

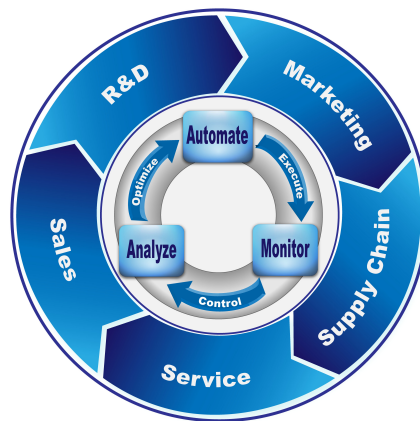
Α.Ε.Ι. ΠΕΙΡΑΙΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟΥ ΤΟΜΕΑ

ΕΥΣΤΑΘΕΙΑ ISS ΣΕ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ: Συγκριτική Μελέτη με την Ευστάθεια Lyapunov και BIBO

ΔΑΔΕΖΙΟΣ ΙΩΑΝΝΗΣ

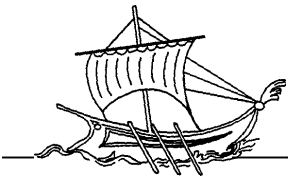
Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών:

Αυτοματισμός Παραγωγής και Υπηρεσιών



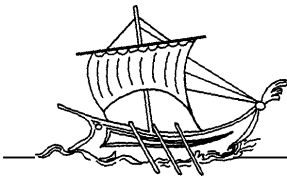
ΔΙΑΤΡΙΒΗ

Πειραιάς, Σεπτέμβριος 2017



Α.Ε.Ι. ΠΕΙΡΑΙΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟΥ ΤΟΜΕΑ

Μεταπτυχιακή Διατριβή που υποβάλλεται στο καθηγητικό σώμα για την μερική εκπλήρωση των υποχρεώσεων απόκτησης του μεταπτυχιακού τίτλου του Μεταπτυχιακού Προγράμματος «Αυτοματισμός Παραγωγής και Υπηρεσιών» του Τμήματος Μηχανικών Αυτοματισμού του Ανωτάτου Εκπαιδευτικού Ιδρύματος Πειραιώς Τεχνολογικού Τομέα.



Α.Ε.Ι. ΠΕΙΡΑΙΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟΥ ΤΟΜΕΑ

ΔΗΛΩΣΗ ΣΥΓΓΡΑΦΕΑ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Ο κάτωθι υπογεγραμμένος Ιωάννης Δαλέζιος, του Φρειδερίκου, με αριθμό μητρώου 18 φοιτητής του Τμήματος **Μηχανικών Αυτοματισμού Τ.Ε.** του Α.Ε.Ι. Πειραιά Τ.Τ. πριν αναλάβω την εκπόνηση της Πτυχιακής Εργασίας μου, δηλώνω ότι ενημερώθηκα για τα παρακάτω:

«Η Πτυχιακή Εργασία (Π.Ε.) αποτελεί προϊόν πνευματικής ιδιοκτησίας τόσο του συγγραφέα, όσο και του Ιδρύματος και θα πρέπει να έχει μοναδικό χαρακτήρα και πρωτότυπο περιεχόμενο.

Απαγορεύεται αυστηρά οποιοδήποτε κομμάτι κειμένου της να εμφανίζεται αυτούσιο ή μεταφρασμένο από κάποια άλλη δημοσιευμένη πηγή. Κάθε τέτοια πράξη αποτελεί προϊόν λογοκλοπής και εγείρει θέμα Ηθικής Τάξης για τα πνευματικά δικαιώματα του άλλου συγγραφέα. Αποκλειστικός υπεύθυνος είναι ο συγγραφέας της Π.Ε., ο οποίος φέρει και την ευθύνη των συνεπειών, ποινικών και άλλων, αυτής της πράξης.

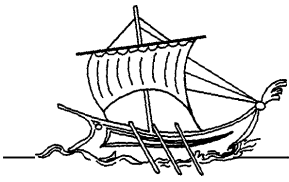
Πέραν των όποιων ποινικών ευθυνών του συγγραφέα σε περίπτωση που το Ίδρυμα του έχει απονεμίσει Πτυχίο, αυτό ανακαλείται με απόφαση της Συνέλευσης του Τμήματος. Η Συνέλευση του Τμήματος με νέα απόφαση της, μετά από αίτηση του ενδιαφερόμενου, του αναθέτει εκ νέου την εκπόνηση της Π.Ε. με άλλο θέμα και διαφορετικό επιβλέποντα καθηγητή. Η εκπόνηση της εν λόγω Π.Ε. πρέπει να ολοκληρωθεί εντός τουλάχιστον ενός ημερολογιακού δμήνου από την ημερομηνία ανάθεσης της. Κατά τα λοιπά εφαρμόζονται τα προβλεπόμενα στο άρθρο 18, παρ. 5 του ισχύοντος Εσωτερικού Κανονισμού.»

Ο Δηλών
Ιωάννης Δαλέζιος

Ο Επιβλέπων
Χρήστος Δρόσος

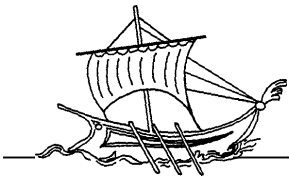
Μιχάλης Παπουτσιδάκης

Ημερομηνία
20 Σεπτεμβρίου 2017



Α.Ε.Ι. ΠΕΙΡΑΙΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟΥ ΤΟΜΕΑ

Αφιερώνεται στους γονείς μου



Α.Ε.Ι. ΠΕΙΡΑΙΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟΥ ΤΟΜΕΑ

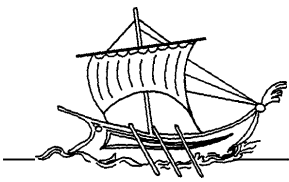
Πίνακας περιεχομένων

| | |
|---|-----------|
| Συγκριτική Μελέτη με την Ευστάθεια Lyapunov και BIBO | 1 |
| Περίληψη (ελληνικά) | 7 |
| Abstract (English) | 8 |
| ΕΙΣΑΓΩΓΗ..... | 10 |
| ΕΠΙΣΚΟΠΗΣΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑΣ..... | 15 |
| Διδακτικά συγγράμματα & ερευνητικές μονογραφίες..... | 15 |
| Μαθηματική Θεωρία Αυτομάτου Ελέγχου | 16 |
| Υπολογιστική Πολυπλοκότητα | 18 |
| Δημοσιευμένες εργασίες & άρθρα | 18 |
| ΘΕΩΡΙΑ ΕΛΕΓΧΟΥ | 20 |
| Ιδιότητες συστημάτων ελέγχου | 22 |
| Γραμμικότητα | 22 |
| Ελεγχιμότητα..... | 26 |
| Ευστάθεια και ευστάθεια Lyapunov | 27 |
| Ευστάθεια BIBO και ISS..... | 31 |
| Ευστάθεια BIBO | 31 |
| Ευστάθεια ISS | 33 |
| ΑΛΓΟΡΙΘΜΙΚΗ ΠΟΛΥΠΛΟΚΟΤΗΤΑ | 36 |
| ΒΑΡΥΤΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ & ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ | 39 |
| Βαρυτική δύναμη..... | 39 |
| Λοιπές παραδοχές | 41 |
| Προσομοίωση | 42 |
| Κώδικας Python3 | 42 |
| Ανάλυση Κώδικα & Στιγμιότυπων | 46 |
| Δειγματοληψία & Στατιστική Έρευνα..... | 52 |
| Ερωτηματολόγιο..... | 52 |
| Ανάλυση & Συμπεράσματα | 55 |
| Συμπεράσματα & Συζήτηση | 70 |
| Βιβλιογραφία..... | 72 |



Α.Ε.Ι. ΠΕΙΡΑΙΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟΥ ΤΟΜΕΑ

| | |
|---|----|
| • Εικόνα 1: Alexandr Mikhailovich Lyapunov | 12 |
| • Εικόνα 2: Περιεχόμενα από το περιοδικό που φιλοξένησε το "On Governors" | 14 |
| • Εικόνα 3: Μετά τις αρχικές συνθήκες | 47 |
| • Εικόνα 4: Στο μέσον της προσομοίωσης | 48 |
| • Εικόνα 5: Έναρξη αστάθειας | 49 |
| • Εικόνα 6: Τελικό στάδιο | 50 |
| • Εικόνα 7: Στοιχεία ερωτηματολογίου | 56 |
| • Εικόνα 8: Σωστά τιθέμενα στοιχεία ερωτηματολογίου | 57 |
| • Εικόνα 9: Πίτα ερώτησης 1 | 60 |
| • Εικόνα 10: Πίτα ερώτησης 2 | 61 |
| • Εικόνα 11: Πίτα ερώτησης 3 | 62 |
| • Εικόνα 12: Πίτα ερώτησης 4 | 63 |
| • Εικόνα 13: Πίτα ερώτησης 5 | 64 |
| • Εικόνα 14: Θηκόγραμμα για Πλήθος | 66 |



Α.Ε.Ι. ΠΕΙΡΑΙΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟΥ ΤΟΜΕΑ

Περίληψη (ελληνικά)

Η μεταπτυχιακή αυτή βιβλιογραφική εργασία με έντονο το στοιχείο της προσομοίωσης και της εξομοίωσης αφορά τη μελέτη της ευστάθειας ISS δια του ορισμού – πρωταρχικά – και της σύγκρισης – δευτερευόντως, με την ευστάθεια Lyapunov και BIBO. Μεθοδολογικά, θα υπάρξει μία διαδρομή στη μελέτη σύγχρονων, αλλά και κλασσικών/παλαιότερων βιβλιογραφικών αναφορών που αναφέρονται στο παραπάνω θέμα του πονήματος. Στη συνέχεια, θα ακολουθήσει προσομοίωση καταστάσεων με γνωστό και άγνωστο φορέα στο υπολογιστικό πακέτο MATLAB. Η ποιοτική/τοπολογική – από μαθηματικής σκοπιάς – και ποσοτική/στατιστική ανάλυση των αποτελεσμάτων θα αποδοθεί στο πέρας της εργασίας και διεπιστημονικό ρόλο θα έχει η διενέργεια ερωτηματολογίων σε ανθρώπους της αγοράς και του ακαδημαϊκού χώρου σχετικά με τη χρήση της μεθόδου αυτής που αναφέρεται η ευστάθεια ISS. Παραπλεύρως, θα έχουμε πληθώρα αποτελεσμάτων με τα αναμενόμενα αυτά αποτελέσματα να αφορούν την παρουσίαση σύνθετων μαθηματικών δομών που αποσκοπούν στη σύνδεση των Συστημάτων Αυτομάτου Ελέγχου μη-γραμμικής δομής με των γραμμικών και στα πλεονεκτήματα της προαναφερόμενης και οριζόμενης στην μεταπτυχιακή εργασία ευστάθειας ISS. Φυσικά, ο επίλογος θα αφορά την έντονη χρησιμότητα, με τη χρήση των αποτελεσμάτων να έχει, αφενός, θεωρητικό χαρακτήρα, αφετέρου, προσδίδει θεμέλια στην αξιοποίηση της μεθόδου από τον σύγχρονο επιστήμονα Μηχανικό Αυτοματισμού/Αυτοματιστή, είτε σε μικρή κλίμακα, είτε σε κλίμακα παραγωγής.

Λέξεις – Κλειδιά: Συστήματα Αυτομάτου Ελέγχου, Γραμμικά Συστήματα, Ευστάθεια, Ευστάθεια Lyapunov, Προσομοίωση



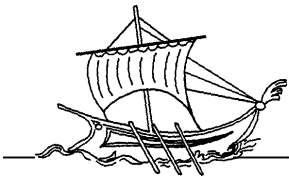
A.E.I. ΠΕΙΡΑΙΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟΥ ΤΟΜΕΑ

Abstract (English)

The present post-graduate reference thesis, characterized by the intense element of simulation, is formed in terms of studying the ISS stability, either by definition – primarily – or by comparing – secondarily, to Lyapunov stability and BIBO. The used method will be comprised by a route in the study of modern and additionally classic references of our subject. Then, the references will be followed by a series of simulations in MATLAB, in a known or an unknown manner. The qualitative/topological – in mathematical terms – and the quantitative/statistical analysis of the results will be presented in the final pages, whereas an interdisciplinary role will be attached to the query-based research to people in industry or academic cycles, who use or research ISS stability. On the other hand, we shall be given the opportunity to extract – awaited – results, that will be formulated in terms of complex mathematical structures, which are supposed to connect Control Theory of non-linear nature to those of linear one and to the advantages of using ISS stability. Naturally, the epilogue will be the intense use, in terms of theoretical results on the one hand, but on the other how can the method be utilized by the scientifically – oriented Engineer, either in human measures or in production.

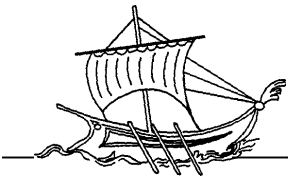
Keywords: Automatic Control Systems, Linear Systems, Stability, Lyapunov Stability, Simulation

Mathematics Subject Classification (2010): 37B25, 37B55, 39A06, 39A30, 49K15, 49K20, 49K40, 93B05, 93B07, 93B18, 93B52, 93C05, 93C10, 93C15, 93C20, 93C85, 93D05, 93D09, 93D20, 93D25, 93D30



Α.Ε.Ι. ΠΕΙΡΑΙΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟΥ ΤΟΜΕΑ

ΜΕΡΟΣ Ι
ΘΕΩΡΗΤΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ



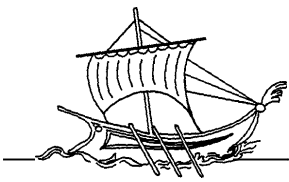
Α.Ε.Ι. ΠΕΙΡΑΙΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟΥ ΤΟΜΕΑ

Κεφάλαιο 1:

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Εκκινώντας το παρόν πόνημα μορφής μεταπτυχιακής διατριβής ως αναλογιστούμε το ακόλουθο φανταστικό πείραμα. Σε ένα πεπερασμένο δοχείο με νερό τοποθετούμε στην ελεύθερη επιφάνειά του με τον αέρα μία υδατοδιαλυτή σκόνη έντονου χρώματος – προς βέλτιστη παρατήρηση, η οποία αρχικά σημειακά θα αρχίσει να εξαπλώνεται στο ρευστό διαχεόμενο. Η σκόνη αυτή θα χρωματίσει ομοιόμορφα το υγρό σε πεπερασμένο χρόνο, τουλάχιστον για την ανθρώπινη κλίμακα παρατήρησης. Η διαδικασία αυτή, εάν αποδομηθεί, μπορεί να παρουσιαστεί ως μία χρονική στιγμή όπου τα φυσικά μεγέθη δεν είναι σε ισορροπία και μέσω ορισμένων διαδικασιών τείνουν σε αυτή.

Το απόσταγμα του παραπάνω φανταστικού πειράματος είναι η ευστάθεια ενός πεπερασμένου συστήματος και οι διάφορες μορφές της, που η ίδια η ευστάθεια και οι μορφές που προαναφέρθηκαν θα τεθούν σε παρουσίαση και εφαρμογή στα επόμενα. Όπως, μπορεί να γίνει κατανοητό η ευστάθεια ως ένας χαρακτηρισμός ενός συστήματος – και ειδικά για ένα σύστημα αυτομάτου ελέγχου – είναι μία έννοια τοπική, δηλαδή μίας συγκεκριμένης χρονικής στιγμής ή μία έννοια η οποία απαιτεί σχεδόν άπειρο χρόνο πραγματοποίησης. Η διττή αυτή φύση της ευστάθειας την αναδεικνύει ως τοπολογική έννοια, δηλαδή μία έννοια που αφορά την εν τω βάθει δομή του υπό μελέτη συστήματος. Θα επιμείνουμε στη σημασία της Τοπολογίας στην ευστάθεια, σε επόμενο κεφάλαιο, όπου θα τεθούν με περισσότερη σαφήνεια οι ορισμοί και οι μαθηματικοί και αλγοριθμικοί κανόνες που θα μελετήσουμε.



Α.Ε.Ι. ΠΕΙΡΑΙΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟΥ ΤΟΜΕΑ

Ως ευστάθεια, χονδροειδώς, δύναται να οριστεί μία κατάσταση σε ένα σύστημα που συμμετέχουν ορισμένες μεταβλητές η οποία επιτυγχάνεται είτε σε πεπερασμένο, είτε σε άπειρο χρόνο και σηματοδοτεί την ολική ή μερική στασιμότητα του συστήματος. Με εφαλτήριο τον προηγούμενο άτυπο ορισμό μπορεί να δηλωθεί με σαφήνεια ότι η παρούσα εργασία αποτελεί μία παρουσίαση ορισμένων βασικών ειδών ευστάθειας, όπως καθορίζονται στη βιβλιογραφία, μία εκτεταμένη αναφορά της κάθε μίας και μία εμπειρισταωμένη σύγκριση μεταξύ τους. Η παρουσίαση της θεωρίας τους προέρχεται από τη Μαθηματική Θεωρία (Αυτομάτου) Ελέγχου και η κατανομή ιδιοτήτων όσον αφορά τα πλεονεκτήματά τους στην καθημερινότητα του Αυτοματιστή ή του Επιστήμονα Μηχανικού, διέπεται από τη Θεωρία Αλγορίθμων και την Υπολογιστική Πολυπλοκότητα.

Ο Αυτοματιστής – ως ένα πρόσωπο ικανό να εξομοιώνει καταστάσεις και έπειτα να δημιουργεί αυτόματες (απλές έως ιδιαίτερα σύνθετες) αλληλουχίες διακριτών κόμβων σε πληθώρα εφαρμοσμένων προβλημάτων άλλων κλάδων – συνεισφέρει μέσω της Θεωρίας Ελέγχου, και δει μέσω των γνωστών τύπων ευστάθειας. Στο παρόν και στην ολοκληρωθείσα συνέχεια των επόμενων κεφαλαίων, όπως αναφέρεται και στον τίτλο της διατριβής μερικής ολοκλήρωσης του μεταπτυχιακού τίτλου σπουδών, γίνεται εκτενής περιγραφή της Ευστάθειας ISS (input to state) της Ευστάθειας Lyapunov και της Ευστάθειας BIBO (bounded input – bounded output). Κεντρική είναι η πρώτη, η οποία και θα συγκριθεί με τις επόμενες δύο, που θα λειτουργήσουν στην εργασία ως σταθμιστικές.

Πιο ειδικά, η Θεωρία Ευστάθειας ως ένα τμήμα της Θεωρίας Ελέγχου ή Αυτομάτου Ελέγχου πηγάζει από την ποιοτική μελέτη Δυναμικών Συστημάτων, που συνήθως στη βιβλιογραφία απεικονίζονται ως συνεχή ή διακριτά χρονοεξαρτώμενα συστήματα συναρτησιακών εξισώσεων, δηλαδή ή συστήματα Συνήθων ή Μερικών



Α.Ε.Ι. ΠΕΙΡΑΙΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟΥ ΤΟΜΕΑ

Διαφορικών Εξισώσεων¹ ή συστήματα Εξισώσεων Διαφορών. Ουσιώδες στη θεωρία αυτή – και γενικεύσιμο – είναι πως μας απασχολεί σε ένα αυτόματο σύστημα η επιτυχία που το διέπει όσον αφορά τη λειτουργία με οποιεσδήποτε αρχικές τιμές, ή αλλιώς, συνθήκες. Επομένως, η Θεωρία Ευστάθειας, που θα μας απασχολήσει αρκετά στο Κεφάλαιο 3 και η βιβλιογραφική της επισκόπηση στο Κεφάλαιο 2, είναι η μελέτη της συμπεριφοράς ενός συστήματος του οποίου δημιουργούνται ντετερμινιστικές ή πιθανοθεωρητικές² μικρές³ μεταβολές στις αρχικές του συνθήκες.



