



ΑΝΩΤΑΤΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΙΔΡΥΜΑ ΠΕΙΡΑΙΑ Τ.Τ.  
ΣΧΟΛΗ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΕΦΑΡΜΟΓΩΝ  
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΩΝ  
ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ Τ.Ε

ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

# Κβαντικά Χαοτικά Συστήματα

Αλέξανδρος Δ. Μαρτινέγκος  
Κωνσταντίνος Ζαχαρίου

*ΕΙΣΗΓΗΤΗΣ*

ΑΝΑΣΤΑΣΙΑ ΒΕΛΩΝΗ

Αθήνα 2015









ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Κβαντικά Χαστικά Συστήματα

Αλέξανδρος Δ. Μαρτινέγκος  
Α.Μ. 39349

Κωνσταντίνος Ζαχαρίου  
Α.Μ. 39343

Εισηγητής:

Αναστασία Βελώνη, Καθηγήτρια

Εξεταστική επιτροπή:

Ιωάννης Έλληνας, Καθηγητής  
Πάυλος Κούρος, Καθηγητής



## Περίληψη

Αφορμή για την επιλογή του θέματος της εργασίας μας ήταν η κοινή δίψα προς την ανακάλυψη ενός άγνωστου κόσμου. Ένός κόσμου που μέσα από τις θεωρίες φαντάζει μαγευτικός και βρίσκεται εκεί, έτοιμος για να τον ανακαλύψει μέχρι τα πιο σκοτεινά του βάθη, όποιος έχει την ίδια όρεξη με εμάς.

Χάος και Κβαντομηχανική. Δυο έννοιες που από τα ονόματά τους και μόνο προκαλούν δέος και δημιουργούν πολλά ερωτηματικά. Ακριβώς έτσι ξεκινήσαμε και εμείς. Να δώσουμε όσο πιο πολλές απαντήσεις γινόταν στα ερωτηματικά μας και να χορτάσουμε, όσο πιο πολύ μπορούμε, την όρεξη για ανακάλυψη. Έτσι ξεκινήσαμε ένα ταξίδι που κράτησε αρκετό καιρό και ήταν ανάμεσα σε βιβλία, πειράματα και εικόνες που κάθε μέρα που περνούσε μας γέμιζε όλο και πιο πολλά ερωτηματικά που έψαχναν απάντηση και όλο και πιο μεγάλη επιθυμία για γνώση και αναζήτηση.

Μέσα σε αυτό το διάστημα, προσπαθήσαμε να γράψουμε την εργασία μας με τέτοιο τρόπο όπου ένα μεγάλο κομμάτι της, να μπορεί να είναι κατανοητό ακόμα και από άτομα που δεν έχουν ασχοληθεί με αυτά τα θέματα.

## Ευχαριστίες

Θα θέλαμε αρχικά να εκφράσουμε τις πιο θερμές μας ευχαριστίες στα μέλη της Εξεταστικής Επιτροπής. Πρώτα απ' όλους όμως, την επιβλέπουσα καθηγήτριά μας κ. Αναστασία Βελώνη, για την κατεύθυνση προς αυτόν τον επιστημονικό κλάδο και την ελευθερία επιλογής θέματος που μας έδωσε. Όλον αυτόν τον καιρό ήταν δίπλα μας, με υπομονή, πολλή χαρά και μεγάλη βοήθεια προς την ολοκλήρωση του θέματος που είχαμε επιλέξει.

Τέλος στις οικογένειές μας και σε όλους αυτούς που βοήθησαν, είτε έμπρακτα είτε απλά με το να είναι εκεί και να μας στηρίζουν.

## Με λίγα λόγια

Η εργασία μας χωρίζεται σε 6 μέρη. Το πρώτο μέρος είναι η Θεωρίες του Χάους. Μια εισαγωγή προς ένα μαθηματικό κόσμο και μερικά από τα πιο μεγάλα και πιο γνωστά πειράματα που έχουνε γίνει. Μερικά από αυτά είναι οι Ελκυστές, το πρόβλημα των τριών σωμάτων και η Αρχή της Αβεβαιότητας.

Το δεύτερο μέρος είναι η Κβαντική Φυσική ή Κβαντομηχανική. Μεγάλες θεωρίες που άλλαξαν τον τρόπο που σκεφτόμαστε και τον τρόπο με τον οποίο αντιλαμβανόμαστε το σύμπαν όπως και πολλούς από τους πιο μεγάλους φυσικούς που έχουν περάσει από αυτό τον κόσμο, αναφέρονται σε αυτό το μέρος.

Το τρίτο μέρος και το πιο μικρό είναι το Κβαντικό Χάος. Ένας κλάδος της φυσικής, πολύ νέος ακόμα, που μελετά τον τρόπο με τον οποίο συμπεριφέρεται ένα κβαντικό σύστημα του οποίου το κλασικό όριο είναι Χαστικό. Με πιο απλά λόγια, η επιχείρηση της σύνδεσης την κβαντικής φυσικής και του χάους.

Το τέταρτο μέρος, περιλαμβάνει μερικά βιογραφικά στοιχεία για τους μεγαλύτερους επιστήμονες που αναφερθήκαν μέσα στην εργασία.

Το πέμπτο και το έκτο μέρος, είναι κάποιες επεξηγήσεις και η αντίστοιχη βιβλιογραφία.

ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΗ ΠΕΡΙΟΧΗ: Φυσική, Μαθηματικά, Πληροφορική.  
ΛΕΞΕΙΣ ΚΛΕΙΔΙΑ: Χάος, κίνηση, Κβαντομηχανική, άτομα

## **Abstract**

Our work is divided into 6 parts. The first part is the chaos theory. An introduction to a mathematical world and some of the biggest and most famous experiments. Some of them are the attractors, the three-body problem and the Principle of Uncertainty.

The second part is the Quantum Physics or Quantum Mechanics. Large theories that changed the way we think and the way we perceive the universe as many of the greatest physicists who have passed from this world, are referred to this part.

The third part, and the shortest is the Quantum Chaos. A part of physics, that studies how a quantum system behaves, whose classical limit is Chaotic. In simpler words, the attempt to connect quantum physics and chaos. The fourth part includes some biographical information of the greatest scientists. The fifth and sixth part, are some explanations and our sources.

