,2} \times f_{sd} = 30,772 \text{ cm}^2 \times 43,48 \frac{kN}{cm^2} = 1337,967 \text{ kN}$$

$$F_{A\Pi} = A_{A\Pi} \times f_{ad} = 50 \text{ cm}^2 \times 23,5 \frac{kN}{cm^2} = 1175 \text{ kN}$$

$$F_K = A_K \times (-f_{ad}) = 160 \text{ cm}^2 \times \left(-23,5 \frac{kN}{cm^2}\right) = -3760 \text{ kN}$$

$$F_{K\Pi} = A_{K\Pi} \times (-f_{ad}) = 75 \text{ cm}^2 \times \left(-23,5 \frac{kN}{cm^2}\right) = -1762,500 \text{ kN}$$

$$N = F_c + F_{s,1} + F_{s,2} + F_{A\Pi} + F_K + F_{K\Pi} = 0 \text{ kN} + 1337,976 \text{ kN} + 1337,967 \text{ kN} + 1175 \text{ kN} + (-3760) \text{ kN} + (-1762,500) \text{ kN} = -1671,566 \text{ kN}$$

$$\Delta N = N - N_{sd} = -1671,566 \text{ kN} - (-500) \text{ kN} = -1171,566 \text{ kN}$$

**Απαιτείται μείωση της θλίψης.**

**Μετακίνηση ουδέτερου άξονα προς τα κάτω.**

**Όρια ουδέτερου άξονα: 160 cm.**

Πρέπει  $0 < \Delta z < 160 \text{ cm}$

$$\Delta z = \frac{|\Delta N|}{2 \times f_{ad, A\Pi} \times \Pi_{A\Pi}} = \frac{1171,566 \text{ kN}}{2 \times 23,5 \frac{kN}{cm^2} \times 50 \text{ cm}} = 24,927 \text{ cm} < 160$$

Άρα ο Ο.Α. βρίσκεται στον κορμό.

$$Z'_{OA} = Z_{OA} + \Delta z = 21 \text{ cm} + 24,927 \text{ cm} = 45,927 \text{ cm}$$

• Δρώσες δυνάμεις στην νέα θέση του Ο.Α.

$$Z'_{OA} = 45,927 \text{ cm}$$

$$F_c = 0 \text{ κN}$$

$$F_{s,1} = A_{s,1} \times f_{sd} = 30,772 \text{ cm}^2 \times 43,48 \frac{kN}{cm^2} = 1337,967 \text{ kN}$$

$$F_{s,2} = A_{s,2} \times f_{sd} = 30,772 \text{ cm}^2 \times 43,48 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = 1337,967 \text{ kN}$$

$$F_{A\Pi} = A_{A\Pi} \times f_{ad} = 50 \text{ cm}^2 \times 23,5 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = 1175 \text{ kN}$$

$$F_{K,t} = \Delta z \times \Pi_K \times f_{ad} = 24,927 \text{ cm} \times 1 \text{ cm} \times 23,5 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = 585,780 \text{ kN}$$

$$F_{K,c} = (Y_K - \Delta z) \times \Pi_K \times (-f_{ad}) = (160 - 24,927) \times 1 \text{ cm} \times (-23,5 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}) = -3174,220 \text{ kN}$$

$$F_{K\Pi} = A_{K\Pi} \times (-f_{ad}) = 75 \text{ cm}^2 \times (-23,5 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}) = -1762,500 \text{ kN}$$

$$N = F_c + F_{s,1} + F_{s,2} + F_{A\Pi} + F_{K,t} + F_{K,c} + F_{K\Pi} = 0 \text{ kN} + 1337,957 \text{ kN} + 1337,957 \text{ kN} + 1175 \text{ kN} + 585,780 \text{ kN} + (-3174,220) \text{ kN} + (-1762,500) \text{ kN} = -500,026 \text{ kN}$$

$$\Delta N = N - N_{sd} = -500,026 \text{ kN} - (-500) \text{ kN} \cong 0 \text{ kN}$$

●Στάθμες:

$$Z_C = \frac{Y_c}{2} = \frac{20 \text{ cm}}{2} = 10 \text{ cm}$$

$$Z_{s,1} = 5 \text{ cm}$$

$$Z_{s,2} = 15 \text{ cm}$$

$$Z_{A\Pi} = Y_c + \frac{Y_{A\Pi}}{2} = 20 \text{ cm} + \frac{1}{2} \text{ cm} = 20,5 \text{ cm}$$

$$Z_{K,t} = Y_c + Y_{A\Pi} + \frac{\Delta z}{2} = 20 \text{ cm} + 1 \text{ cm} + \frac{24,927}{2} \text{ cm} = 33,464 \text{ cm}$$

$$Z_{K,c} = Y_c + Y_{A\Pi} + \Delta z + \frac{Y_K - \Delta z}{2} = 20 \text{ cm} + 1 \text{ cm} + 24,927 \text{ cm} + \frac{160 - 24,927}{2} \text{ cm} = 113,464 \text{ cm}$$

$$Z_{K\Pi} = Y_c + Y_{A\Pi} + Y_K + \frac{Y_{K\Pi}}{2} = 20 \text{ cm} + 1 \text{ cm} + 160 \text{ cm} + \frac{1}{2} \text{ cm} = 181,5 \text{ cm}$$

●Ροπές:

$$M_c = 0 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$M_{s,1} = F_{s,1} \times (Z_{s,1} - Z'_{OA}) = 1337,967 \text{ kN} \times (5 \text{ cm} - 45,927 \text{ cm}) = -54785,975 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$M_{s,2} = F_{s,2} \times (Z_{s,2} - Z'_{OA}) = 1337,967 \text{ kN} \times (15 \text{ cm} - 45,927 \text{ cm}) = -41379,305 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$M_{A\Pi} = F_{A\Pi} \times (Z_{A\Pi} - Z'_{OA}) = 1175 \text{ kN} \times (20,5 \text{ cm} - 45,927 \text{ cm}) = -29876,725 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$M_{K,t} = F_{K,t} \times (Z_{K,t} - Z'_{OA}) = 585,780 \text{ kN} \times (33,464 \text{ cm} - 45,927 \text{ cm}) = -7300,576 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$M_{K,c} = F_{K,c} \times (Z_{K,c} - Z'_{OA}) = -3174,220 \text{ kN} \times (113,464 \text{ cm} - 45,927 \text{ cm}) = -214377,296 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$M_{K\Pi} = F_{K\Pi} \times (Z_{K\Pi} - Z'_{OA}) = -1762,500 \text{ kN} \times (181,5 \text{ cm} - 45,927 \text{ cm}) = -238947,412 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$M_{pl,Rd} = -586667,289 \text{ kN} \times \text{cm} = -5866,672 \text{ kN} \times \text{m}$$

$$M_{pl,Rd} < M_{sd}$$

Οπότε η διατομή δεν αντέχει σε πλαστική ανάλυση.

2) Να υπολογιστεί η ελαστική ροπή αντοχής για αρνητικές καμπτικές ροπές.

•Υπολογισμός γεωμετρικών χαρακτηριστικών της ισοδύναμης διατομής.

$$\text{Για } C_{30/37} \rightarrow E_{cm} = 32 \text{ GPa}$$

$$\eta = \frac{E_{\alpha}}{E_{cm}} = \frac{210 \text{ GPa}}{32 \text{ GPa}} = 6,563$$

•Εμβαδά:

$$A_c = 150 \text{ cm} \times 20 \text{ cm} = 3000 \text{ cm}^2$$

$$A_{ce} = \frac{A_c}{\eta} = \frac{3000 \text{ cm}^2}{6,563} = 457,110 \text{ cm}^2$$

$$A_{s,1} = 20 \times \frac{\pi \times (1,4 \text{ cm})^2}{4} = 30,772 \text{ cm}^2$$

$$A_{s,2} = 20 \times \frac{\pi \times (1,4 \text{ cm})^2}{4} = 30,772 \text{ cm}^2$$

$$A_{A\Pi} = 50 \text{ cm} \times 1 \text{ cm} = 50 \text{ cm}^2$$

$$A_K = 1 \text{ cm} \times 160 \text{ cm} = 160 \text{ cm}^2$$

$$A_{K\Pi} = 75 \text{ cm} \times 1 \text{ cm} = 75 \text{ cm}^2$$

$$A_e = A_{ce} + A_{s,1} + A_{s,2} + A_{A\Pi} + A_K + A_{K\Pi} = 803,650 \text{ cm}^2$$

•Στάθμες:

$$Z_c = 0 \text{ cm}$$

$$Z_{s,1} = 5 \text{ cm}$$

$$Z_{s,2} = 15 \text{ cm}$$

$$Z_{A\Pi} = Y_c + \frac{Y_{A\Pi}}{2} = 20 \text{ cm} + \frac{1}{2} \text{ cm} = 20,5 \text{ cm}$$

$$Z_K = Y_c + Y_{A\Pi} + \frac{Y_K}{2} = 20 \text{ cm} + 1 \text{ cm} + \frac{160}{2} \text{ cm} = 101 \text{ cm}$$

$$Z_{K\Pi} = Y_c + Y_{A\Pi} + Y_K + \frac{Y_{K\Pi}}{2} = 20 \text{ cm} + 1 \text{ cm} + 160 \text{ cm} + \frac{1}{2} \text{ cm} = 181,5 \text{ cm}$$

•Κέντρο Βάρους ισοδύναμης διατομής

$$Z_e = \frac{A_{s,1} \times Z_{s,1} + A_{s,2} \times Z_{s,2} + A_{A\Pi} \times Z_{A\Pi} + A_K \times Z_K + A_{K\Pi} \times Z_{K\Pi}}{A_e}$$

$$Z_e = \frac{30,772 \text{ cm}^2 \times 5 \text{ cm} + 30,772 \text{ cm}^2 \times 15 \text{ cm} + 50 \text{ cm}^2 \times 20,5 \text{ cm} + 160 \text{ cm}^2 \times 101 \text{ cm} + 75 \text{ cm}^2 \times 181,5 \text{ cm}}{803,650 \text{ cm}^2}$$

$$Z_e = \frac{31412,940 \text{ cm}^3}{803,650 \text{ cm}^2}$$

$$Z_e = 39,087 \text{ cm}$$

• Ροπή αδράνειας ισοδύναμης διατομής

$$I_{ce} = 0 \text{ cm}^4$$

$$I_{s,1} = I_{s0,1} + A_{s,1} \times (Z_{s,1} - Z_e)^2 = 0 + 30,772 \text{ cm}^2 \times (5 \text{ cm} - 39,087 \text{ cm})^2 = 35761,00 \text{ cm}^4$$

$$I_{s,2} = I_{s0,2} + A_{s,2} \times (Z_{s,2} - Z_e)^2 = 0 + 30,772 \text{ cm}^2 \times (15 \text{ cm} - 39,087 \text{ cm})^2 = 17857,860 \text{ cm}^4$$

$$I_{A\Pi} = \frac{\Pi_{A\Pi} \times Y_{A\Pi}^3}{12} + A_{A\Pi} \times (Z_{A\Pi} - Z_e)^2 = \frac{50 \text{ cm} \times 1^3 \text{ cm}^3}{12} + 50 \text{ cm}^2 \times (20,5 \text{ cm} - 39,087 \text{ cm})^2 = 17283,570 \text{ cm}^4$$

$$I_K = \frac{\Pi_K \times Y_K^3}{12} + A_K \times (Z_K - Z_e)^2 = \frac{1 \text{ cm} \times 160^3 \text{ cm}^3}{12} + 160 \text{ cm}^2 \times (101 \text{ cm} - 39,087 \text{ cm})^2 = 954589,030 \text{ cm}^4$$

$$I_{K\Pi} = \frac{\Pi_{K\Pi} \times Y_{K\Pi}^3}{12} + A_{K\Pi} \times (Z_{K\Pi} - Z_e)^2 = \frac{75 \text{ cm} \times 1^3 \text{ cm}^3}{12} + 75 \text{ cm}^2 \times (181,5 \text{ cm} - 39,087 \text{ cm})^2 = 1521051,860 \text{ cm}^4$$

$$I = I_{ce} + I_{s,1} + I_{s,2} + I_{A\Pi} + I_K + I_{K\Pi} = 2546543,320 \text{ cm}^4$$

• Έλεγχος τάσεων στην διατομή.

A) Ροπές αντίστασης.

$$W_{s,1} = \frac{-I_e}{Z_e - Z_{s,1}} = \frac{-2546543,320 \text{ cm}^4}{39,087 \text{ cm} - 5 \text{ cm}} = -74707,170 \text{ cm}^3$$

$$W_{au} = \frac{I_e}{h_u} \times \eta = \frac{2546543,320 \text{ cm}^4}{142,910 \text{ cm}} = 17819,210 \text{ cm}^3$$

Όπου:

$$h_u = Y_c + Y_{A\Pi} + Y_K + Y_{K\Pi} - Z_e = 20 \text{ cm} + 1 \text{ cm} + 160 \text{ cm} + 1 \text{ cm} - 39,087 \text{ cm} = 142,913 \text{ cm}$$

B) Τάσεις

$$\sigma_{s,1} = \frac{N_{sd}}{A_e} + \frac{M_{sd}}{W_{s,1}} = \frac{-500 \text{ kN}}{803,650 \text{ cm}^2} + \frac{(-200000) \text{ kN} \times \text{cm}}{-74707,170 \text{ cm}^3} = 2,055 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\sigma_{au} = \frac{N_{sd}}{A_e} + \frac{M_{sd}}{W_{au}} = \frac{-500 \text{ kN}}{803,650 \text{ cm}^2} + \frac{(-200000) \text{ kN} \times \text{cm}}{17819,210 \text{ cm}^3} = -11,846 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

- Εύρεση ελαστικής ροπής αντοχής διατομής

Χάλυβας Οπλισμού (Άνω στρώση)

$$-43,478 \frac{kN}{cm^2} = \frac{-500 kN}{803,650 cm^2} + \frac{(-X)}{-74707,170 cm^3}$$

$$\Rightarrow X = -3201638,420 kN \times cm$$

$$\Rightarrow M_{el,s,1} = -32016,384 kN \times cm$$

Χάλυβας Κάτω Πέλματος

$$23,5 \frac{kN}{cm^2} = \frac{-500 kN}{803,650 cm^2} + \frac{(-X)}{17819,210 cm^3}$$

$$\Rightarrow X = -429837,859 kN \times cm$$

$$\Rightarrow M_{el,au} = -4298,378 kN \times cm$$

$$\begin{aligned} \text{Άρα } M_{el,Rd} &= \min(M_{el,s,1}, M_{el,co}) = M_{el,au} = -32016,384 kN \times m \\ |M_{el,Rd}| &> M_{sd} \end{aligned}$$

**Άρα η διατομή μας αντέχει σε ελαστική ανάλυση.**

- 3) Να υπολογιστεί η αντοχή της διατομής σε τέμνουσα αν η διατομή είναι μη εγκιβωτισμένη και δεν περιλαμβάνει ενισχύσεις.**

- Εμβαδόν κορμού

$$A_K = 160 cm^2$$

$$f_{y,K} = 235 MPa = 23,5 \frac{kN}{cm^2}$$

$$V_{pl,\alpha,Rd} = \frac{A_K \times f_{y,K}}{\gamma_M} = \frac{160 cm^2 \times 23,5 \frac{kN}{cm^2}}{1} = 2170,837 kN$$

$$\frac{l_W}{t_W} = \frac{160 cm}{1 cm} = 160 > 72 \times \varepsilon = 72 \times 0,92 = 66,24$$

**Άρα ο κορμός είναι λεπτότοιχος.**

$$\text{Άρα } V_{Rd} = X_W \times V_{pl,\alpha,Rd}$$

$$\lambda_w = \frac{l_W}{84 \times \varepsilon} = \frac{160}{84 \times 1} = 1,905$$

$$\varepsilon = 1$$

$$X_w = \frac{0,83}{\lambda_w} = \frac{0,83}{1,905} = 0,436$$

$$V_{Rd} = 0,436 \times 2170,837 = 945,820 kN > V_{sd} = 600 kN$$

**Άρα η διατομή επαρκεί σε διάτμηση.**

**4) Να γίνει κατάταξη της διατομής.**

- Κατάταξη κορμού:

$$Z'_{OA} = 45,927 \text{ cm}$$

Ο ουδέτερος άξονας βρίσκεται στον κορμό.

Κατάταξη κορμού:

$$c = Y_K - 2 \times \sqrt{2} \times 0,6 \text{ cm} = 160 \text{ cm} - 2 \times \sqrt{2} \times 0,6 \text{ cm} = 158,303 \text{ cm}$$

$$t = 1 \text{ cm}$$

$$\frac{c}{t} = \frac{158,303 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 158,303$$

$$\alpha = \frac{Z_{OA} - Y_c - Y_{AP} - \sqrt{2} \times 0,6 \text{ cm}}{c} = \frac{45,927 \text{ cm} - 20 \text{ cm} - 1 \text{ cm} - \sqrt{2} \times 0,6 \text{ cm}}{158,303 \text{ cm}} = 0,152 < 0,5$$

$$\frac{c}{t} = 158,303 < \frac{36 \times \varepsilon}{\alpha} = \frac{36 \times 0,92}{0,152} = 377,2 \text{ Ισχύει.}$$

Άρα ο κορμός είναι κατηγορία 1.

- Κατάταξη Άνω Πέλματος:

Ο ουδέτερος άξονας βρίσκεται στον κορμό. Το άνω πέλμα βρίσκεται ολόκληρο σε εφελκυσμό οπότε είναι κατηγορία 1.

- Κατάταξη Κάτω Πέλματος:

$$c = \frac{1}{2} \times (75 \text{ cm} - 1 \text{ cm} - 2 \times \sqrt{2} \times 0,6 \text{ cm}) = 36,151 \text{ cm}$$

$$t = 1 \text{ cm}$$

$$\frac{c}{t} = 36,151 < 9 \times \varepsilon = 9 \times 0,92 = 8,28 \text{ Δεν ισχύει.}$$

$$\frac{c}{t} = 36,151 < 10 \times \varepsilon = 10 \times 0,92 = 9,20 \text{ Δεν ισχύει.}$$

$$\frac{c}{t} = 36,151 < 14 \times \varepsilon = 14 \times 0,92 = 12,88 \text{ Δεν ισχύει.}$$

Επομένως το Κάτω Πέλμα είναι κατηγορία 4.

Άρα ολόκληρη η διατομή είναι κατηγορίας 4.