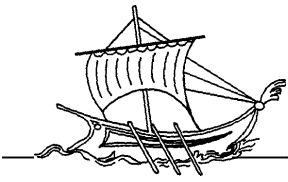
• Εικόνα 1: Alexandr Mikhailovich Lyapunov

Ιστορικά, τώρα, η ευστάθεια Lyapunov ονομάστηκε έτσι από το Ρώσο μαθηματικό Александр Михайлович Ляпунов, μέσω μίας εργασίας του περί

¹ Εδώ θα ληφθούν υπόψιν μόνο Συνήθεις και όχι Μερικές Διαφορικές Εξισώσεις, τουλάχιστον όσον αφορά τη μεθοδολογία επίλυσης και την παραμετρικοποίηση ως προς το χρόνο, που πολλάκις παραλείπεται ως εννοούμενη.

² Δε θα μας απασχολήσει η διάκριση αυτή.

³ Ως προς μία μετρική/απόσταση.

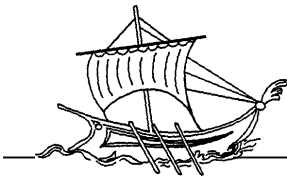


Α.Ε.Ι. ΠΕΙΡΑΙΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟΥ ΤΟΜΕΑ

ευστάθειας κινούμενων σωμάτων το έτος 1892. Αξίζει να αναφερθεί, προτού η μαθηματική θεώρηση το δείξει περισσότερο φορμαλιστικά, πως οι ευστάθειες BIBO και ISS είναι πρακτικά γενικεύσεις της Lyapunov, η πρώτη για γραμμικές και η δεύτερη για μη – γραμμικές περιπτώσεις προβλημάτων, εφόσον υπάρχει αρχικός έλεγχος⁴ στο σύστημά μας. Η πρώτη γενίκευση αφορά προβλήματα φραγμένων τιμών με συνεχή γραμμική εξάρτηση από τις παραμέτρους και η δεύτερη, πάλι μεν φραγμένες τιμές, αλλά δε όχι απαραίτητα γραμμική – ή και συνεχή με τη συνήθη έννοια – εξάρτηση.

Όσον αφορά, γενικότερα, την απαρχή της μελέτης συστημάτων ελέγχου, το ένευσμα δόθηκε από τον James Clerk Maxwell, ο οποίος μελετούσε μεθόδους σταθερής (πρόδρομα της αυτοματοποιημένης) φυγοκέντρωσης, γράφοντας το κείμενο On Governors (Maxwell, 1868) το 1868. Στη συνέχεια ο συμμαθητής του Maxwell, και καθηγητής προετοιμασίας στο Πανεπιστήμιο του Cambridge, Edward John Routh (Routh, 1877) το 1877 έθεσε σημαντικές βάσεις, οι οποίες και κατά τη διάρκεια των Α' και Β' Παγκοσμίων Πολέμων έδωσαν σημαντικά, αλλά μυστικά για καιρό αποτελέσματα. Εφάμιλλος συνεχιστής του Routh είναι ο Adolf Hurwitz (Hurwitz, 1964), με αποκορύφωμα το 1964 τη δημοσίευση του περί της αρνητικότητας πραγματικού μέρους ιδιοτιμών γραμμικών τελεστών εφαρμοζόμενων σε συστήματα αυτομάτου ελέγχου.

⁴ Αρχική είσοδος ή αρχικός έλεγχος (περιεχόμενος στη συνάρτηση ελέγχου, όπως θα φανεί).



A.E.I. ΠΕΙΡΑΙΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟΥ ΤΟΜΕΑ

50
PRO

PROCEEDINGS OF
THE ROYAL SOCIETY.

VOL. XVI. No. 100.

CONTENTS.

March 5, 1868. PAGE

I. On Governors. By J. CLERK MAXWELL, M.A., F.R.S.S.L. & E. 270

II. Proceedings of the Council of the Royal Society with reference to the undertaking of certain Physical Observations in India. Communicated by the PRESIDENT 283

March 12, 1868.

I. Notes on the Chemical Geology of the Gold-fields of California. By J. ARTHUR PHILLIPS 294

II. Third Supplementary Paper on the Calculation of the Numerical Value of Euler's Constant. By WILLIAM SHANKS 299

March 19, 1868.

I. Transformation of the Aromatic Monamines into Acids richer in Carbon.—
II. On Menaphthoxylic Acid, the Naphthaline-term corresponding to Benzoic Acid. By A. W. HOFMANN, LL.D., F.R.S. 300

II. On the Relation of Form and Dimensions to Weight of Material in the Construction of Iron-clad Ships. By E. J. REED, Chief Constructor of the Navy 306

March 26, 1868.

On the Amount and Changes of the Polar Magnetism at certain positions in Her Majesty's Iron-built and Armour-plated Ship 'Northumberland.' By FREDERICK JOHN EVANS, F.R.S., Staff-Captain R.N., in charge of the Admiralty Magnetic Department 311

TAYLOR AND FRANCIS, RED LION COURT, FLEET STREET.

• Εικόνα 2: Περιεχόμενα από το περιοδικό που φιλοξένησε το "On Governors"



Α.Ε.Ι. ΠΕΙΡΑΙΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟΥ ΤΟΜΕΑ

Κεφάλαιο 2:

ΕΠΙΣΚΟΠΗΣΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑΣ

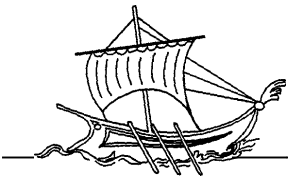
Η σύγχρονη βιβλιογραφία και αρθρογραφία επί του θέματος της παρούσας μεταπτυχιακής διατριβής είναι τόσο πλούσια που θεωρείται ανεπαρκές να γίνει εκτενής αναφορά. Παραταύτα, υπάρχουν επιστημονικοί πυλώνες με τη μορφή βιβλίων και άρθρων, επί των οποίων βαδίζουμε και εμείς στο κείμενο, και που στο συγκεκριμένο κεφάλαιο θα παρουσιάσουμε συνοπτικά.

Η επισκόπηση βιβλιογραφίας και αναφορών αποσκοπεί στη σύντομη παρουσίαση των βασικών εργαλείων ανάπτυξης της παρούσας διατριβής με γνώμονα τις κύριες έννοιες. Το υλικό, από την άλλη, που εξάγεται από βιβλία και άρθρα θα είναι αντικείμενο γόνιμης συζήτησης συγγραφέα – αναγνώστη στα επόμενα δύο κεφάλαια και στις παραγράφους τους θεωρητικής ανάπτυξης θεμάτων. Τα χρησιμοποιούμενα συγγράμματα είναι δύο ειδών – πρώτον μαθηματικής φύσεως και δεύτερον υπολογιστικής/αλγοριθμικής φύσεως.

Υποκεφάλαιο 2.1:

Διδακτικά συγγράμματα & ερευνητικές μονογραφίες

Εδώ θα παραθέσουμε ορισμένους τίτλους διδακτικών πανεπιστημιακών συγγραμμάτων, συλλογικών τόμων και ερευνητικών μονογραφιών που αποτελούν σημαντικό μέρος της άντλησης θεωρητικής γνώσης για τα επόμενα. Όπως αναφέρουμε και παρακάτω η λίστα είναι ενδεικτική και, σίγουρα, αποσκοπεί περισσότερο στο να



Α.Ε.Ι. ΠΕΙΡΑΙΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟΥ ΤΟΜΕΑ

προσανατολίζει τον αναγνώστη σε σύγχρονα αναγνώσματα, παρά σε κλασσικά, τα οποία μεν έχουν ιδιαίτερη βαρύτητα, αλλά δε είναι παλαιά και λιγότερο περιεκτικά της προσφερόμενης γνώσης και, φυσικά, των σύγχρονων τάσεων της επιστήμης.

Ενότητα 2.1.1:

Μαθηματική Θεωρία Αυτομάτου Ελέγχου

Όσον αφορά τα σύγχρονα διδακτικά και ερευνητικά βιβλία επί της Θεωρίας Ελέγχου, μπορούμε να ξεκινήσουμε την αναφορά από το βασικό και εφαρμοσμένο *Linear Control Theory: Structure, Robustness and Optimization* με εκτενείς αναφορές στην αυτοματοποίηση⁵, την υστέρηση και την ευστάθεια ενός γραμμικού συστήματος αυτομάτου ελέγχου⁶. Θα αναφερθεί και στο τελευταίο κεφάλαιο περαιτέρω συζήτησης ως ένα σύγγραμμα ιδανικό να συνεχίσει το παρόν πόνημα, ως προς τη βελτιστοποίηση SISO και την αυτόματη ανάλυση σήματος⁷. Δύναται να αξιοποιηθεί από εισαγωγικό προπτυχιακό μάθημα έως και προχωρημένο μεταπτυχιακό με αντίστοιχη χρήση για εκπόνηση εργασιών.

Αντίστοιχης αναγνωστικής και επιστημονικής δυσκολίας είναι και το *Introduction to Mathematical Systems Theory: Linear Systems, Identification and Control* με αντίστοιχες παροχές υλικού όπως παραπάνω, αλλά με εκτενέστερες αναφορές σε συστήματα input – output και σε ειδικές συνθήκες αυτών⁸. Χρήσιμες είναι εδώ για το επόμενο κεφάλαιο οι παράγραφοι για ελεγκτιμότητα και παρατηρησιμότητα⁹. Όσον αφορά τη συνέχιση σε επόμενο στάδιο ενδείκνυται για το περιεχόμενό του

⁵ PID controller.

⁶ Θα είναι επικουρικό σύγγραμμα στην εισαγωγή της ευστάθειας Lyapunov.

⁷ Αλγοριθμική εκμάθηση σειсмоγράφων για αυτοματοποιημένη έναρξη υπολογισμού παραμέτρων σεισμών από είσοδο.

⁸ Bounded – BIBO – συνθήκη φραγμένου, για την οποία το σύγγραμμα αυτό λειτουργεί επικουρικά.

⁹ Controlability και observability, αντίστοιχα.



A.E.I. ΠΕΙΡΑΙΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟΥ ΤΟΜΕΑ

σχετικά με στοχαστικό έλεγχο και (σχεδόν ή πλήρως¹⁰) μη – γραμμικά συστήματα αυτομάτου ελέγχου¹¹.

Τρίτο στην περιεκτική μας λίστα είναι το *Mathematical Control Theory: An Introduction* με αναφορά σε κάθε θέμα γραμμικής και μη – γραμμικής φύσης συστημάτων ελέγχου (αυτομάτου και μη), το οποίο ενδείκνυται για υψηλό γνωστικό επίπεδο και μεταπτυχιακές σπουδές. Θα αναλωθούμε στο να ετεροαναφέρουμε αυτό το διδακτικό σύγγραμμα, λόγω του κύρους του. Χρησιμοποιείται εκτενώς στο κεφάλαιο 3, όπου λαμβάνει χώρα στο επίπεδο της εργασίας αυτής η συστηματικοποίηση των συστημάτων αυτομάτου ελέγχου και της αναλυτικής και τοπολογικής τους δομής.

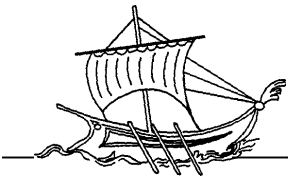
Σε αυτήν την παράγραφο, επίσης για το κεφάλαιο 3 – μερικώς – και κυρίως για τη συμπληρωματική συζήτηση στο πέρας της εργασίας αναφέρουμε τρία ερευνητικά συγγράμματα, ιδιαίτερης δυσκολίας, τα οποία απαιτούν χρόνο μελέτης και μαθηματική ωριμότητα. Τα δύο πρώτα είναι τόμοι συλλογικής εργασίας με εφαρμοσμένη χροιά, ειδικά σε σύγχρονα συστήματα¹², ενώ το τρίτο σε επεκτάσεις των συστημάτων που μελετούμε σε άπειρο χρόνο¹³. Είναι τα *Mathematical Control Theory I: Nonlinear and Hybrid Control Systems*, *Mathematical Control Theory II: Behavioral Systems and Robust Control* και *Advanced H_∞ Control: Towards Nonsmooth Theory and Applications*. Ειδικά για το τελευταίο, αναφέρουμε ακόμη ότι είναι χρήσιμο εγχειρίδιο περί ασυνεχών συστημάτων, μη παντού ή σχεδόν – παντού διαφορίσιμων, αλλά και για τη χρήση τοπολογικών μεθόδων.

¹⁰ Ειδικοί ορισμοί θα δοθούν στο κεφάλαιο 3.

¹¹ Βοηθητικό και στο παρόν επίπεδο για την ευστάθεια ISS.

¹² Συστήματα ελέγχου σε παρόχους κινητών τηλεπικοινωνιών, ρεύματος υψηλών τάσεων.

¹³ Εφαρμογές σε αργές χημικές αντιδράσεις, ανάπτυξη εξαιρετικά αργών μηχανικών ασταθειών σε στερεά σώματα και κοσμολογικά πρότυπα.



Α.Ε.Ι. ΠΕΙΡΑΙΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟΥ ΤΟΜΕΑ

Ενότητα 2.1.2:

Υπολογιστική Πολυπλοκότητα

Τέλος, αφού το πρακτικό μέρος της μεταπτυχιακής διατριβής είναι υπολογιστικό με σύστημα σημαντικά μεγάλου χρόνου μηχανικής φύσεως, είναι εύλογο να αξιοποιήσουμε γνώσεις από σύγγραμμα υπολογιστικής πολυπλοκότητας αλγορίθμων, όπως το Introduction to the Theory of Computation. Ακόμη, για πρακτικά/τεχνικά ζητήματα υπήρξε συνδρομή συγγραμμάτων περί σύνταξης σε γλώσσα MATLAB και Octave. Σχετικά με τη μελέτη της δειγματοληπτικής έρευνας¹⁴ θα γίνει αναφορά στο αντίστοιχο κεφάλαιο ως, εν μέρει, ετερογενές τη φύσει με τα προαναφερθέντα.

Υποκεφάλαιο 2.2:

Δημοσιευμένες εργασίες & άρθρα

Οι δημοσιευμένες εργασίες χωρίζονται σε δύο κατηγορίες, αυτές που είναι πρωταρχικού χαρακτήρα και αυτές με ευρεία αναγνώριση αλλά σύγχρονο περιεχόμενο σε διεθνή περιοδικά γνωστών εκδοτικών οίκων. Όσον αφορά την πρώτη κατηγορία τα, ενδεχομένως, πιο ουσιώδη και ιστορικά αναφέρονται στην ιστορική αναδρομή της εισαγωγής. Παρά ταύτα αναφέρουμε ακόμη κι άλλο ένα του Otto Mayr, που δομείται και με ιστορικά στοιχεία και με μαθηματικά αποτελέσματα και είναι το (Mayr, 1970). Ειδικότερα, είναι κείμενο με έκδοση άρθρων στα κεφάλαιά του.

Ειδική μνεία θα κάνουμε στην αρθρογράφηση κατά τη διάρκεια του Β' Παγκοσμίου Πολέμου, μίας περιόδου που για πολεμικούς και στρατιωτικούς σκοπούς διενεργήθηκε έρευνα μεγάλου όγκου στα Εφαρμοσμένα Μαθηματικά και, ειδικά, στη Θεωρία Ελέγχου. Κάνουμε ειδική αναφορά στο άρθρο του Irmgard Flügge – Lotz, ο

¹⁴ Κεφάλαιο 7.



Α.Ε.Ι. ΠΕΙΡΑΙΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟΥ ΤΟΜΕΑ

οποίος έκανε έρευνα σε σημειακά ασυνεχή συστήματα, αλλά και σε συστήματα υψηλότερης τάξης, δηλαδή εμπλεκόμενα σε μεγαλύτερης τάξης χρονικής παραγωγού (I. Flügge - Lotz, 1962).

Η καθημερινή και παγκόσμια χρήση και εφαρμογή συστημάτων αυτομάτου ελέγχου και η μελέτη τους ως προς την έννοια της ευστάθειας καθιστά αυτήν την εργασία υποχρεωμένη να αναζητήσει πληροφορίες και σε πλήθος άλλων μελετών, μονογραφιών και ερευνητικών βιβλίων, διδακτικών πανεπιστημιακών συγγραμμάτων και δημοσιευμένων άρθρων επιστημονικών περιοδικών. Η συνέχεια αναφοράς των υπολοίπων αξιοποιηθέντων ακολουθεί στο κεφάλαιο της Βιβλιογραφίας.



Α.Ε.Ι. ΠΕΙΡΑΙΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟΥ ΤΟΜΕΑ

Κεφάλαιο 3:

ΘΕΩΡΙΑ ΕΛΕΓΧΟΥ

Η Μαθηματική Θεωρία Αυτομάτου και μη Ελέγχου μελετά ως επιστημονικός κλάδος των Συνήθων Διαφορικών Εξισώσεων, των Δυναμικών Συστημάτων και, αρχικά, των μηχανικών εφαρμογών τους εξισώσεις της μορφής

$$\begin{cases} \dot{y} = f(y, u) \\ y(0) = y_0 \end{cases}$$

με $y = y(t) \in \mathbb{R}^n$ διαφορίσιμη, $t \in [0, t_0]$ ή γενικότερα $t \geq 0$, $u = u(t) \in U \subset \mathbb{R}^m$ και $f: \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$ συνεχής. Η τιμή $y(0)$ είναι η αρχική τιμή του συστήματος, η λεγόμενη αρχική κατάσταση, στην οποία επενεργεί μία διαδικασία άνευ ελέγχου μέσω της y . Συμβολίζουμε, ακόμη,

$$\dot{y} = \frac{dy}{dt}$$

τη χρονική παράγωγο της συνάρτησης y .

Η όποια έννοια ελέγχου υποβόσκει στη συνάρτηση u . Η u δύναται να ορίζεται ανεξάρτητα της y ή να εξαρτάται από αυτή ως

$$u = k \circ y$$

με $k: V \subset \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$. Σε τούτην τη συνήθη¹⁵ περίπτωση η k ονομάζεται συνάρτηση ανάδρασης ή, απλούστερα, ανάδραση. Η λύση¹⁶ του παραπάνω συστήματος

¹⁵ Αυτή η περίπτωση είναι πράγματι συνηθισμένη, μιας και ένα αυτόματο σύστημα λαμβάνει feedback από τις σύγχρονές του εξωτερικές ή εσωτερικές συνθήκες, που επιβάλλει η y .

¹⁶ Το πρόβλημα αυτό είναι αποδεδειγμένο πως είναι καλώς – τιθέμενο και με κατάλληλες συνθήκες της συνάρτησης f και με την ύπαρξη γνωστής αρχικής κατάστασης χαρακτηρίζεται με τη μοναδικότητα της λύσης.



Α.Ε.Ι. ΠΕΙΡΑΙΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟΥ ΤΟΜΕΑ

ονομάζεται έξοδος, ενώ οι τιμές που δέχεται η συνάρτηση f ονομάζονται είσοδοι. Σε αυτό το τμήμα της διατριβής ακολουθούμε υλικό από τα (Zabczyk, 1995) και (C. Heij, 2007).

Στόχος της Θεωρίας Ελέγχου είναι η, όσο το δυνατόν¹⁷, επιβολή της εξόδου να χαρακτηρίζεται από ορισμένες ιδιότητες που είναι σε αντιστοιχία¹⁸ με τις ιδιότητες της συνάρτησης ελέγχου, όπως η ευστάθεια, η παρατηρησιμότητα, η γραμμικότητα, η ισχύς και άλλες. Με τις έννοιες αυτές θα ασχοληθούμε στο παρόν κεφάλαιο, έννοιες οι οποίες θα εφαρμοστούν στο Νευτώνειο βαρυτικό μοντέλο του Ηλιακού Συστήματος, ως το πρακτικό μέρος της μεταπτυχιακής εργασίας.