## Περιεχόμενα

### I Οι Θεωρίες του Χάους

#### 1 Το Χάος

1.1 Εισαγωγή.....	15
1.2 Χαοτική κίνηση .....	16

#### 2 Χάος και Εισαγωγικές έννοιες

2.1 Μη γραμμικά συστήματα .....	18
2.2 Διαστάσεις.....	18
2.3 Αναδρομή.....	18
2.4 Επαναληπτικότητα .....	19
2.5 Η αιτιοκρατία .....	20
2.6 Δυναμικά συστήματα .....	20
2.7 Μεσοσκοπική Φυσική .....	21
2.8 Μεσοσκοπικά Μπιλιάρδα.....	22
2.9 Οι αρχικές συνθήκες.....	24
2.10 Ο χώρος των φάσεων .....	25
2.11 Χάος και Τύχη.....	26

#### 3 Ελκυστές

3.1 Εισαγωγή.....	27
3.2 Παράξενοι ελκυστές .....	27
3.3 Τα αποτελέσματα του Lorenz.....	29
3.4 Το Φαινόμενο της Πεταλούδας.....	30
3.5 Fractal.....	32
3.6 Αυτοομοιότητα .....	33
3.7 Η καμπύλη και η Χιονοφιλάδα του Koch.....	34
3.8 Τα σύνολα Julia .....	35
3.9 Το σύνολο του Mandelbrot.....	36

#### 4 Το πρόβλημα των τριών σωμάτων

4.1 Ο Poincaré και τα τρία σώματα .....	38
---	----

#### 5 Αρχή της Αβεβαιότητας

5.1 Εισαγωγή.....	41
-------------------	----



5.2 Θεωρία των πινάκων ή μητρών του Heisenberg.....	43
5.3 Μια άλλη μορφή πινάκων από τον Dirac.....	46

## 6 Το Χάος στους τομείς της επιστήμης

6.1 Βιολογία.....	48
6.2 Χημεία.....	48
6.3 Μαθηματικά.....	48
6.4 Αστρονομία.....	49

## II Κβαντομηχανική

### 7 Εισαγωγή στην Κβαντομηχανική

7.1 Εισαγωγή.....	51
7.2 Διακριτότητα της ενέργειας.....	53
7.3 Η δυαδικότητα κύματος - σωματιδίου.....	54
7.4 Το παράδοξο του μοναχικού σωματιδίου.....	55
7.5 Το παράδοξο της επίδρασης του παρατηρητή.....	56
7.6 Κβαντική σήραγγα.....	57

### 8 Η κυματοσυνάρτηση και η εξίσωση Schrödinger

8.1 Εισαγωγή.....	59
8.2 Ο τελεστής Hamilton στην Κβαντομηχανική.....	60
8.3 Η εξίσωση του Schrödinger.....	61
8.4 Εξαγωγή της εξίσωσης.....	62
8.5 Η φύση της κυματοσυνάρτησης $\Psi$ .....	64

### 9 Κβαντικοί αριθμοί

9.1 Οι αριθμοί.....	66
9.2 Απαγορευτική αρχή του Pauli.....	68
9.3 Μποζόνια και φερμιόνια.....	69
9.4 Σωματίδιο Higgs.....	71
9.5 Το πεδίο Higgs.....	72

### 10 Η Θεωρία της σχετικότητας

10.1 Εισαγωγή.....	73
10.2 Η ειδική θεωρία της σχετικότητας.....	74
10.3 Η σχετικότητα του ταυτοχρονισμού.....	75

10.4 Διαστολή χρόνου .....	77
10.5 Η γενική θεωρία της σχετικότητας .....	80
<b>11 Η ερμηνεία της Κοπεγχάγης και ο Schrödinger</b>	
11.1 Η ερμηνεία της Κοπεγχάγης.....	82
11.2 Η αντίδραση στη Σχολή της Κοπεγχάγης.....	84
11.3 Η Γάτα του Schrödinger .....	87
11.4 Θεωρίες κατάρρευσης.....	89
11.5 Η ερμηνεία του Penrose.....	89
11.6 Η θεωρία των Πολλαπλών Κόσμων .....	90
11.7 Η συμβολή του Schrödinger στην αντίδραση προς τη σχολή της Κοπεγχάγης .....	95
11.8 Το Συνέδριο Solvay .....	98
<b>12 Η Θεωρία των Πάντων</b>	
12.1 Η ασυμβατότητα της σχετικότητας με την κβαντομηχανική .....	100
12.2 Η θεωρία των χορδών .....	101
12.3 Η κβαντική βαρύτητα βρόχων .....	105
12.3.1 Η γέννηση της κβαντικής βαρύτητας βρόχων .....	106
12.3.2 Πλεονεκτήματα και δοκιμή της θεωρίας.....	109
12.4 Η θεωρία-M .....	110
12.5 Ύλη και Αντιύλη .....	113
<b>13 Η θεωρία του χωροχρόνου</b>	
13.1 Ο χωρόχρονος.....	115
13.2 Χωροχρόνος Minkowski .....	117
13.2.1 Κώνος Φωτός .....	117
13.3 Η καμπύλωση του χωροχρόνου .....	119
<b>14 Μαύρες τρύπες</b>	
14.1 Εισαγωγή.....	122
14.2 Σχηματισμός.....	123
14.3 Ιδιότητες και δομή.....	124
14.4 Ορίζοντας των γεγονότων .....	124
14.5 Η Σκουληκότρυπα .....	125
14.6 Λεύκες τρύπες.....	126
14.7 Η ακτινοβολία Hawking.....	127

14.8 Τα ερωτηματικά του Steven Hawking για τις μαύρες τρύπες.....	129
<b>15 Κβαντική πληροφορική</b>	
15.1 Κβαντικός Υπολογιστής.....	132
15.2 Qubit .....	133
15.3 Τυφλός Κβαντικός Υπολογιστής .....	133
15.4 Κβαντική μνήμη .....	134
15.4.1 Ο δυναμικός έλεγχος της μορφής των qubits .....	136
15.4.2 Ο πρώτος κβαντο-σκληρός δίσκος .....	136
15.5 Διεμπλοκή.....	137
15.6 Η κβαντική διόρθωση σφαλμάτων .....	139
<b>III Κβαντικό Χάος</b>	
<b>16 Η έννοια του Κβαντικού Χάους</b>	
16.1 Εισαγωγή.....	142
16.2 Κβαντικά Μπιλιάρδα.....	147
<b>IV Προσωπικότητες</b>	
.....	149
<b>V Επεξηγήσεις</b>	
.....	157
<b>VI Βιβλιογραφία</b>	
.....	161