## 5) Να υπολογιστεί το κόστος της διατομής.

| Υλικό                          | Εμβαδό ( $cm^2$ ) | Ποιότητα Υλικού | Ειδικό Βάρος ( $\frac{kg}{m^3}$ ) | Τιμή Μονάδας                |
|--------------------------------|-------------------|-----------------|-----------------------------------|-----------------------------|
| Σκυρόδεμα                      | 3000              | C40/50          | 2400                              | $65 \frac{\text{€}}{m^3}$   |
| Χάλυβας Οπλισμού (Άνω Στρώση)  | 30,772            | B500C           | 7800                              | $0,55 \frac{\text{€}}{m^3}$ |
| Χάλυβας Οπλισμού (Κάτω Στρώση) | 30,772            | B500C           | 7800                              | $0,55 \frac{\text{€}}{m^3}$ |
| Δομικός Χάλυβας Άνω Πέλματος   | 50                | S235            | 7800                              | $0,80 \frac{\text{€}}{m^3}$ |
| Δομικός Χάλυβας Κορμού         | 160               | S235            | 7800                              | $0,80 \frac{\text{€}}{m^3}$ |
| Δομικός Χάλυβας Κάτω Πέλματος  | 75                | S235            | 7800                              | $0,80 \frac{\text{€}}{m^3}$ |

Υπολογισμός Κόστους:

$$\text{Σκυρόδεμα: } K_c = \frac{A_c - A_{s,1} - A_{s,2}}{10000} \times 65 \frac{\text{€}}{m^3} = 19,10 \frac{\text{€}}{\text{τρέχον μέτρο}}$$

$$\text{Χάλυβας Οπλισμού: } K_s = \frac{A_{s,1} + A_{s,2}}{10000} \times 0,55 \frac{\text{€}}{m^3} \times 7800 \frac{kg}{m^3} = 26,40 \frac{\text{€}}{\text{τρέχον μέτρο}}$$

$$\text{Δομικός Χάλυβας: } K_a = \frac{A_{\Delta\text{Π}}}{10000} \times 0,80 \frac{\text{€}}{m^3} \times 7800 \frac{kg}{m^3} + \frac{A_K}{10000} \times 0,80 \frac{\text{€}}{m^3} \times 7800 \frac{kg}{m^3} + \frac{A_{\text{ΚΠ}}}{10000} \times 0,80 \frac{\text{€}}{m^3} \times 7800 \frac{kg}{m^3} = 183,70 \frac{\text{€}}{\text{τρέχον μέτρο}}$$

$$\text{Συνολικό κόστος διατομής: } K = 229,20 \frac{\text{€}}{\text{τρέχον μέτρο}}$$

### 5.7.2 Επίλυση με χρήση PSO

Έχοντας λοιπόν ως βάση τη διατομή του παραπάνω παραδείγματος συνεχίζουμε στην διαδικασία της επίλυσης με τον αλγόριθμο σμήνους σωματιδίων(PSO). Για την εύρεση της βέλτιστης διατομής (βάση κόστους), με σαφή τα όρια ασφαλείας που για την συνέχιση της διαδικασίας τα ορίζουμε εμείς και βρίσκονται στην κατηγορία των περιορισμών, τα αποτελέσματα της διαδικασίας ακολουθούν. Πρώτα όμως στη συγκεκριμένη επίλυση ως δεδομένα επεξεργασίας θεωρήθηκαν τα:

- Ύψος πλάκας σκυροδέματος ( 15 – 30 cm)
- Ύψος του κορμού ( 130 – 180 cm)
- Πάχος του κορμού ( 0,5 – 2,5 cm)
- Πλάτος κάτω πέλματος (40 – 90 cm)
- Πλάτος άνω πέλματος (25 – 80 cm)

και ως περιορισμοί οι:

Πλαστική ροπή  $M_{pl} \geq 2500 \text{ KNm}$

Ελαστική ροπή  $M_{el} \geq 2000 \text{ KNm}$

Τέμνουσα  $V_{pl} \geq 600 \text{ KN}$

Η επίλυση αποτυπωμένη.

#### Δεδομένα:

Διατομή σκυροδέματος: 150 x **18** (cm)

Ποιότητα σκυροδέματος: C30/37

Χάλυβας οπλισμού (Άνω Στρώση) : 20Ø14

Απόσταση χάλυβα οπλισμού από την άνω ίνα του σκυροδέματος: 5cm

Ποιότητα χάλυβα οπλισμού: B500c

Χάλυβας οπλισμού (Κάτω Στρώση) : 20Ø14

Απόσταση χάλυβα οπλισμού από την άνω ίνα του σκυροδέματος: 15cm

Ποιότητα χάλυβα οπλισμού: B500c

Διαστάσεις άνω πέλματος: **50** x 1 cm

Ποιότητα δομικού χάλυβα άνω πέλματος: S235

Διαστάσεις κορμού: **150** x **1** cm

Ποιότητα δομικού χάλυβα κορμού: S235

Διαστάσεις κάτω πέλματος: **65** x 0,8 cm

Ποιότητα δομικού χάλυβα κάτω πέλματος: S235

Έχοντας ως τιμή σκυροδέματος (C30/37): 65 €/m<sup>3</sup>  
 τιμή χάλυβα οπλισμού (B500c) : 0,55 €/kg  
 και τιμή δομικού χάλυβα (S275): 0,80 €/kg και 0,90 €/kg

Το κόστος ανέρχεται στο ποσό των: **170,972 €/ τρέχον μέτρο**

Όπως ήταν φυσικό η επίλυση κυμάνθηκε μες το εύρος των ορίων που του δώσαμε και τα αποτελέσματα μετά την επίλυση μας επιβεβαιώνει για την χρήση του Αλγορίθμου Σμήνους Σωματιδίων( PSO) στην αναζήτηση της βέλτιστης λύσης. Η επίλυση με τα νέα δεδομένα χαρακτηρίζεται από τα επόμενα αποτελέσματα.

**Αποτελέσματα της επίλυσης είναι:**

Αντοχή σε πλαστική ανάλυση:  $M_{pl} = -2669,701 \text{ KNm}$

ελαστική ανάλυση:  $M_{el} = 2000,011 \text{ KNm}$

και τέμνουσα:  $V_{rd} = 393,676 \text{ KN}$

Η διαφορά του κόστους με τη διατομή βάσης μετά το πέρας της επίλυσης ανέρχεται στο ποσό των **58,228 €/τρέχον μέτρο**, και αυτό ισχύει μόνο για τα υλικά της διατομής.

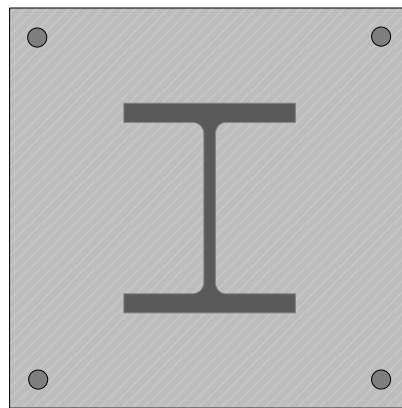
**Συμπεράσματα:** Φαίνεται πως ο κρίσιμος περιορισμός είναι η ελαστική αντοχή.

## 5.8 Εφαρμογή 6 (Σύμμικτο υποστήλωμα)

### 5.8.1 Επίλυση διατομής βάσης

Δίνεται το παρακάτω σύμμικτο υποστήλωμα με εγκιβωτισμένη πρότυπη διατομή και διάταξη ράβδων οπλισμού όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Η διατομή καταπονείται από αξονική δύναμη σχεδιασμού  $N_{sd} = -600$  kN, καμπτική ροπή σχεδιασμού  $M_{sd} = 300$  kNm.

Ζητούνται:



1) Να υπολογιστεί η πλαστική ροπή αντοχής για τον ισχυρό άξονα της διατομής.

•Εμβαδά:

$$A_{\alpha} = 92.05 \text{ cm}^2$$

$$A'_{\alpha} = 2t_f \times b + (h - 2t_f) \times t_w = 2 \times 1,6 \text{ cm} \times 22 \text{ cm} + (22 \text{ cm} - 2 \times 1,6 \text{ cm}) \times 0,95 \text{ cm} = 70,4 \text{ cm}^2 + 17,86 \text{ cm}^2 = 88,26 \text{ cm}^2$$

$$A_{s1} = 2 \cdot \frac{\pi \cdot 1,8^2}{4} = 2 \times 2,545 \text{ cm}^2 = 5,089 \text{ cm}^2$$

$$A_{s2} = 2 \cdot \frac{\pi \cdot 1,8^2}{4} = 2 \times 2,545 \text{ cm}^2 = 5,089 \text{ cm}^2$$

$$A_c = 50 \text{ cm} \times 50 \text{ cm} - A'_{\alpha} - A_{s1} - A_{s2} = 2500 \text{ cm}^2 - 88,26 \text{ cm}^2 - 5,089 \text{ cm}^2 - 5,089 \text{ cm}^2 = 2401,562 \text{ cm}^2$$

- Τάσεις υλικών:

$$f_{cd} = \frac{0,85 \times 2,5 \frac{kN}{cm^2}}{1,5} = 1,42 \frac{kN}{cm^2}$$

$$f_{sd} = \frac{50 \frac{kN}{cm^2}}{1,15} = 43,48 \frac{kN}{cm^2}$$

$$f_{ad} = \frac{23,5 \frac{kN}{cm^2}}{1} = 23,5 \frac{kN}{cm^2}$$

- Υπολογισμός θλιπτικής αντοχής διατομής:

$$\begin{aligned} N_{plRd} &= A_c \cdot f_{cd} + A'_a \cdot f_{ad} + A_{s,1} \cdot f_{sd} + A_{s,2} \cdot f_{sd} = 2401,562 \text{ cm}^2 \times 1,42 \frac{kN}{cm^2} + \\ &88,26 \text{ cm}^2 \times 23,5 \frac{kN}{cm^2} + 5,089 \text{ cm}^2 \times 43,48 \frac{kN}{cm^2} + 5,089 \text{ cm}^2 \times 43,48 \frac{kN}{cm^2} = \\ &3410,218 \text{ kN} + 2074,11 \text{ kN} + 221,270 \text{ kN} + 221,270 \text{ kN} = 5926,838 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$N_{plRd} = 5926,838 \text{ kN} > N_{sd} = -600 \text{ kN}$$

η διατομή επαρκεί σε θλιπτική καταπόνηση  $N_{sd}$

- Έλεγχος εάν η διατομή θεωρείται σύμμικτη

$$\delta = \frac{N_{paRd}}{N_{plRd}} = \frac{A'_a \times f_{y,a}}{N_{plRd}} = \frac{88,26 \text{ cm}^2 \times 23,5 \frac{kN}{cm^2}}{5926,838 \text{ kN}} = \frac{2074,110 \text{ kN}}{5926,838 \text{ kN}} = 0,359$$

$0,2 < \delta < 0,9$  η διατομή είναι σύμμικτη

- Εύρεση πλαστικής ροπής αντοχής στον ισχυρό άξονα:

Δοκιμή 1: Ουδέτερος άξονας στην διεπιφάνεια χάλυβα – σκυροδέματος.

$$F_c = \left( \frac{Y_c - h}{2} \times \Pi_c - A_s \right) \times f_{cd} = \left( \frac{50 \text{ cm} - 22 \text{ cm}}{2} \times 50 \text{ cm} - 5,089 \text{ cm}^2 \right) \times \left( -1,42 \frac{kN}{cm^2} \right) = -986,77 \text{ kN}$$

$$F_{s1} = A_{s1} \times (-f_{sd}) = 5,089 \text{ cm}^2 \times \left(-43,48 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}\right) = -221,269 \text{ kN}$$

$$F_{s2} = A_{s2} \cdot f_{sd} = 5,089 \text{ cm}^2 \times 43,48 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = 221,269 \text{ kN}$$

$$F_a = A'_a \cdot f_{ad} = 88,26 \text{ cm}^2 \times 23,5 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = 2074,11 \text{ kN}$$

$$\Sigma F = F_c + F_{s1} + F_{s2} + F_a = (-986,77 \text{ kN}) + (-221,269 \text{ kN}) + 221,269 \text{ kN} + 2074,11 \text{ kN} = 1087,340 \text{ kN}$$

$$\Delta N = \Sigma F - N_{sd} = 1087,340 \text{ kN} - (-600) \text{ kN} = 1687,340 \text{ kN}$$

**Απαιτείται αύξηση της θλίψης.**

**Μετακίνηση ουδέτερου άξονα προς τα κάτω.**

2<sup>η</sup> περίπτωση: Έστω ο Ο.Α. βρίσκεται στο άνω πέλμα.

Πρέπει  $0 < \Delta z < 1,6 \text{ cm}$

$$\Delta z = \frac{\Delta N}{2 \times b \times f_{ad} + (\Pi_c - b) \times f_{cd}} = \frac{1687,340 \text{ kN}}{2 \times 22 \text{ cm} \times 23,5 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} + (50 \text{ cm} - 22 \text{ cm}) \times 1,42 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}} = 1,571 \text{ cm} < 1,6 \text{ cm}$$

Άρα ο Ο.Α. βρίσκεται στο άνω πέλμα

$$Z'_{OA} = \frac{Y_c - h}{2} + \Delta z = \frac{50 \text{ cm} - 22 \text{ cm}}{2} \text{ cm} + 1,571 \text{ cm} = 15,571 \text{ cm}$$

• Δρώσες δυνάμεις στην νέα θέση του Ο.Α.

$$F_c = (\Pi_c \times z_{O.A.} - A_{s1} - \Delta z \times b) \cdot f_{cd} = (50 \text{ cm} \times 15,571 \text{ cm} - 5,089 \text{ cm}^2 - 1,571 \text{ cm} \times 22 \text{ cm}) \times \left(-1,42 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}\right) = -1049,268 \text{ kN}$$

$$F_{s1} = A_{s1} \times (-f_{sd}) = 5,089 \text{ cm}^2 \times \left(-43,48 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}\right) = -221,269 \text{ kN}$$

$$F_{s2} = A_{s2} \cdot f_{sd} = 5,089 \text{ cm}^2 \times 43,48 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = 221,269 \text{ kN}$$

$$F_{A\Pi(c)} = \Delta z \times b \times (f_{ad}) = 1,571 \text{ cm} \times 22 \text{ cm} \times \left(-23,5 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}\right) = -812,207 \text{ kN}$$

$$F_{A\Pi(t)} = (t_f - \Delta z) \times b \times f_{ad} = (1,6 \text{ cm} - 1,571 \text{ cm}) \times 22 \text{ cm} \times 23,5 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = 14,993 \text{ kN}$$

$$F_K = (h - 2t_f) \cdot t_w \cdot f_{ad} = (22 \text{ cm} - 2 \times 1,6 \text{ cm}) \times 0,95 \text{ cm} \times 23,5 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = 419,71 \text{ kN}$$

$$F_{K\Pi} = b \cdot t_f \cdot f_{ad} = 22 \text{ cm} \times 1,6 \text{ cm} \times 23,5 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = 827,29 \text{ kN}$$

$$\Sigma F = F_c + F_{s1} + F_{s2} + F_{A\Pi(c)} + F_{A\Pi(t)} + F_K + F_{K\Pi} = (-1049,268 \text{ kN}) + (-221,269 \text{ kN}) + 221,269 \text{ kN} + (-812,207 \text{ kN}) + 14,993 \text{ kN} + 827,200 \text{ kN} + 827,290 \text{ kN} = -599,572 \text{ kN}$$

$$\Delta N = \Sigma F - N_{sd} = -599,844 - (-600) \text{ kN} \cong 0 \text{ kN}$$

• Στάθμες δρυσών δυνάμεων:

$$Z_c = \frac{Z_{OAI}}{2} = \frac{15,571 \text{ cm}}{2} = 7,785 \text{ cm}$$

$$Z_{s,1} = 5 \text{ cm}$$

$$Z_{s,2} = 45 \text{ cm}$$

$$Z_{A\Pi,c} = \frac{Y_c - h}{2} + \frac{\Delta Z}{2} = \frac{50 \text{ cm} - 22 \text{ cm}}{2} + \frac{1,571 \text{ cm}}{2} = 14,786 \text{ cm}$$

$$Z_{A\Pi,t} = \frac{Y_c - h}{2} + \Delta Z + \frac{t_f - \Delta Z}{2} = \frac{50 \text{ cm} - 22 \text{ cm}}{2} + 1,571 \text{ cm} + \frac{1,6 \text{ cm} - 1,571 \text{ cm}}{2} = 15,586 \text{ cm}$$

$$Z_K = \frac{Y_c - h}{2} + \frac{\Delta Z}{2} = \frac{50 \text{ cm} - 22 \text{ cm}}{2} + \frac{22 \text{ cm}}{2} = 25,00 \text{ cm}$$

$$Z_{K\Pi} = \frac{Y_c - h}{2} + Y_c - \frac{t_f}{2} = \frac{50 \text{ cm} - 22 \text{ cm}}{2} + 22 \text{ cm} - \frac{1,6 \text{ cm}}{2} = 35,20 \text{ cm}$$

• Ροπές επιμέρους δυνάμεων:

$$M_c = F_c \times (Z_c - Z'_{o\Gamma}) = -1049,268 \text{ kN} \times (7,785 \text{ cm} - 15,571 \text{ cm}) = 8169,600 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$M_{s,1} = F_{s,1} \times (Z_{s,1} - Z'_{o\Gamma}) = -221,269 \text{ kN} \times (5 \text{ cm} - 15,571 \text{ cm}) = 2335,959 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$M_{s,2} = F_{s,2} \times (Z_{s,2} - Z'_{o\Gamma}) = 221,269 \text{ kN} \times (45 \text{ cm} - 15,571 \text{ cm}) = 6511,725 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$M_{A\Pi,c} = F_{A\Pi,c} \times (Z_{A\Pi,c} - Z'_{o\Gamma}) = -812,207 \text{ kN} \times (14,786 \text{ cm} - 15,571 \text{ cm}) = 637,582 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$M_{A\Pi,t} = F_{A\Pi,t} \times (Z_{A\Pi,t} - Z'_{o\Gamma}) = 14,993 \text{ kN} \times (15,586 \text{ cm} - 15,571 \text{ cm}) = 0,225 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$M_K = F_K \times (Z_K - Z'_{o\Gamma}) = 419,71 \text{ kN} \times (25 \text{ cm} - 15,571 \text{ cm}) = 3957,446 \text{ kN} \times \text{cm}$$

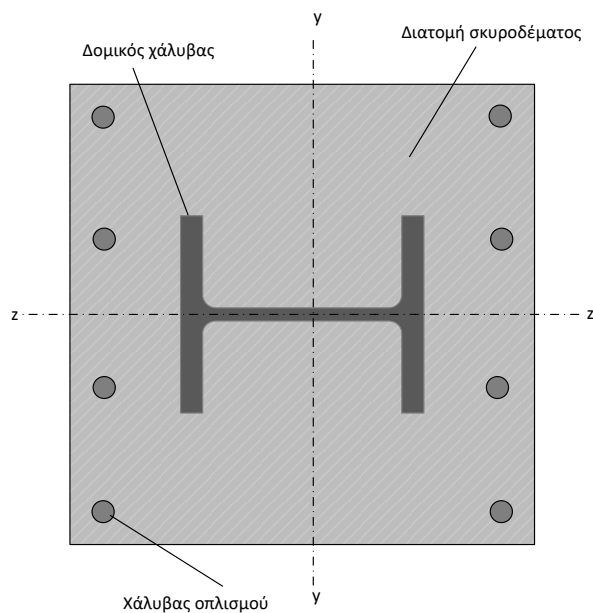
$$M_{K\Pi} = F_{K\Pi} \times (Z_{K\Pi} - Z'_{o\Gamma}) = 827,20 \text{ kN} \times (35,20 \text{ cm} - 15,571 \text{ cm}) = 16237,109 \text{ kN} \times \text{cm}$$

$$M_{pl,Rd} = 37849,646 \text{ kN} \times \text{cm} = 378,496 \text{ kN} \times \text{m}$$

$$M_{pl,Rd} > M_{sd}$$

Οπότε η διατομή αντέχει σε πλαστική ανάλυση.