Θα ονομάσουμε ακόμη, στην περίπτωση μη – γνώσης των ακριβών συνθηκών του φαινομένου, αλλά έχοντας γνώση τμήματος της πληροφορίας¹⁹, ή παραλλαγμένης πληροφορίας²⁰, ως συνάρτηση παρατηρησιμότητας ή, απλούστερα, παρατήρηση μία συνάρτηση $h: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^l$, η οποία λειτουργεί ως

$$\begin{cases} (h \circ y)(t) = h(y(t)) \\ (h \circ y)(0) = h_0 \end{cases}$$

Σημειώνουμε ότι είτε για λόγους αλγοριθμικών υπολογισμών, είτε για λόγους διακριτότητας ενός φυσικού ή ανθρωπογενούς φαινομένου υπάρχει περίπτωση μελέτης του αντίστοιχου διακριτού προβλήματος ελέγχου²¹ της μορφής

$$y_{k+1} = y_k + f(y_k, u_k)$$

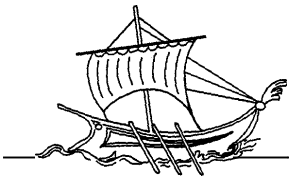
¹⁷ Σημαντικές είναι και οι πραγματικές συνθήκες στην καθημερινότητα του Μηχανικού Αυτοματιστή και όχι μόνο η θεωρητική μοντελοποίηση.

¹⁸ Σχεδόν αμφιμονοσήμαντη.

¹⁹ Ελλιπής πληροφόρηση.

²⁰ Παραμορφωτική λήψη πληροφόρησης για την κατάσταση του συστήματος, όπως για παράδειγμα η οφθαλμια παρατήρηση του νυχτερινού ουρανού, που δεν επιτρέπει γνώση απόλυτης λαμπρότητας αστερών – παρά μόνο φαινόμενης – και απόστασης από το σημείο παρατήρησης.

²¹ Μορφή εξίσωσης διαφορών.



Α.Ε.Ι. ΠΕΙΡΑΙΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟΥ ΤΟΜΕΑ

με $k \in \mathbb{N} \cup \{0\}$ και συμβολίζουμε $x_k = x(k)$, όπου $x \in \{y, u\}$. Στο παρόν πόνημα θα αναλωθούμε στη μελέτη συνεχών περιπτώσεων. Η μεθοδολογία μελέτης είναι, γενικά, ανάλογη.

Υποκεφάλαιο 3.1:

Ιδιότητες συστημάτων ελέγχου

Οι προαναφερθείσες έννοιες – ιδιότητες των συστημάτων (αυτομάτου) ελέγχου θα περιγραφούν στο παρόν υποκεφάλαιο και στις αντίστοιχες ενότητες. Είναι αναγκαία η υπενθύμιση ή η εξ αρχής συνοπτική παρουσίαση αυτών των εννοιών για την βέλτιστη παρακολούθηση του κειμένου από τον αναγνώστη και τη δικαιολόγηση των κινήσεών μας σε μετέπειτα κεφάλαιο, όπου γίνεται εφαρμογή αυτών. Οι ιδιότητες ορίζονται και μελετώνται.

Ενότητα 3.1.1:

Γραμμικότητα

Ως γραμμικότητα ορίζουμε σε ένα σύστημα αυτομάτου ελέγχου (δυναμικό σύστημα τουλάχιστον για την περίπτωση του πρακτικού μέρους) μία εξίσωση όπου

$$f(y, u) = Ay + Bu$$

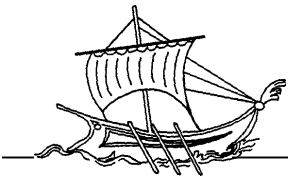
δηλαδή

$$\begin{cases} \dot{y} = Ay + Bu \\ y(0) = y_0 \end{cases}$$

με τα A και B να είναι οι πίνακες ως προς τη συνήθη πραγματική βάση που αντιστοιχούν σε γραμμικές απεικονίσεις. Υπενθυμίζουμε στον αναγνώστη πως ο πίνακας (μήτρα) που αντιστοιχεί σε μία γραμμική απεικόνιση $v: \mathbb{R}^{n_1} \rightarrow \mathbb{R}^{n_2}$ είναι ο

$$N \in \mathbb{R}^{n_2 \times n_1}$$

με



Α.Ε.Ι. ΠΕΙΡΑΙΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟΥ ΤΟΜΕΑ

$$v(x) = N \cdot x$$

και όσον αφορά τη συνήθη βάση, αντίστοιχα εννοούμε τα σύνολα μοναδιαίων²² και ορθογωνίων ανά δύο²³ διανυσμάτων

$$e = \{e_1 = (1, 0, \dots, 0), \dots, e_{n_j} = (0, \dots, 0, 1)\}$$

με n_j το πλήθος διανύσματα εντός του συνόλου, όπου $j \in \{1, 2\}$, αντίστοιχα για τις περιπτώσεις του πεδίου ορισμού και του συνόλου τιμών της γραμμικής απεικόνισης v . Δηλαδή, $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ και $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$, οπότε για την περίπτωση του A ,

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

Στην περίπτωση που στο γραμμικό μοντέλο συστήματος αυτομάτου ελέγχου υπάρχει παρατήρηση, τότε

$$h = Cy$$

με $C \in \mathbb{R}^{l \times n}$, επίσης πίνακας που αντιστοιχεί σε γραμμική συνάρτηση.

Η ιδιαίτερη μελέτη γραμμικών συστημάτων αυτομάτου ελέγχου άνησε στο παρελθόν μέσω της έρευνας επί των Συνήθων Διαφορικών Εξισώσεων, των Δυναμικών Συστημάτων, αλλά και μελέτης περιπτώσεων όπου ασυνεχείς έλεγχοι²⁴ επιδρούσαν σε συνεχή δεδομένα, ή και το αντίστροφο. Επίσης, σημαντικό εφαλτήριο στην έρευνα ήταν και η ιδιαίτερα βαθιά γνώση επί των πραγματικών και μιγαδικών πινάκων ήδη από τα μέσα του 18^{ου} αιώνα. Επί του σύγχρονου, τα γραμμικά συστήματα είναι οι ιδανικοί υποψήφιοι για μελέτη ευστάθειας – όπως και θα δούμε – και για μοντελοποίηση σε υπολογιστικά πακέτα όπως MATLAB και Mathematica.

Για λόγους ευκολίας και χωρίς περιορισμό της γενικότητας το αρχικό μας σύστημα λαμβάνει τη μορφή

²² $|e_i| = 1$, για $i \in \{1, \dots, n_j\}$.

²³ $e_{i_1} \perp e_{i_2} \Leftrightarrow e_{i_1} \cdot e_{i_2} = 0$, για $i_1, i_2 \in \{1, \dots, n_j\}$.

²⁴ Σήματα με σημειακά peak, για παράδειγμα (συναρτήσεις Dirac).



Α.Ε.Ι. ΠΕΙΡΑΙΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟΥ ΤΟΜΕΑ

$$\dot{y} = Ay + a$$

με $y = y(t)$, $a = a(t)$ και $A = A(t)$, οπότε ο πίνακας δύναται να είναι μη σταθερός²⁵ συναρτήσει του χρόνου. Δεδομένου ότι τα περισσότερα φαινόμενα σημειώνονται για πεπερασμένο χρόνο, υποθέτουμε ότι $t \in [0, T]$, για κάποιο $T > 0$. Στην περίπτωση όπου επιθυμούμε ασυμπτωτική μελέτη του συστήματος θα λάβουμε υπολογιστικά ένα T αρκετά μεγάλο για τα δεδομένα χωρητικότητας ενός υπολογιστή και θεωρητικά θα λάβουμε το όριο $T \rightarrow +\infty$.

Συμπληρώνουμε ότι η επιλογή του κλειστού και φραγμένου διαστήματος ως προς το χρόνο δεν είναι τυχούσα. Αυτές οι δύο έννοιες μαζί στην περίπτωση των πραγματικών αριθμών ταυτίζονται με την έννοια της συμπάγειας και είναι απαραίτητα επιχειρήματα συμπάγειας στην επίλυση του συστήματος παραπάνω. Ο λόγος είναι πρωτεύοντως η ύπαρξη και δευτερευόντως η μοναδικότητα των αναζητούμενων λύσεων. Παρόλα αυτά, όμως, δε θα επεκταθούμε περαιτέρω, αφού θα βρεθούμε εκτός του σκοπού της παρούσας μεταπτυχιακής διατριβής.

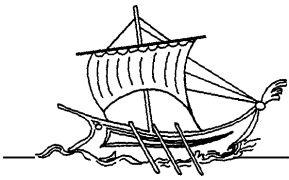
Τη χρονική εξάρτηση του πίνακα A μπορούμε να την αποφύγουμε σε πληθώρα προβλημάτων, αλλά και όταν είναι αυτό αδύνατο, με κατάλληλη επιλογή μικρού χρονικού τμήματος του παραπάνω διαστήματος έχουμε αποτελέσματα²⁶. Επομένως, κι εμείς εδώ θα μελετήσουμε χρονοανεξάρτητα επί του πίνακα συστήματα, χάριν ευκολίας. Σημειώνουμε ότι και στις χρονοεξαρτώμενες περιπτώσεις οι κινήσεις μας είναι ανάλογες.

Εδώ, σύμφωνα με το παραπάνω σύστημα η λύση του θα είναι η ακόλουθη

$$y(t) = e^{tA}y_0 + \int_0^t e^{(t-s)A}a(s)ds$$

²⁵ Δηλαδή $a_{ij} = a_{ij}(t)$, για $1 \leq i, j \leq n$.

²⁶ Εδώ η συνέχεια (και ακόμη η ομοιόμορφη συνέχεια) των συνιστωσών του πίνακα $A(t)$ ενδεχομένως να μην είναι αρκετή. Συνηθίζεται η χρήση Lipschitz ή Hölder συνεχών συναρτήσεων.



Α.Ε.Ι. ΠΕΙΡΑΙΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟΥ ΤΟΜΕΑ

με

$$e^{tA} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(tA)^n}{n!}$$

και ονομάζεται το εκθετικό του πίνακα A . Επομένως, η γνώση της αλγεβρικής δομής του σταθερού πίνακα A είναι καταλυτική και ολόκληρη η θεωρία γραμμικών ή, ακόμη και, τοπικά γραμμικοποιήσιμων²⁷ συστημάτων ελέγχου, αλλά και η διευκολυμένη μελέτη ευστάθειας βασίζεται σε αυτή.

Περιγραφικά, μπορούμε να αναφέρουμε ότι δυνατές αλγεβρικές ιδιότητες του πίνακα A , ως προς την απλούστευσή του και κατ' επέκταση ως προς την απλούστευση του e^{tA} , είναι η (άνω) τριγωνοποίηση

$$\mathcal{T} = UAU^{-1} = \begin{pmatrix} \tau_{11} & \cdots & \tau_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \tau_{nn} \end{pmatrix}$$

η διαγωνιοποίηση

$$\mathcal{D} = UAU^{-1} = \begin{pmatrix} d_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & d_n \end{pmatrix}$$

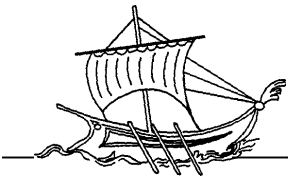
και η ανάλυση σε μορφή Jordan \mathcal{J} . Η μορφή Jordan βασίζεται στα λεγόμενα Jordan blocks. Αυτά τα block είναι πίνακες εντός του πίνακα \mathcal{J} τοποθετημένοι στην κύρια διαγώνιο του και έχουν μορφή

$$\mathcal{J}_i = \begin{pmatrix} \lambda_i & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \lambda_i & 1 & \vdots \\ \vdots & \vdots & \lambda_i & 1 \\ 0 & \cdots & \cdots & \lambda_i \end{pmatrix}$$

για $1 \leq i \leq r$ και

$$\mathcal{J} = \begin{pmatrix} \mathcal{J}_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \mathcal{J}_r \end{pmatrix}$$

²⁷ Μη – γραμμικά συστήματα αυτομάτου ελέγχου όπου κοντά σε συγκεκριμένες χρονικές τιμές προσομοιάζονται και προσεγγίζονται από γραμμικά.



Α.Ε.Ι. ΠΕΙΡΑΙΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟΥ ΤΟΜΕΑ

Εδώ, ο πίνακας U είναι ίδιας διάστασης με τον A και διαφορετικός ανά κάθε μία από τις παραπάνω τρεις περιπτώσεις.

Υπάρχουν, επίσης, απλοποιήσεις πινάκων με ειδικές αλγοριθμικές τεχνικές, όπως η απαλοιφή Gauss, που αναφέρουμε παρακάτω, αλλά και άλλες με πλεονεκτήματα σε υπολογιστικό χρόνο και έτοιμες βιβλιοθήκες σε υπολογιστικά πακέτα, όπως η παραγοντοποίηση LU και η παραγοντοποίηση Cholesky.

Ενότητα 3.1.2:

Ελεγχιμότητα

Αρχικά, ας ορίσουμε τη ροή από την κατάσταση²⁸ α στη β όταν η συνάρτηση κατάστασης y έχει την ιδιότητα

$$\begin{cases} y(0) = \alpha \\ y(t^*) = \beta \end{cases}$$

για κάποιο $0 < t^* \leq T$.

Θα συμβολίσουμε τη ροή με $y_\alpha^\beta(t^*)$.

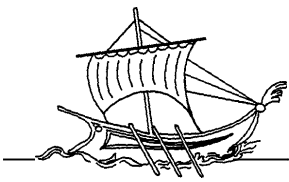
Θα λέμε ότι το σύστημα είναι ελέγξιμο εάν για κάθε δύο καταστάσεις α (για $t = 0$) και β υπάρχει t^* ώστε η λύση y του συστήματος να ικανοποιεί τη σχέση

$$y(t^*) = y_\alpha^\beta(t^*)$$

Στη μελέτη αυτής της ιδιότητας τα γραμμικά συστήματα έχουν ιδιαίτερο προβάδισμα, όμως ο ορισμός είναι καθολικός.

Η αιτιολόγηση του παραπάνω ισχυρισμού περί προβαδίσματος είναι η ακόλουθη πρόταση. Το σύστημα αυτομάτου ελέγχου είναι ελέγξιμο εάν και μόνο αν ο πίνακας $(A|B)$ έχει τάξη n . Δηλαδή εάν ο πίνακας

²⁸ Υπενθυμίζουμε ότι κατάσταση γ είναι ένα σημείο $\gamma \in \mathbb{R}^n$ (χώρος καταστάσεων).



A.E.I. ΠΕΙΡΑΙΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟΥ ΤΟΜΕΑ

$$(A|B) = (B|AB|A^2B|\dots|A^{n-1}B) =$$

$$= \begin{pmatrix} b_{11} & \dots & b_{1m} & \sum_{i=1}^n a_{1i}b_{i1} & \dots & \sum_{i=1}^n a_{1i}b_{im} & & & \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \dots & \dots & \\ b_{n1} & \dots & b_{nm} & \sum_{i=1}^n a_{ni}b_{i1} & \dots & \sum_{i=1}^n a_{ni}b_{im} & & & \end{pmatrix}$$

με απαλοιφή Gauss²⁹ δεν εμφανίσει μηδενική ή μηδενικές την τελευταία ή ορισμένες τελευταίες γραμμές. Είναι φανερό ότι η προχωρημένη γνώση Γραμμικής Άλγεβρας είναι απόλυτα εδραιωμένος παράγοντας επιτυχίας στη μελέτη αυτών των συστημάτων. Η πρόταση αυτή ονομάζεται το Θεώρημα της Τάξης στη Θεωρία Ελέγχου.

Σχετικά με την ελεγχσιμότητα της ενότητας αυτής και την ευστάθεια της επόμενης ενότητας σε εφαρμοσμένο επίπεδο συστήνουμε το (S. P. Bhattacharyya, 2009).

Ενότητα 3.1.3:

Ευστάθεια και ευστάθεια Lyapunov

Εδώ, για την κεντρική έννοια της μεταπτυχιακής διατριβής, θα θεωρήσουμε συστήματα της μορφής

$$\dot{y} = Ay$$

όπου ο έλεγχος πραγματοποιείται μέσω της y , οπότε αναγόμαστε στην παραπάνω απλή μορφή. Φυσικά, ισχύει ακόμη η συνθήκη αρχικής κατάστασης $y(0) = y_0$ (ή $= \alpha$). Το σύστημα της παραπάνω μορφής έχει λύση τη

$$y(t) = e^{tA}y_0$$

Η ευστάθεια ορίζεται σημειακά στα σταθερά σημεία ή ασυμπτωτικά μέσω του πίνακα A . Σταθερό ονομάζεται ένα σημείο ή σταθερή μία κατάσταση \bar{y} όταν

²⁹ Πράξεις μεταξύ των γραμμών του πίνακα που στοχεύουν στην ομοιότητά του με άλλον πίνακα απλούστερο αριθμητικά.



Α.Ε.Ι. ΠΕΙΡΑΙΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟΥ ΤΟΜΕΑ

$$A\bar{y} = 0 = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$$

Υπάρχει κατηγοριοποίηση των σταθερών σημείων ως προς την ευστάθειά τους για συστήματα αυτομάτου ελέγχου ή γενικότερα για συνεχή δυναμικά συστήματα, φυσικά σε συνάρτηση με την ευστάθεια του πίνακα.

Ο πιο απλός ορισμός (ασυμπτωτικής) ευστάθειας συστήματος αναφέρει ότι το σύστημα (ή ο πίνακας A) είναι ευσταθές (ευσταθής) εάν

$$y(t) \rightarrow 0$$

για $t \rightarrow +\infty$.

Υπάρχουν Θεωρήματα, τα οποία λειτουργούν ως κριτήρια της παραπάνω γενικής έννοιας ευστάθειας. Για να τα διατυπώσουμε αρκεί να κάνουμε ορισμένες υπενθυμίσεις. Για το πρώτο κριτήριο ορίζουμε ως χαρακτηριστικό πολυώνυμο του πίνακα A , το $\chi_A(\lambda) = \det(A - \lambda I_n)$, όπου

$$I_n = \begin{pmatrix} 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix}$$

Το πολυώνυμο αυτό έχει πραγματικούς συντελεστές, όμως οι ρίζες του ενδέχεται να είναι και γνήσια μιγαδικές (δηλαδή γενικά $\lambda \in \mathbb{C}$). Το σύνολο των ριζών του³⁰, τις οποίες ονομάζουμε ιδιοτιμές του πίνακα A , συμβολίζεται με $\sigma(A)$. Το πρώτο κριτήριο αναφέρει πως το σύστημα είναι ασυμπτωτικά ευσταθές εάν η τιμή

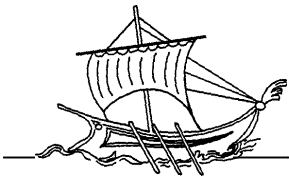
$$\omega(A) = \max_{\lambda \in \sigma(A)} \{Re(\lambda)\} < 0$$

Ευσταθές είναι (δεδομένης ύπαρξης σταθερού σημείου ή κατάστασης) εάν

$$\lambda \in \mathcal{C}(0,1) \subset \mathbb{C} \Leftrightarrow |\lambda| < 1$$

Μία σύζευξη των παραπάνω δύο προτάσεων είναι γεωμετρικά ότι η «τροχιά» των καταστάσεων του συστήματος εκκινώντας από μία αυθαίρετη κατάσταση θα κινηθεί

³⁰ Φάσμα του πίνακα.



Α.Ε.Ι. ΠΕΙΡΑΙΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟΥ ΤΟΜΕΑ

σπειροειδώς προς το εσωτερικό του μοναδιαίου κύκλου του μιγαδικού επιπέδου (αντίστοιχα πραγματικού).