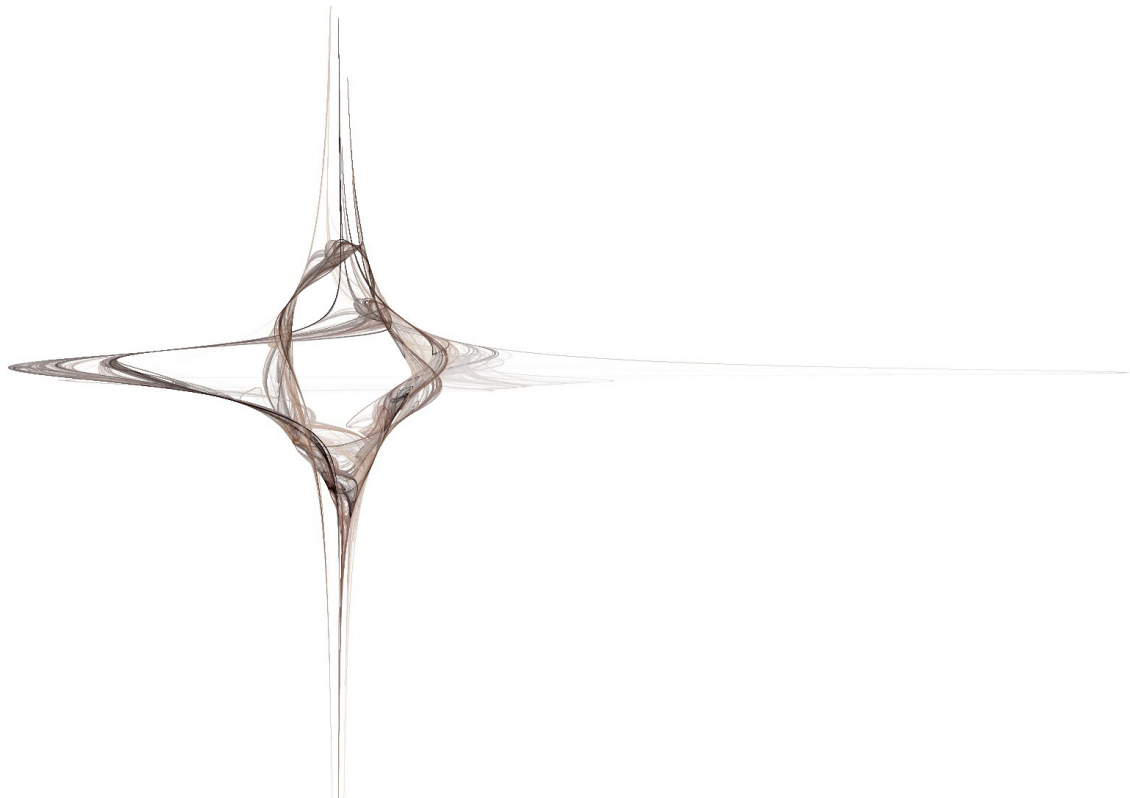
Μέρος Ι  
Οι Θεωρίες του Χάους

# 1 | Το Χάος

## 1.1 Εισαγωγή

Βασική θεώρηση της Θεωρίας του Χάους είναι ότι ακόμη και οι πιο μικρές αλλαγές, μπορούν να επιφέρουν σημαντικές μεταβολές στην ισορροπία του συστήματος. Ωστόσο μια από τις θεμελιώδεις αρχές της Θεωρίας του Χάους αναφέρει ότι, ενώ είναι αδύνατο να προβλεφθεί με ακρίβεια η τελική κατάσταση του συστήματος, εντούτοις είναι πολύ εύκολο να προβλεφθεί η γενική συμπεριφορά του συστήματος αυτού.

Η θεωρία του Χάους δεν εστιάζει στην εσωτερική αταξία του συστήματος κατά τη μεταβολή του, αλλά αντίθετα στην Ευρυθμία<sup>[1]</sup> που χαρακτηρίζει τη συμπεριφορά του συστήματος και κατά συνέπεια τη συμπεριφορά παρόμοιων συστημάτων. Είναι φανερό λοιπόν ότι η θεωρία του Χάους δεν έχει να κάνει με την αταξία αλλά με την Ευρυθμία.



Στην επιστήμη το χάος ορίζεται σαν την εξαιρετικά ευαίσθητη εξάρτηση της κίνησης από τις αρχικές συνθήκες. Η απρόσμενη μεταβολή στις αρχικές συνθήκες είναι το στοιχείο του χάους - της αταξίας - που εκδηλώνεται σε μια τακτική και σταθερή φυσική διαδικασία. Δηλαδή αναλυτικότερα, χάος είναι η χαοτική κατάσταση που προκύπτει όταν μεταβληθούν έστω και κατ' ελάχιστο τα αρχικά δεδομένα ενός δυναμικού συστήματος. Αλλά στη νέα θέση που θα οδηγηθεί το σύστημα από έναν «ελκυστή», θα κατακαθίσει και θα παγιωθεί σε μια θέση που όμως πάλι η προβλεψιμότητα της θα είναι αδύνατον να εκφραστεί με νόμους αιώνιους ή ντετερμινιστικά.

Έτσι όμως η λέξη χάος εκφράζει κάτι κοινό για όλους: το χάσμα<sup>[2]</sup> κι όχι όπως λανθασμένα ταυτίζεται με την αστάθεια και την αταξία. Τα παραδείγματα από την καθημερινή ζωή είναι πολλά. Ο καπνός του τσιγάρου που στροβιλίζεται σε πολύπλοκες και απρόβλεπτες δίνες. Η ροή του νερού που στάζει από μια βρύση. Το νερό των κυμάτων που χτυπάν πάνω σε μια ακτή. Το μελάνι που διαχέεται μέσα σε ένα ποτήρι νερού με απρόβλεπτο τρόπο.

Στην αστρονομία μπορεί να έχουμε μια τυχαία μεταβολή κάποιας ιδιότητας (κλίση τροχιάς, εκκεντρότητα τροχιάς κάποιου πλανήτη κλπ). Στη βιολογία, στην κοινωνιολογία, στην οικονομία και τέλος στην ιατρική έχουμε παρόμοιες εκδηλώσεις χαοτικής συμπεριφοράς.

Το απρόβλεπτο των τιμών στο χρηματιστήριο, στα ηλεκτρικά κυκλώματα, στους χτύπους της καρδιάς, στην ροή του νερού ή του αίματος μέσα στους σωλήνες, στην μεταβολή των πληθυσμών στα πουλιά και στα φυτά είναι ορισμένοι τομείς στους οποίους συνυπάρχει το χάος.