## 2) Εύρεση θλιπτικής αντοχής διατομής



$$N_{pl,Rd} = A_{s1} \times f_{sd1} + A_{s2} \times f_{sd2} + A_a \times f_{ad} = 5,089 \times 43,42 + 5,089 \times 43,48 + 92,05 \times 23,5 = 2605,714 \text{ KN}$$

$$N_{pl,Rd} > N_{sd}$$

Επομένως η διατομή αντέχει στην επιβολή της συγκεκριμένης αξονικής δύναμης  $N_{sd}$ .

## 3) Να υπολογιστεί η πλαστική ροπή αντοχής για τον ασθενή άξονα της διατομής.

- Εύρεση πλαστικής ροπής αντοχής στον ισχυρό άξονα:

Δοκιμή 1: Ουδέτερος άξονας στην διεπιφάνεια χάλυβα – σκυροδέματος.



$$F_c = \left( \frac{\gamma_c - h}{2} \times \Pi_c - A_s \right) \times f_{cd} = \left( \frac{50 \text{ cm} - 22 \text{ cm}}{2} \times 50 \text{ cm} - 5,089 \text{ cm}^2 \right) \times \left( -1,42 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \right) = -986,77 \text{ kN}$$

$$F_{s1} = A_{s1} \times (-f_{sd}) = 5,089 \text{ cm}^2 \times \left( -43,48 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \right) = -221,269 \text{ kN}$$

$$F_{s2} = A_{s2} \cdot f_{sd} = 5,089 \text{ cm}^2 \times 43,48 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = 221,269 \text{ kN}$$

$$F_a = A'_a \cdot f_{ad} = 88,26 \text{ cm}^2 \times 23,5 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = 2074,11 \text{ kN}$$

$$\Sigma F = F_c + F_{s1} + F_{s2} + F_a = (-986,77 \text{ kN}) + (-221,269 \text{ kN}) + 221,269 \text{ kN} + 2074,11 \text{ kN} = 1087,340 \text{ kN}$$

$$\Delta N = \Sigma F - N_{sd} = 1087,340 \text{ kN} - (-600) \text{ kN} = 1687,340 \text{ kN}$$

**Απαιτείται αύξηση της θλίψης.**

**Μετακίνηση ουδέτερου άξονα προς τα κάτω.**

2<sup>η</sup> περίπτωση: Έστω ο Ο.Α. βρίσκεται στο άνω πέλαμα.

Πρέπει  $0 < \Delta z < 1,6 \text{ cm}$

$$\Delta z = \frac{\Delta N}{4 \times \Pi \alpha \times \Pi \varepsilon \lambda \times f_{ad} + (\Pi_c - 2) \times f_{ad}} = \frac{1687,337 \text{ kN}}{4 \times 1,6 \text{ cm} \times 23,5 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} + (50 \text{ cm} - 2 \text{ cm}) \times 1,42 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}} = 7,78 \text{ cm} < 1,6 \text{ cm}$$

Άρα ο Ο.Α. βρίσκεται στο τμήμα των πελμάτων.

$$Z'_{OA} = \frac{\gamma_c - h}{2} + \Delta z = \frac{50 \text{ cm} - 22 \text{ cm}}{2} \text{ cm} + 7,78 \text{ cm} = 21,78 \text{ cm}$$

• Δρώσες δυνάμεις στην νέα θέση του Ο.Α.

$$F'_c = F_c - \left( \Delta z \times \Pi_c - 2 \times \frac{t_f}{10} \times \Delta z \right) \cdot f_{cd} = (50 \text{ cm} \times 15,571 \text{ cm} - 5,089 \text{ cm}^2 - 1,571 \text{ cm} \times 22 \text{ cm}) \times \left( -1,42 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \right) = -1501,400 \text{ kN}$$

$$F_{s1} = A_{s1} \times (-f_{sd}) = 5,089 \text{ cm}^2 \times \left( -43,48 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \right) = -221,269 \text{ kN}$$

$$F_{s2} = A_{s2} \cdot f_{sd} = 5,089 \text{ cm}^2 \times 43,48 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = 221,269 \text{ kN}$$

$$F_{A\Pi(c)} = \Delta z \times t_f \times 2 \times (-f_{ad}) = 7,78 \text{ cm} \times 1,6 \text{ cm} \times 2 \times \left( -23,5 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \right) = -585,056 \text{ kN}$$

$$F_{A\Pi(t)} = \left( \frac{b}{10} - \Delta_Z \right) \times \frac{t_w}{10} \times 2 \times f_{ad} = (22\text{cm} - 7,797\text{cm}) \times 0,95\text{cm} \times 2 \times 43,478\text{k} \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = 1068,28\text{ kN}$$

$$F_K = \left( \frac{h}{10} - 2 \frac{t_f}{10} \right) \cdot t_w \cdot f_{ad} = (22\text{ cm} - 2 \times 1,6\text{ cm}) \times 0,95\text{ cm} \times 23,5 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = 419,645\text{ kN}$$

$$F_{K\Pi} = b \cdot t_f \cdot f_{ad} = 22\text{ cm} \times 1,6\text{ cm} \times 23,5 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = 413,645\text{ kN}$$

$$\Sigma F = F_c + F_{s1} + F_{s2} + F_{A\Pi(c)_a} + F_{A\Pi(t)} + F_{K\Pi} = (-1501,400\text{ kN}) + (-221,269\text{ kN}) + 221,269\text{ kN} + (-585,056\text{ kN}) + 1068,28\text{ kN} + 419,645\text{ kN} = -600,0\text{ kN}$$

$$\Delta N = \Sigma F - N_{sd} = -600\text{ kN} - (-600)\text{ kN} = 0\text{ kN}$$

• Στάθμες δρώσων δυνάμεων:

$$Z_c = \frac{Z_{OI}}{2} = \frac{21,797\text{ cm}}{2} = 10,899\text{ cm}$$

$$Z_{s,1} = 5\text{ cm}$$

$$Z_{s,2} = 45\text{ cm}$$

$$Z_{A\Pi,c} = \frac{Y_c - h}{2} + \frac{\Delta_Z}{2} = \frac{50\text{ cm} - 22\text{ cm}}{2} + \frac{7,797\text{ cm}}{2} = 17,899\text{ cm}$$

$$Z_{A\Pi,t} = \frac{Y_c - h}{2} + \Delta_Z + \frac{t_f - \Delta_Z}{2} = \frac{50\text{ cm} - 22\text{ cm}}{2} + 7,797\text{ cm} + \frac{1,6\text{ cm} - 7,797\text{ cm}}{2} = 28,899\text{ cm}$$

$$Z_K = \frac{Y_c - h}{2} + \frac{\Delta_Z}{2} = \frac{50\text{ cm} - 22\text{ cm}}{2} + \frac{7,797\text{ cm}}{2} = 25,00\text{ cm}$$

• Ροπές επιμέρους δυνάμεων:

$$M_c = F_c \times (Z_c - Z'_{OG}) = -1501,400\text{ kN} \times (10,899\text{ cm} - 21,797\text{ cm}) = 163,633\text{ kN} \times \text{cm}$$

$$M_{s,1} = F_{s,1} \times (Z_{s,1} - Z'_{OG}) = -221,269\text{ kN} \times (5\text{ cm} - 21,797\text{ cm}) = 37,168\text{ kN} \times \text{cm}$$

$$M_{s,2} = F_{s,2} \times (Z_{s,2} - Z'_{OG}) = 221,269\text{ kN} \times (45\text{ cm} - 21,797\text{ cm}) = 51,343\text{ kN} \times \text{cm}$$

$$M_{A\Pi,c} = F_{A\Pi,c} \times (Z_{A\Pi,c} - Z'_{OG}) = -585,056\text{ kN} \times (17,899\text{ cm} - 21,797\text{ cm}) = 22,859\text{ kN} \times \text{cm}$$

$$M_{A\Pi,t} = F_{A\Pi,t} \times (Z_{A\Pi,t} - Z'_{OG}) = 1068,28\text{ kN} \times (28,899\text{ cm} - 21,797\text{ cm}) = 75,847\text{ kN} \times \text{cm}$$

$$M_K = F_K \times (Z_K - Z'_{OG}) = 419,645\text{ kN} \times (25\text{ cm} - 21,797\text{ cm}) = 13,442\text{ kN} \times \text{cm}$$

$$M_{pl,Rd} = 37849,646\text{ kN} \times \text{cm} = 364,442\text{ kN} \times \text{m}$$

$$M_{pl,Rd} > M_{sd}$$

**Οπότε η διατομή αντέχει σε πλαστική ανάλυση.**

#### 4) Εύρεση θλιπτικής αντοχής διατομής

$$N_{plRd} = A_c \times f_{cd} + A_{s1} \times f_{sd1} + A_{s2} \times f_{sd2} + A_a \times f_{ad} = 2401,561 \text{ cm} \times 1,417 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} + 5,089 \text{ cm} \times 43,478 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} + 5,089 \text{ cm} \times 43,478 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} + 92,046 \text{ cm} \times 23,5 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = 6007,838 \text{ KN}$$

$$N_{plRd} > N_{sd}$$

Επομένως η διατομή αντέχει στην επιβολή της συγκεκριμένης αξονικής δύναμης  $N_{sd}$ .

#### 5) Να γίνει κατάταξη της διατομής.

$$Z'_{OA} = 15,574 \text{ cm}$$

Ο ουδέτερος άξονας βρίσκεται στο άνω πέλμα.

Κατάταξη κορμού:

Ολόκληρος ο κορμός βρίσκεται σε εφελκυσμό.

Άρα ο κορμός είναι κατηγορίας **1**.

Κατάταξη άνω πέλματος :

$$c = \frac{1}{2} \times (60 \text{ cm} - 2,5 \text{ cm} - 2 \times \sqrt{2} \times 0,6 \text{ cm}) = 8,35 \text{ cm}$$

$$t = 1,6 \text{ cm}$$

$$\frac{c}{t} = 5,22 < 9 \times \varepsilon = 9 \times 0,92 = 8,28 \text{ Ισχύει.}$$

$$\frac{c}{t} = 5,22 < 10 \times \varepsilon = 10 \times 0,92 = 9,20 \text{ Δεν ισχύει.}$$

$$\frac{c}{t} = 5,22 < 14 \times \varepsilon = 14 \times 0,92 = 12,88 \text{ Δεν ισχύει.}$$

Άρα το άνω πέλμα είναι κατηγορίας **1**

Κατάταξη κάτω πέλματος:

Ολόκληρο το κάτω πέλμα βρίσκεται σε εφελκυσμό.

Άρα το κάτω πέλμα είναι κατηγορίας **1**.

Άρα ολόκληρη η διατομή είναι κατηγορίας 1.

**6) Να υπολογιστεί το κόστος της διατομής.**

| Υλικό                         | Εμβαδό ( $cm^2$ ) | Ποιότητα Υλικού    | Ειδικό Βάρος ( $\frac{kg}{m^3}$ ) | Τιμή Μονάδας               |
|-------------------------------|-------------------|--------------------|-----------------------------------|----------------------------|
| Σκυρόδεμα                     | 2401,56           | C <sub>25/30</sub> | 2400                              | $53 \frac{\text{€}}{m^3}$  |
| Χάλυβας Οπλισμού Σκυροδέματος | 5,09              | B500C              | 7800                              | $0,55 \frac{\text{€}}{kg}$ |
| Δομικός Χάλυβας               | 88,26             | B500C              | 7800                              | $0,70 \frac{\text{€}}{kg}$ |

Υπολογισμός Κόστους:

$$\text{Σκυρόδεμα: } K_c = \frac{A_c - A_{s,1} - A_{s,2}}{10000} \times 53 \frac{\text{€}}{m^3} = 12,67 \frac{\text{€}}{\text{τρέχον μέτρο}}$$

$$\text{Χάλυβας Οπλισμού: } K_s = \frac{A_{s,1} + A_{s,2}}{10000} \times 0,55 \frac{\text{€}}{m^3} \times 7800 \frac{kg}{m^3} = 4,37 \frac{\text{€}}{\text{τρέχον μέτρο}}$$

$$\text{Δομικός Χάλυβας: } K_a = \frac{A_{\Delta\Gamma}}{10000} \times 0,70 \frac{\text{€}}{m^3} \times 7800 \frac{kg}{m^3} = 50,26 \frac{\text{€}}{\text{τρέχον μέτρο}}$$

$$\text{Συνολικό κόστος διατομής: } K = 67,30 \frac{\text{€}}{\text{τρέχον μέτρο}}$$

### 5.8.2 Επίλυση με χρήση PSO

Έχοντας λοιπόν ως βάση τη διατομή του παραπάνω παραδείγματος συνεχίζουμε στην διαδικασία της επίλυσης με τον αλγόριθμο σμήνους σωματιδίων(PSO). Για την εύρεση της βέλτιστης διατομής (βάση κόστους), με σαφή τα όρια ασφαλείας που για την συνέχιση της διαδικασίας τα ορίζουμε εμείς και βρίσκονται στην κατηγορία των περιορισμών, τα αποτελέσματα της διαδικασίας ακολουθούν. Πρώτα όμως στη συγκεκριμένη επίλυση ως δεδομένα επεξεργασίας θεωρήθηκαν τα:

- Πλήθος βεργών χάλυβα σπλισμού ( 2 – 25)
- Διατομή βεργών χάλυβα σπλισμού (  $\varnothing 12 - \varnothing 20$ )
- Ελατή διατομή (I 80 – HE-AA 1000)
- Ποιότητα δομικού χάλυβα (S235 – S355)

και ως περιορισμός ο:

Θλιπτική αντοχή:  $N_{pl}, R_d \geq 6007,838 \text{ KN}$

Η επίλυση για τον ισχυρό άξονα:

#### Δεδομένα:

Διατομή σκυροδέματος: 50 x 50 (cm)

Ποιότητα σκυροδέματος: C25/30

Διατομή χάλυβα: IPE 80 a

Ποιότητα δομικού χάλυβα: S235

Διαμήκεις ράβδοι: 23 $\varnothing$ 12 (πάνω και κάτω)

Ποιότητα χάλυβα σπλισμού: B500C

Από τον αντίστοιχο πίνακα με τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά των διατομών IPE, για την διατομή IPE 80 a έχουμε:

Ύψος διατομής: 7,8 cm

Πλάτος πέλματος: 4,6 cm

Πάχος πέλματος: 0,42 cm

Πάχος κορμού: 3,3 cm

Εμβαδόν διατομής: 6,38 cm<sup>2</sup>

Η διατομή καταπονείται από αξονική δύναμη  $N_{sd} = -600 \text{ KN}$ , αξονική ροπή  $M_{sd} = 300 \text{ KNm}$

|  |                     |
|--|---------------------|
| Έχοντας ως τιμή σκυροδέματος (C25/30): | 53 €/m <sup>3</sup> |
| τιμή χάλυβα σπλισμού (B500c) :         | 0,55 €/kg           |
| και τιμή δομικού χάλυβα (S235):        | 0,70 €/kg           |

Το κόστος ανέρχεται στο ποσό των: **67,30 €/ τρέχον μέτρο**

Όπως ήταν φυσικό η επίλυση κυμάνθηκε μες το εύρος των ορίων που του δώσαμε και τα αποτελέσματα μετά την επίλυση μας επιβεβαιώνει για την χρήση του Αλγορίθμου Σμήνους Σωματιδίων( PSO) στην αναζήτηση της βέλτιστης λύσης. Η επίλυση με τα νέα δεδομένα χαρακτηρίζεται από τα επόμενα αποτελέσματα.

**Αποτελέσματα της επίλυσης είναι:**

Θλιπτική αντοχή:  $N_{pl,Rd} = 6874,53 \text{ KN}$

Εφελκυστική αντοχή:  $N_{pl,Rd} = 3464,31 \text{ KN}$

Αντοχή σε πλαστική ανάλυση:  $M_{pl} = 315,43 \text{ KNm}$

Αντοχή σε θλίψη:  $N_{plRd} = 3873,043 \text{ kNm}$

Η διαφορά του κόστους με τη διατομή βάσης μετά το πέρας της επίλυσης ανέρχεται στο ποσό των **48,71 €/τρέχον μέτρο**, και αυτό ισχύει μόνο για τα υλικά της διατομής.







# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

## ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ



## 6.1 Συμπεράσματα από την εκπόνηση της εργασίας

- Τις τελευταίες δεκαετίες η χρήση σύμμικτων κατασκευών είναι πολύ διαδεδομένη στις προηγμένες χώρες του κόσμου. Βάσει των λειτουργικών και οικονομικών πλεονεκτημάτων τους αποτελούν την πλέον συνήθη δομική λύση.
- Η χρήση των εξελεγκτικών αλγορίθμων στην μελέτη των σύμμικτων κατασκευών μας δίνει την δυνατότητα να λάβουμε τα βέλτιστα αποτελέσματα ώστε να εκμεταλλευτούμε στο μέγιστο βαθμό τις ιδιότητες τους.
- Συγκεκριμένα μέσα από τις εφαρμογές της παρούσας εργασίας διαπιστώθηκε ότι η χρήση του αλγορίθμου Σμήνους Σωματιδίων δίνει ικανοποιητικά αποτελέσματα. Η διαμόρφωση των διαστάσεων και των ιδιοτήτων των μελών οδηγεί στο ελάχιστο δυνατό κόστος χωρίς να παρέμβει στην λειτουργικότητα και την ασφάλεια της κατασκευής.
- Τέλος μέσα από την ταυτόχρονη επίλυση του παραδείγματος με χρήση αλγορίθμου Σμήνους Σωματιδίων και Γενετικών αλγορίθμων παρατηρήσαμε ότι στην πρώτη περίπτωση λάβαμε καλύτερα αποτελέσματα.



# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7

## ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΗ ΕΡΕΥΝΑ



## 7.1 Παρουσίαση προτάσεων για μελλοντική έρευνα

Στην παρούσα εργασία ασχοληθήκαμε με την μελέτη των σύμμικτων δοκών και την βελτιστοποίηση τους με χρήση μεθευρετικών αλγορίθμων. Τόσο το θεωρητικό όσο και το υπολογιστικό μέρος της μπορούν να αποτελέσουν την βάση για περαιτέρω ανάλυση και έρευνα στον τομέα των σύμμικτων κατασκευών. Οι προτάσεις μας για μελλοντική έρευνα είναι οι ακόλουθες:

- Να γίνει μελέτη και ανάλυση με εφαρμογές ( και με χρήση μεθευρετικών αλγορίθμων) σε σύμμικτες πλάκες και υποστυλώματα
- Να συμπεριληφθούν στην επίλυση με μεθευρετικούς αλγόριθμους οι διατμητικοί σύνδεσμοι (ήλοι, αγκύρια κλπ. )
- Να χρησιμοποιηθεί και άλλη μέθοδος βελτιστοποίησης
- Να υπάρξει σύγκριση των αποτελεσμάτων και με άλλους μεθόδους βελτιστοποίησης

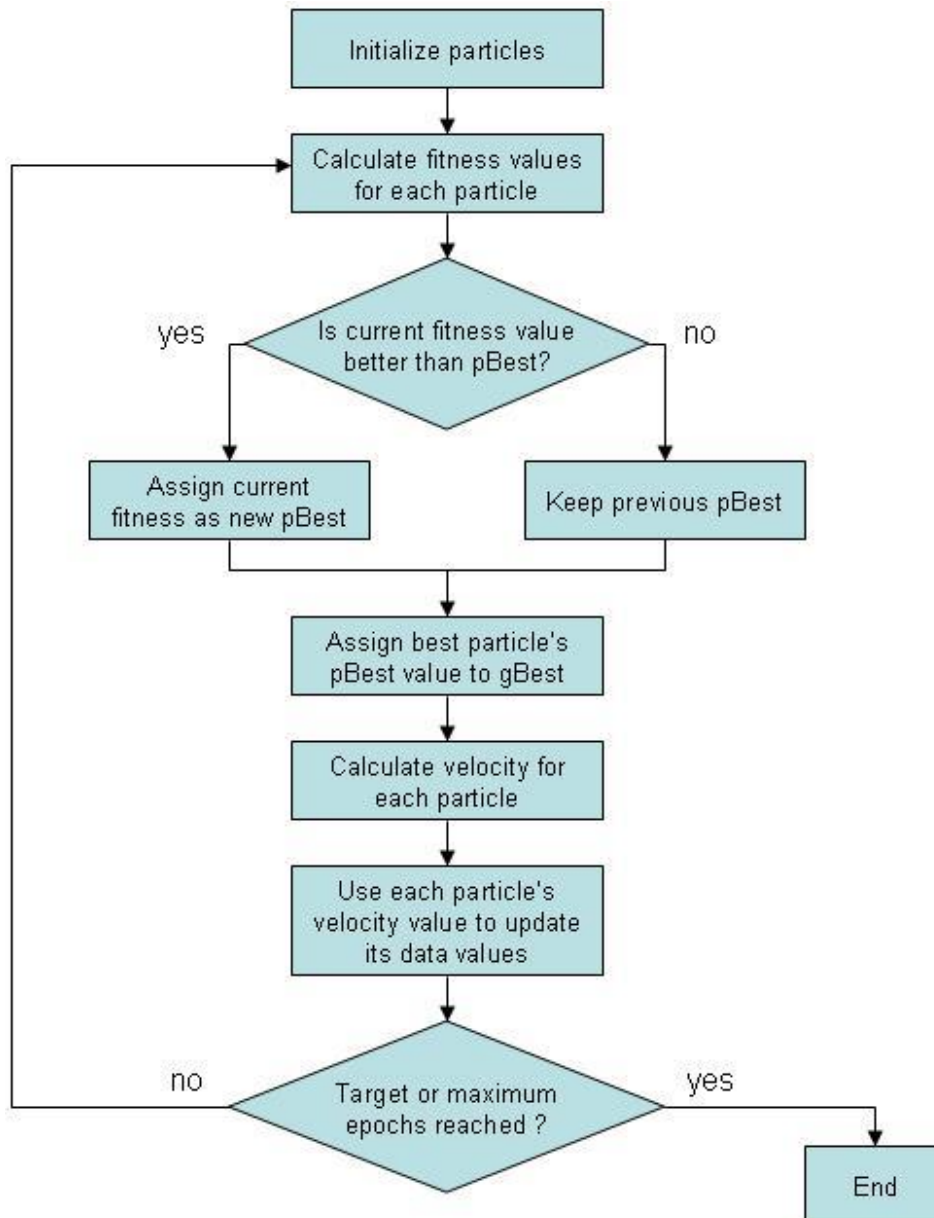




## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

## ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ

Για τον Αλγόριθμο Σμήνους Σωματιδίων η διαδικασία βελτιστοποίησης συνοψίζεται στην παρακάτω εικόνα.



Σχ.38. Flow chart- Διάγραμμα ροής γενετικού αλγορίθμου.

Για την εύρεση της βέλτιστης λύσης χρησιμοποιήσαμε το πρόγραμμα **XloptimizerDemo** το οποίο διατίθεται δωρεάν από το website [www.technologismiki.com/prod.php?id=378](http://www.technologismiki.com/prod.php?id=378)

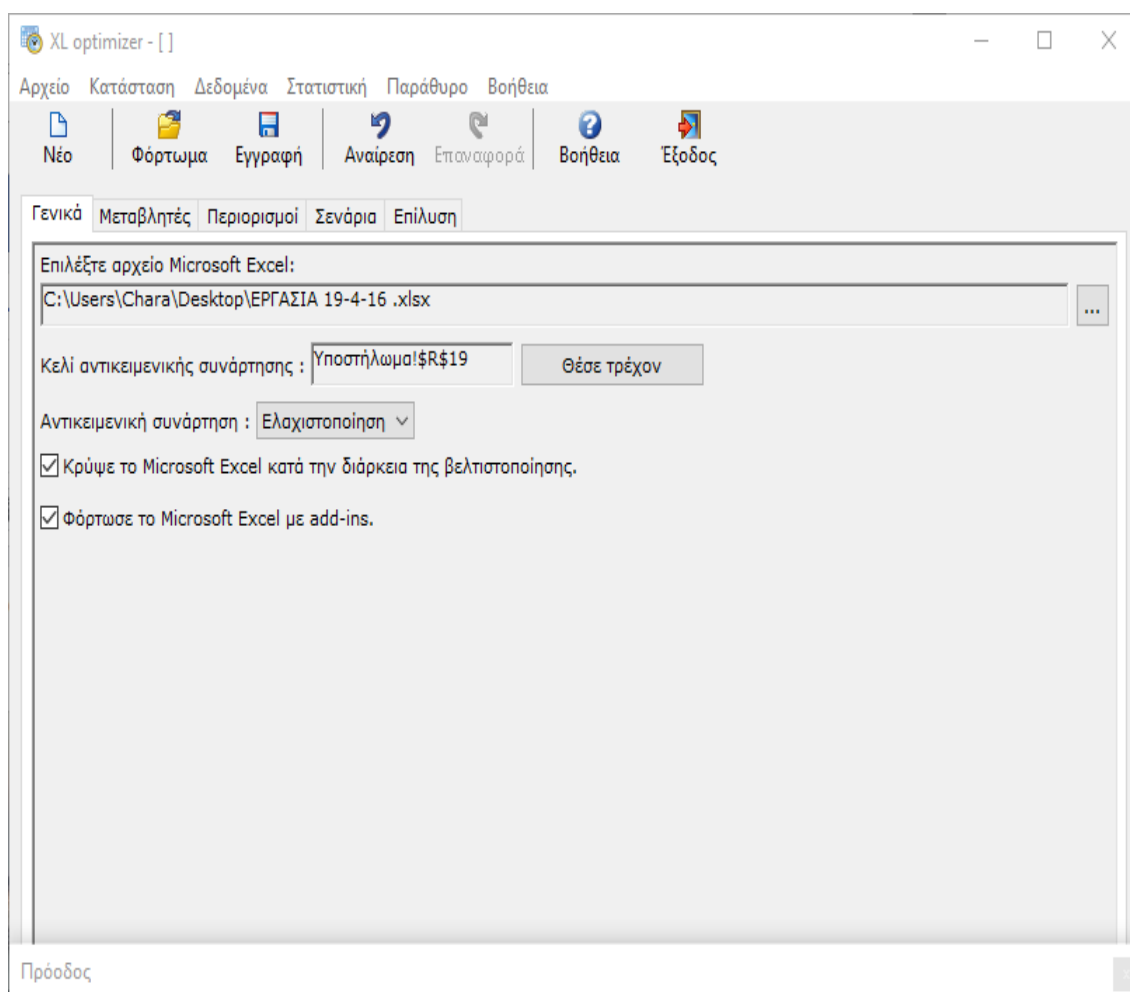
## Περιγραφή του προγράμματος xlOptimizer 2015

Κατά την ενεργοποίηση του προγράμματος εμφανίζονται 5 καρτέλες οι οποίες περιλαμβάνουν τα 5 βασικά βήματα προκειμένου να πραγματοποιηθεί η βελτιστοποίηση. Οι καρτέλες περιγράφονται παρακάτω αναλυτικά.

⇒ 1<sup>η</sup> Καρτέλα (Γενικά) :

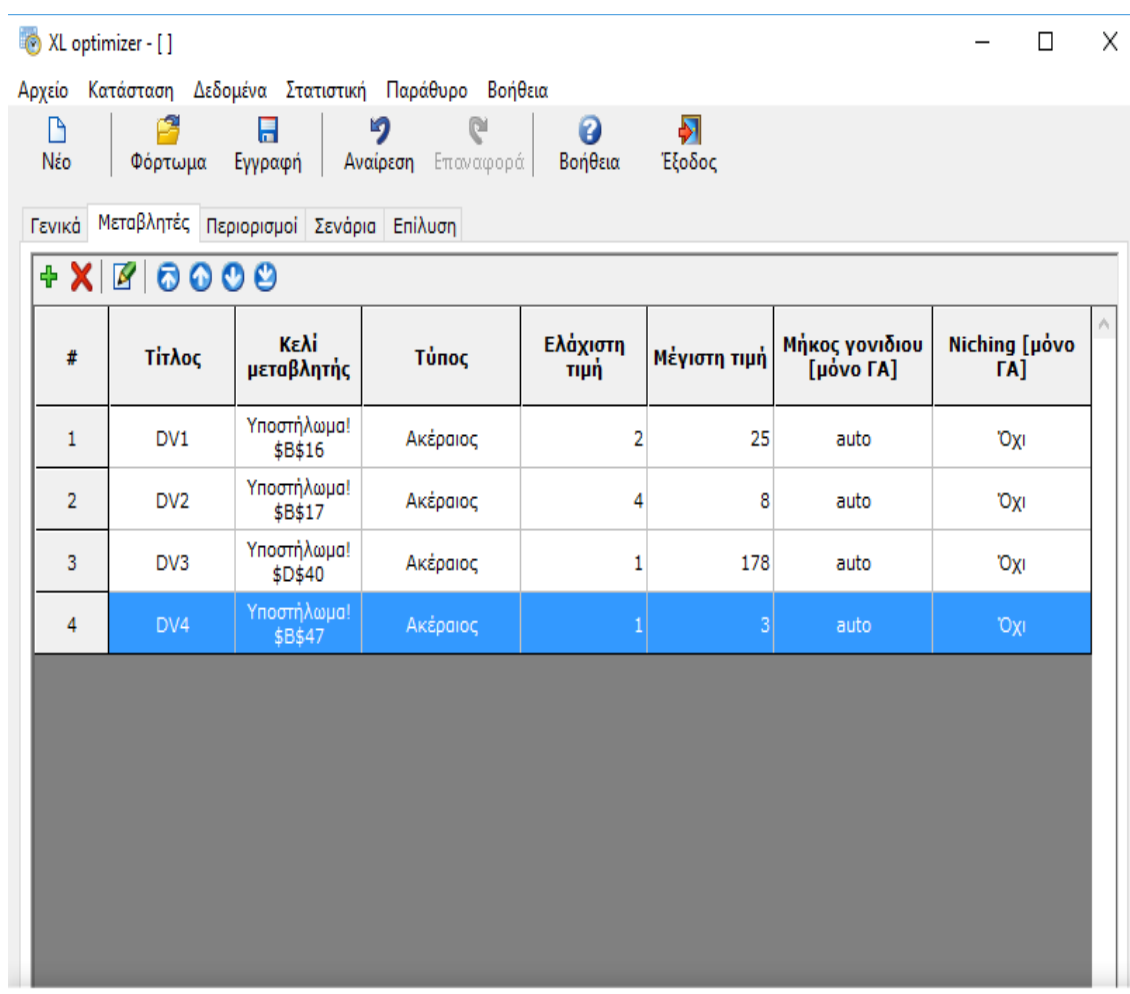
Στο πεδίο **Επιλέξτε αρχείο Microsoft Excel** επιλέγουμε το αρχείο excel στο οποίο θέλουμε να πραγματοποιήσουμε την βελτιστοποίηση, το οποίο και ανοίγει για να εισάγουμε τα δεδομένα.

Στο πεδίο **Κελί αντικειμενικής συνάρτησης** επιλέγουμε το κελί που θέλουμε να βελτιστοποιήσουμε και στην ακριβώς παρακάτω λίστα επιλέγουμε αν κατά τη βελτιστοποίηση θέλουμε να βρεθεί είτε η ελάχιστη δυνατή τιμή του κελιού (**ελαχιστοποίηση**), είτε η μέγιστη (**μεγιστοποίηση**) ή κάποια συγκεκριμένη τιμή (**στόχος**).



⇒ 2<sup>η</sup> Καρτέλα (**Μεταβλητές**):

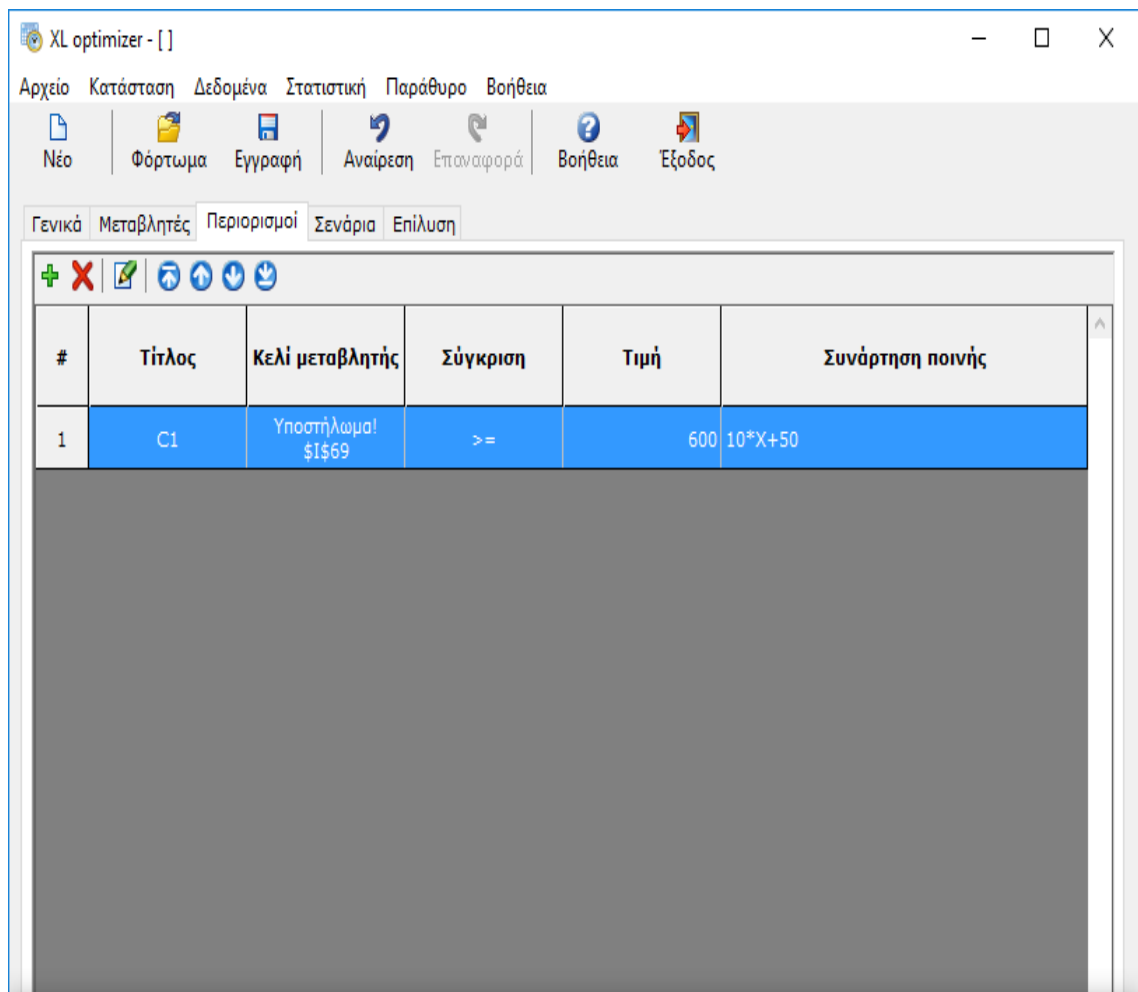
Επιλέγουμε ένα τα κελία με τα δεδομένα τα οποία θα μεταβληθούν και τα προσθέτουμε στο πρόγραμμα με την επιλογή **Προσθήκη επιλεγμένων κελιών** (πράσινος σταυρός όπως φαίνεται και στην εικόνα). Επιλέγοντας το καθένα εμφανίζονται οι ιδιότητές του μέσω των οποίων ορίζουμε τις άνω και κάτω τιμές (όρια) που μπορούν να λάβουν, καθώς και μερικά ακόμη χαρακτηριστικά (πραγματικός/ακέραιος αριθμός κλπ.)