Για το δεύτερο κριτήριο υπενθυμίζουμε ότι μέτρο ή νόρμα³¹ της λύσης

$$y(t) = \begin{pmatrix} y_1(t) \\ \vdots \\ y_n(t) \end{pmatrix}$$

είναι (συναρτήσει του χρόνου) η τιμή

$$|y(t)| = \sqrt{\sum_{i=1}^n y_i^2(t)}$$

Τότε, το σύστημα είναι ευσταθές ως προς την παραπάνω έννοια εάν

$$I = \int_0^{+\infty} |y(t)|^2 dt < +\infty$$

Στη γραμμική περίπτωση, όπως μελετούμε ως τώρα, η ευστάθεια (και η ασυμπτωτική ευστάθεια) είναι ισοδύναμη με την ευστάθεια κατά Lyapunov, η οποία αναφέρει ότι ο πίνακας A είναι ευσταθής – αντίστοιχα το σύστημα είναι ευσταθές – εάν υπάρχει συμμετρικός θετικά ορισμένος πίνακας P τέτοιος ώστε ο πίνακας $AP + PA$ να είναι αρνητικά ορισμένος. Υπενθυμίζουμε πως ένας πίνακας P είναι συμμετρικός και θετικά ορισμένος εάν

$$p_{ij} = p_{ji}$$

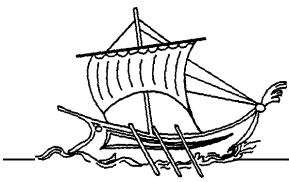
και

$$x^t P x > 0 \quad 32$$

για κάθε $x \in \mathbb{R}^n$. Αντίστοιχα το γινόμενο θα είναι μικρότερο του 0 στην περίπτωση του αρνητικά ορισμένου πίνακα.

³¹ Συνήθης ή ευκλείδεια (2 –)νόρμα ή μετρική.

³² Αφού $x \in \mathbb{R}^n \Rightarrow x^t \in \mathbb{R}^{1 \times n}$, οπότε $x^t P x \in \mathbb{R}^{1 \times 1} \equiv \mathbb{R}$, και δέχεται διάταξη ως πραγματικός αριθμός.



Α.Ε.Ι. ΠΕΙΡΑΙΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟΥ ΤΟΜΕΑ

Σε ένα μη – γραμμικό σύστημα τώρα η ευστάθεια Lyapunov απαιτεί μελέτη γενικότερων συναρτήσεων f , αν και συνηθίζεται να προχωρούμε στην σχεδόν – γραμμική περίπτωση η οποία είναι

$$\dot{y} = Ay + u(t, y)$$

ή στην αυτόνομη (όχι ανεξάρτητη του χρόνου) περίπτωση

$$\dot{y} = Ay + u(y)$$

Επίσης, εδώ σημαντικότερο ρόλο παίζει ο πίνακας A , όπου κινούμαστε όμοια με προηγούμενως. Στην πλήρως – μη – γραμμική περίπτωση

$$\dot{y} = f(y, u)$$

η αναλογία υποδεικνύει πως πρώτα ευρίσκουμε τα σταθερά σημεία (\bar{y}, \bar{u}) που ικανοποιούν την εξίσωση

$$f(\bar{y}, \bar{u}) = 0$$

και έπειτα από τον Ιακωβιανό πίνακα των μερικών παραγώγων υπολογισμένων στη σταθερή κατάσταση κινούμαστε όπως πριν, τώρα με μόνη διαφορά την τοπικότητα και όχι την καθολικότητα, λόγω τοπικού χαρακτήρα της μεθόδου γραμμικοποίησης. Ο Ιακωβιανός πίνακας της f στη σταθερή κατάσταση είναι ο πίνακας

$$J_f(\bar{y}, \bar{u}) = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial y_1}(\bar{y}, \bar{u}) & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial y_n}(\bar{y}, \bar{u}) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial y_1}(\bar{y}, \bar{u}) & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial y_n}(\bar{y}, \bar{u}) \end{pmatrix}$$

Στην περίπτωση ύπαρξης κατάστασης εισόδου και εξόδου μέσω συνάρτησης μεταφοράς, όπου οι συναρτήσεις κατάστασης εισόδου και εξόδου είναι φραγμένες και μας απασχολεί η μελέτη ευστάθειας κατά Lyapunov αναγόμενως στην ευστάθεια BIBO για γραμμικά συστήματα, ενώ η αντίστοιχη γενίκευση της Lyapunov για μη – γραμμικά συστήματα αυτομάτου ελέγχου με έλεγχο της εισόδου μόνο αφορά την ευστάθεια ISS.

Αλγοριθμικά, τώρα, η μελέτη μη – γραμμικών συστημάτων είναι – εν γένει – απρόβλεπτη, ακόμη και με τη χρήση μεθόδων βελτιστοποίησης, οι οποίες είναι σχεδόν



Α.Ε.Ι. ΠΕΙΡΑΙΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟΥ ΤΟΜΕΑ

υποχρεωτικής χρήσης στη γραμμική περίπτωση. Αυτό, επειδή, στη γραμμική περίπτωση εάν οι τροχιές κατάστασης περικλείονται ή δημιουργούν ένα κυρτό χωρίο (ή ακόμη καλύτερα, ένα κυρτό πολύτοπο³³) τότε η βέλτιστη τιμή λαμβάνεται εύκολα και σε μικρό υπολογιστικό χρόνο, με και χωρίς τη χρήση γενετικών αλγορίθμων.

Υποκεφάλαιο 3.2:

Ευστάθεια BIBO και ISS

Όπως αναφέραμε στην προηγούμενη ενότητα η ευστάθεια Lyapunov απαιτεί γενικεύσεις και αναγωγές στις περιπτώσεις των ρεαλιστικών συστημάτων αυτομάτου ελέγχου με είσοδο και έξοδο, όπου έχουμε συνθήκες ελέγχου για τουλάχιστον μία εκ των δύο³⁴.

Ενότητα 3.2.1:

Ευστάθεια BIBO

Η ευστάθεια BIBO είναι μία μορφή ευστάθειας συστήματος αυτομάτου ελέγχου η οποία λαμβάνει δύο κύριες μορφές, τουλάχιστον για τις συνεχείς περιπτώσεις. Η έννοια της φραγμένης συνάρτησης είναι θεμελιώδους σημασίας για τα δεδομένα, τα σήματα και κάθε άλλη ρεαλιστική είσοδο γραμμικού συστήματος. Η πιο κλασσική μορφή φραγμένης εισόδου είναι να επιβάλλουμε λύσεις στο διαφορικό σύστημα ελέγχου που να ικανοποιούν τη σχέση

$$|y(t)| \leq M$$

για κάποια τιμή $M > 0$. Η συγκεκριμένη μορφή ευστάθειας όμως, παρουσιάζει αρκετά προβλήματα κανονικότητας – όπως και ονομάζονται – και για αυτόν το λόγο, ειδικά σε

³³ Γενίκευση 3 – διάστατου σχήματος με πλέγμα.

³⁴ Υποθέτουμε μοναδική είσοδο και έξοδο λεκτικά, χωρίς περιορισμό της γενικότητας σε διανυσματική περίπτωση.



Α.Ε.Ι. ΠΕΙΡΑΙΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟΥ ΤΟΜΕΑ

περιπτώσεις συνήθων επαναλαμβανόμενων συστημάτων³⁵, αξιοποιούμε τη μορφή φραγμένης ευστάθειας

$$\int_0^{+\infty} |y(t)| dt < +\infty$$

ή εάν γνωρίζουμε τη μορφή της εισόδου και σε αντιστρεπτό χρόνο³⁶

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |y(t)| dt < +\infty$$

Φυσικά, αντίστοιχες σχέσεις ισχύουν και για την έξοδο $u(t)$, δηλαδή

$$|u(t)| \leq M$$

για κάποιο $M > 0$ και

$$\int_0^{+\infty} |u(t)| dt < +\infty$$

ή

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |u(t)| dt < +\infty$$

αντίστοιχα. Σημειώνουμε ότι η πρώτη μορφή BIBO ευστάθειας είναι βασισμένη στην 1-μετρική του \mathbb{R} (σημειακά δηλαδή), ενώ η δεύτερη και η τρίτη είναι ολικές μορφές και η 1-μετρική ή η 1-νόρμα που χρησιμοποιείται δεν είναι ορισμένη στους πραγματικούς αριθμούς, αλλά σε χώρους συναρτήσεων και πιο συγκεκριμένα στον L^1 , ή εάν το ολοκλήρωμα προς χρήση δεν είναι Riemann, αλλά το πιο προχωρημένο ολοκλήρωμα Lebesgue, τότε θα είναι στον χώρο \mathcal{L}^1 . Ο ενδιαφερόμενος αναγνώστης μπορεί να συμβουλευθεί το (L. C. Evans, 2015).

³⁵ Ρομποτικά συστήματα, αισθητήρες με περιοδική λήψη σήματος και, γενικά, κάθε αυτοματοποιημένο σύστημα με σχετικά ή απόλυτα περιοδική είσοδο.

³⁶ «Αρνητικός» χρόνος.



Α.Ε.Ι. ΠΕΙΡΑΙΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟΥ ΤΟΜΕΑ

Τέλος, αξίζει να αναφέρουμε ότι οι τελευταίες ελαφρώς παραλλαγμένες μορφές ευστάθειας BIBO είναι ισχυρότερες από την πρώτη κλασική μορφή. Επίσης, η ευστάθεια BIBO μπορεί να χρησιμοποιηθεί και σε μη – γραμμικά συστήματα, όμως η έλλειψη γραμμικότητας απαιτεί ακόμη πιο ισχυρές μορφές ευστάθειας με φραγμένες συναρτήσεις, από προηγούμενως³⁷.

Συμπληρώνουμε την ενότητα αυτή αναφέροντας πως η μορφή του γραμμικού συστήματος αυτομάτου ελέγχου στην περίπτωση εισόδου y και εξόδου u γράφεται ως εξής

$$\begin{cases} \dot{y} = Ay + Bu \\ \dot{u} = Cy + Du \end{cases}$$

Ενότητα 3.2.2:

Ευστάθεια ISS

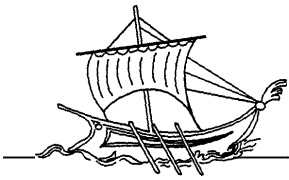
Η ευστάθεια ISS προσπαθεί να αντικατοπτρίσει την υπεροχή των γραμμικών τελεστών (γραμμικότητα – Θεωρία Πινάκων (Serre, 2010)) σε μη – γραμμικά συστήματα, κυρίως. Για να το καταφέρει όμως απαιτείται κάποιου είδους κανονικότητα – κάποιας ελάχιστης τάξης διαφορισιμότητας – τουλάχιστον για την είσοδο, δηλαδή η είσοδος οφείλει να ανήκει σε ένα καθορισμένο πλαίσιο καταστάσεων. Σε σύγχρονα συγγράμματα υπάρχουν και κλασματικές τάξεις διαφορισιμότητας.

Υπενθυμίζουμε πως το μη – γραμμικό σύστημα έχει τη μορφή³⁸

$$\dot{y} = f(y, u)$$

³⁷ Στη διεθνή βιβλιογραφία αναφέρονται ως (συνολοθεωρητικές) τομές μετρήσιμων χώρων με χώρους Sobolev.

³⁸ Εδώ u είναι ξανά ο έλεγχος, που δεν εξαρτάται αποκλειστικά από την επιθυμητή έξοδο, όπως στην προηγούμενη ενότητα.



Α.Ε.Ι. ΠΕΙΡΑΙΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟΥ ΤΟΜΕΑ

με την f να είναι μη – γραμμική συνάρτηση, δηλαδή να μη δύναται να προσαρτηθεί σε αυτήν πίνακας, ο οποίος με πολλαπλασιασμό από αριστερά³⁹ να επιφέρει το ίδιο αποτέλεσμα με αυτήν. Η ευστάθεια ISS μεταφράζεται σε μαθηματική γλώσσα ως

$$y \in L^\infty \Leftrightarrow \max_t |y(t)| < M$$

για κάποιο $M > 0$.

Όπως είναι φανερό η ευστάθεια ISS είναι πιο αφηρημένη, αλλά ενδείκνυται για περιπτώσεις που υπολογιστικά θέλουμε αρχικά να έχουμε μία ασθενή μορφή φραγμένου και στη συνέχεια να γραμμικοποιήσουμε για χρήση ευστάθειας Lyapunov. Η μεθοδολογία της μορφής της max – νόρμας είναι ιδανική και για απειροδιάστατα συστήματα αυτομάτου ελέγχου. Περισσότερα θα δούμε στη συζήτηση στο πέρας του πονήματος και στο μεθεπόμενο κεφάλαιο, μέσω των (Y. V. Orlov, 2010) και (Pilyugin, 2012).

Μία ακόμη μεθοδολογία μελέτης γίνεται μέσω του μαθηματικού κλάδου της Τοπολογίας και, πιο συγκεκριμένα, μέσω της ομοτοπίας καμπυλών. Οι τροχιές καταστάσεων μπορούν να προσομοιωθούν ως καμπύλες στο χώρο καταστάσεων, δηλαδή ως

$$\gamma: [0,1] \rightarrow \mathbb{R}^n$$

με $\gamma(0) = y(0)$ και $\gamma(1) = y(T)$. Διατηρώντας σταθερά τα άκρα κατανοούμε εάν μία τροχιά είναι ομοτοπική με μία άλλη εάν υπάρχει συνεχής συνάρτηση που να αποτυπώνει τη μία τροχιά επί της άλλης. Αυτή η μεθοδολογία Αλγεβρικής Τοπολογίας έχει ιδιαίτερη χρήση ειδικά όταν το μη – γραμμικό σύστημα αυτομάτου ελέγχου, που μελετούμε, εμφανίζει περιοδικές⁴⁰ αναδρομολογήσεις στον έλεγχο του, δηλαδή

³⁹ Υπενθυμίζουμε πως ο πολλαπλασιασμός πινάκων είναι μη – μεταθετικός ή αντιμεταθετικός.

⁴⁰ «Κυκλικές».



Α.Ε.Ι. ΠΕΙΡΑΙΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟΥ ΤΟΜΕΑ

κλειστούς βρόχους. Σε αυτήν την ειδική περίπτωση η ευστάθεια προκύπτει εάν τα τμήματα της τροχιάς είναι ομοτοπικά με ένα σημείο⁴¹.

Τέλος, δύναται να αξιοποιηθούν μεθοδολογίες από το Λογισμό Μεταβολών (Liberzon, 2012), όπου αντί του συστήματος

$$\dot{y} = f(y, u) \Leftrightarrow \dot{y} - f(y, u) = 0$$

με $y(0) = y_0$, και την επίλυσή του, αναζητούμε ελαχιστοποιητές⁴² του ολοκληρωτικού τελεστή, του οποίου το σύστημα είναι η αντίστοιχη εξίσωση Euler – Lagrange. Δηλαδή, προσπαθούμε να επιλύσουμε το ισοδύναμο πρόβλημα

$$\min_Y \int (Y - F(Y, u)) dY$$

όπου η λύση y είναι η κατάλληλη από τις Y .

⁴¹ Σε πιο προχωρημένη γλώσσα, εάν η πρώτη ομάδα ομοτοπίας ή, αλλιώς, η θεμελιώδης ομάδα της τροχιάς είναι τετριμμένη.

⁴² Συναρτήσεις που έχουν την ιδιότητα να ελαχιστοποιούν ένα παραμετροποιημένο ολοκλήρωμα.



Α.Ε.Ι. ΠΕΙΡΑΙΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟΥ ΤΟΜΕΑ

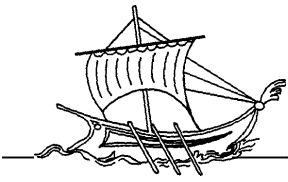
Κεφάλαιο 4:

ΑΛΓΟΡΙΘΜΙΚΗ ΠΟΛΥΠΛΟΚΟΤΗΤΑ

Πέραν της, ει δυνατόν, ορθής θεωρητικής παρουσίασης της Θεωρίας Αυτομάτου Ελέγχου, από τη σκοπιά της ευστάθειας και των ποικιλιών της, η υπολογιστική εφαρμογή μας επιτάσσει να αναρωτηθούμε πώς ένα γραμμικό, τοπικά γραμμικό ή γραμμικοποιήσιμο μη – γραμμικό σύστημα αυτομάτου ελέγχου δύναται απλοποιημένα ή πλήρως να γραφεί με μορφή κώδικα και να προσομοιωθεί επιτυχώς. Η προσομοίωση αυτή αφορά το επόμενο κεφάλαιο.

Αφού, επομένως, εμπλεκόμαστε με αλγοριθμικές τεχνικές, οφείλουμε να είμαστε οικονομικοί, όσο αυτό είναι δυνατόν, σε υπολογιστικούς πόρους. Για αυτό το λόγο, σε ετούτο το σύντομο κεφάλαιο θα γίνει μία μικρή αναφορά στην Αλγοριθμική ή Υπολογιστική Πολυπλοκότητα και κυρίως στον υπολογιστικό χρόνο και στην τάξη πράξεων ενός αλγορίθμου. Πιο ειδικά, θα δούμε παρακάτω τις έννοιες αυτές για ένα γραμμικό σύστημα αυτομάτου ελέγχου, το οποίο ελέγχεται για την ευστάθειά του ως προς Lyapunov. Σύγγραμμα ιδανικό για τη μικρή αυτή γενική εισαγωγή στο θέμα είναι το (Sipser, 2013).

Σύμφωνα με την παλαιότερη αλλά και τη σύγχρονη βιβλιογραφία (M. W. McConley, 1998) η ευστάθεια Lyapunov, η οποία από τις τρεις προαναφερόμενες έχει το μικρότερο δυνατό εύρος σε πράξεις λόγω γραμμικότητας ασχέτως ελέγχου εξόδου, είναι εμφανές πως έχει μελετηθεί και σε υπολογιστικό επίπεδο εξονυχιστικά. Πιο ειδικά, είναι κλάσεως υπολογιστικής πολυπλοκότητας – στη χειρότερη περίπτωση που



Α.Ε.Ι. ΠΕΙΡΑΙΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟΥ ΤΟΜΕΑ

φτάνουμε σε μη βοηθητικές μορφές ισοδύναμες μορφές του πίνακα $A - O(n^6)$ έως – στην περίπτωση διαγωνοποίησης, ή ταχείας παραγοντοποίησης ή ανάλυσης Schur - $O(n^3)$. Υπενθυμίζουμε ότι ο παραπάνω συμβολισμός κατά τον Landau σημαίνει ότι ο υπολογιστικός χρόνος (απαιτούμενες πράξεις για τη διερεύνηση ευστάθειας κατά Lyapunov) είναι της τάξεως από n^6 έως n^3 . Για παράδειγμα, για την τελευταία περίπτωση, υπάρχουν $a_i \in \mathbb{N}$, με $0 \leq i \leq 3$ τέτοια ώστε όλες οι απαιτούμενες πράξεις να είναι το πλήθος

$$a_3 n^3 + a_2 n^2 + a_1 n + a_0$$



Α.Ε.Ι. ΠΕΙΡΑΙΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟΥ ΤΟΜΕΑ

ΜΕΡΟΣ ΙΙ
ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ



Α.Ε.Ι. ΠΕΙΡΑΙΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟΥ ΤΟΜΕΑ

Κεφάλαιο 5:

ΒΑΡΥΤΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ & ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

Το πρακτικό μέρος της παρούσας μεταπτυχιακής διατριβής αφορά την υπολογιστική προσομοίωση του πλανητικού μας συστήματος με τα υπάρχοντά του βαρυτικά δεδομένα. Για αυτό το λόγο θα εκκινήσουμε αυτό το κεφάλαιο με μία μικρή εισαγωγή στη θεμελιώδη δύναμη της βαρύτητας και στη συνέχεια θα δώσουμε το υλικό περί της μοντελοποίησης και της ευστάθειας.

Υποκεφάλαιο 3.1:

Βαρυτική δύναμη

Η βαρυτική δύναμη, ή αλλιώς βαρύτητα είναι μία από τις τέσσερις θεμελιώδεις δυνάμεις του σύμπαντος, με τις άλλες τρεις να είναι η ηλεκτρομαγνητική, η ασθενής πυρηνική και η ισχυρή πυρηνική. Ακριβώς παρακάτω θα αναλύσουμε συνοπτικά τις βασικές φυσικές έννοιες περί τη βαρύτητα, αλλά και ορισμένα απαιτούμενα μαθηματικά εργαλεία.

Ενδεικτική βιβλιογραφία τα (Deriglazov, 2017), (Nolting, Theoretical Physics 1, 2016) και (Nolting, Theoretical Physics 2, 2016).