## 1.2 Χαοτική κίνηση

Δεν υπάρχει γενικώς αποδεκτός ορισμός της χαοτικής κίνησης. Ο πιο διαδεδομένος είναι αυτός του Devaney, που διατυπώνεται ως εξής. Για να χαρακτηριστεί η συμπεριφορά ενός συστήματος ως χαοτική, το σύστημα πρέπει να παρουσιάζει τις παρακάτω ιδιότητες:

1. πρέπει να παρουσιάζει ευαίσθητη εξάρτηση από τις αρχικές συνθήκες
2. πρέπει να είναι τοπολογικά μεταβατικό
3. το σύνολο των περιοδικών του τροχιών πρέπει να είναι πυκνό



Ευαισθησία στις αρχικές συνθήκες σημαίνει ότι δύο σημεία σε ένα τέτοιο σύστημα μπορούν να ακολουθήσουν ριζικά διαφορετικές τροχιές στον φασικό χώρο, ακόμα και αν η διαφορά στις αρχικές συνθήκες είναι εξαιρετικά μικρή. Τα συστήματα συμπεριφέρονται με τον ίδιο τρόπο μόνο όταν η αρχική διαμόρφωση είναι ακριβώς η ίδια. Ουσιαστικά, αυτό σημαίνει ότι χρειάζεται κανείς να προσδιορίσει τις αρχικές συνθήκες με απεριόριστη ακρίβεια, προκειμένου να προβλέψει πώς θα συμπεριφερθεί το σύστημα πέρα από έναν περιορισμένο «χρονικό ορίζοντα».

Στην πράξη, βέβαια, μπορούμε να προσδιορίσουμε τις αρχικές συνθήκες με περιορισμένη μόνο ακρίβεια. Μεταβατικότητα σημαίνει ότι εάν επιφέρουμε μια μετατροπή σε κάποιο διάστημα, τότε το διάστημα εκτείνεται μέχρι να επικαλύψει οποιοδήποτε άλλο δεδομένο διάστημα. Η μεταβατικότητα, τα πυκνά περιοδικά σημεία και η ευαισθησία στις αρχικές συνθήκες μπορούν να επεκταθούν σε έναν αυθαίρετο μετρικό χώρο. Ο J. Banks και οι συνεργάτες του έδειξαν το 1992 ότι στα πλαίσια ενός γενικού μετρικού χώρου, η μεταβατικότητα και τα πυκνά περιοδικά σημεία υπονοούν την ευαισθησία στις αρχικές συνθήκες.

## 2 | Χάος και Εισαγωγικές έννοιες

### 2.1 Μη γραμμικά συστήματα

Γραμμικά θεωρούνται τα συστήματα για τα οποία ισχύει το άθροισμα δύο λύσεων τους είναι κι αυτό λύση. Όταν λέμε λύση ενός συστήματος μπορούμε απλοποιημένα να θεωρήσουμε πως εννοούμε την δυνατότητα να γνωρίζουμε σε κάποιο καθορισμένο χρόνο την κατάσταση του συστήματος. Αν για παράδειγμα έχουμε δύο λύσεις την λύση  $x=5$  και την  $x=3$ , τότε για τα γραμμικά συστήματα και η λύση  $5+3=8$  είναι λύση. Αυτή η ιδιότητα των γραμμικών συστημάτων τα απλουστεύει πολύ. Στα μη γραμμικά αυτό δεν συμβαίνει. Τα μη γραμμικά συστήματα είναι εξαιρετικά πιο δύσκολο να λυθούν.

### 2.2 Διαστάσεις

Οι διάφορες παράμετροι της συμπεριφοράς του εκκρεμούς μπορούν να οριστούν σαν διαστάσεις. Υπάρχουν τουλάχιστον τέσσερις, οι τρεις του χώρου ( $x, y, z$ ) και ο χρόνος. Αν το ίδιο το εκκρεμές είναι παγάκι που λιώνει, τότε το βάρος του θα αλλάζει διαρκώς. Το βάρος αφού αλλάζει μπορούμε να το θεωρήσουμε μια επιπλέον διάσταση, η πέμπτη διάσταση. Η συμπεριφορά ενός συστήματος περιγράφεται σαν μια τροχιά που διαγράφεται σε αυτόν τον ιδεατό πενταδιάστατο χώρο.

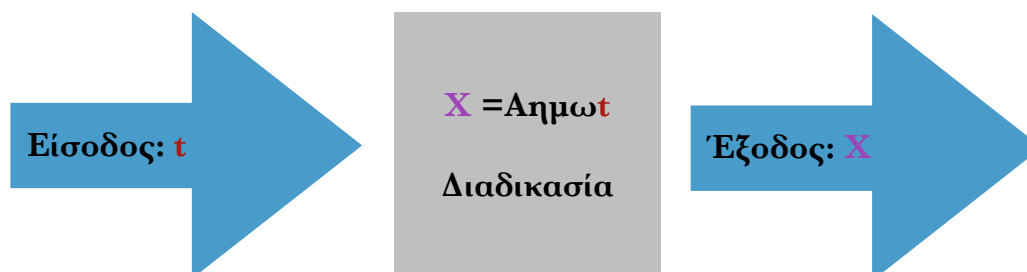
Όσο περισσότερες είναι οι παράμετροι που αλλάζουν σε ένα σύστημα που παρατηρούμε τόσο περισσότερες είναι και οι διαστάσεις του χώρου που χρειαζόμαστε για το αναπαραστήσουμε μαθηματικά.

### 2.3 Αναδρομή

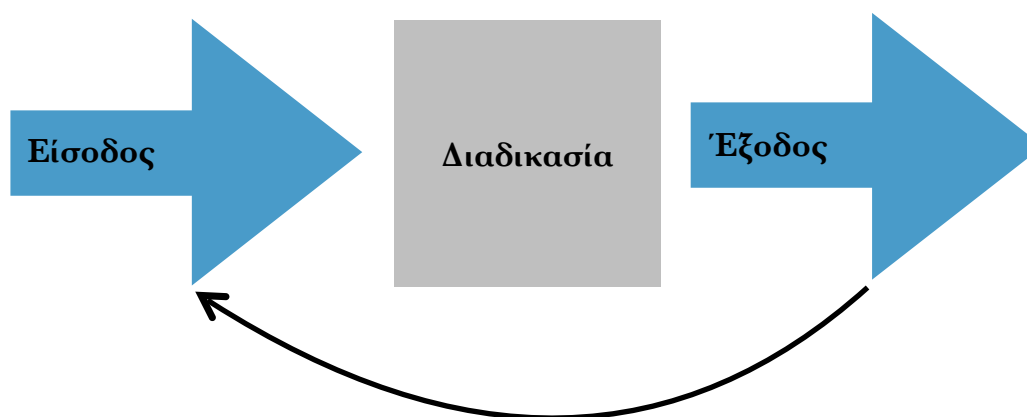
Κάθε σύστημα χαρακτηρίζεται από είσοδο, διαδικασία και έξοδο.