⇒ 3<sup>η</sup> Καρτέλα (**Περιορισμοί**):

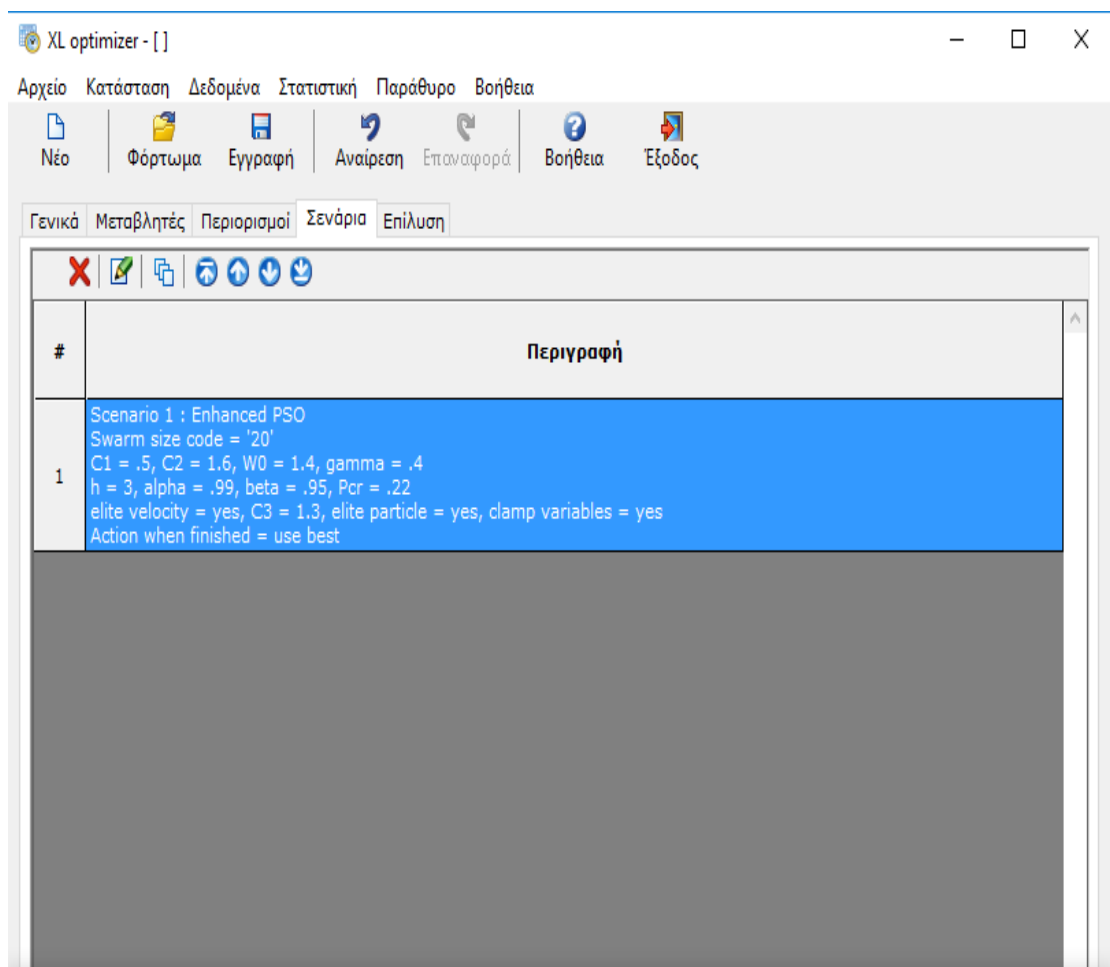
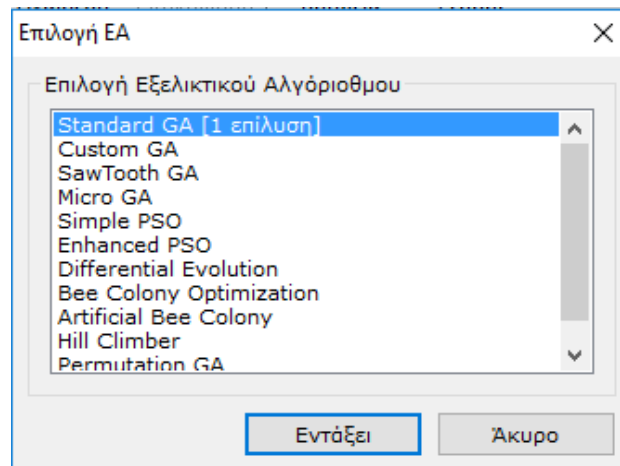
Σε αυτήν την καρτέλα μπορούμε να τοποθετήσουμε κατά τον ίδιο τρόπο κάποιους περιορισμούς με τους οποίους θα γίνει η επίλυση. Η λίστα των ιδιοτήτων και εδώ μας επιτρέπει τον ακριβή ορισμό αυτών, ορίζοντας τους περιορισμούς που δεν πρέπει να ξεπεραστούν κατά τη διαδικασία της βελτιστοποίησης, καθώς και μια συνάρτηση ποινής.

Αυτή η συνάρτηση επιτρέπει την «ποινή» που ορίζεται στην περίπτωση που ξεπερνιούνται τα όρια που έχουμε θέσει έτσι ώστε να λειτουργούν οι περιορισμοί.



⇒ 4<sup>η</sup> Καρτέλα (**Σενάρια**):

Είναι η καρτέλα στην οποία αντίστοιχα με την επιλογή **Προσθήκη σεναρίου** ορίζεται ο μεθευρετικός αλγόριθμος με τον οποίο θα γίνει η βελτιστοποίηση.



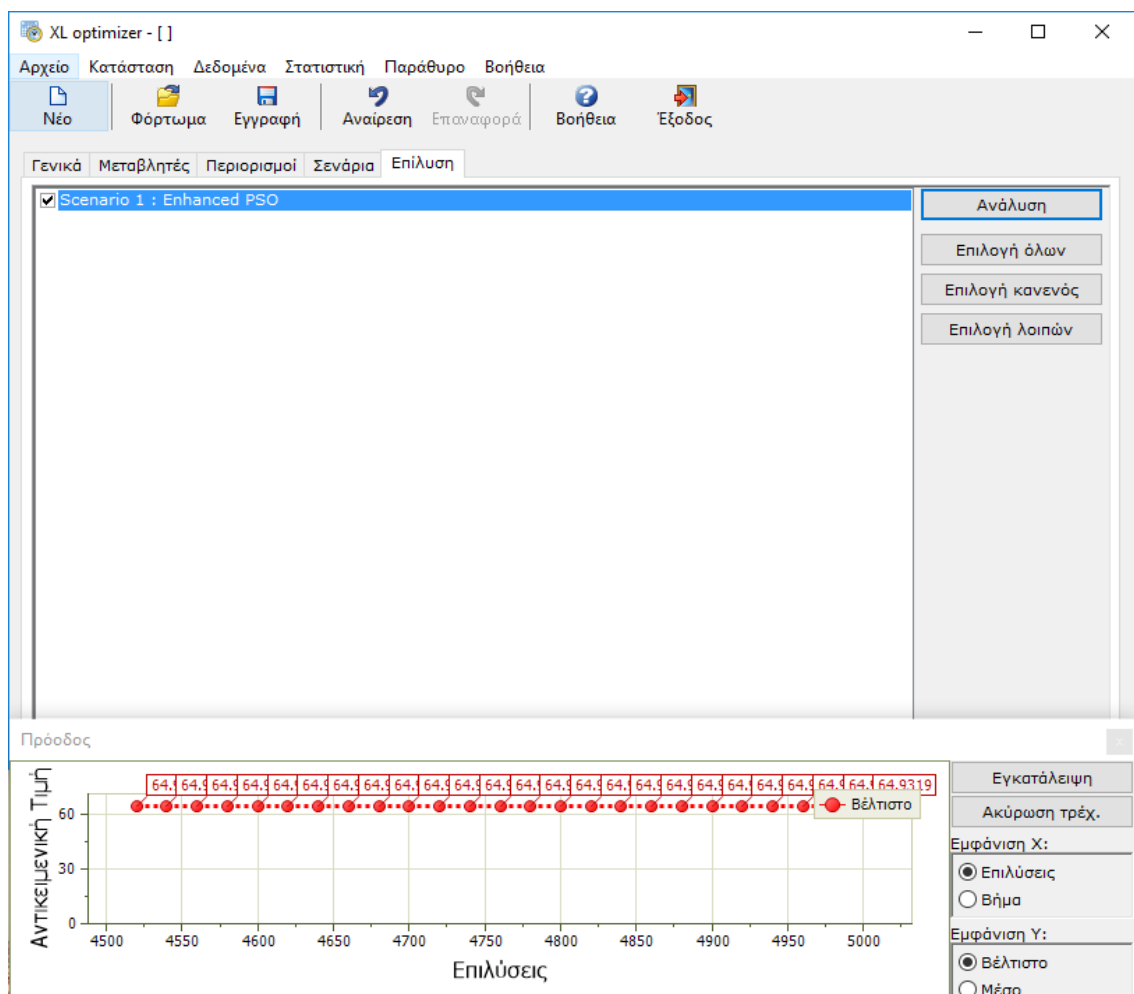
Για την επιλογή Custom GA με τους οποίους και ασχοληθήκαμε στην εργασία οι επιλογές είναι:

- Τίτλος σεναρίου.
- Πληθυσμός δηλαδή το πλήθος των ατόμων που θα αποτελούν τον πληθυσμό.
- Μέθοδος επιλογής στην παρούσα εργασία χρησιμοποιήθηκε η επιλογή tournament μεγέθους 2 και πιθανότητας  $P=1$ .
- Διασταύρωση με επιλογές για μονή, διπλή ή και ομοιόμορφη με πιθανότητα 0,6-0,8 και τέκνα 1-2.

- Μετάλλαξη με τη μέθοδο jump ή creep.
- Ελιτισμός δηλαδή την μεταφορά χρωμοσωμάτων στην επόμενη γενεά αυτούσια.
- Άλλες ρυθμίσεις όπως χρήση κώδικα Gray, χρήση διαμοιρασμού (Niching), κανονικοποίηση ευρωστίας και χρήση hill climber.
- Ληξιαρχος με κριτήρια ομοιότητας σε φαινότυπο ή γονότυπο.
- Κριτήρια τερματισμού όπως σύγκριση με το βέλτιστο αποτέλεσμα, μέγιστο πλήθος γενεών, μέγιστες επιλύσεις αντικειμενικής συνάρτησης ή με μέγιστο χρόνο.
- Ενέργειες μετά την ολοκλήρωση π.χ. εφαρμογή βέλτιστου αν είναι καλύτερο.
- Σπόροι (seeds) τυχαία ή συγκεκριμένα.
- Διαδρομή για σώσιμο αποτελεσμάτων.

⇒ 5<sup>η</sup> Καρτέλα (**Επίλυση**):

Είναι και η τελευταία καρτέλα στην οποία επιλέγεται ως τελευταίο βήμα το σενάριο (ή τα σενάρια) που θέλουμε να βελτιστοποιήσουμε και ξεκινάει η διαδικασία επίλυσης. Ακριβώς από κάτω εμφανίζεται και η πρόοδος της επίλυσης μέχρι να ολοκληρωθεί.



## Υπολογιστικά Φύλλα των σύμμικτων μελών

Αναπτύχθηκαν ειδικά για την περίπτωση υπολογιστικά φύλλα προ-σχεδιασμού των σύμμικτων μελών τα οποία περιλαμβάνουν.

1. Επίλυση συγκολλητής σύμμικτης διατομής για θετικές ροπές
2. Επίλυση συγκολλητής σύμμικτης διατομής για αρνητικές ροπές
3. Επίλυση σύμμικτου υποστυλώματος στον Ι. Άξονα
4. Επίλυση σύμμικτου υποστυλώματος στον Α. Άξονα
5. Φύλλο ιδιοτήτων των υλικών
6. Συγκεντρωτικό φύλλο ελατών διατομών που περιλαμβάνει τους τύπους Ι, ΙΡΕ ΗΕ-Β, ΗΕ-Μ, ΗΕ-Α, ΗΡ, ΗΕ-ΑΑ (με τα γεωμετρικά τους χαρακτηριστικά και τα αδρανειακά τους μεγέθη)

### Αριθμητικό παράδειγμα – Επίλυση με PSO

Παρακάτω υπάρχει ως παράδειγμα η επίλυση στο φύλλο “Θετικές Ροπές” του Microsoft Excel το οποίο χωρίζεται σε 3 στήλες. Στην αριστερή στήλη βρίσκονται τα δεδομένα της δοκού, στην κεντρική γίνεται η επίλυσή της και στην δεξιά βρίσκεται το κόστος της. Ανοίγοντας το πρόγραμμα xlOptimizer ξεκινάμε τη διαδικασία βελτιστοποίησης με PSO.

Από την αριστερή στήλη (δεδομένα) επιλέγουμε τα κελιά τα οποία θα ορίσουμε ως μεταβλητές. Από την κεντρική στήλη επιλέγουμε τους περιορισμούς και από την δεξιά ορίζουμε το κόστος ως την αντικειμενική συνάρτηση. Οι επιλογές γίνονται στις αντίστοιχες καρτέλες που αναφέρθηκαν παραπάνω και ορίζονται και οι εκάστοτε ιδιότητες.



Παρακάτω περιγράφεται αναλυτικά η διαδικασία της επίλυσης του παραδείγματος.

Στην πρώτη καρτέλα (επιλογή αρχείου Microsoft excel) ορίζεται το αρχείο και η αντικειμενική συνάρτηση:

| Α  | Ο | Ρ | Q   | R                |
|----|---|---|---|------------------|
| 8  |   |   | Δομικός Χάλυβας Άνω Πέλματος                        | 0,8 €/kg         |
| 9  |   |   | Δομικός Χάλυβας Κορμού                              | 0,8 €/kg         |
| 10 |   |   | Δομικός Χάλυβας Κάτω Πέλματος                       | 0,9 €/kg         |
| 11 |   |   | Δομικός Χάλυβας Ενισχυτικού Ελάσματος               | 0,8 €/kg         |
| 12 |   |   | Κόστος Ίκλων Διατομής ανα τρέχον μέτρο              |                  |
| 13 |   |   |   |                  |
| 14 |   |   |   |                  |
| 15 |   |   | Σκυρόδεμα   | 27,7957 €/τρέχον |
| 16 |   |   | Χάλυβας Οπλισμού Σκυροδέματος                       | 18,7606 €/τρέχον |
| 17 |   |   | Δομικός Χάλυβας                                     | 191,88 €/τρέχον  |
| 18 |   |   |   |                  |
| 19 |   |   | Συνολικό Κόστος                                     | 238,426          |
| 20 |   |   |   |                  |
| 21 |   |   |   |                  |
| 22 |   |   |   |                  |
| 23 |   |   |   |                  |
| 24 |   |   |   |                  |
| 25 |   |   |   |                  |
| 26 |   |   | Αξονική δύναμη για τις διάφορες θέσεις του άξονα    |                  |
| 27 |   |   | Θέση:   | Στάθμη Αξονική Δ |
| 28 |   |   | Άνω ένα σκυροδέματος (Ολη η διατομή σε εφελευστικό) | 0                |
| 29 |   |   | Λίγο πιο πάνω από την άνω στρώση οπλισμού χάλυβα    | 5                |
| 30 |   |   | Λίγο πιο κάτω από την άνω στρώση οπλισμού χάλυβα    | 5                |
| 31 |   |   | Λίγο πιο πάνω από την κάτω στρώση οπλισμού χάλυβα   | 19               |
| 32 |   |   | Λίγο πιο κάτω από την κάτω στρώση οπλισμού χάλυβα   | 19               |
| 33 |   |   | Διεπιφάνεια σκυροδέματος- άνω πέλματος              | 24               |
| 34 |   |   | Διεπιφάνεια άνω πέλματος-κορμού                     | 25               |
| 35 |   |   | Διεπιφάνεια κορμού- κάτω πέλματος                   | 105              |
| 36 |   |   | Κάτω ένα κάτω πέλματος (Ολη η διατομή σε θλίψη)     | 107              |
| 37 |   |   |   |                  |
| 38 |   |   |   |                  |
| 39 |   |   |   |                  |
| 40 |   |   |   |                  |

Στη συνέχεια στη δεύτερη καρτέλα, τοποθετούνται οι μεταβλητές που εμείς ορίζουμε από το υπολογιστικό φύλλο (δεδομένα). Έπειτα ορίζουμε και τις ιδιότητές του επιλέγοντας τα όρια που επιτρέπεται να έχουν κατά τη διαδικασία της επίλυσης.

The screenshot displays two windows. On the left is an Excel spreadsheet titled 'ΥΠΟΣΤΗΛΩΜΑ PSO-26-1'. The right window is 'XL optimizer - []', which has a menu bar with 'Αρχείο', 'Κατάσταση', 'Δεδομένα', 'Στατιστική', 'Παράθυρο', and 'Βοήθεια'. Below the menu is a toolbar with icons for 'Νέο', 'Φορτωμα', 'Εγγραφή', 'Ανοίραση', 'Επισημασμένα', 'Βοήθεια', and 'Εξόδος'. The main area of the optimizer is titled 'Γενικά Μεταβλητές Περιορισμοί Σενάρια Επίλυση'. It contains a table with the following data:

| # | Τίτλος | Κελί μεταβλητής         | Τύπος       | Ελάχιστη τιμή | Μέγιστη τιμή | Μήκος γονιδίου [μόνο GA] | Niching [μόνο GA] |
|---|--------|-------------------------|-------------|---------------|--------------|--------------------------|-------------------|
| 1 | DV1    | Θετικές Ροπέδες \$B\$24 | Πραγματικός | 16            | 28           | 10                       | Όχι               |
| 2 | DV2    | Θετικές Ροπέδες \$B\$58 | Πραγματικός |               | 60           | 10                       | Όχι               |
| 3 | DV3    | Θετικές Ροπέδες \$B\$66 | Πραγματικός | .5            | 2.5          | 10                       | Όχι               |
| 4 | DV4    | Θετικές Ροπέδες \$B\$67 | Πραγματικός | 50            | 150          | 10                       | Όχι               |
| 5 | DV5    | Θετικές Ροπέδες \$B\$74 | Πραγματικός | 50            | 120          | 10                       | Όχι               |

Red arrows in the image point from the optimizer table to the corresponding rows in the Excel spreadsheet, indicating the mapping between the two.

Έπειτα στην Τρίτη καρτέλα επιλέγουμε και τους περιορισμούς από την κεντρική στήλη (επίλυση) και μέσα από το παράθυρο των ιδιοτήτων τους ορίζουμε και πάλι τα όρια καθώς και τη συνάρτηση ποινής όπως προαναφέρθηκε.