Α.Ε.Ι. ΠΕΙΡΑΙΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟΥ ΤΟΜΕΑ

Αρχικά, οφείλουμε να αναφέρουμε ότι η βαρυτική δύναμη είναι μία κεντρική, ακτινική και συντηρητική δύναμη, δηλαδή, εάν⁴³ \mathbf{F}_G είναι το αντίστοιχο διανυσματικό πεδίο, τότε:

$$\mathbf{F}_G(\mathbf{r}) = f(r) \cdot \mathbf{r}$$

$$\mathbf{F}_G(\mathbf{r}) = \mathbf{F}_G(|\mathbf{r}|)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{F}_G = 0$$

αντίστοιχα, με $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow (-\infty, 0]$, \mathbf{r} η θέση του αντικειμένου εντός του βαρυτικού διανυσματικού πεδίου και $|\mathbf{r}| = r$ το μέτρο της θέσης ως προς ένα σημείο αναφοράς \mathcal{O} τριαξονικού ορθοκανονικού συστήματος. Η πρώτη σχέση μεταφράζεται ως εξής: η δύναμη είναι ανάλογη του διανύσματος της απόστασης των δύο σωμάτων σε αλληλεπίδραση και το διάνυσμα αυτό έχει αρχή και πέρας τα κέντρα βάρους των δύο σωμάτων και ότι η δύναμη είναι πάντα ελκτική. Η δεύτερη σχέση αναφέρει ότι η βαρύτητα διέπεται από σφαιρική συμμετρία. Τέλος, η τρίτη σχέση υποδηλώνει ότι δεν παράγεται έργο εάν κινηθεί ένα σώμα σε βαρυτικό πεδίο με αρχή και πέρας κίνησης να ταυτίζονται. Ειδικότερα,

$$\nabla \cdot \mathbf{F}_G = 0 \Leftrightarrow \frac{\partial F_{1G}}{\partial x} + \frac{\partial F_{2G}}{\partial y} + \frac{\partial F_{3G}}{\partial z} = 0$$

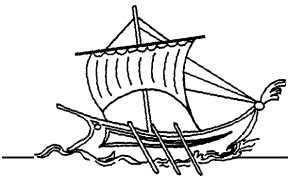
Η τελευταία σχέση είναι καθοριστική για το σχεδιασμό μας, μιας και αφού είναι σε ισχύ, αποδεικνύεται πως το βαρυτικό δυναμικό (μονόμετρο μέγεθος – βοηθητικό στον υπολογισμό πολλών σωμάτων) έχει μορφή:

$$U = -G \frac{M}{r}$$

με G η παγκόσμια σταθερά της βαρύτητας του Newton και M η μάζα του σώματος ή των σωμάτων σε αλληλεπίδραση

$$M = \sum_{i=1}^N m_i$$

⁴³ Σε **bold** γραμματοσειρά αναγράφονται ως σύμβαση τα διανυσματικά μεγέθη.



Α.Ε.Ι. ΠΕΙΡΑΙΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟΥ ΤΟΜΕΑ

Έχοντας σε αδρές γραμμές τα παραπάνω θα τοποθετηθούμε τώρα επί του υπολογιστικού μέρους, αλλά και των παραδοχών μας επί της μοντελοποίησης.

Υποκεφάλαιο 3.2:

Λοιπές παραδοχές

Πέραν του φυσικομαθηματικού φορμαλισμού υπάρχει και μία σειρά από παραδοχές, που είμαστε υποχρεωμένοι να υιοθετήσουμε, μιας και ήδη η πολυπλοκότητα υπολογισμών στον ηλεκτρονικό υπολογιστή είναι – ιδιαίτερα μεγάλη.

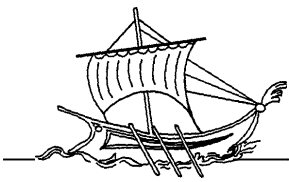
Έχουμε τα ακόλουθα:

- Δε θα λάβουμε υπόψιν τις αναπτυσσόμενες παλιρροϊκές τριβές στη Γη από τη Σελήνη, τον Ήλιο και τους λοιπούς πλανήτες. Η ανάπτυξη παλιρροϊκών τριβών είναι υπαρκτή και ιδιαίτερα σημαντική όταν τα δύο ή περισσότερα βαρυντικά σχετιζόμενα σώματα έχουν υψηλό λόγο

$$\frac{R}{d}$$

με R η ακτίνα του σώματος και d η εκάστοτε ανά δύο αποστάσεις. Φυσικά, θα υποθέσουμε το ίδιο για κάθε άλλο εμπλεκόμενο σώμα.

- Δε θα λάβουμε υπόψιν την πίεση ακτινοβολίας από τον ηλιακό άνεμο.
- Θα θεωρήσουμε ότι η ακτίνα των σωμάτων είναι αμελητέα σε σχέση με τη διάμετρο του ηλιακού συστήματος. Επομένως, τα σώματα θα παρομοιάζονται ως σημειακά.
- Οι τροχιές ενώ είναι όλες ελλειπτικές κατά τους Νόμους του Kepler, θα τις θεωρήσουμε κυκλικές κατά τη μέση απόστασή τους από τον Ήλιο.
- Οι μέσες αποστάσεις από τον Ήλιο θα ακολουθούν τα σύγχρονα δεδομένα από διεθνείς οργανισμούς και τον εμπειρικό κανόνα των Titius – Bode.



Α.Ε.Ι. ΠΕΙΡΑΙΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟΥ ΤΟΜΕΑ

- Αξιοποιούμε τον Ήλιο, και πέραν της Γης και του δορυφόρου της Σελήνη, τους πλανήτες Ερμή, Αφροδίτη, Άρη, Δία, και Κρόνο. Δε συμμετέχουν οι πλανήτες Ποσειδώνας και Ουρανός, ενώ επίσης και οι πλανήτες – νάνοι Δήμητρα, Πλούτωνας και Έριδα.

Περισσότερα μπορούν να βρεθούν στο (Duric, 2004).

Υποκεφάλαιο 3.3:

Προσομοίωση

Η αριθμητική/αλγοριθμική προσομοίωση του πλανητικού μας συστήματος αποτέλεσε μία πρόκληση υπολογιστικού χρόνου και για αυτό το λόγο – πέραν της αναφοράς στον κώδικα – θα αξιοποιήσουμε διακριτά καρέ από την ευσταθή ή ασταθή⁴⁴ πορεία των σωμάτων. Σημαντική ήταν η αρωγή του (Meeus, 1991) στο θεωρητικό τμήμα γραφής και ενημέρωσης ήδη μερών υπαρχόντων αλγορίθμων, αλλά και των (S. I. Gordon, 2017), (Stewart, 2017). Αναφέρουμε, ακόμη, ότι η προσομοίωση έλαβε χώρα εντός 2,5 ημερών.

Ενότητα 3.3.1:

Κώδικας Python3

```
#!/usr/bin/env python3

import math
from turtle import *

G = 6.67428e-11

AU = (149.6e6 * 1000)
SCALE = 250 / AU
```

⁴⁴ Θα φανεί στη συνέχεια.



A.E.I. ΠΕΙΡΑΙΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟΥ ΤΟΜΕΑ

```
class Body(Turtle):
    """
    Subclass of Turtle representing a gravitationally-acting body.

    Extra attributes:
    mass: mass in kg
    vx, vy: x, y velocities in m/s
    px, py: x, y positions in m
    """

    name = 'Body'
    mass = None
    vx = vy = 0.0
    px = py = 0.0

    def attraction(self, other):
        """
        (Body): (fx, fy)

        Returns the force exerted upon this body by the other body.
        """

        if self is other:
            raise ValueError("Attraction of object %r to itself requested"
                               % self.name)

        sx, sy = self.px, self.py
        ox, oy = other.px, other.py
        dx = (ox-sx)
        dy = (oy-sy)
        d = math.sqrt(dx**2 + dy**2)

        if d == 0:
            raise ValueError("Collision between objects %r and %r"
                               % (self.name, other.name))

        f = G * self.mass * other.mass / (d**2)

        theta = math.atan2(dy, dx)
        fx = math.cos(theta) * f
        fy = math.sin(theta) * f
        return fx, fy

    def update_info(step, bodies):
        """
        (int, [Body])

        Displays information about the status of the simulation.
        """
        print('Step #{}'.format(step))
        for body in bodies:
```



A.E.I. ΠΕΙΡΑΙΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟΥ ΤΟΜΕΑ

```
s = '{:<8} Pos.={:>6.2f} {:>6.2f} Vel.={:>10.3f} {:>10.3f}'.format(
    body.name, body.px/AU, body.py/AU, body.vx, body.vy)
print(s)
print()

def loop(bodies):
    """
    ([Body])

    Never returns; loops through the simulation, updating the
    positions of all the provided bodies.
    """
    timestep = 24*3600

    for body in bodies:
        body.penup()
        body.hideturtle()

    step = 1
    while True:
        update_info(step, bodies)
        step += 1

        force = {}
        for body in bodies:

            total_fx = total_fy = 0.0
            for other in bodies:

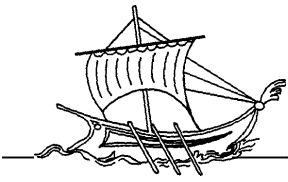
                if body is other:
                    continue
                fx, fy = body.attraction(other)
                total_fx += fx
                total_fy += fy

            force[body] = (total_fx, total_fy)

        for body in bodies:
            fx, fy = force[body]
            body.vx += fx / body.mass * timestep
            body.vy += fy / body.mass * timestep

            body.px += body.vx * timestep
            body.py += body.vy * timestep
            body.goto(body.px*SCALE, body.py*SCALE)
            body.dot(3)

def main():
    sun = Body()
```



A.E.I. ΠΕΙΡΑΙΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟΥ ΤΟΜΕΑ

```
sun.name = 'Sun'
sun.mass = 1.98892 * 10**30
sun.pencolor('yellow')

earth = Body()
earth.name = 'Earth'
earth.mass = 5.9742 * 10**24
earth.px = 1*AU
earth.vy = 29.783 * 1000          # 29.783 km/sec
earth.pencolor('blue')

moon = Body()
moon.name = 'Moon'
moon.mass = 7.342 * 10**22
moon.px = 1.002 * AU
moon.vy = 29.783 * 1000
moon.pencolor('grey')

mercury = Body()
mercury.name = 'Mercury'
mercury.mass = 3.302 * 10**23
mercury.px = 0.387 * AU
mercury.vy = 47.87 * 1000
mercury.pencolor('red')

venus = Body()
venus.name = 'Venus'
venus.mass = 4.8685 * 10**24
venus.px = 0.723 * AU
venus.vy = 35.02 * 1000
venus.pencolor('orange')

mars = Body()
mars.name = 'Mars'
mars.mass = 6.4191 * 10**23
mars.px = 1.524 * AU
mars.vy = 24.13 * 1000
mars.pencolor('red')

jupiter = Body()
jupiter.name = 'Jupiter'
jupiter.mass = 1.8987 * 10**27
jupiter.px = 5.203 * AU
jupiter.vy = 13.07 * 1000
jupiter.pencolor('pink')

saturn = Body()
saturn.name = 'Saturn'
saturn.mass = 9.5371 * 10**26
saturn.px = 5.203 * AU
saturn.vy = 9.67 * 1000
saturn.pencolor('white')
```



A.E.I. ΠΕΙΡΑΙΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟΥ ΤΟΜΕΑ

```
loop([sun, earth, moon, mercury, venus, mars, jupiter, saturn])  
  
if __name__ == '__main__':  
    main()
```

Ενότητα 3.3.2:

Ανάλυση Κώδικα & Στιγμιότυπων

Η ανάλυση κώδικα σε αυτήν την ενότητα αφορά την `turtle`, τη `loop` και την `update_info`, που είναι καθοριστικής σημασίας στην παραπάνω οικονομική σύνταξη σε Python3. Η πρώτη αφορά τη μαθηματική αλγοριθμική βιβλιοθήκη για τη λειτουργία του προγράμματος της προσομοίωσης. Η δεύτερη και η τρίτη αφορούν την κινηματική του συστήματος μηχανικού ελέγχου και την τροφοδοσία δεδομένων, ενώ παράλληλα βοηθούν στο να αναπτύξουμε τη θεωρία ότι από τη de facto τετραγωνική ευστάθεια κατά Lyapunov που είχαμε αρχικά (τετραγωνική καμπύλη η κυκλική τροχιά), η κατά το χρόνο ανάπτυξη ατελειών και αστάθειας στις τροχιές μας οδηγεί σε ευστάθεια – αστάθεια της τάξης

$$\rho \in (2, 3]$$

Δηλαδή, έχουμε μία αρχική τιμή $\rho = 2$, όπου η γεωμετρία του συστήματος και η δυναμική των Νόμων του Kepler δημιουργούν μία ακολουθία $(\rho_n)_{n \in \mathbb{N}}$ μέσω των στιγμιότυπων έτσι ώστε

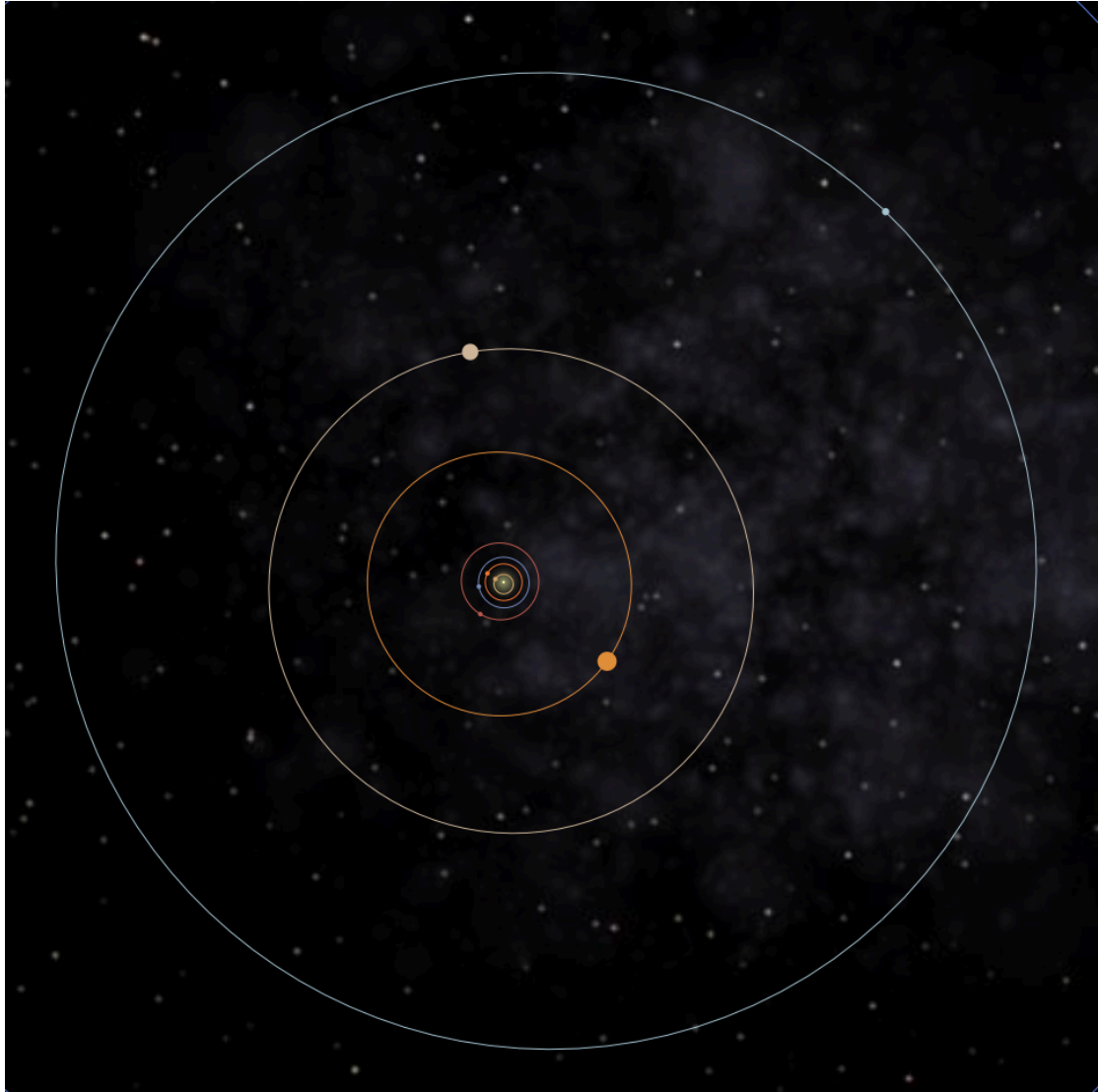
$$\rho_n \rightarrow \rho' \in (2, 3]$$

Η εναλλαγή αυτή, ή αλλιώς η παρατηρούμενη βαθμιαία αύξηση αυτού του Lipschitz – συντελεστή μας εξηγεί ότι η έχουμε ένα αρχικά ευσταθές σύστημα με τα προαναφερόμενα σώματα, όπου «μελλοντικά» μεταβαίνουμε σε ένα κρίσιμο σημείο και, τέλος, σε ασταθή γεγονότα.

Παραθέτουμε τώρα τα βασικά στιγμιότυπα:

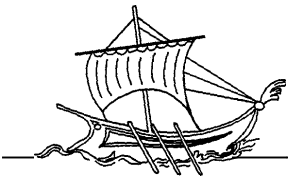


Α.Ε.Ι. ΠΕΙΡΑΙΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟΥ ΤΟΜΕΑ

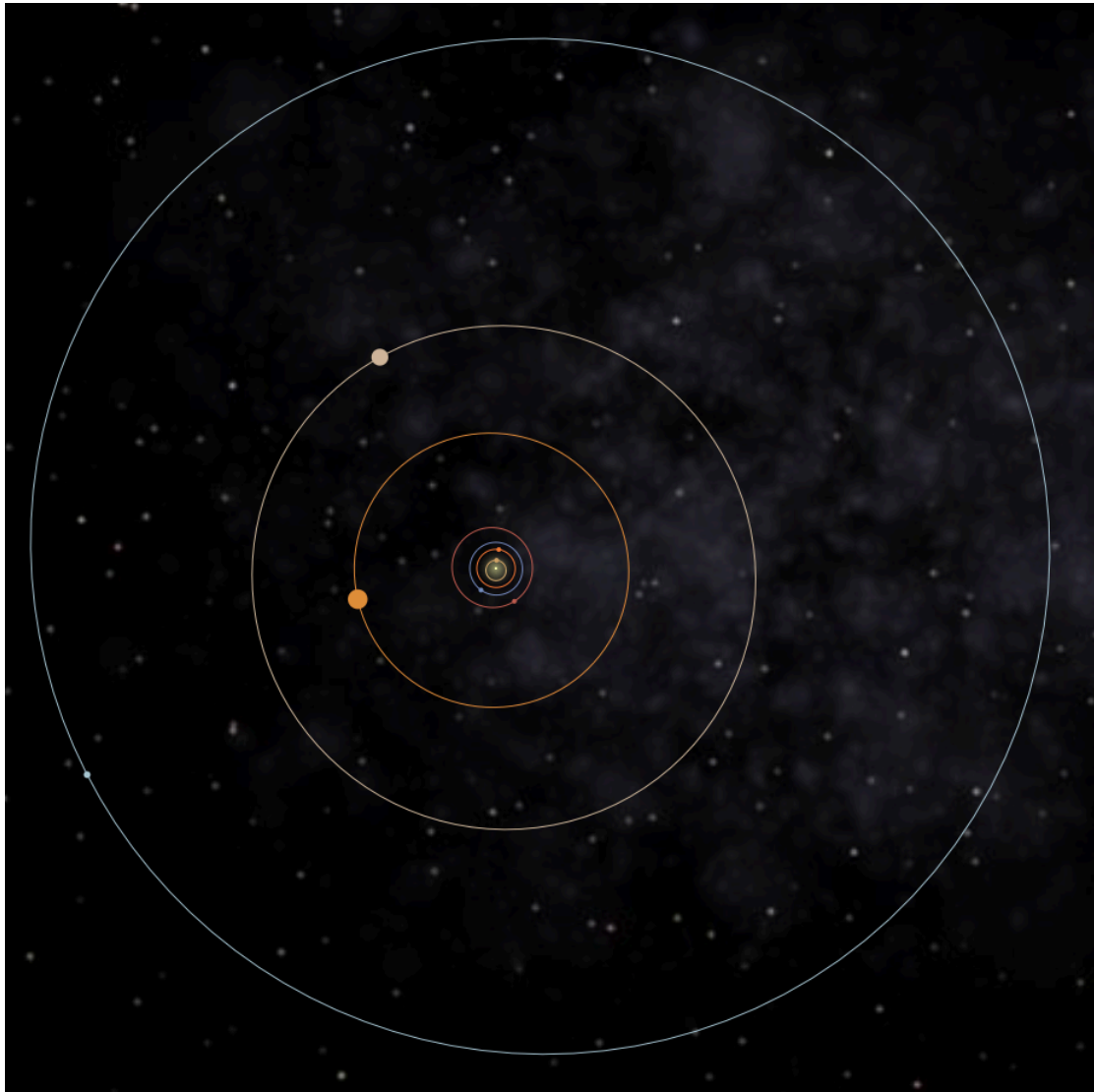


• Εικόνα 3: Μετά τις αρχικές συνθήκες.