Για παράδειγμα στην κίνηση του εκκρεμούς είσοδος είναι η χρονική στιγμή  $t$  για την οποία θέλουμε να μάθουμε ποια είναι η θέση του  $x$ . Έξοδος είναι η θέση  $x$  του

εκκρεμούς. Διαδικασία είναι η εξίσωση της ταλάντωσης που περιγράφει μαθηματικά τον τρόπο που η είσοδος καθορίζει την έξοδο.  $x = A \sin \omega t$



Όταν ανατροφοδοτούμε το αποτέλεσμα της διαδικασίας στην είσοδο, τότε έχουμε ανάδραση, οπότε το αποτέλεσμα επηρεάζει την νέα έκβαση του συστήματος.



## 2.4 Επαναληπτικότητα

Είναι ένα χαρακτηριστικό των εξισώσεων του χάους. Για να λάβουμε τα δεδομένα εξόδου τους είναι απαραίτητο η διαδικασία να επαναληφθεί πολλές φορές. Αυτό σχετίζεται με την ανάδραση, διότι για να αντιληφθώ σε τι κατάσταση βρίσκεται ένα σύστημα μετά την τρίτη επανάληψη χρειάζομαι τα αποτελέσματα της προηγούμενης δηλαδή της δεύτερης. Για παράδειγμα αν έχω ένα ζευγάρι που γνωρίζω ότι δίνει δύο απογόνους σε κάθε γενιά, μετά από τρεις γενιές πως θα υπολογίσω τον συνολικό πληθυσμό όταν κάθε ζευγάρι δίνει δύο απογόνους;

Ο γενικός κανόνας λοιπόν είναι :

$$(N \text{ γενιά}) = ([N-1] \text{ γενιά}) + \{[(N-1) \text{ γενιά}]/2\} * 2\} = 2 * ([N-1] \text{ γενιά}) \text{ δηλαδή}$$

$$(N \text{ γενιά}) = 2 * ([N-1] \text{ γενιά}).$$

## 2.5 Η αιτιοκρατία

Η αιτιοκρατία είναι η φιλοσοφική πεποίθηση ότι κάθε γεγονός ενός συστήματος είναι αναπόφευκτο αποτέλεσμα προηγούμενων γεγονότων και ενεργειών. Κατά συνέπεια, κάθε γεγονός μπορεί να προβλεφθεί εκ των προτέρων ή με μια αναδρομική εξέταση.

Σύμφωνα με το αιτιοκρατικό πρότυπο της επιστήμης, ο κόσμος εξελίσσεται στο χρόνο χωρίς κανένα ίχνος τυχαιότητας ή απόκλισης από τους προκαθορισμένους κανόνες.

Το πρόσωπο που συνδέεται περισσότερο με την καθιέρωση της αιτιοκρατίας στον πυρήνα της σύγχρονης επιστήμης είναι ο Isaac Newton, ο οποίος ανακάλυψε ένα συνοπτικό σύνολο αρχών, οι οποίες μπορούν να προβλέψουν με έναν πολύ υψηλό βαθμό ακριβείας την κίνηση με τον ίδιο τρόπο σε μια ευρεία ποικιλία συστημάτων.

Οι νόμοι του είναι απολύτως αιτιοκρατικοί επειδή υπονοούν ότι κάθε τι που συμβαίνει σε οποιαδήποτε μελλοντική στιγμή είναι πλήρως προκαθορισμένο από αυτό που συμβαίνει τώρα.

## 2.6 Δυναμικά συστήματα

Το χάος μπορεί να εμφανιστεί τόσο σε γραμμικά όσο και σε μη γραμμικά χαοτικά συστήματα. Σε αυτά τα συστήματα το χάος συνδέεται με τη μη γραμμικότητα, δηλαδή οι χαοτικές περιοχές είναι μεγαλύτερες όταν η εκτροπή από τη γραμμικότητα είναι μεγαλύτερη. Όμως υπάρχουν πάντοτε μικρές περιοχές ευστάθειας, έτσι ώστε ένα σύστημα δεν είναι πλήρως χαοτικό. Σε ένα τέτοιο σύστημα ο χώρος των φάσεων είναι χωρισμένος σε χαοτικές και οργανωμένες περιοχές. Λέμε ότι το σύστημα είναι πολύ χαοτικό ή απλά χαοτικό όταν οι οργανωμένες περιοχές είναι πολύ μικρές.

Τα χαοτικά συστήματα έχουν μεν ορισμένα κοινά χαρακτηριστικά με τα τυχαία συστήματα, αλλά και σημαντικές διαφορές. Η ομοιότητα μεταξύ χαοτικών και τυχαίων συστημάτων αναφέρεται κυρίως στην κατανομή των σημείων στο χώρο των φάσεων. Η κατανομή αυτή είναι συνήθως ομαλή και ομοιόμορφη σε ένα τυχαίο σύστημα ενώ σε ένα χαοτικό εμφανίζει ασυνέχειες και ιδιομορφίες.