The screenshot shows the Excel interface on the left and the XL optimizer software on the right. The Excel spreadsheet contains data for a PSO optimization problem, including objective functions and constraints. The XL optimizer software displays a table of constraints with the following data:

| # | Τίτλος | Κελί μεταβλητής         | Σύγκριση | Τιμή | Συνάρτηση ποινής |
|---|--------|-------------------------|----------|------|------------------|
| 1 | C1     | Θετικές Ροπέζι \$B\$112 | >=       | 4500 | 10*X+1000        |
| 2 | C2     | Θετικές Ροπέζι \$B\$113 | >=       | 4000 | 10*X+1000        |
| 3 | C3     | Θετικές Ροπέζι \$B\$114 | >=       | 1200 | 10*X+1000        |

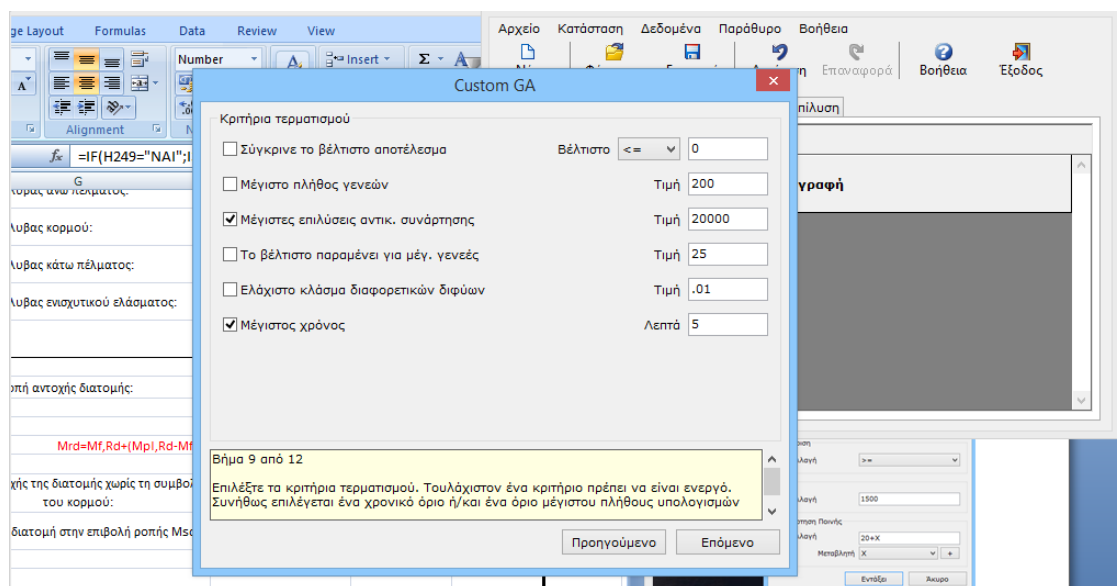
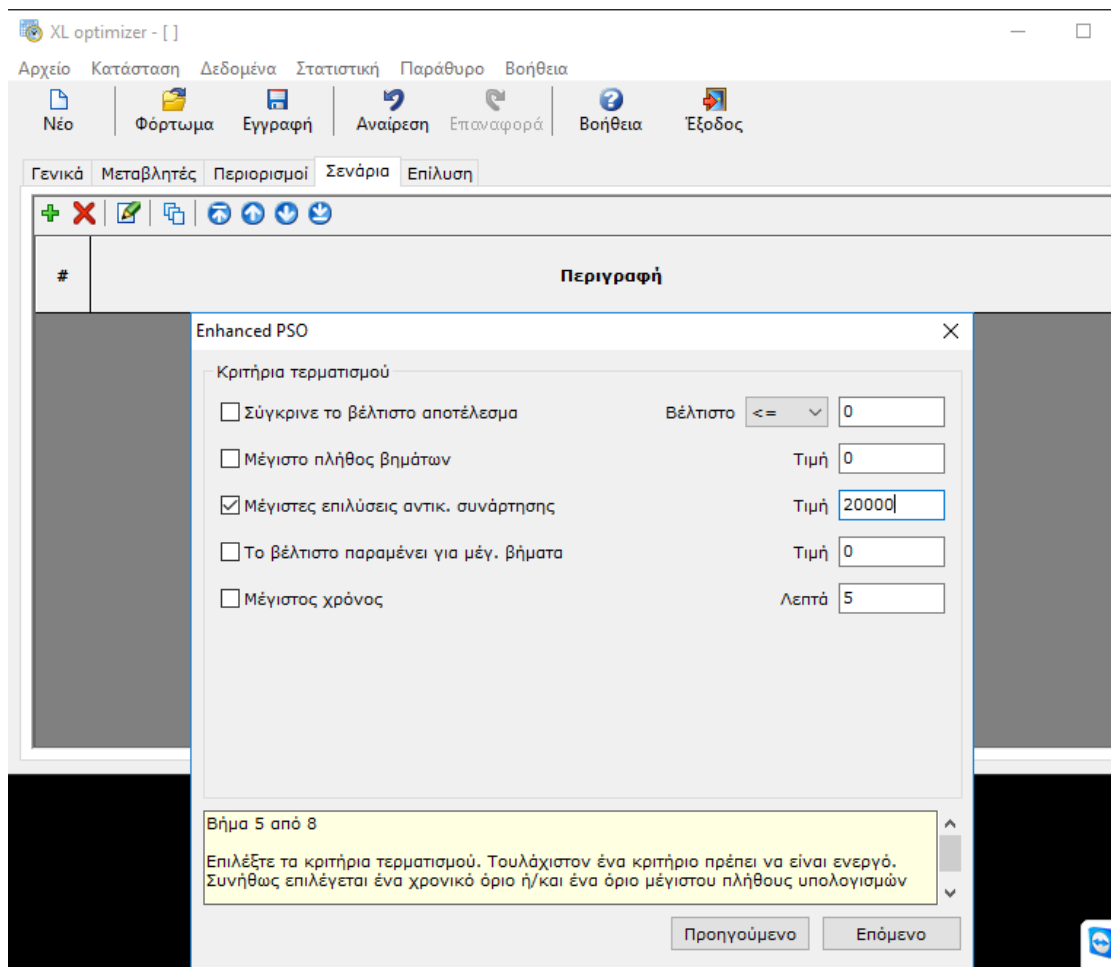
The 'Ιδιότητες Περιορισμών' (Constraint Properties) dialog box is open, showing settings for constraint C3. The 'Μεταβλητή' (Variable) is set to '\$X', the 'Σύγκριση' (Comparison) is '>=', and the 'Τιμή' (Value) is '1200'. The 'Συνάρτηση Ποινής' (Penalty Function) is set to '10\*X+1000'.

Στο τέταρτο βήμα επιλέγουμε τον μεθευρετικό αλγόριθμο με τον οποίο θα κάνουμε την επίλυση - βελτιστοποίηση. Στη συγκεκριμένη περίπτωση τον αλγόριθμο Enhanced PSO, καθώς και τις επιλογή Custom GA.

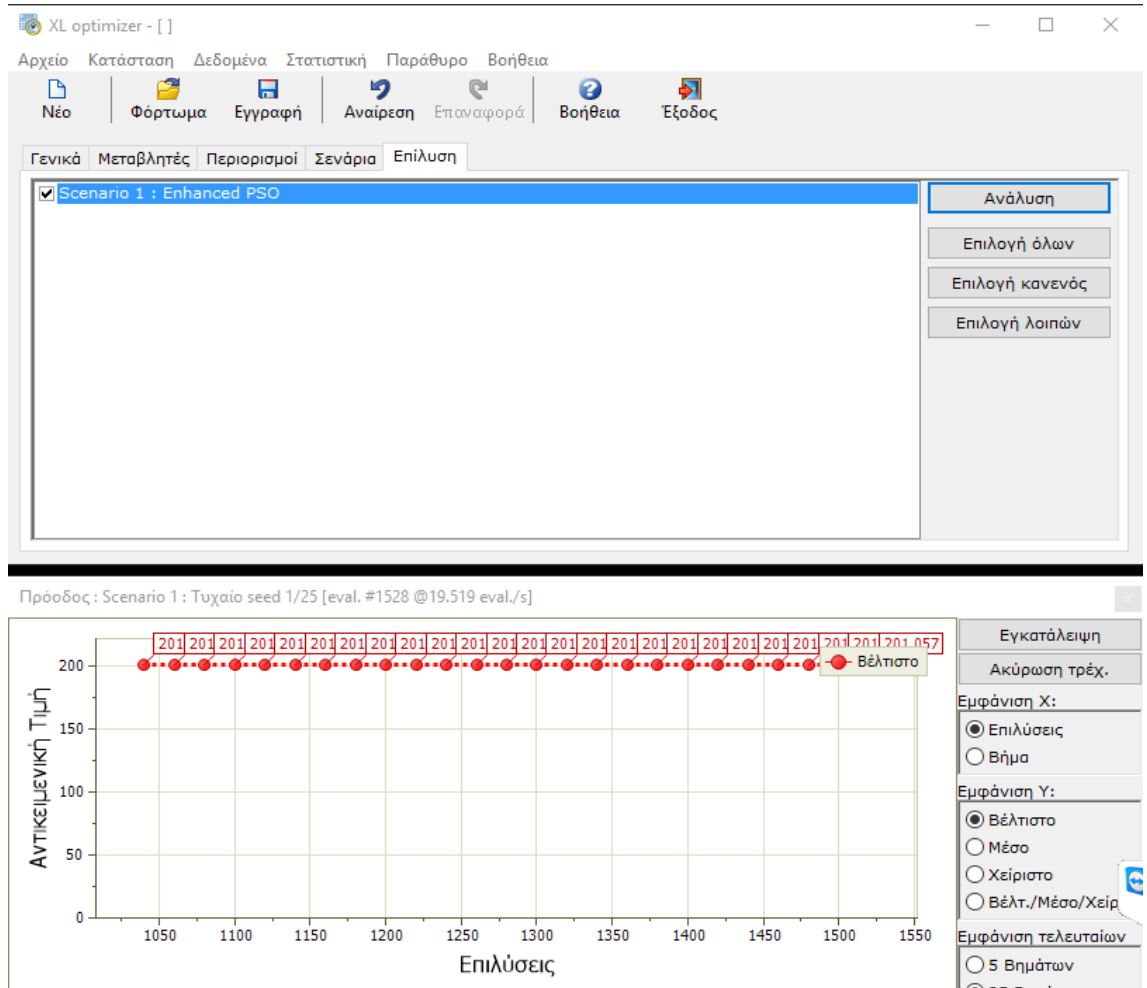
The 'Επιλογή ΕΑ' (Select EA) dialog box is shown, with the following options listed in the list box:

- Standard GA [1 επίλυση]
- Custom GA
- SawTooth GA
- Micro GA
- Simple PSO
- Enhanced PSO
- Differential Evolution
- Bee Colony Optimization
- Artificial Bee Colony
- Hill Climber
- Permutation GA

The 'Standard GA [1 επίλυση]' option is selected. The dialog box has 'Εντάξει' (OK) and 'Άκυρο' (Cancel) buttons at the bottom.



Στο τελευταίο βήμα επιλέγουμε την επίλυση του Σεναρίου που δημιουργήσαμε και κατά την επίλυση εμφανίζεται από κάτω συνεχώς η πρόοδός της έως ότου τελειώσει και αποδώσει τα αποτελέσματα.



Παρακάτω ακολουθούν οι πίνακες με τα γεωμετρικά και αδρανειακά χαρακτηριστικά των ελατών διατομών που χρησιμοποιήθηκαν στα υπολογιστικά φύλλα excel.

# ΣΤΕΝΑ ΔΟΚΑΡΙΑ Ι

## I-ΣΕΙΡΑ

Συνήθη μέληκη  
για ύψη διατομών κάτω από 300 χιλ.....8 ως 16 μ.  
για ύψη διατομών πάνω από 300 χιλ.....8 ως 18 μ.

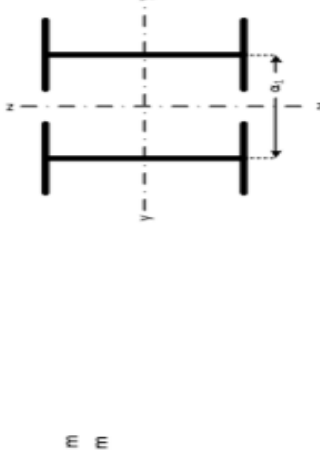
| Ονομασία | Υψος διατομής h (mm) | Πλάτος πέλματος b (mm) | Πάχος κορμού t <sub>w</sub> (mm) | Πάχος πέλματος t <sub>f</sub> (mm) | Ακτίνα καμυδότης κορμού r <sub>w</sub> (mm) | Ακτίνα καμυδότης πέλματος r <sub>f</sub> (mm) | Πάχος πέλματος t <sub>f</sub> (mm) | Πάχος πέλματος t <sub>f</sub> (mm) | Εμβαδόν F (cm <sup>2</sup> ) | Είδωλο βάρος g (kg/m) | Οριζ. πλάτος s <sub>x</sub> (mm) | Οριζ. πλάτος s <sub>y</sub> (mm) | Για τον άξονα κάμψης - Ελαστική Ανάλυση |                                   |                     |                                   |                                   |                     |
|----------|----------------------|------------------------|----------------------------------|------------------------------------|---|---|------------------------------------|------------------------------------|------------------------------|-----------------------|----------------------------------|----------------------------------|---|-----------------------------------|---------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|---------------------|
|          |                      |                        |                                  |                                    |   |   |                                    |                                    |                              |                       |                                  |                                  | I <sub>y</sub> (cm <sup>4</sup> )       | W <sub>y</sub> (cm <sup>3</sup> ) | i <sub>y</sub> (cm) | I <sub>z</sub> (cm <sup>4</sup> ) | W <sub>z</sub> (cm <sup>3</sup> ) | i <sub>z</sub> (cm) |
| 1        | 80                   | 42                     | 3.9                              | 5.9                                | 2.3   | 3.9   | 4.4                                | 7.6                                | 3.94                         | 6.4                   | 22                               | 77.8                             | 19.5                                    | 3.2                               | 6.3                 | 3.0                               | 0.9                               |                     |
| 2        | 100                  | 50                     | 4.5                              | 6.8                                | 4.5   | 2.7   | 7.5                                | 5                                  | 10.6                         | 8.32                  | 6.4                              | 28                               | 171.0                                   | 34.2                              | 4.0                 | 12.2                              | 4.9                               | 1.1                 |
| 3        | 120                  | 58                     | 5.1                              | 7.7                                | 5.1   | 3.1   | 8.2                                | 5.7                                | 14.2                         | 11.15                 | 8.4                              | 32                               | 328.0                                   | 34.7                              | 4.8                 | 21.5                              | 7.4                               | 1.2                 |
| 4        | 140                  | 66                     | 5.7                              | 8.6                                | 5.7   | 3.4   | 10.8                               | 6.3                                | 18.2                         | 14.29                 | 11                               | 34                               | 573.0                                   | 81.9                              | 5.6                 | 35.2                              | 10.7                              | 1.4                 |
| 5        | 160                  | 74                     | 6.3                              | 9.5                                | 6.3   | 3.8   | 12.5                               | 6.9                                | 22.8                         | 17.90                 | 11                               | 40                               | 935.0                                   | 117.0                             | 6.4                 | 54.7                              | 14.8                              | 1.6                 |
| 6        | 180                  | 82                     | 6.9                              | 10.4                               | 6.9   | 4.1   | 14.2                               | 7.5                                | 27.9                         | 21.90                 | 13                               | 44                               | 1450.0                                  | 161.0                             | 7.2                 | 81.3                              | 19.8                              | 1.7                 |
| 7        | 200                  | 90                     | 7.5                              | 11.3                               | 7.5   | 4.5   | 15.9                               | 8.2                                | 33.4                         | 26.22                 | 13                               | 48                               | 2140.0                                  | 214.0                             | 8.0                 | 117.0                             | 26.0                              | 1.9                 |
| 8        | 220                  | 98                     | 8.1                              | 12.2                               | 8.1   | 4.9   | 17.6                               | 8.8                                | 39.5                         | 31.01                 | 13                               | 52                               | 3060.0                                  | 278.0                             | 8.8                 | 162.0                             | 33.1                              | 2.0                 |
| 9        | 240                  | 106                    | 8.7                              | 13.1                               | 8.7   | 5.2   | 19.2                               | 9.4                                | 46.1                         | 36.19                 | 17/13                            | 56                               | 4250.0                                  | 354.0                             | 9.6                 | 221.0                             | 41.7                              | 2.2                 |
| 10       | 260                  | 113                    | 9.4                              | 14.1                               | 9.4   | 5.6   | 20.8                               | 10.2                               | 53.3                         | 41.84                 | 17                               | 60                               | 5740.0                                  | 442.0                             | 10.4                | 288.0                             | 51.0                              | 2.3                 |
| 11       | 280                  | 119                    | 10.1                             | 15.2                               | 10.1  | 6.1   | 22.5                               | 11                                 | 61.0                         | 47.89                 | 17                               | 60                               | 7590.0                                  | 542.0                             | 11.1                | 364.0                             | 61.2                              | 2.3                 |
| 12       | 300                  | 125                    | 10.8                             | 16.2                               | 10.8  | 6.5   | 24.1                               | 11.8                               | 69.0                         | 54.17                 | 21/17                            | 64                               | 9600.0                                  | 633.0                             | 11.9                | 451.0                             | 72.2                              | 2.6                 |
| 13       | 320                  | 131                    | 11.5                             | 17.3                               | 11.5  | 6.9   | 25.8                               | 12.7                               | 77.7                         | 60.99                 | 21/17                            | 70                               | 12310.0                                 | 782.0                             | 12.7                | 555.0                             | 84.7                              | 2.7                 |
| 14       | 340                  | 137                    | 12.2                             | 18.3                               | 12.2  | 7.3   | 27.4                               | 13.5                               | 86.7                         | 68.06                 | 21                               | 74                               | 15700.0                                 | 933.0                             | 13.5                | 674.0                             | 98.4                              | 2.8                 |
| 15       | 360                  | 143                    | 13                               | 19.5                               | 13  | 7.8   | 29.0                               | 14.5                               | 97.0                         | 76.15                 | 23/21                            | 76                               | 19610.0                                 | 1090.0                            | 14.2                | 818.0                             | 114.0                             | 2.9                 |
| 16       | 380                  | 149                    | 13.7                             | 20.5                               | 13.7  | 8.2   | 30.6                               | 15.3                               | 107.0                        | 84.00                 | 23/21                            | 82                               | 24010.0                                 | 1260.0                            | 15.0                | 975.0                             | 131.0                             | 3.0                 |
| 17       | 400                  | 155                    | 14.4                             | 21.6                               | 14.4  | 8.6   | 32.3                               | 16.2                               | 118.0                        | 92.63                 | 23                               | 86                               | 29210.0                                 | 1460.0                            | 15.7                | 1160.0                            | 149.0                             | 3.1                 |
| 18       | 425                  | 163                    | 15.3                             | 23                                 | 15.3  | 9.2   | 34.3                               | -                                  | 132.0                        | 103.62                | 25/23                            | 88                               | 36970.0                                 | 1740.0                            | 16.7                | 1440.0                            | 176.0                             | 3.3                 |
| 19       | 450                  | 170                    | 16.2                             | 24.3                               | 16.2  | 9.7   | 36.3                               | 18.4                               | 147.0                        | 115.40                | 25/23                            | 94                               | 45850.0                                 | 2040.0                            | 17.7                | 1730.0                            | 203.0                             | 3.4                 |
| 20       | 475                  | 178                    | 17.1                             | 25.6                               | 17.1  | 10.3  | 38.4                               | -                                  | 163.0                        | 127.96                | 28/25                            | 96/100                           | 56480.0                                 | 2380.0                            | 18.6                | 2090.0                            | 235.0                             | 3.6                 |
| 21       | 500                  | 185                    | 18                               | 27                                 | 18  | 10.8  | 40.4                               | 20.5                               | 179.0                        | 140.32                | 28                               | 100                              | 68740.0                                 | 2790.0                            | 19.6                | 2480.0                            | 268.0                             | 3.7                 |
| 22       | 550                  | 200                    | 19                               | 30                                 | 19  | 11.9  | 44.5                               | -                                  | 212.0                        | 166.42                | 28                               | 110                              | 99180.0                                 | 3610.0                            | 21.6                | 3490.0                            | 349.0                             | 4.0                 |
| 23       | 600                  | 215                    | 21.6                             | 32.4                               | 21.6  | 13  | 48.5                               | -                                  | 254.0                        | 199.39                | 28                               | 120                              | 139000.0                                | 4690.0                            | 23.4                | 4670.0                            | 434.0                             | 4.3                 |