Εδώ, είμαστε λίγα εκατομμύρια χρόνια μετά την – φαινόμενη – έναρξη κίνησης των πλανητών, όπου ορισμένοι εξ αυτών έχουν επιταχυνθεί εξαιτίας της εγγύτητάς τους στο μητρικό άστρο, τον Ήλιο. Ανάλογα, οι δύο προς το εξωτερικό της εικόνας εμφανίζουν πιο αργά κινηματικά στοιχεία και μεγαλύτερα κενά στις τροχιές, κατά τη διαδοχή, λόγω μεγαλύτερης μάζας και διατήρησης της στροφορμής.

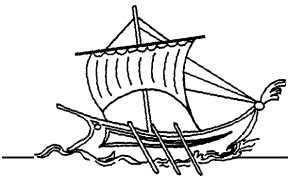


Α.Ε.Ι. ΠΕΙΡΑΙΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟΥ ΤΟΜΕΑ



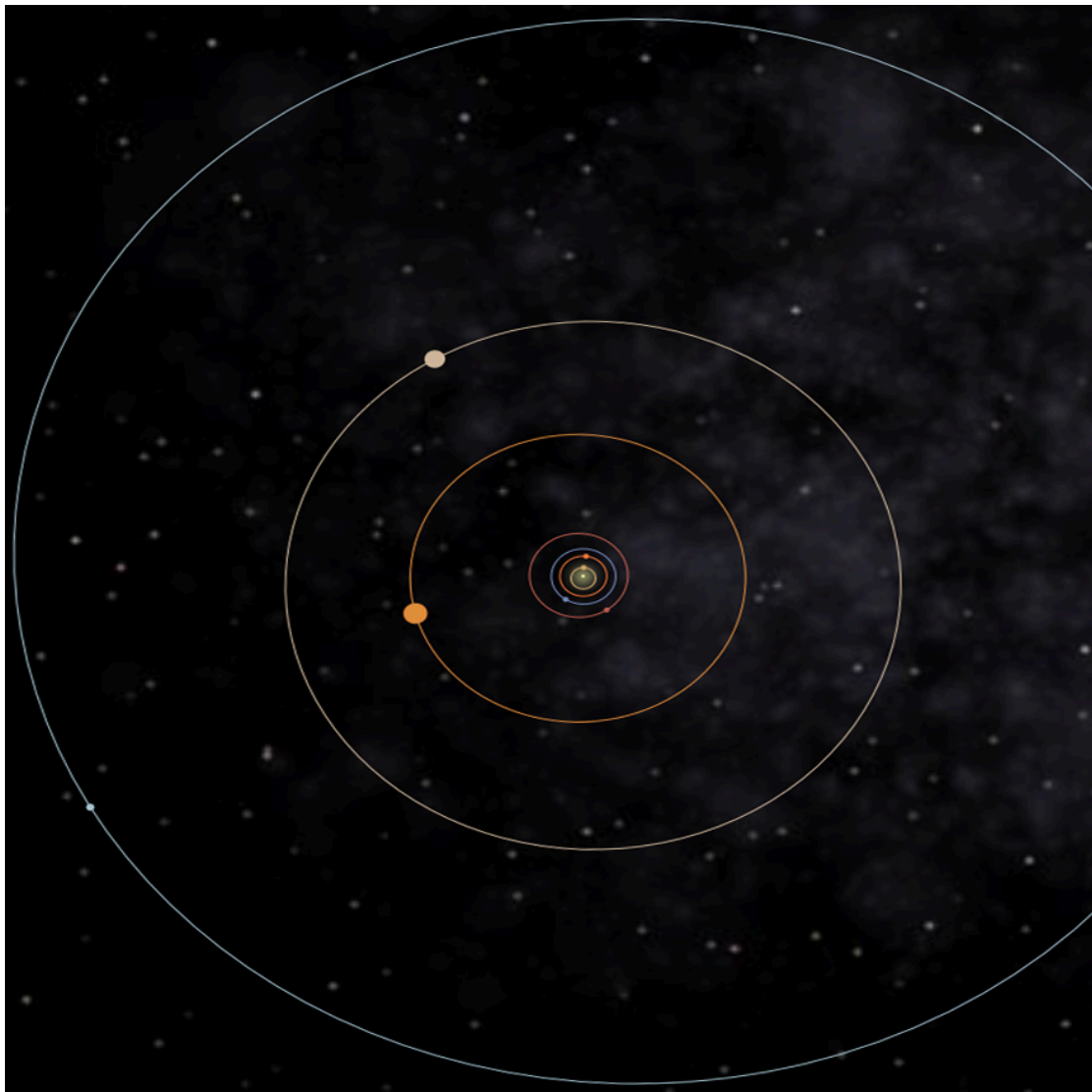
• Εικόνα 4: Στο μέσον της προσομοίωσης.

Στην παραπάνω εικόνα – στιγμιότυπο, που εξήχθησε, είμαστε περί ένα δισεκατομμύριο χρόνια από το παρόν, όπου έχουμε ακόμα ευσταθή κινηματικά στοιχεία, αλλά φτάνουμε στο κομβικό σημείο ισορροπίας μεταξύ ευσταθών και ασταθών στιγμών του συστήματός μας.

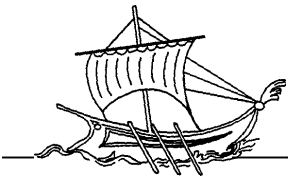


Α.Ε.Ι. ΠΕΙΡΑΙΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟΥ ΤΟΜΕΑ

Η επόμενη εικόνα, είναι ένα στιγμιότυπο περίπου 2.5 δισεκατομμύρια χρόνια από το παρόν μας, όπου έχει αρχίσει ο εκφυλισμός των τροχιών και η τάξη των καμπυλών των τροχιών να αυξάνεται, περισσότερο από το 2.

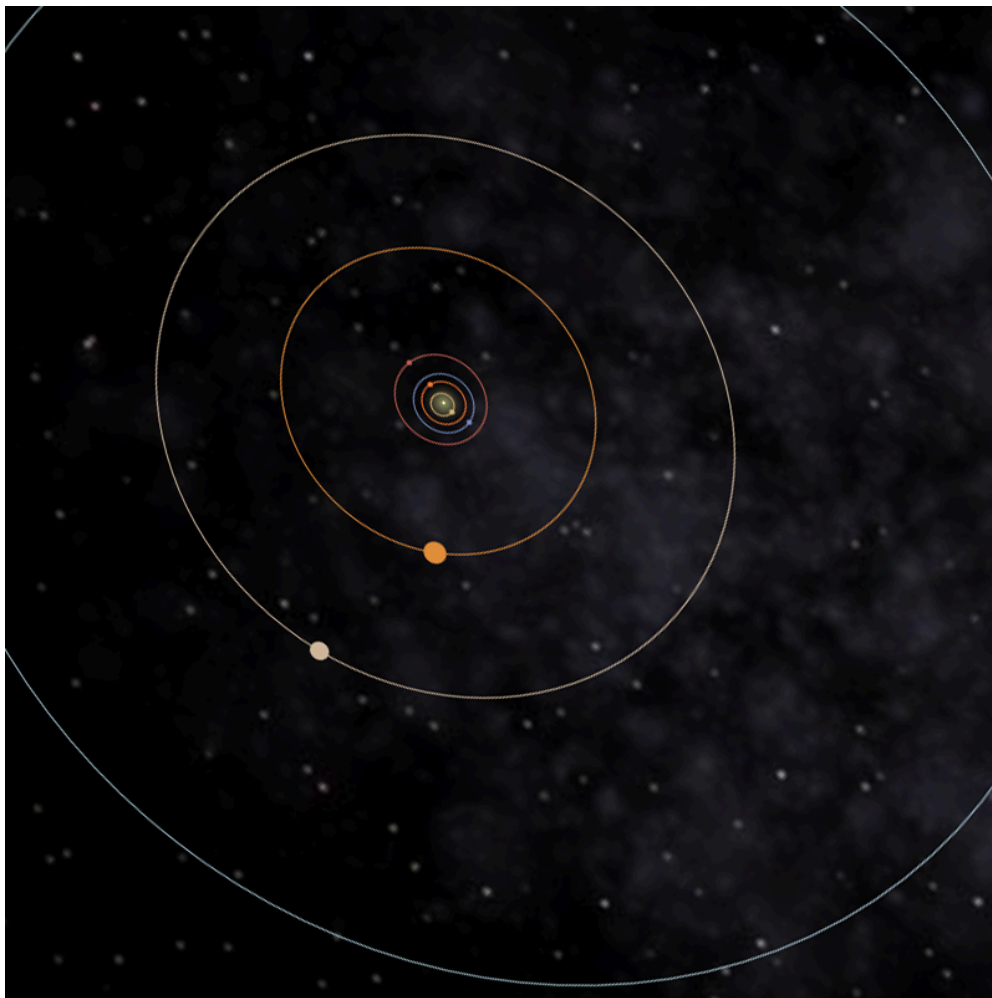


• Εικόνα 5: Έναρξη αστάθειας.



Α.Ε.Ι. ΠΕΙΡΑΙΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟΥ ΤΟΜΕΑ

Το τελευταίο αντιπροσωπευτικό καρέ της προσομοίωσης μαρτυρά το βαρυτικό εξοστρακισμό του πιο εξωτερικού πλανήτη και την αύξηση παραμόρφωσης των κυκλικών, προς ελλειπτικών και έπειτα προς υπερβολικών⁴⁵ ή, ακόμη, και κυβικών⁴⁶ τροχιών.



• Εικόνα 6: Τελικό στάδιο.

⁴⁵ Οι συγκεκριμένες τροχιές ως κωνικές τομές είναι βαθμού 2⁰⁰.

⁴⁶ Εδώ, έχουμε καμπύλες βαθμού 3⁰⁰.



Α.Ε.Ι. ΠΕΙΡΑΙΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟΥ ΤΟΜΕΑ

Ακόμη, μπορούμε να παρατηρήσουμε πως επίκειται βαρυτικός εγκλεισμός των εσωτερικών βραχύδων πλανητών, συχνές ευθυγραμμίσεις τους και λοιπά παραπλήσια φαινόμενα, έως ότου με ταχείες σπειροειδείς τροχιές κινηθούν προς την επιφάνεια του Ήλιου. Περισσότερα, ως προς τα θεωρητικά της ουράνιας μηχανικής μπορούν να βρεθούν στο (Duric, 2004).



Α.Ε.Ι. ΠΕΙΡΑΙΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟΥ ΤΟΜΕΑ

Κεφάλαιο 6:

Δειγματοληψία & Στατιστική Έρευνα

Η δειγματοληψία και η στατιστική έρευνα που έλαβαν χώρα κατά τη διεξαγωγή της παρούσας μεταπτυχιακής διατριβής είχε μορφή ιντερλουδίου. Δηλαδή, ενός τμήματος κειμένου με απομονωμένη μορφή και περιεχόμενο, προσανατολισμένο στις σύγχρονες τάσεις περί τα συστήματα αυτομάτου ελέγχου, μέσω του παράγοντα «άνθρωπος».

Η έρευνα περιείχε τμήματα απλού ερωτηματολογίου και μία σταθμιστική ερώτηση, όπως θα εξακριβωθεί και στη συνέχεια του παρόντος κεφαλαίου. Ακέραιο το ερωτηματολόγιο παρατίθεται ακριβώς παρακάτω.

Η στατιστική ανάλυση των δεδομένων ολοκληρώθηκε στο στατιστικό πακέτο IBM SPSS 24.

Υποκεφάλαιο 6.1:

Ερωτηματολόγιο

Η δομή του δοθέντος ερωτηματολογίου ήταν η ακόλουθη:



Α.Ε.Ι. ΠΕΙΡΑΙΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟΥ ΤΟΜΕΑ

Α.Ε.Ι. ΠΕΙΡΑΙΑ Τ.Τ.

ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΑΥΤΟΜΑΤΙΣΜΟΥ

Π.Μ.Σ. ΑΥΤΟΜΑΤΙΣΜΟΥ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ & ΥΠΗΡΕΣΙΩΝ

Ερωτηματολόγιο - Πηγή δειγματοληπτικής έρευνας

Όνοματεπώνυμο διενεργητή: Δαλέζιος Ιωάννης

Επάγγελμα/σπουδές συνεντευξιζόμενου/ης:

ΕΡΩΤΗΣΗ 1: Χρησιμοποιείτε τα Συστήματα Αυτομάτου Ελέγχου στην εργασία ή στην έρευνά σας;

- ΝΑΙ

- ΟΧΙ

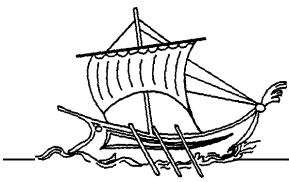
ΕΡΩΤΗΣΗ 2: Εάν ναι, χρησιμοποιείτε έννοιες όπως ευστάθεια ή λοιπές έννοιες χαρακτηρισμού (γραμμικότητα, παρατηρησιμότητα, ελεγχιμότητα, πραγμάτωση κ.τ.λ.) ενός συστήματος αυτομάτου ελέγχου;

- ΝΑΙ

- ΟΧΙ

- Λοιπές: _____

Σελ. 1



Α.Ε.Ι. ΠΕΙΡΑΙΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟΥ ΤΟΜΕΑ

ΕΡΩΤΗΣΗ 3: Εφόσον υπάρχει επαφή με την έννοια της ευστάθειας, είναι γνώριμες οι επιμέρους μορφές της, κατ' όνομα

- Lyapunov,
- BIBO και
- ISS;
- ΝΑΙ (σε υποσύνολο των παραπάνω)

Πλήθος

- ΟΧΙ (καμία εκ των παραπάνω)
- Άλλη: _____

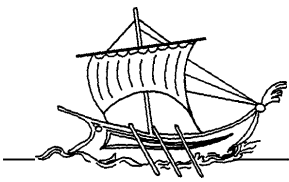
ΕΡΩΤΗΣΗ 4: Δεδομένης θετικής απάντησης στην προηγούμενη ερώτηση και πλήθους τουλάχιστον 2, έχετε διδαχθεί/μελετήσει/ερευνήσει τις διαφορές των ευσταθειών αυτών;

- ΝΑΙ
- ΟΧΙ

ΕΡΩΤΗΣΗ 5: Θεωρώντας πως υφίσταται προχωρημένη γνώση στα παραπάνω, εάν μελετούσαμε ένα γραμμικό σύστημα αυτομάτου ελέγχου με ή χωρίς έλεγχο ποιά εκ των παραπάνω ευσταθειών θα επιλέγατε και γιατί;

- Επιλογή: _____
- Αιτιολόγηση: _____

Σελ. 2



Α.Ε.Ι. ΠΕΙΡΑΙΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟΥ ΤΟΜΕΑ

Υποκεφάλαιο 6.2:

Ανάλυση & Συμπεράσματα

Ένα εισαγωγικό και γενικό σχόλιο θα ήταν πως το ερωτηματολόγιο δεν έλαβε πλήρους τύχης από τους συνεντευξιαζόμενους, με την έννοια ότι δεν εδόθησαν πλήρεις απαντήσεις, αλλά περισσότερο έγινε παραμονή σε θετικές ή αρνητικές απαντήσεις μόνο. Παρόλα αυτά η ανάλυση και τα επαγόμενα συμπεράσματα ακολουθούν.

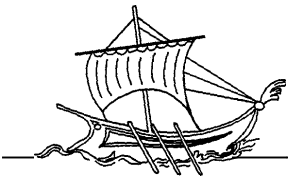
Η μελέτη ξεκίνησε στη μορφή του Microsoft Excel 2016 και επεκτάθηκε στη χρήση του IBM SPSS 24, για περαιτέρω ανάλυση.

Αξίζει να δηλώσουμε πως οι τελευταίες ερωτήσεις, λόγω διαδοχής θετικής απάντησης προς συνέχεια στην επόμενη, είχαν σταθμιστικό χαρακτήρα. Δηλαδή, τοποθετήθηκαν με τέτοιο τρόπο ώστε να αντιμετωπιστούν θέματα αξιοπιστίας του ερωτηματολογίου και της προσοχής που δόθηκε σε αυτό. Στην επόμενη εικόνα, έλλειψη εμπιστοσύνης στις απαντήσεις δίδεται με έντονο κόκκινο χρώμα. Στη μεθεπόμενη εικόνα θα αντικατασταθούν από τις κατάλληλες απαντήσεις μετα-επεξεργασίας.

Αντίστοιχα, απαντήσεις κενού έχουν χρωματισθεί με πορτοκαλί χρώμα και θετικές απαντήσεις σωστά τιθέμενες με κυανό χρώμα.

Εκκινώντας τη διαδικασία παρουσίασης της ανάλυσης, θα ξεκινήσουμε με την εναρκτήρια ερώτηση, που περιείχε μόνο έγκυρες απαντήσεις:

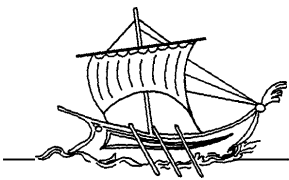
| Statistics | | |
|-------------------|---------|----|
| Σπουδές/Επάγγελμα | | |
| N | Valid | 10 |
| | Missing | 0 |



Α.Ε.Ι. ΠΕΙΡΑΙΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟΥ ΤΟΜΕΑ

| Ερωτήσεις | Σπουδές/Επίγνωση | Ερωτηματολόγιο | | | | | Αιτιολόγηση | | | |
|-----------|------------------------|----------------|-----------|--------|-----------|---------|-------------|------|-----------------|-----------|
| | | Ερώτηση 1 | Ερώτηση 2 | Λοιπές | Ερώτηση 3 | Παθήθος | | Άλλη | Ερώτηση 4 | Ερώτηση 5 |
| 1 | Μηχανικός Αυτοματισμού | ΝΑΙ | ΝΑΙ | ΚΕΝΟ | ΝΑΙ | 2 | ΚΕΝΟ | ΝΑΙ | Λυapunov & BIBO | ΚΕΝΟ |
| 2 | Μηχανικός Αυτοματισμού | ΌΧΙ | ΌΧΙ | ΚΕΝΟ | ΌΧΙ | 0 | ΚΕΝΟ | ΝΑΙ | Λυapunov | ΚΕΝΟ |
| 3 | Μαθηματικός | ΌΧΙ | ΌΧΙ | ΚΕΝΟ | ΌΧΙ | 0 | ΚΕΝΟ | ΌΧΙ | ΚΕΝΟ | ΚΕΝΟ |
| 4 | Μαθηματικός | ΝΑΙ | ΝΑΙ | ΚΕΝΟ | ΝΑΙ | 2 | ΚΕΝΟ | ΝΑΙ | Λυapunov & BIBO | ΚΕΝΟ |
| 5 | Μηχανολόγος Μηχανικός | ΝΑΙ | ΝΑΙ | ΚΕΝΟ | ΝΑΙ | 3 | ΚΕΝΟ | ΝΑΙ | Λυapunov | ΚΕΝΟ |
| 6 | Μηχανολόγος Μηχανικός | ΌΧΙ | ΌΧΙ | ΚΕΝΟ | ΌΧΙ | 0 | ΚΕΝΟ | ΌΧΙ | ΚΕΝΟ | ΚΕΝΟ |
| 7 | Μηχανολόγος Μηχανικός | ΝΑΙ | ΌΧΙ | ΚΕΝΟ | ΌΧΙ | 0 | ΚΕΝΟ | ΌΧΙ | ΚΕΝΟ | ΚΕΝΟ |
| 8 | Ηλεκτρονικός | ΌΧΙ | ΌΧΙ | ΚΕΝΟ | ΌΧΙ | 0 | ΚΕΝΟ | ΌΧΙ | ΚΕΝΟ | ΚΕΝΟ |
| 9 | Ηλεκτρολόγος Μηχανικός | ΝΑΙ | ΝΑΙ | ΚΕΝΟ | ΝΑΙ | 1 | ΚΕΝΟ | ΝΑΙ | Λυapunov | ΚΕΝΟ |
| 10 | Τεχνικός Αυτοκινήτων | ΌΧΙ | ΌΧΙ | ΚΕΝΟ | ΌΧΙ | 0 | ΚΕΝΟ | ΌΧΙ | ISS | ΚΕΝΟ |

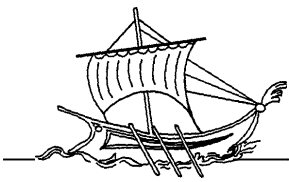
• Εικόνα 7: Στοιχεία ερωτηματολογίου.