Τα περισσότερα συστήματα στη φύση είναι ή χαοτικά ή τυχαία ή πρακτικώς τυχαία όταν εξαρτώνται από ανεξέλεγκτες ή πολύπλοκες παραμέτρους. Η θεωρία των τυχαίων συστημάτων έχει εφαρμογή με καλή προσέγγιση σε πολλά χαοτικά συστήματα αλλά μόνο από ορισμένη σκοπιά. Η κατανομή των σημείων σε ένα χαοτικό σύστημα είναι με μεγάλη προσέγγιση τυχαία, αλλά υπάρχουν και άλλες

πλευρές των χαοτικών συστημάτων που δεν αποδίδονται ικανοποιητικά από τη θεωρία των τυχαίων μεταβολών. Κατά συνέπεια δεν δικαιολογούνται γενικεύσεις όπως αυτή του Prigogine ότι όλα τα χαοτικά συστήματα είναι κατά βάση τυχαία. Η άλλη ακραία άποψη ότι η συμπεριφορά κάθε συστήματος μπορεί να περιγραφεί με κάθε λεπτομέρεια ντετερμινιστικά είναι λανθασμένη. Ένας εύκολος υπολογισμός δείχνει ότι η ακριβής πρόβλεψη της εξελίξεως ενός συστήματος που είναι πολύπλοκο θα απαιτούσε έναν υπολογιστή μεγαλύτερο από όλο το ορατό σύμπαν. Επειδή όμως το χάος διαφέρει από την τύχη, γιατί περιέχει μέσα του ορισμένες δομές τάξεως, πολλές φορές βλέπουμε μια συμπεριφορά των πολύπλοκων συστημάτων που μας εκπλήσσει. Τέτοια είναι τα φαινόμενα αλλαγής φάσεως που δε μπορούν να προβλεφθούν και μόνο εκ των υστέρων μπορούμε να τα κατανοήσουμε. Έτσι μπορούμε να πούμε ότι το σύμπαν είναι σε μεγάλη προσέγγιση ντετερμινιστικό και πρέπει να βρεθούν οι νόμοι που το διέπουν. Οι νόμοι αυτοί δεν είναι αποτέλεσμα τυχαίων μεταβολών αλλά αποτελούν τη βασική δομή του σύμπαντος από την αρχή της δημιουργίας του.

## 2.7 Μεσοσκοπική Φυσική

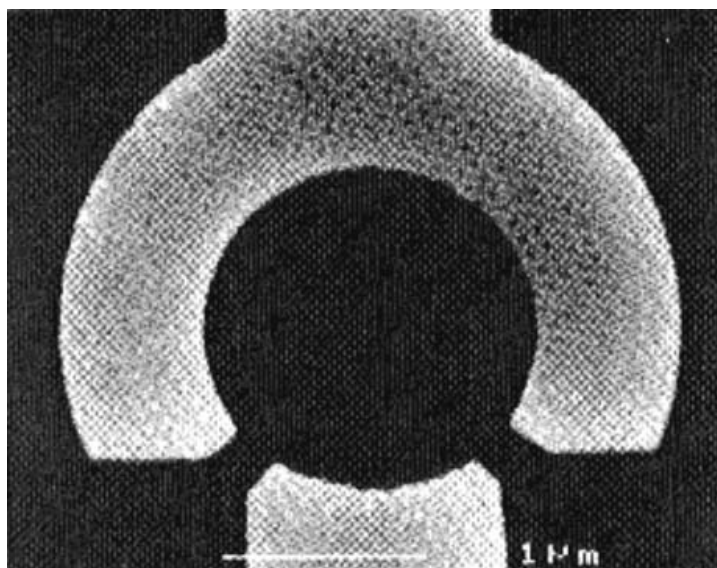
Συνηθίζουμε να διαιρούμε τη φύση σε μακροσκοπικό και μικροσκοπικό κόσμο. Ο μακροσκοπικός κόσμος περιέχει τα πράγματα που μπορούμε να δούμε με τα μάτια μας. Ο μικροσκοπικός κόσμος περιέχει τις δομικές μονάδες της ύλης, τα μόρια και τα άτομα. Ξέρουμε ότι είναι εκεί, αλλά δε μπορούμε να τα δούμε άμεσα. Ο μεσοσκοπικός κόσμος είναι μεταξύ του μακροσκοπικού και του μικροσκοπικού κόσμου. Τα όρια δεν είναι αυστηρά, αλλά μπορούν να υποδειχθούν κατά προσέγγιση. Μεσοσκοπικά και μακροσκοπικά αντικείμενα έχουν κάτι κοινό, ότι και τα δυο περιέχουν ένα μεγάλο αριθμό ατόμων. Μια πρώτη διαφορά είναι ότι το μακροσκοπικό αντικείμενο μπορεί να περιγραφεί καλά από τις μέσες ιδιότητες του υλικού από το οποίο αποτελείται. Το μεσοσκοπικό αντικείμενο, αντίθετα, είναι τόσο μικρό που οι διακυμάνσεις γύρω από ένα μέσο όρο γίνονται σημαντικές. Μια δεύτερη διαφορά είναι ότι το μακροσκοπικό αντικείμενο υπακούει τους νόμους της κλασικής μηχανικής, ενώ το μεσοσκοπικό αντικείμενο είναι τόσο μικρό που αυτοί οι νόμοι δεν ισχύουν πλέον. Τα μεσοσκοπικά και τα μικροσκοπικά συστήματα ανήκουν και τα δύο στο θαυμαστό κόσμο της κβαντομηχανικής.

Η μεσοσκοπική φυσική εξετάζει τα θεμελιώδη φυσικά προβλήματα που εμφανίζονται όταν μικρογραφείται ένα μακροσκοπικό αντικείμενο. Ο τομέας αυτός δημιουργήθηκε ωθούμενος κατά ένα μεγάλο μέρος της βιομηχανία της ηλεκτρονικής. Η βιομηχανία

αυτή ασχολείται με τη μικρογράφιση των κρυσταλλολυχνιών, οι οποίες μεταστρέφουν το ηλεκτρικό ρεύμα στα τσιπάκια των υπολογιστών.

## 2.8 Μεσοσκοπικά Μπιλιάρδα

Το κβαντικό μπιλιάρδο είναι ένα μεσοσκοπικό μπιλιάρδο. Είναι τόσο μικρό που εκατό ίδια με αυτό θα μπορούσαν να εγκατασταθούν στην άκρη μιας βελόνας, και είναι κατασκευασμένο με τέτοια ακρίβεια, ώστε είναι απολύτως ομαλό και επίπεδο. Οι μπίλιες αυτού του μπιλιάρδου κινούνται με ταχύτητες εκατό μιλίων ανά δευτερόλεπτο, και συγκρούονται ελαστικά με τα τοιχώματά του, έως ότου εξαφανίζονται σε μια από τις θήκες του. Οι ατέλειες στο μέταλλο του μπιλιάρδου διασκορπίζουν τις σφαίρες-ηλεκτρόνια σε όλες τις κατευθύνσεις, έτσι ώστε η κίνηση γίνεται απολύτως απρόβλεπτη. Μιλάμε τότε για απολύτως τυχαία κίνηση. Ένα μέγεθος που δείχνει το ρόλο των ατελειών αυτών στην κίνηση των ηλεκτρονίων είναι η αποκαλούμενη μέση ελεύθερη διαδρομή. Αυτή είναι η χαρακτηριστική απόσταση που ένα ηλεκτρόνιο μπορεί να διανύσει πριν συγκρουσθεί με μία ατέλεια.