| Ονομασία | Υψος διατομής | Πλάτος | Πάχος  | Πάχος               | Πάχος               | Ακτίνα | Εμβαδόν              | Είδικο βάρος | Οριές πεδίων        |                     |                     |                     | Για τον άξονα κεντρής - Ελαστική Ανάλυση |                                   |                                   |                                   |                     |                     | Πλαστική Ανάλυση                     |                                      |
|----------|---------------|--------|--------|---------------------|---------------------|--------|----------------------|--------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|--|-----------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|---------------------|---------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|
|          |               |        |        |                     |                     |        |                      |              | Y-y                 | Z-z                 | Y-y                 | Z-z                 | Y-y                                      | Z-z                               | Y-y                               | Z-z                               | Y-y                 | Z-z                 |                                      |                                      |
| A/A      | PE            | h (mm) | b (mm) | t <sub>1</sub> (mm) | t <sub>2</sub> (mm) | r (mm) | F (cm <sup>2</sup> ) | G (Kg/m)     | d <sub>1</sub> (mm) | w <sub>1</sub> (mm) | w <sub>2</sub> (mm) | w <sub>3</sub> (mm) | I <sub>y</sub> (cm <sup>4</sup> )        | I <sub>z</sub> (cm <sup>4</sup> ) | W <sub>y</sub> (cm <sup>3</sup> ) | W <sub>z</sub> (cm <sup>3</sup> ) | I <sub>y</sub> (cm) | I <sub>z</sub> (cm) | W <sub>pl,y</sub> (cm <sup>3</sup> ) | W <sub>pl,z</sub> (cm <sup>3</sup> ) |
| 19       | 220*          | 217    | 110    | 5                   | 7,7                 | 12     | 178                  | 28,256       | 22,181              | 17                  | 59                  | -                   | 2316,507                                 | 171,416                           | 31,167                            | 2,463                             | 240,209             | 48,485              | 240,209                              | 48,485                               |
| 20       | 240           | 240    | 120    | 6,2                 | 9,8                 | 15     | 190                  | 39,116       | 30,706              | 17                  | 68                  | -                   | 3891,626                                 | 324,302                           | 9,974                             | 283,634                           | 47,272              | 2,693               | 366,645                              | 73,924                               |
| 21       | 240*          | 242    | 122    | 7                   | 10,8                | 15     | 190                  | 43,711       | 34,313              | 17                  | 68                  | -                   | 4369,261                                 | 361,096                           | 9,998                             | 328,542                           | 53,859              | 2,742               | 410,274                              | 84,397                               |
| 22       | 240*          | 237    | 120    | 5,2                 | 8,3                 | 15     | 190                  | 33,312       | 26,150              | 17                  | 69                  | -                   | 3290,461                                 | 277,676                           | 9,959                             | 240,135                           | 40,022              | 2,685               | 311,571                              | 62,399                               |
| 23       | 270           | 270    | 135    | 6,6                 | 10,2                | 15     | 219                  | 45,945       | 36,067              | 21,17               | 72                  | -                   | 5785,783                                 | 428,873                           | 11,226                            | 419,869                           | 62,203              | 3,023               | 483,997                              | 96,950                               |
| 24       | 270*          | 274    | 136    | 7,5                 | 12,2                | 15     | 219                  | 53,835       | 42,261              | 21,17               | 72                  | -                   | 6647,050                                 | 507,084                           | 11,360                            | 513,480                           | 75,512              | 3,088               | 574,648                              | 117,707                              |
| 25       | 270*          | 267    | 135    | 5,5                 | 8,7                 | 15     | 220                  | 39,149       | 30,732              | 21,17               | 72                  | -                   | 4917,299                                 | 368,337                           | 11,207                            | 357,972                           | 55,033              | 3,024               | 412,493                              | 82,345                               |
| 26       | 300           | 300    | 150    | 7,1                 | 10,7                | 15     | 248                  | 53,812       | 42,242              | 23                  | 80                  | -                   | 8356,109                                 | 557,074                           | 12,481                            | 603,778                           | 80,504              | 3,350               | 628,356                              | 125,219                              |
| 27       | 300*          | 304    | 152    | 8                   | 12,7                | 15     | 248                  | 62,827       | 49,320              | 23                  | 80                  | -                   | 9994,207                                 | 657,514                           | 12,612                            | 745,718                           | 96,121              | 3,445               | 743,819                              | 152,588                              |
| 28       | 300*          | 297    | 150    | 6,1                 | 9,2                 | 15     | 249                  | 46,526       | 36,323              | 23                  | 81                  | -                   | 7175,497                                 | 483,064                           | 12,417                            | 518,971                           | 69,196              | 3,340               | 541,789                              | 107,328                              |
| 29       | 330           | 330    | 160    | 7,5                 | 11,5                | 18     | 271                  | 62,606       | 49,146              | 25,23               | 86                  | -                   | 11766,805                                | 713,146                           | 13,710                            | 788,142                           | 98,518              | 3,548               | 804,331                              | 153,678                              |
| 30       | 330*          | 334    | 162    | 8,5                 | 13,5                | 18     | 271                  | 72,616       | 57,004              | 25,23               | 86                  | -                   | 13910,385                                | 832,957                           | 13,841                            | 960,364                           | 118,566             | 3,637               | 942,786                              | 184,992                              |
| 31       | 330*          | 327    | 160    | 6,5                 | 10                  | 18     | 271                  | 54,736       | 42,968              | 25,23               | 85                  | -                   | 10230,828                                | 625,739                           | 13,672                            | 685,156                           | 85,645              | 3,538               | 701,928                              | 133,265                              |
| 32       | 360           | 360    | 170    | 8                   | 12,7                | 18     | 298                  | 72,729       | 57,992              | 25                  | 90                  | -                   | 16265,631                                | 903,646                           | 14,955                            | 1045,432                          | 122,739             | 3,768               | 1019,147                             | 191,099                              |
| 33       | 360*          | 364    | 172    | 9,2                 | 14,7                | 18     | 298                  | 84,132       | 66,044              | 25                  | 90                  | -                   | 19047,472                                | 1046,564                          | 15,047                            | 1251,225                          | 145,491             | 3,856               | 1186,083                             | 226,920                              |
| 34       | 360*          | 357,6  | 170    | 6,6                 | 11,5                | 18     | 299                  | 63,965       | 50,212              | 25                  | 95                  | -                   | 14515,461                                | 811,827                           | 15,064                            | 944,267                           | 111,090             | 3,842               | 906,767                              | 171,855                              |
| 35       | 400           | 400    | 180    | 8,6                 | 13,5                | 21     | 331                  | 84,464       | 66,304              | 28,25               | 96                  | -                   | 23128,369                                | 1156,418                          | 16,548                            | 1317,824                          | 146,423             | 3,950               | 1307,148                             | 229,000                              |
| 36       | 400*          | 404    | 182    | 9,7                 | 15,5                | 21     | 331                  | 96,387       | 75,663              | 28,25               | 98                  | -                   | 26747,039                                | 1324,111                          | 16,658                            | 1564,230                          | 171,896             | 4,029               | 1502,172                             | 269,097                              |

# ΜΕΣΟΥ ΠΛΑΤΟΥΣ Ι- ΔΟΚΟΙ

## ΙΡΕ - ΣΕΙΡΑ ΙΡΕο ΙΡΕν ΙΡΕα ΚΑΙ ΙΡΕ750 ΣΕΙΡΑ



Συνήθη μήκη  
για προφίλ ύψους κάτω από 300mm  
8 ως 16 m

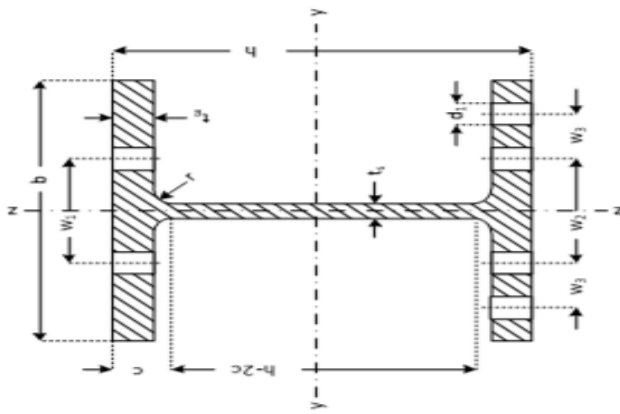
Συνήθη μήκη  
για προφίλ ύψους πάνω από 300mm  
8 ως 16 m





# ΠΛΑΤΥΠΕΛΜΑ ΔΟΚΑΡΙΑΣ

ΕΝΙΣΧΥΜΕΝΗΣ ΔΙΑΤΟΜΗΣ ΣΕΙΡΑ Ι, ΡΒΥ=ΗΕ=Μ

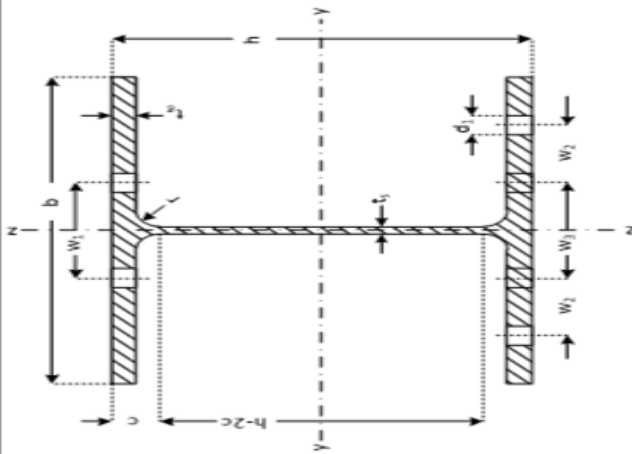


Συνήθη μίκη  
για ύψη διατομών κάτω από 300 χιλ.....8 ως 16 μ.  
για ύψη διατομών πάνω από 300 χιλ.....8 ως 18 μ.

| Ονομασία<br>I ΡΒΥ | Ύψος<br>διατομής πέλματος<br>h (mm) | Πλάτος<br>πέλματος<br>b (mm) | Πάχος<br>κορμού<br>πέλματος<br>t <sub>f</sub> (mm) | Πάχος<br>πέλματος<br>καμπύλης<br>r (mm) | Εμβαδόν<br>F (cm <sup>2</sup> ) | Ειδικό<br>βάρος<br>G (kg/m) | Οπές πέλματος                     |                                   |                     | Για τον άξονα καμψής - Ελαστική Ανάλυση |                                   |                                   |                     |                     |                                   | Πλαστική Ανάλυση                  |          |       |          |          |
|-------------------|-------------------------------------|------------------------------|--|---|---------------------------------|-----------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|---------------------|---|-----------------------------------|-----------------------------------|---------------------|---------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|----------|-------|----------|----------|
|                   |                                     |                              |  |   |                                 |                             | d <sub>s</sub> (mm)               | w <sub>1</sub> (mm)               | w <sub>2</sub> (mm) | w <sub>3</sub> (mm)                     | Y-Y                               | Z-Z                               | Y-Y                 | Z-Z                 |                                   |                                   |          |       |          |          |
| A/A               |                                     |                              |  |   |                                 |                             | I <sub>y</sub> (cm <sup>4</sup> ) | I <sub>z</sub> (cm <sup>4</sup> ) | I <sub>y</sub> (cm) | I <sub>z</sub> (cm)                     | W <sub>y</sub> (cm <sup>3</sup> ) | W <sub>z</sub> (cm <sup>3</sup> ) | I <sub>y</sub> (cm) | I <sub>z</sub> (cm) | W <sub>y</sub> (cm <sup>3</sup> ) | W <sub>z</sub> (cm <sup>3</sup> ) |          |       |          |          |
| 1                 | 100                                 | 120                          | 106  | 12                                      | 20                              | 12                          | 56                                | 53,236                            | 41,790              | 13                                      | 60                                | -                                 | 1142,612            | 190,435             | 4,633                             | 399,151                           | 75,312   | 2,738 | 235,813  | 116,313  |
| 2                 | 120                                 | 140                          | 126  | 12,5                                    | 21                              | 12                          | 74                                | 66,406                            | 52,129              | 17                                      | 68                                | -                                 | 2017,573            | 288,225             | 5,512                             | 702,775                           | 111,552  | 3,253 | 350,612  | 171,630  |
| 3                 | 140                                 | 160                          | 146  | 13                                      | 22                              | 12                          | 92                                | 80,556                            | 63,237              | 21                                      | 76                                | -                                 | 3251,364            | 411,421             | 6,392                             | 1144,345                          | 156,760  | 3,769 | 493,826  | 240,512  |
| 4                 | 160                                 | 180                          | 166  | 14                                      | 23                              | 15                          | 104                               | 97,051                            | 76,185              | 23                                      | 86                                | -                                 | 5098,268            | 566,474             | 7,248                             | 1758,766                          | 211,900  | 4,257 | 674,565  | 325,459  |
| 5                 | 180                                 | 200                          | 186  | 14,5                                    | 24                              | 18                          | 122                               | 114,101                           | 89,569              | 25                                      | 100                               | -                                 | 7525,455            | 752,545             | 8,121                             | 2581,654                          | 277,597  | 4,757 | 889,435  | 426,276  |
| 6                 | 200                                 | 220                          | 206  | 15                                      | 25                              | 18                          | 134                               | 131,281                           | 103,056             | 25                                      | 110                               | -                                 | 10641,909           | 967,446             | 9,003                             | 3651,213                          | 354,487  | 5,274 | 1135,147 | 543,217  |
| 7                 | 220                                 | 240                          | 226  | 15,5                                    | 26                              | 21                          | 152                               | 150,446                           | 118,100             | 25                                      | 120                               | -                                 | 14681,868           | 1223,489            | 9,879                             | 5014,323                          | 443,745  | 5,773 | 1428,231 | 679,989  |
| 8                 | 240                                 | 270                          | 248  | 18                                      | 32                              | 24                          | 164                               | 200,744                           | 157,584             | 25/23                                   | 100                               | 35                                | 24385,426           | 1807,069            | 11,024                            | 8156,139                          | 657,753  | 6,374 | 2128,007 | 1007,851 |
| 9                 | 260                                 | 290                          | 268  | 18                                      | 32,5                            | 24                          | 177                               | 219,644                           | 172,421             | 25                                      | 110                               | 40                                | 31306,860           | 2159,094            | 11,939                            | 10448,584                         | 779,745  | 6,897 | 2523,612 | 1192,466 |
| 10                | 280                                 | 310                          | 288  | 18,5                                    | 33                              | 27                          | 196                               | 241,478                           | 189,560             | 25                                      | 116                               | 45                                | 39716,867           | 2562,379            | 12,825                            | 13167,420                         | 914,404  | 7,384 | 2980,533 | 1399,016 |
| 11                | 300                                 | 340                          | 310  | 21                                      | 39                              | 27                          | 208                               | 303,078                           | 237,916             | 25                                      | 120                               | 50                                | 59201,013           | 3482,413            | 13,976                            | 19403,075                         | 1251,811 | 8,001 | 4077,674 | 1913,180 |
| 12                | 320/305                             | 320                          | 305  | 16                                      | 29                              | 27                          | 208                               | 225,078                           | 176,666             | 28                                      | 120                               | 50                                | 40951,013           | 2559,438            | 13,489                            | 13756,302                         | 900,741  | 7,812 | 2926,674 | 1374,411 |
| 24                | 1000                                | 1000                         | 300  | 19                                      | 36                              | 30                          | 868                               | 400,046                           | 314,036             | 28                                      | 130                               | 40                                | 644748,294          | 12894,966           | 40,146                            | #####                             | #####    | 6,378 | #####    | 1716,268 |

# ΠΛΑΤΥΠΕΛΜΑ ΔΟΚΑΡΙΑ Ι

ΕΛΑΦΡΙΑ ΔΙΑΤΟΜΗ ΣΕΙΡΑ Ι.ΡΒΙ=HE-A



Συνήθη μήκη  
για ύψη διατομών κάτω από 300 χιλ.....8 ως 16 μ.  
για ύψη διατομών πάνω από 300 χιλ.....8 ως 18 μ.

| Ονομασία | Ύψος διατομής | Πλάτος πέλματος | Πάχος κορμού | Πάχος πέλματος κορμού | Ακτίνα καμπυλότητας | Εμβαδόν | Ειδικό βάρος | Για τον άξονα κάμψης - Ελαστική Ανάλυση |        |                     |                     |        |                      | Πλαστική Ανάλυση |                     |                     |                     |                     |                                   |                                   |
|----------|---------------|-----------------|--------------|-----------------------|---------------------|---------|--------------|---|--------|---------------------|---------------------|--------|----------------------|------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|
|          |               |                 |              |                       |                     |         |              | h (mm)                                  | b (mm) | t <sub>1</sub> (mm) | t <sub>2</sub> (mm) | r (mm) | F (cm <sup>2</sup> ) | G (kg/m)         | d <sub>1</sub> (mm) | w <sub>1</sub> (mm) | w <sub>2</sub> (mm) | w <sub>3</sub> (mm) | I <sub>y</sub> (cm <sup>4</sup> ) | W <sub>y</sub> (cm <sup>3</sup> ) |
| 1        | 100           | 96              | 100          | 5                     | 8                   | 12      | 56           | 24,236                                  | 16,670 | 13                  | 56                  | -      | 349,225              | 72,755           | 4,055               | 133,811             | 26,762              | 2,510               | 83,013                            | 41,140                            |
| 2        | 120           | 114             | 120          | 5                     | 8                   | 12      | 74           | 25,336                                  | 19,889 | 17                  | 66                  | -      | 606,152              | 106,342          | 4,891               | 230,896             | 38,483              | 3,019               | 119,491                           | 58,853                            |
| 3        | 140           | 133             | 140          | 5,5                   | 8,5                 | 12      | 92           | 31,416                                  | 24,662 | 21                  | 76                  | -      | 1033,130             | 155,358          | 5,755               | 389,321             | 55,617              | 3,520               | 173,495                           | 84,849                            |
| 4        | 160           | 152             | 160          | 6                     | 9                   | 15      | 104          | 38,771                                  | 30,436 | 23                  | 86                  | -      | 1672,977             | 220,129          | 6,569               | 615,573             | 76,947              | 3,985               | 245,147                           | 117,633                           |
| 5        | 180           | 171             | 180          | 6                     | 9,5                 | 15      | 122          | 45,251                                  | 35,922 | 25                  | 100                 | -      | 2510,287             | 293,601          | 7,448               | 924,605             | 102,734             | 4,520               | 324,853                           | 156,495                           |
| 6        | 200           | 190             | 200          | 6,5                   | 10                  | 18      | 134          | 53,831                                  | 42,258 | 25                  | 110                 | -      | 3682,155             | 388,648          | 8,282               | 1335,509            | 133,551             | 4,981               | 429,485                           | 203,818                           |
| 7        | 220           | 210             | 220          | 7                     | 11                  | 18      | 152          | 64,341                                  | 50,908 | 25                  | 120                 | -      | 5409,701             | 515,210          | 9,169               | 1954,561            | 177,687             | 5,512               | 568,457                           | 270,595                           |
| 8        | 240           | 230             | 240          | 7,5                   | 12                  | 21      | 164          | 76,836                                  | 60,316 | 25                  | 94                  | 35     | 7783,184             | 675,059          | 10,052              | 2768,808            | 230,734             | 6,003               | 744,623                           | 351,692                           |
| 9        | 260           | 250             | 260          | 7,5                   | 12,5                | 24      | 177          | 86,819                                  | 68,153 | 25                  | 100                 | 40     | 10454,955            | 836,396          | 10,974              | 3667,563            | 282,120             | 6,500               | 919,771                           | 430,169                           |
| 10       | 280           | 270             | 280          | 8                     | 13                  | 24      | 196          | 97,264                                  | 76,353 | 25                  | 110                 | 45     | 13673,298            | 1012,837         | 11,857              | 4762,642            | 340,189             | 6,988               | 1112,223                          | 518,132                           |
| 11       | 300           | 290             | 300          | 8,5                   | 14                  | 27      | 208          | 112,528                                 | 88,334 | 28                  | 120                 | 45     | 18283,498            | 1259,552         | 12,740              | 6309,559            | 420,837             | 7,488               | 1383,272                          | 641,166                           |
| 12       | 320           | 310             | 300          | 9                     | 15,5                | 27      | 225          | 124,368                                 | 97,629 | 28                  | 120                 | 45     | 23928,591            | 1479,264         | 13,578              | 6985,239            | 465,683             | 7,494               | 1628,069                          | 709,740                           |