Α.Ε.Ι. ΠΕΙΡΑΙΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟΥ ΤΟΜΕΑ

| Ερωτηθείς | Σπουδές/Επάγγελμα | Ερωτηματολόγιο | | | | | | | | |
|-----------|------------------------|----------------|-----------|--------|-----------|--------|------|-----------|------------|-------------|
| | | Ερώτηση 1 | Ερώτηση 2 | Δουτές | Ερώτηση 3 | Πλήθος | Άλλη | Ερώτηση 4 | Ερώτηση 5 | Αιτιολόγηση |
| 1 | Μηχανικός Αυτοματισμού | ΝΑΙ | ΝΑΙ | ΚΕΝΟ | ΝΑΙ | 2 | ΚΕΝΟ | ΝΑΙ | Λυapunov & | ΚΕΝΟ |
| 2 | Μηχανικός Αυτοματισμού | ΟΧΙ | ΟΧΙ | ΚΕΝΟ | ΟΧΙ | 0 | ΚΕΝΟ | ΟΧΙ | Λυapunov | ΚΕΝΟ |
| 3 | Μαθηματικός | ΟΧΙ | ΟΧΙ | ΚΕΝΟ | ΟΧΙ | 0 | ΚΕΝΟ | ΟΧΙ | ΚΕΝΟ | ΚΕΝΟ |
| 4 | Μαθηματικός | ΝΑΙ | ΝΑΙ | ΚΕΝΟ | ΝΑΙ | 2 | ΚΕΝΟ | ΝΑΙ | Lyapunov & | ΚΕΝΟ |
| 5 | Μηχανολόγος Μηχανικός | ΝΑΙ | ΝΑΙ | ΚΕΝΟ | ΝΑΙ | 3 | ΚΕΝΟ | ΝΑΙ | Lyapunov | ΚΕΝΟ |
| 6 | Μηχανολόγος Μηχανικός | ΟΧΙ | ΟΧΙ | ΚΕΝΟ | ΟΧΙ | 0 | ΚΕΝΟ | ΟΧΙ | ΚΕΝΟ | ΚΕΝΟ |
| 7 | Μηχανολόγος Μηχανικός | ΝΑΙ | ΟΧΙ | ΚΕΝΟ | ΟΧΙ | 0 | ΚΕΝΟ | ΟΧΙ | ΚΕΝΟ | ΚΕΝΟ |
| 8 | Ηλεκτρονικός | ΟΧΙ | ΟΧΙ | ΚΕΝΟ | ΟΧΙ | 0 | ΚΕΝΟ | ΟΧΙ | ΚΕΝΟ | ΚΕΝΟ |
| 9 | Ηλεκτρολόγος Μηχανικός | ΝΑΙ | ΝΑΙ | ΚΕΝΟ | ΝΑΙ | 1 | ΚΕΝΟ | ΝΑΙ | Lyapunov | ΚΕΝΟ |
| 10 | Τεχνικός Αυτοκινήτων | ΟΧΙ | ΟΧΙ | ΚΕΝΟ | ΟΧΙ | 0 | ΚΕΝΟ | ΟΧΙ | ΚΕΝΟ | ΚΕΝΟ |

• Εικόνα 8: Σωστά τιθέμενα στοιχεία ερωτηματολογίου.



Α.Ε.Ι. ΠΕΙΡΑΙΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟΥ ΤΟΜΕΑ

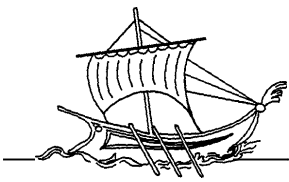
Σχετικά με την εικόνα των σπουδών ή επαγγελμάτων έχουμε πως:

| | | Σπουδές/Επάγγελμα | | | |
|-------|------------------------|-------------------|---------|---------------|--------------------|
| | | Frequency | Percent | Valid Percent | Cumulative Percent |
| Valid | Ηλεκτρολόγος Μηχανικός | 1 | 10,0 | 10,0 | 10,0 |
| | Ηλεκτρονικός | 1 | 10,0 | 10,0 | 20,0 |
| | Μαθηματικός | 2 | 20,0 | 20,0 | 40,0 |
| | Μηχανικός Αυτοματισμού | 2 | 20,0 | 20,0 | 60,0 |
| | Μηχανολόγος Μηχανικός | 3 | 30,0 | 30,0 | 90,0 |
| | Τεχνικός Αυτοκινήτων | 1 | 10,0 | 10,0 | 100,0 |
| | Total | | 10 | 100,0 | 100,0 |

Φυσικά, ως προς τις απαντήσεις των ερωτήσεων 1 έως 5 έχουμε τους συνοπτικούς πίνακες:

| | | Ερώτηση 1 | | | |
|-------|-------|-----------|---------|---------------|--------------------|
| | | Frequency | Percent | Valid Percent | Cumulative Percent |
| Valid | ΝΑΙ | 5 | 50,0 | 50,0 | 50,0 |
| | ΟΧΙ | 5 | 50,0 | 50,0 | 100,0 |
| | Total | 10 | 100,0 | 100,0 | |

| | | Ερώτηση 2 | | | |
|-------|-------|-----------|---------|---------------|--------------------|
| | | Frequency | Percent | Valid Percent | Cumulative Percent |
| Valid | ΝΑΙ | 4 | 40,0 | 40,0 | 40,0 |
| | ΟΧΙ | 6 | 60,0 | 60,0 | 100,0 |
| | Total | 10 | 100,0 | 100,0 | |



Α.Ε.Ι. ΠΕΙΡΑΙΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟΥ ΤΟΜΕΑ

Ερώτηση 3

| | | Frequency | Percent | Valid Percent | Cumulative Percent |
|-------|-------|-----------|---------|---------------|--------------------|
| Valid | NAI | 4 | 40,0 | 40,0 | 40,0 |
| | ΟΧΙ | 6 | 60,0 | 60,0 | 100,0 |
| | Total | 10 | 100,0 | 100,0 | |

Ερώτηση 4

| | | Frequency | Percent | Valid Percent | Cumulative Percent |
|-------|-------|-----------|---------|---------------|--------------------|
| Valid | NAI | 4 | 40,0 | 40,0 | 40,0 |
| | ΟΧΙ | 6 | 60,0 | 60,0 | 100,0 |
| | Total | 10 | 100,0 | 100,0 | |

Ερώτηση 5

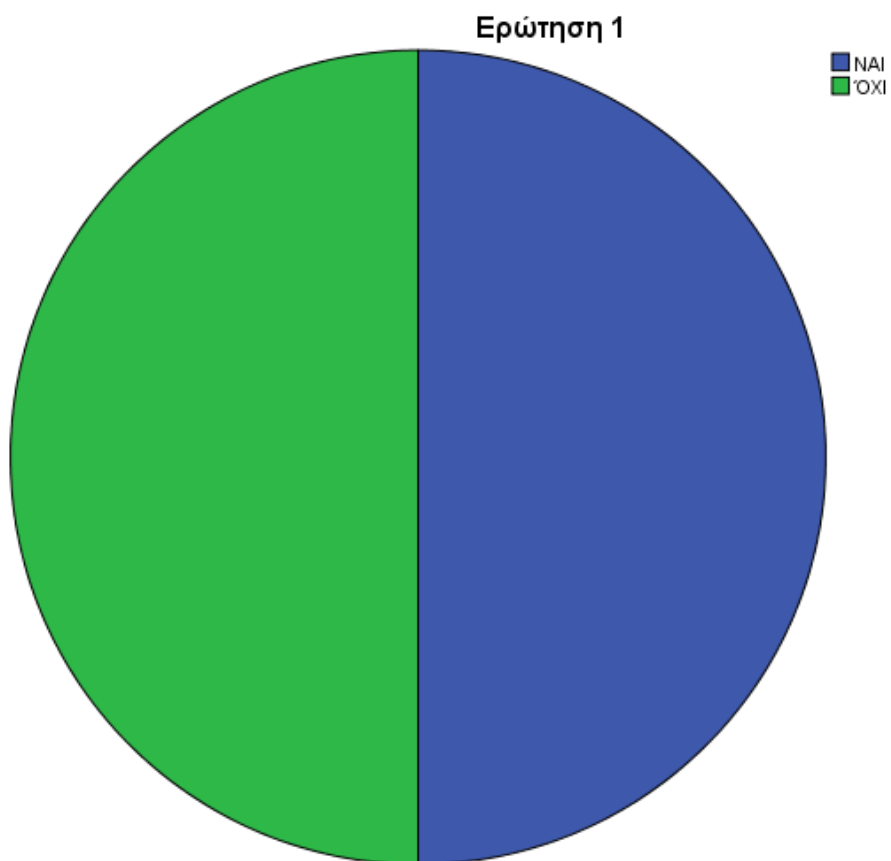
| | | Frequency | Percent | Valid Percent | Cumulative Percent |
|-------|-----------------|-----------|---------|---------------|--------------------|
| Valid | KENO | 1 | 10,0 | 10,0 | 10,0 |
| | KENO | 4 | 40,0 | 40,0 | 50,0 |
| | Lyapunov | 3 | 30,0 | 30,0 | 80,0 |
| | Lyapunov & BIBO | 2 | 20,0 | 20,0 | 100,0 |
| | Total | 10 | 100,0 | 100,0 | |

Αξίζει να σημειωθεί πως το πρώτο KENO εντός του παραπάνω πίνακα είναι η σταθμιστικά λάθος επιλογή, του αντίστοιχου ερωτηθέντα. Από την άλλη, και εδώ, και στην πίτα που ακολουθεί δε σημειώνεται πρόβλημα, αφού μπορούν να προστεθούν τα ποσοστά των δύο εισόδων.

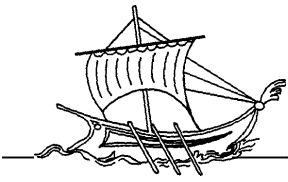
Τώρα, παραθέτουμε τις ποσοστιαίες πίτες των ερωτήσεων 1 – 5.



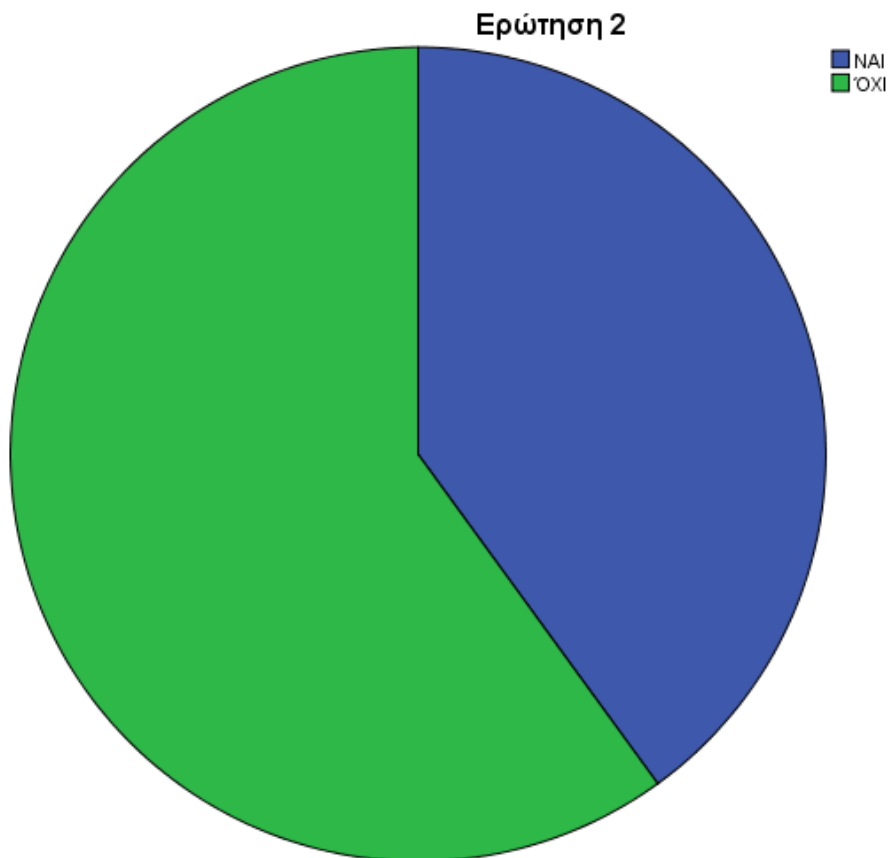
Α.Ε.Ι. ΠΕΙΡΑΙΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟΥ ΤΟΜΕΑ



• Εικόνα 9: Πίρα ερώτησης 1.



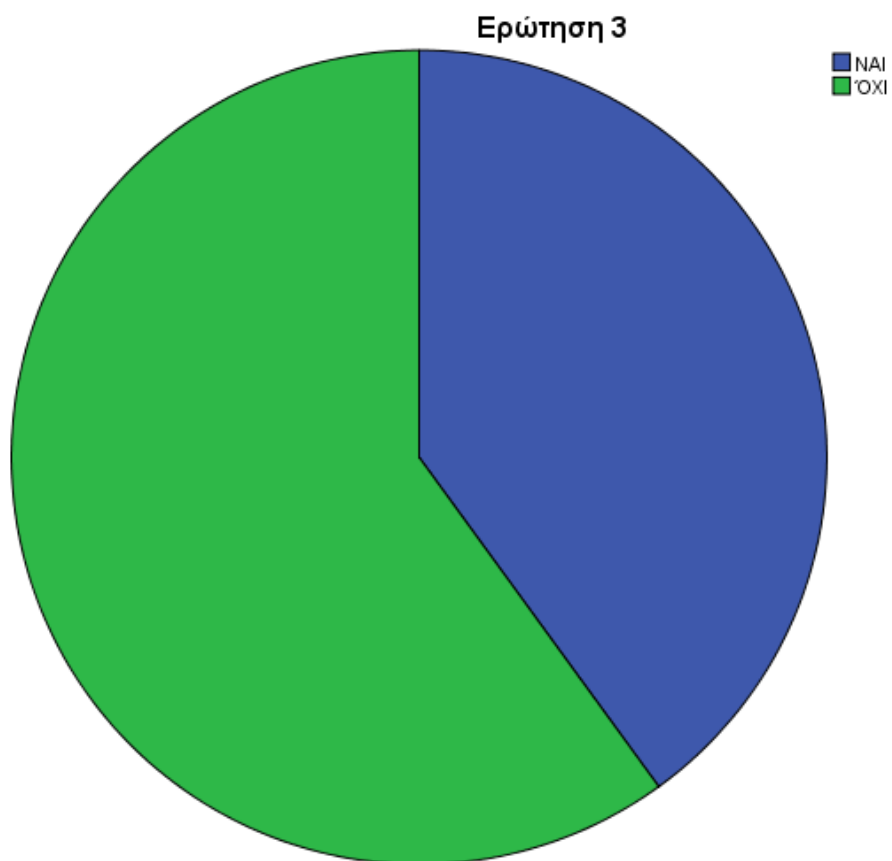
Α.Ε.Ι. ΠΕΙΡΑΙΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟΥ ΤΟΜΕΑ



• Εικόνα 10: Πίτα ερώτησης 2.



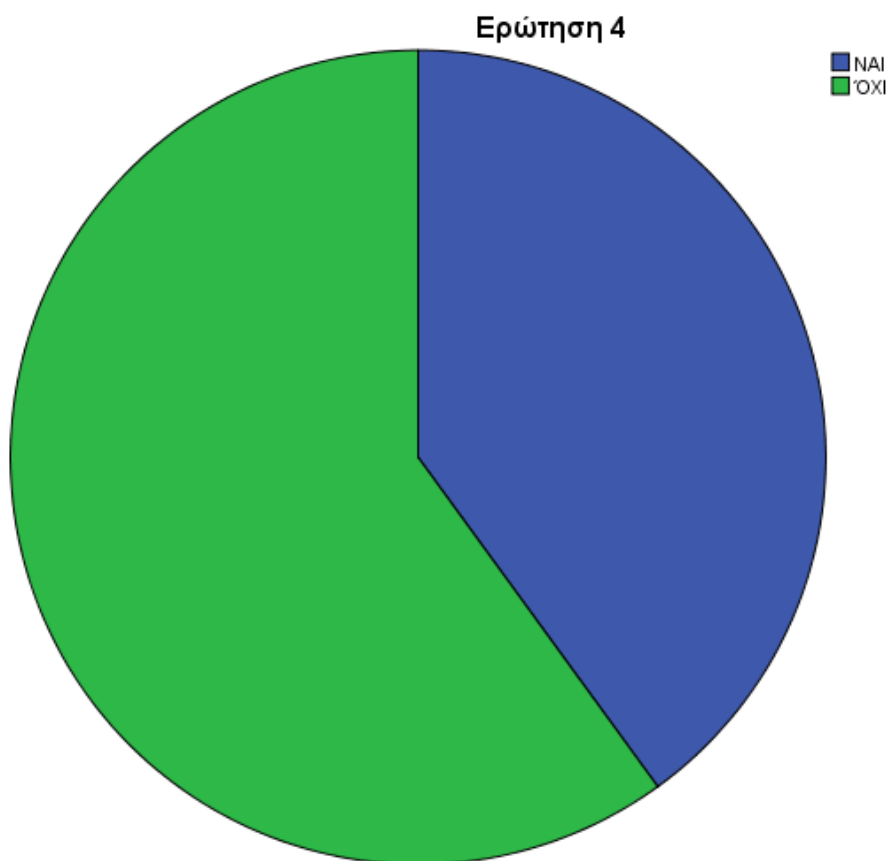
Α.Ε.Ι. ΠΕΙΡΑΙΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟΥ ΤΟΜΕΑ



• Εικόνα 11: Πίτα ερώτησης 3.