Μικρογραφία μεσοσκοπικού μπιλιάρδου από ηλεκτρονικό μικροσκόπιο. Η άσπρη γραμμή έχει 1 μικρόμετρο μήκος. Η γκριζα περιοχή είναι ένα ηλεκτρόδιο που επικάθεται πάνω από έναν ημιαγωγό γαλλίου-αρσενικού.

Η μικρογράφιση του μπιλιάρδου οδηγεί σε δυο σημαντικές αλλαγές στους κανόνες του παιχνιδιού. Ο πρώτος νέος κανόνας είναι η αρχή της αβεβαιότητας που διατυπώνεται από το 1927 από το φυσικό Werner Heisenberg. Η αρχή της αβεβαιότητας δηλώνει ότι δεν είναι δυνατό για λόγους αρχής να καθοριστεί με πλήρη



βεβαιότητα η θέση και η ταχύτητα του ηλεκτρονίου. Για να γίνει πιο συγκεκριμένο: εάν το άνοιγμα μέσω του οποίου τα ηλεκτρόνια εισέρχονται στο μπιλιάρδο είναι στενότερο από περίπου 0,05 μικρόμετρα, τότε όλος ο έλεγχος της κατεύθυνσης της κίνησης χάνεται. Η κατεύθυνση με την οποία ένα ηλεκτρόνιο αφήνει το άνοιγμα έχει γίνει πλέον απολύτως τυχαία. Μια ακριβής βολή είναι αδύνατη σε ένα μικρογραφημένο μπιλιάρδο. Ο δεύτερος νέος κανόνας είναι αυτός των ανακατεμένων πορειών. Σε ένα συνηθισμένο μπιλιάρδο μπορεί να υπάρξουν διάφοροι τρόποι να οδηγηθεί η σφαίρα σε μια από τις θήκες. Υποθέτουμε ότι η σφαίρα πρέπει να περάσει από ένα εμπόδιο π.χ. μια άλλη σφαίρα, προκειμένου να καταλήξει σε μια θήκη. Ο παίκτης μπορεί να προσπαθήσει να περάσει από τα αριστερά ή από τα δεξιά. Αυτό που θα κάνει τελικά, είναι να επιλέξει την πορεία που φαίνεται πιο πιθανή να έχει επιτυχία και να αγνοήσει την άλλη.

Στο μικρογραφημένο μπιλιάρδο η κατάσταση είναι πολύ διαφορετική. Καταρχήν δεν είναι δυνατό να καθοριστεί ποια πορεία θα ακολουθήσει το ηλεκτρόνιο. Η αρχή της αβεβαιότητας δεν το επιτρέπει αυτό. Μόνο η πιθανότητα κάθε πορείας καθορίζεται. Σύμφωνα με τους συνήθεις νόμους των πιθανοτήτων κάποιος θα μπορούσε να ισχυριστεί ότι η συνολική πιθανότητα είναι το άθροισμα των δυο πιθανοτήτων για μια πορεία από τα αριστερά προς τα δεξιά. Ο κανόνας για τις πιθανότητες στο μικρογραφημένο μπιλιάρδο είναι διαφορετικός. Υπό ορισμένες συνθήκες η συνολική πιθανότητα για να μπει η σφαίρα στη θήκη μπορεί να είναι μηδέν, ακόμα κι αν οι μεμονωμένες πιθανότητες για αριστερές και δεξιές βολές είναι διαφορετικές από το μηδέν. Γνωρίζοντας ότι υπάρχουν δυο πορείες προς τη θήκη και ξέροντας ότι το ηλεκτρόνιο πρέπει να ακολουθήσει μια από αυτές και όμως να βρίσκεται τη θήκη κενή ανεξάρτητα από το πόσο συχνά επαναλαμβάνετε τη βολή. Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται καταστρεπτική παρέμβαση και εμφανίζεται εάν οι δυο πορείες διαφέρουν κατά ένα συγκεκριμένο μήκος. Πόσο πολύ πρέπει να διαφέρουν εξαρτάται από μια ιδιότητα του ηλεκτρονίου, το αποκαλούμενο μήκος κύματός του. Η συνθήκη για την καταστρεπτική παρέμβαση είναι ότι το μήκος πορειών πρέπει να είναι ένα περιττό πολλαπλάσιο του μισού του μήκους κύματος. Σε ένα δισδιάστατο αέριο ηλεκτρονίων το μήκος κύματος είναι περίπου 0.05 μικρόμετρα. Μια από τις αξιοπρόσεκτες προβλέψεις της κβαντομηχανικής ότι τα σωματίδια όπως τα ηλεκτρόνια συμπεριφέρονται μερικές φορές ως κύματα. Το μικρογραφημένο μπιλιάρδο ονομάζεται κβαντικό μπιλιάρδο εάν τα αποτελέσματα της παρέμβασης καθορίζουν την κίνηση των ηλεκτρονίων. Αυτό συμβαίνει φυσικά ένα το μήκος κύματος των ηλεκτρονίων δεν είναι πολύ μικρότερο από το μέγεθος των ανοιγμάτων του μπιλιάρδου.

## 2.9 Οι αρχικές συνθήκες

Μια από τις πιο σημαντικές καινοτομίες που προσδιόρισαν την επιστήμη γύρω στο έτος 1500 μ.χ. ήταν η ιδέα ότι οι νόμοι του υλικού κόσμου θα μπορούσαν να γίνουν κατανοητοί μόνο αν εξέφραζαν τις φυσικές ιδιότητες με ποσοτικές μετρήσεις, δηλαδή με αριθμητικούς όρους και όχι μόνο με λέξεις.

Η χρήση των αριθμητικών ποσοτήτων για την περιγραφή του φυσικού κόσμου είναι ο λόγος για τον οποίο οι νόμοι της φυσικής πρέπει τελικά να εκφραστούν ως μαθηματικές εξισώσεις, και όχι απλά ως συνηθισμένες προτάσεις.

Αν και οι νόμοι του Νεύτωνα είναι εκφρασμένοι με λέξεις, προκειμένου να εφαρμοστούν για να μελετηθεί ένα σύστημα, είναι απαραίτητο να υιοθετηθούν με τη μορφή των μαθηματικών εξισώσεων.