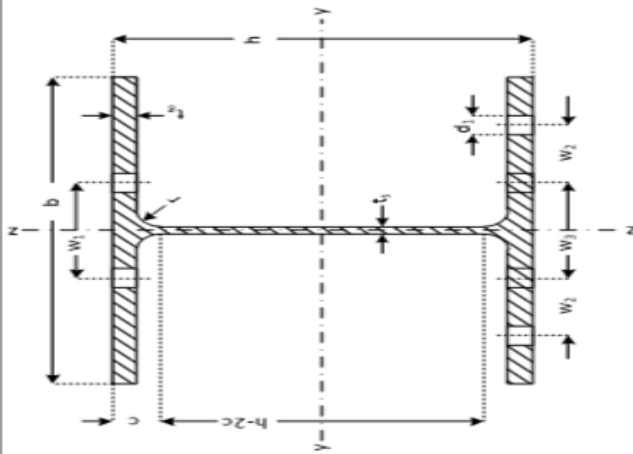
# ΠΛΑΤΥΠΕΛΜΑ ΔΟΚΑΡΙΑ Ι

ΕΛΑΦΡΙΑ ΔΙΑΤΟΜΗ ΣΕΙΡΑ Ι.ΡΒΙ=HE-A

Συνήθη μέκη

για ύψη διατομών κάτω από 300 χιλ.....8 ως 16 μ.

για ύψη διατομών πάνω από 300 χιλ.....8 ως 18 μ.

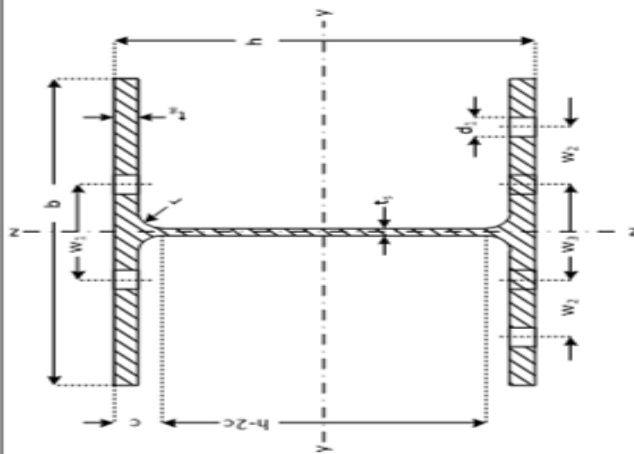


| Όνομασία | Υψος διατομής | Πλάτος πέλματος | Πάχος κορμού | Πάχος πέλματος      | Ακτίνα              | Εμβαδόν | Ειδικό βάρος         | Οφέετ πέλματων      |                     |                     | Για συνάρτωνα κάρφους - Ελαστική Ανάλυση |                                   |                                   |                                    |                                    |                                    | Πλαστική Ανάλυση                  |                                   |                                   |                                   |                                   |          |
|----------|---------------|-----------------|--------------|---------------------|---------------------|---------|----------------------|---------------------|---------------------|---------------------|--|-----------------------------------|-----------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|----------|
|          |               |                 |              |                     |                     |         |                      | d <sub>1</sub> (mm) | w <sub>1</sub> (mm) | w <sub>2</sub> (mm) | I <sub>y</sub> (cm <sup>4</sup> )        | W <sub>y</sub> (cm <sup>3</sup> ) | I <sub>x</sub> (cm <sup>4</sup> ) | I <sub>x1</sub> (cm <sup>4</sup> ) | I <sub>x2</sub> (cm <sup>4</sup> ) | W <sub>x</sub> (cm <sup>3</sup> )  | I <sub>z</sub> (cm <sup>4</sup> ) | W <sub>z</sub> (cm <sup>3</sup> ) | W <sub>y</sub> (cm <sup>3</sup> ) | W <sub>z</sub> (cm <sup>3</sup> ) |                                   |          |
| A/A      | HE-A          | h (mm)          | b (mm)       | t <sub>1</sub> (mm) | t <sub>2</sub> (mm) | r (mm)  | F (cm <sup>2</sup> ) | G (kg/m)            | d <sub>1</sub> (mm) | w <sub>1</sub> (mm) | w <sub>2</sub> (mm)                      | I <sub>y</sub> (cm <sup>4</sup> ) | W <sub>y</sub> (cm <sup>3</sup> ) | I <sub>x</sub> (cm <sup>4</sup> )  | I <sub>x1</sub> (cm <sup>4</sup> ) | I <sub>x2</sub> (cm <sup>4</sup> ) | W <sub>x</sub> (cm <sup>3</sup> ) | I <sub>z</sub> (cm <sup>4</sup> ) | W <sub>z</sub> (cm <sup>3</sup> ) | W <sub>y</sub> (cm <sup>3</sup> ) | W <sub>z</sub> (cm <sup>3</sup> ) |          |
| 13       | 340           | 330             | 300          | 9,5                 | 16,5                | 27      | 243                  | 133,473             | 104,776             | 28                  | 120                                      | 45                                | 27693,106                         | 1678,370                           | 14,404                             | 7435,999                           | 495,733                           | 7,464                             | 1850,476                          | 735,948                           | 1850,476                          | 735,948  |
| 14       | 360           | 350             | 300          | 10                  | 17,5                | 27      | 261                  | 142,758             | 112,065             | 28                  | 120                                      | 45                                | 33089,790                         | 1890,845                           | 15,225                             | 7886,843                           | 525,790                           | 7,433                             | 2088,474                          | 802,278                           | 2088,474                          | 802,278  |
| 15       | 400           | 390             | 300          | 11                  | 19                  | 27      | 298                  | 158,978             | 124,798             | 28                  | 120                                      | 45                                | 45069,396                         | 2311,251                           | 16,837                             | 8563,829                           | 570,922                           | 7,339                             | 2561,799                          | 872,864                           | 2561,799                          | 872,864  |
| 16       | 450           | 440             | 300          | 11,5                | 21                  | 27      | 344                  | 178,028             | 139,752             | 28                  | 120                                      | 45                                | 63721,633                         | 2896,438                           | 18,919                             | 9465,333                           | 631,022                           | 7,292                             | 3215,867                          | 965,531                           | 3215,867                          | 965,531  |
| 17       | 500           | 490             | 300          | 12                  | 23                  | 27      | 390                  | 197,938             | 155,067             | 28                  | 120                                      | 45                                | 86974,780                         | 3549,991                           | 20,983                             | 10367,085                          | 691,137                           | 7,244                             | 3948,857                          | 1058,513                          | 3948,857                          | 1058,513 |
| 18       | 550           | 540             | 300          | 12,5                | 24                  | 27      | 438                  | 211,758             | 166,230             | 28                  | 120                                      | 45                                | 111932,222                        | 4145,638                           | 22,991                             | 10819,050                          | 721,270                           | 7,148                             | 4621,818                          | 1106,904                          | 4621,818                          | 1106,904 |
| 19       | 600           | 590             | 300          | 13                  | 25                  | 27      | 486                  | 226,458             | 177,769             | 28                  | 120                                      | 45                                | 141208,111                        | 4786,716                           | 24,971                             | 11271,317                          | 751,421                           | 7,085                             | 5350,386                          | 1155,657                          | 5350,386                          | 1155,657 |
| 20       | 650           | 640             | 300          | 13,5                | 26                  | 27      | 534                  | 241,638             | 189,686             | 28                  | 120                                      | 45                                | 175178,236                        | 5474,320                           | 26,925                             | 11723,882                          | 781,592                           | 6,966                             | 6136,291                          | 1204,789                          | 6136,291                          | 1204,789 |
| 21       | 700           | 690             | 300          | 14,5                | 27                  | 27      | 582                  | 260,478             | 204,475             | 28                  | 120                                      | 45                                | 215301,356                        | 6240,619                           | 28,750                             | 12178,799                          | 811,920                           | 6,838                             | 7031,822                          | 1256,741                          | 7031,822                          | 1256,741 |
| 22       | 800           | 790             | 300          | 15                  | 28                  | 30      | 674                  | 285,826             | 224,373             | 28                  | 130                                      | 40                                | 303442,648                        | 7682,092                           | 32,583                             | 12638,669                          | 842,578                           | 6,650                             | 8699,490                          | 1312,259                          | 8699,490                          | 1312,259 |
| 23       | 900           | 890             | 300          | 16                  | 30                  | 30      | 770                  | 320,526             | 251,613             | 28                  | 130                                      | 40                                | 422075,018                        | 9484,832                           | 36,288                             | 13547,472                          | 903,165                           | 6,501                             | 10811,038                         | 1414,478                          | 10811,038                         | 1414,478 |
| 24       | 1000          | 990             | 300          | 16,5                | 31                  | 30      | 868                  | 346,846             | 272,274             | 28                  | 130                                      | 40                                | 553846,237                        | 11188,613                          | 39,960                             | 14004,453                          | 933,630                           | 6,354                             | 12824,378                         | 1469,713                          | 12824,378                         | 1469,713 |



# ΠΛΑΤΥΠΕΛΜΑ ΔΟΚΑΡΙΑ Ι

ΙΔΙΑΙΤΕΡΑ ΕΛΑΦΡΙΑ ΔΙΑΤΟΜΗ ΣΕΙΡΑ Ι.ΡΒΙΙ=HE-AA



Συνήθη μήκη

για ύψη διατομών κάτω από 300 χιλ.....8 ως 16 μ.

για ύψη διατομών πάνω από 300 χιλ.....8 ως 18 μ.

| Όνομασία | Υψος διατομής | Πλάτος πέλματος | Πάχος κορμού | Πάχος πέλματος | Ακτίνα κομψότητας | Εμβαδόν              | Είδιο βάρος | Οσιές πελάτων |            |            | Για τον άξονα κομψότητας - Ελαστική Ανάλυση |                          |                          |                          |                          |                          | Πλαστική Ανάλυση         |                          |
|----------|---------------|-----------------|--------------|----------------|-------------------|----------------------|-------------|---------------|------------|------------|---|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
|          |               |                 |              |                |                   |                      |             | $d_1$ (mm)    | $w_1$ (mm) | $w_2$ (mm) | $I_y$ (cm <sup>4</sup> )                    | $I_z$ (cm <sup>4</sup> ) | $I_y$ (cm <sup>4</sup> ) | $I_z$ (cm <sup>4</sup> ) | $I_y$ (cm <sup>4</sup> ) | $I_z$ (cm <sup>4</sup> ) | $W_y$ (cm <sup>3</sup> ) | $W_z$ (cm <sup>3</sup> ) |
| A/A      | HE-AA         | b (mm)          | $t_f$ (mm)   | $t_w$ (mm)     | r (mm)            | F (cm <sup>2</sup> ) | G (kg/m)    | $d_1$ (mm)    | $w_1$ (mm) | $w_2$ (mm) | $I_y$ (cm <sup>4</sup> )                    | $I_z$ (cm <sup>4</sup> ) | $I_y$ (cm <sup>4</sup> ) | $I_z$ (cm <sup>4</sup> ) | $I_y$ (cm <sup>4</sup> ) | $I_z$ (cm <sup>4</sup> ) | $W_y$ (cm <sup>3</sup> ) | $W_z$ (cm <sup>3</sup> ) |
| 13       | 340           | 300             | 8,5          | 11,5           | 27                | 100,503              | 78,895      | 28            | 113        | 50         | 19552,289                                   | 1222,018                 | 13,948                   | 5184,738                 | 345,649                  | 7,182                    | 1340,923                 | 529,298                  |
| 14       | 360           | 300             | 9            | 12             | 27                | 105,608              | 83,687      | 28            | 113        | 50         | 23027,372                                   | 1359,137                 | 14,700                   | 5410,457                 | 360,697                  | 7,124                    | 1495,242                 | 552,969                  |
| 15       | 400           | 378             | 9,5          | 13             | 27                | 117,698              | 92,393      | 28            | 114        | 50         | 31252,098                                   | 1653,350                 | 16,285                   | 5861,392                 | 390,759                  | 7,057                    | 1824,135                 | 599,688                  |
| 16       | 450           | 425             | 10           | 13,5           | 27                | 127,058              | 99,740      | 28            | 114        | 50         | 41887,636                                   | 1971,183                 | 18,157                   | 6087,535                 | 405,836                  | 6,922                    | 2183,341                 | 624,353                  |
| 17       | 500           | 472             | 10,5         | 14             | 27                | 136,878              | 107,449     | 28            | 115        | 50         | 54643,296                                   | 2315,394                 | 19,980                   | 6313,851                 | 420,923                  | 6,792                    | 2576,231                 | 649,197                  |
| 18       | 550           | 522             | 11,5         | 15             | 27                | 152,838              | 119,978     | 28            | 116        | 50         | 72871,379                                   | 2792,007                 | 21,835                   | 6766,525                 | 451,102                  | 6,654                    | 3127,602                 | 698,639                  |
| 19       | 600           | 571             | 12           | 15,5           | 27                | 164,058              | 128,785     | 28            | 116        | 50         | 91871,938                                   | 3217,931                 | 23,664                   | 6993,438                 | 466,229                  | 6,529                    | 3623,061                 | 724,469                  |
| 20       | 650           | 620             | 12,5         | 16             | 27                | 175,758              | 137,970     | 28            | 117        | 49         | 113944,090                                  | 3675,616                 | 25,462                   | 7220,612                 | 481,374                  | 6,410                    | 4159,885                 | 750,854                  |
| 21       | 700           | 670             | 13           | 17             | 27                | 190,938              | 149,886     | 28            | 117        | 49         | 142720,613                                  | 4260,317                 | 27,340                   | 7673,074                 | 511,538                  | 6,339                    | 4840,136                 | 799,713                  |
| 22       | 800           | 770             | 14           | 18             | 30                | 218,486              | 171,511     | 28            | 124        | 46         | 208882,257                                  | 5425,313                 | 30,920                   | 8133,731                 | 542,249                  | 6,101                    | 6224,801                 | 856,551                  |
| 23       | 900           | 870             | 15           | 20             | 30                | 252,226              | 197,997     | 28            | 125        | 45         | 301145,126                                  | 6922,976                 | 34,554                   | 9041,369                 | 602,758                  | 5,987                    | 7998,813                 | 957,659                  |
| 24       | 1000          | 970             | 16           | 21             | 30                | 282,206              | 221,531     | 28            | 126        | 45         | 406451,325                                  | 8380,440                 | 37,951                   | 9500,817                 | 633,388                  | 5,802                    | 9776,730                 | 1015,750                 |



## ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] Οδηγός σχεδιασμού σύμμικτων κτιρίων, Γιάννης Βάγιας, Γιάννης Παλαμάς, Κωνσταντίνος Τάτσης, Παύλος Θανόπουλος, εκδόσεις ΚΛΕΙΔΑΡΙΘΜΟΣ
- [2] Βέλτιστος σχεδιασμός κατασκευών με πολλαπλά κριτήρια με χρήση στρατηγικών εξέλιξης, Πλεύρης Ευάγγελος, Αθήνα 2001
- [3] Σημειώσεις σύμμικτων κατασκευών ΤΕΙ ΠΕΙΡΑΙΑ Σ.Τ.ΕΦ. Π.Δ.Ε. Αριστοτέλης Ε. Χαραλαμπίκης
- [4] Particle swarm optimization και τεχνολογικές εφαρμογές, Καρυοφύλλης Δημήτρης, Αθήνα 2013
- [5] Identification of Bouce- Wen hysteretic systems using particle swarm optimization, ΑΕ Charalampakis, CK Dimou- Computers & structures, 2010
- [6] Σύμμικτες κατασκευές από χάλυβα και οπλισμένο σκυρόδεμα, Ιωάννης Βάγιας 3<sup>η</sup> έκδοση, εκδόσεις ΚΛΕΙΔΑΡΙΘΜΟΣ
- [7] Υλοποίηση των τεχνικών βελτιστοποίησης Differential Evolution Strategy και Particle Swarm Optimization και δοκιμή τους σε μικροκυματικά φίλτρα- Πρόγραμμα Ε.Π.Ε.Α.Ε.Κ. «Αρχιμήδης II: Ενίσχυση ερευνητικών ομάδων στα ΤΕΙ (ΕΕΟΤ)», Τμήμα Πληροφορικής και Επικοινωνιών, ΤΕΙ Σερρών
- [8] Ευρωκώδικας 3 (EC3)
- [9] Ευρωκώδικας 4 (EC4)
- [10] Διπλωματική Εργασία “ Μελέτη δώροφου βιομηχανικού μεταλλικού κτιρίου” του Νικόλαου Α. Ηλιάδη, Αθήνα, Ιούλιος 2013, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
- [11] Σύμμικτες Κατασκευές, Αθ. Χ. Τριανταφύλλου (<https://eclass.upatras.gr>)
- [12] Σχεδιασμός σύμμικτων δομικών στοιχείων σύμφωνα με τον EC4, Φαίδων Σ. Καρυδάκης ([http://library.tee.gr/digital/m2464/m2464\\_ec4.pdf](http://library.tee.gr/digital/m2464/m2464_ec4.pdf))
- [13] <https://el.wikipedia.org>