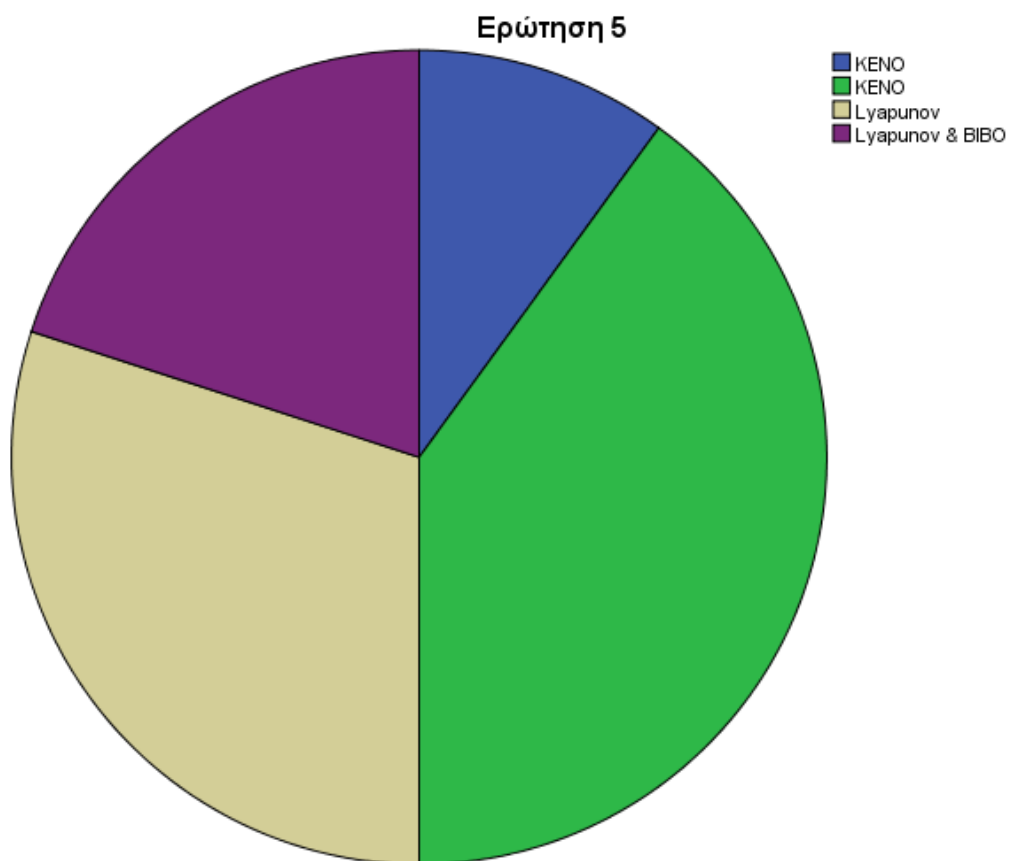
Α.Ε.Ι. ΠΕΙΡΑΙΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟΥ ΤΟΜΕΑ



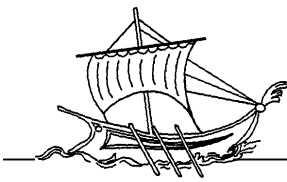
• Εικόνα 12: Πίτα ερώτησης 4.



Α.Ε.Ι. ΠΕΙΡΑΙΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟΥ ΤΟΜΕΑ



• Εικόνα 13: Πίτα ερώτησης 5.



Α.Ε.Ι. ΠΕΙΡΑΙΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟΥ ΤΟΜΕΑ

Ως εδώ, είχαμε μόνον κατηγορικές στατιστικές μεταβλητές, δηλαδή μεταβλητές με λεκτικό περιεχόμενο απαντήσεων. Διαφορετικά, τώρα, η μεταβλητή Πλήθος, που εξετάζει πόσες εκ των ευσταθειών Lyapunov, BIBO και ISS είναι γνώριμες στον ερωτηθέντα, θα είναι μία ακέραια ποσοτική μεταβλητή. Πιο ειδικά έχουμε:

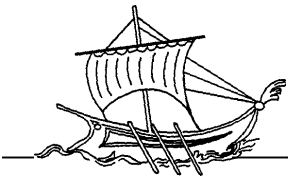
| Descriptive Statistics | | | | | | | | | | | |
|------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|----------------|-----------|-----------|------------|-----------|------------|
| | N | Range | Minimum | Maximum | Mean | Std. Deviation | Variance | Skewness | | Kurtosis | |
| | Statistic | Statistic | Statistic | Statistic | Statistic | Statistic | Statistic | Statistic | Std. Error | Statistic | Std. Error |
| Πλήθος | 10 | 3 | 0 | 3 | ,80 | 1,135 | 1,289 | 1,048 | ,687 | -,394 | 1,334 |
| Valid N (listwise) | 10 | | | | | | | | | | |

Εμφανίζονται οι στατιστικές παράμετροι του μεγέθους δείγματος, του εύρους, του ελαχίστου, του μεγίστου, της μέσης τιμής, της τυπικής απόκλισης, της διακύμανσης, της λοξότητας και της κυρτότητας. Περισσότερα μπορούν να βρεθούν στο (Wasserman, 2004). Αυτό που θα κρατήσουμε, φυσικά, είναι ότι το πλήθος γνώριμων ευσταθειών λαμβάνει τιμές με υψηλή πιθανότητα εντός του διαστήματος:

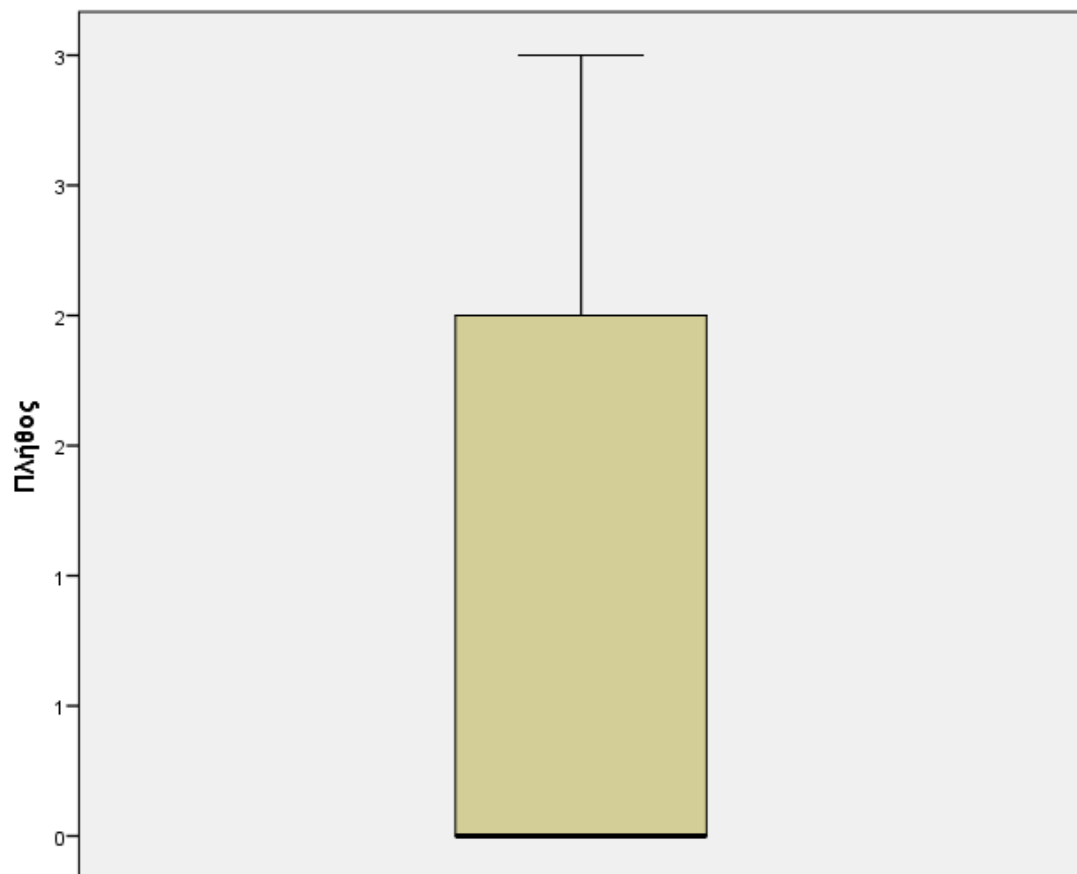
$$[0,1.935]$$

Για την περίπτωση του αριστερού άκρου $\mu - \sigma$, λόγω αρνητικού προσήμου, λάβαμε τη σχέση $\max\{\mu - \sigma, 0\}$. Για το δεξί άκρο, απλά $\mu + \sigma$.

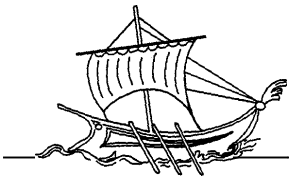
Επίσης, όσον αφορά την αριθμητική αυτής της μεταβλητής μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε το γράφημα που ονομάζεται θηκόγραμμα, που εντός του ορθογωνίου παραλληλογράμμου που περιέχει, βρίσκεται το 50% των τιμών/επιλογών.



Α.Ε.Ι. ΠΕΙΡΑΙΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟΥ ΤΟΜΕΑ



• Εικόνα 14: Θηκόγραμμα για Πλήθος.



Α.Ε.Ι. ΠΕΙΡΑΙΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟΥ ΤΟΜΕΑ

Παραθέτουμε για τους απαιτητικούς αναγνώστες τις στατιστικές συσχετίσεις μεταξύ ορισμένων εκ των ερωτήσεων, που κρίνουμε πως υπάρχει σημαντικότητα ως προς την εξάρτησή τους. Ως προς τις ερωτήσεις 1 και 2, έχουμε:

Ερώτηση 1 * Ερώτηση 2 Crosstabulation

| Count | | Ερώτηση 2 | | Total |
|-----------|-----|-----------|-----|-------|
| | | ΝΑΙ | ΌΧΙ | |
| Ερώτηση 1 | ΝΑΙ | 4 | 1 | 5 |
| | ΌΧΙ | 0 | 5 | 5 |
| Total | | 4 | 6 | 10 |

Chi-Square Tests

| | Value | df | Asymptotic Significance (2- sided) | Exact Sig. (2- sided) | Exact Sig. (1- sided) |
|------------------------------------|--------------------|----|--|--------------------------|--------------------------|
| Pearson Chi-Square | 6,667 ^a | 1 | ,010 | | |
| Continuity Correction ^b | 3,750 | 1 | ,053 | | |
| Likelihood Ratio | 8,456 | 1 | ,004 | | |
| Fisher's Exact Test | | | | ,048 | ,024 |
| N of Valid Cases | 10 | | | | |

a. 4 cells (100,0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 2,00.

b. Computed only for a 2x2 table

Ως προς τις 2 και 3:



Α.Ε.Ι. ΠΕΙΡΑΙΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟΥ ΤΟΜΕΑ

Ερώτηση 2 * Ερώτηση 3 Crosstabulation

Count

| | | Ερώτηση 3 | | Total |
|-----------|-----|-----------|-----|-------|
| | | ΝΑΙ | ΌΧΙ | |
| Ερώτηση 2 | ΝΑΙ | 4 | 0 | 4 |
| | ΌΧΙ | 0 | 6 | 6 |
| Total | | 4 | 6 | 10 |

Chi-Square Tests

| | Value | df | Asymptotic Significance (2- sided) | Exact Sig. (2- sided) | Exact Sig. (1- sided) |
|------------------------------------|---------------------|----|--|--------------------------|--------------------------|
| Pearson Chi-Square | 10,000 ^a | 1 | ,002 | | |
| Continuity Correction ^b | 6,267 | 1 | ,012 | | |
| Likelihood Ratio | 13,460 | 1 | ,000 | | |
| Fisher's Exact Test | | | | ,005 | ,005 |
| N of Valid Cases | 10 | | | | |

a. 4 cells (100,0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 1,60.

b. Computed only for a 2x2 table

Και τέλος, ως προς τις 3 και 5:

Ερώτηση 3 * Ερώτηση 5 Crosstabulation

Count

| | | Ερώτηση 5 | | | Total |
|-----------|-----|-----------|------|--------------------|-------|
| | | KENO | KENO | Lyapunov & BIBO | |
| Ερώτηση 3 | ΝΑΙ | 0 | 0 | 2 | 4 |
| | ΌΧΙ | 1 | 4 | 1 | 6 |
| Total | | 1 | 4 | 3 | 10 |



Α.Ε.Ι. ΠΕΙΡΑΙΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟΥ ΤΟΜΕΑ

Chi-Square Tests

| | Value | df | Asymptotic Significance (2- sided) |
|--------------------|--------------------|----|--|
| Pearson Chi-Square | 7,222 ^a | 3 | ,065 |
| Likelihood Ratio | 9,641 | 3 | ,022 |
| N of Valid Cases | 10 | | |

a. 8 cells (100,0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is ,40.

Κατά σειρά μειούμενης συσχέτισης απαντήσεων έχουμε πρώτα στη 2^η, έπειτα στην 3^η και, τελικά, στην 1^η διερεύνηση.

Τα τελικά μας συμπεράσματα, έπειτα και από την προσωπική συνέντευξη, όπου ανταλλάχθηκαν λίγα λόγια επί της εργασίας με τους συνεντευξιαζόμενους και των παραπάνω στατιστικών στοιχείων μας μαρτυρούν πως:

- Στη σύγκριση Lyapunov και BIBO, εάν τα έτοιμα υπολογιστικά πακέτα τη χρησιμοποιούν με ευρύτητα, τότε και οι ίδιοι θα την αξιοποιούσαν αντίστοιχα.
- Στη σύγκριση Lyapunov και ISS υπάρχει εκτεταμένη σύγχυση σχετικά με την άμεση αντιμετώπιση μη – γραμμικών προβλημάτων.
- Τέλος, στη σύγκριση BIBO και ISS, επίσης λόγω άγνοιας περί μη – γραμμικότητας, απαντούν ότι επιθυμούν περισσότερη γνώση για φραγμένες μεθόδους.



Α.Ε.Ι. ΠΕΙΡΑΙΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟΥ ΤΟΜΕΑ

Κεφάλαιο 7:

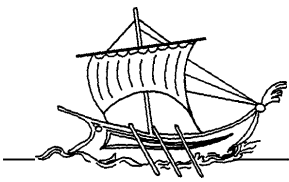
Συμπεράσματα & Συζήτηση

Σε αυτό το σημείο, θα αντιμετωπίσουμε τα συμπεράσματα της παρούσας μεταπτυχιακής διατριβής, ως μίας διαδρομής σε χώρους εναλλακτικούς από την κλασσική πεπατημένη του «γνήσιου» Μηχανικού Αυτοματιστή. Τα πεδία έρευνας που αξιοποιήθηκαν ήταν Καθαρά Μαθηματικά, Εφαρμοσμένα Μαθηματικά και – κυρίως – Προσομοίωση, Υπολογιστική Πολυπλοκότητα και Στατιστική.

Η επιλογή της ευστάθειας Lyapunov στις τεχνικές προσομοίωσης δεν ήταν τυχαία. Ήταν η εξελικτικά και ιστορικά σίγουρη επιλογή, κι ας περιείχε σφάλματα, λόγω της εξάρτησής της από γραμμικά ή σχεδόν μη – γραμμικά στοιχεία κίνησης και δυναμικής. Από την άλλη, η επιλογή μίας άλλης, όπως της BIBO θα ήταν πιο χρήσιμη στη μελέτη ενός συστήματος με παρόμοια πολυπλοκότητα, αλλά περισσότερο πιο κοντά στη μελέτη ηλεκτρονικών συστημάτων και αισθητήρων.

Η ISS, ως τρίτος πόλος, είναι η πιο μηχανικά σωστή επιλογή, αλλά παράλληλα και η πιο περίπλοκη στη σύνταξη, κωδικοποίηση και ανάλυση, με υπερπολλαπλάσιο ενδεχομένως χρόνο υπολογισμού, εκτιμώμενος σε τουλάχιστον 7 ημέρες. Τελικό μας συμπέρασμα, εδώ είναι αυτό, πως:

1. Επόμενο βήμα – άμεσης κατανόησης με τα παραπάνω – είναι η μετάβαση στην ευστάθεια BIBO.
2. Μεθεπόμενο βήμα είναι η απλοποίηση και η αριθμητική ή υπολογιστική ευστάθεια προς χρήση της μηχανικά ορθότερης ISS.



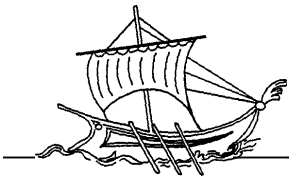
Α.Ε.Ι. ΠΕΙΡΑΙΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟΥ ΤΟΜΕΑ

Κλείνοντας, θα ήταν σκόπιμο να αναρωτηθούμε – πέραν των (α) και (β) παραπάνω – ποια είναι τα ενδεχόμενα επιστημονικά ερωτήματα και βήματα προς τη συνέχιση/επέκταση αυτού του πονήματος. Ας δούμε τα ακόλουθα:

1. Μελέτη ευστάθειας μη – γραμμικών φραγμένων εισόδων από τη Θεωρία Σήματος και η μετέπειτα επεξεργασία τους με τεχνικές Διακριτής Ανάλυσης Fourier με αυτόματο χαρακτήρα (γύρω από τη συχνότητα Nyquist)⁴⁷.
2. Μελέτη της συσχέτισης ευστάθειας ISS με έννοιες όπως ελεγχσιμότητα, γενικευμένες συναρτήσεις Lyapunov και πραγμάτωση⁴⁸.

⁴⁷ Τηλεπικοινωνιακές και σεισμολογικές εφαρμογές.

⁴⁸ Εφαρμογές σε τοπολογικά σύνθετα συστήματα αυτομάτου ελέγχου.



A.E.I. ΠΕΙΡΑΙΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟΥ ΤΟΜΕΑ

Βιβλιογραφία

- C. Heij, A. R. (2007). *Introduction to Mathematical Systems Theory: Linear Systems, Identification and Control*. Birkhäuser.
- Deriglazov, A. (2017). *Classical Mechanics: Hamiltonian and Lagrangian Formalism* (2 εκδ.). Springer.
- Duric, N. (2004). *Advanced Astrophysics*. Cambridge University Press.
- Hurwitz, A. (1964). On The Conditions Under Which An Equation Has Only Roots With Negative Real Parts. *Selected Papers on Mathematical Trends in Control Theory*.
- I. Flügge - Lotz, A. H. (1962, October). Optimum and Quasi - Optimum Control of Third and Fourth - Order Systems. *Stanford University Technical Report, 134*, 8-12.
- L. C. Evans, R. F. (2015). *Measure Theory and Fine Properties of Functions* (revised εκδ.). CRC Press.
- Liberzon, D. (2012). *Calculus of Variations and Optimal Control Theory*. Princeton University Press.
- M. W. McConley, B. D. (1998). Computational Complexity of Lyapunov Stability Analysis Problems for a Class of Nonlinear Systems. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 36(6), 2176-2193.
- Maxwell, J. C. (1868). On Governors. *Proceedings of the Royal Society of London*, 16, 270-283.
- Mayr, O. (1970). The Origins of Feedback Control.
- Meeus, J. (1991). *Astronomical Algorithms*. Willmann - Bel.
- Nolting, W. (2016). *Theoretical Physics 1*. Springer.
- Nolting, W. (2016). *Theoretical Physics 2*. Springer.
- Pilyugin, S. Y. (2012). *Spaces of Dynamical Systems*. de Gruyter.
- Routh, E. J. (1877). A Treatise on the Stability of a Given State of Motion: Particularly Steady Motion.
- S. I. Gordon, B. G. (2017). *Introduction to Modelling and Simulation with MATLAB and Python*. CRC Press.
- S. P. Bhattacharyya, A. D. (2009). *Linear Control Theory: Structure, Robustness and Optimization*. CRC Press.
- Serre, D. (2010). *Matrices*. Springer.
- Sipser, M. (2013). *Introduction to the Theory of Computation* (3rd εκδ.). Cengage Learning.
- Stewart, J. M. (2017). *Python for Scientists*. Cambridge University Press.
- Wasserman, L. (2004). *All of Statistics: A Concise Course in Statistical Inference*. Springer.
- Y. V. Orlov, L. T. (2010). *Advanced H-infinity Control: Towards Nonsmooth Theory and Applications*. Birkhäuser.
- Zabczyk, J. (1995). *Mathematical Control Theory: An Introduction*. Birkhäuser.