Οι νόμοι του Νεύτωνα είναι ένα από τα σημαντικότερα παραδείγματα δυναμικών νόμων, με την έννοια ότι συνδέουν τις αριθμητικές τιμές των μετρήσεων σε μια δεδομένη χρονική στιγμή, με τις τιμές που παίρνουν σε μια επόμενη στιγμή. Οι μετρήσεις που εμφανίζονται στους νόμους του Νεύτωνα εξαρτώνται από το ιδιαίτερο σύστημα που μελετάται και περιλαμβάνουν ως μεταβλητές τη θέση και την ταχύτητα όλων των αντικειμένων του συστήματος, καθώς επίσης και τη δύναμη και την κατεύθυνση οποιωνδήποτε δυνάμεων ασκούνται σε αυτά τα αντικείμενα, οποιαδήποτε στιγμή στην ιστορία του συστήματος.

Μερικά από τα πιο σημαντικά συστήματα που υπόκεινται στους νόμους του Νεύτωνα είναι το ηλιακό σύστημα, ένα αντικείμενο που πέφτει στη γη, ή τα ρεύματα των ωκεανών.

Οι τιμές των μετρήσεων που αναφέρονται σε έναν δεδομένο αρχικό χρόνο καλούνται αρχικές συνθήκες του αντίστοιχου συστήματος.

Ως δυναμικοί νόμοι, οι νόμοι του Νεύτωνα είναι αιτιοκρατικοί επειδή υπονοούν ότι για οποιοδήποτε δεδομένο σύστημα, οι ίδιες αρχικές συνθήκες θα παράγουν πάντα τα ίδια αποτελέσματα.

## 2.10 Ο χώρος των φάσεων

Η έννοια του χώρου των φάσεων, που τόσο ευρέως χρησιμοποιείται από τους εμπειρογνώμονες στον τομέα των δυναμικών συστημάτων, χρονολογείται από το Νεύτωνα. Για κάθε αντικείμενο υπάρχει μια ποσότητα, αποκαλούμενη ορμή, η οποία είναι το γινόμενο της μάζας και της ταχύτητας του αντικειμένου.

Ο δεύτερος νόμος λέει ότι η αλλαγή της κίνησης είναι ανάλογη προς την κινητήρια δύναμη που εφαρμόζεται. Ο Νεύτωνας συσχετίζει τη δύναμη με την αλλαγή της ορμής. Η ορμή είναι μια από τις δυο ποσότητες που παράγουν όλες τις πληροφορίες για ένα δυναμικό σύστημα σε κάθε στιγμή. Η άλλη ποσότητα είναι απλά η θέση, η οποία καθορίζει τη δύναμη και την κατεύθυνση της δύναμης. Ο συνδυασμός της ορμής και της θέσης δεν αντιμετωπίζεται πλέον στον παλιό γνωστό Ευκλείδειο χώρο των τριών διαστάσεων. Άντ' αυτού αντιμετωπίζεται στο χώρο των φάσεων, που έχει έξι διαστάσεις, τρεις διαστάσεις για τη θέση και τρεις για την ορμή. Εάν έχουμε  $N$  βαθμούς ελευθερίας σε ένα σύστημα, τότε έχουμε  $N$  ζευγάρια θέσεων-ορμών, και ο χώρος φάσεων θα έχει  $2N$  διαστάσεις. Η εισαγωγή του χώρου των φάσεων ήταν ένα θαυμάσιο βήμα από μαθηματικής άποψης, αλλά αντιπροσωπεύει μια σοβαρή οπισθοδρόμηση από τη σκοπιά της ανθρώπινης διαίσθησης. Σε μερικές περιπτώσεις ο χώρος των φάσεων μπορεί να μειωθεί σε τρεις ή ακόμα και σε δυο διαστάσεις. Μια τέτοια μείωση είναι δυνατή στην περίπτωση που εξετάζουμε τη συμπεριφορά ενός ατόμου υδρογόνου σε ένα ισχυρό μαγνητικό πεδίο. Το άτομο υδρογόνου είναι από καιρό ιδιαίτερα επιθυμητό σύστημα λόγω της απλότητας του: ένα απομονωμένο ηλεκτρόνιο κινείται γύρω από ένα απομονωμένο πρωτόνιο. Και όμως η κλασική κίνηση του ηλεκτρονίου γίνεται χαοτική όταν εφαρμόζεται το μαγνητικό πεδίο.

Ακόμα όμως και σε απλές περιπτώσεις είναι δύσκολο να οπτικοποιήσουμε ένα πολυδιάστατο χώρο φάσεων. Μπορούμε όμως να απλοποιήσουμε περισσότερο την περιγραφή χρησιμοποιώντας την επιφάνεια τομής Poincare. Αυτή είναι μια γενικευμένη επιφάνεια ή επίπεδο στο φασικό χώρο την οποία τέμνουν οι τροχιές του συστήματος και από την ακολουθία των σημείων που δημιουργείται, εξάγουμε χρήσιμα συμπεράσματα για το σύστημα.

## 2.11 Χάος και Τύχη

Το κύριο χαρακτηριστικό του χάους είναι η ευαίσθητη εξάρτηση από τις αρχικές συνθήκες. Σε πολλές περιπτώσεις τα λεγόμενα τυχαία γεγονότα είναι στην πραγματικότητα ψευδοτυχαία, δηλαδή προκύπτουν από ντετερμινιστικά συστήματα που εξαρτώνται από παραμέτρους που δεν ελέγχουμε και γι' αυτό εμφανίζονται ως τυχαία. Ένα παράδειγμα είναι οι ψευδοτυχαίοι που δημιουργούνται από ένα υπολογιστή βάσει ενός ορισμένου αλγορίθμου ή ένα μολύβι που στέκεται προς στιγμή κατακόρυφο ακουμπώντας στη μύτη του αλλά σε λίγο θα πέσει προς κάποια διεύθυνση. Η διεύθυνση στην οποία θα πέσει εξαρτάται από ασήμαντα γεγονότα, όπως ένα φύσημα του αέρα ή το πέρασμα ενός αυτοκινήτου στο δρόμο. Το φαινόμενο κατά βάθος είναι ντετερμινιστικό αλλά είναι αδύνατο να προβλέψουμε τη διεύθυνση πτώσεως. Έτσι από κάθε πρακτική άποψη το φαινόμενο είναι τυχαίο, δηλαδή πρακτικά μη ντετερμινιστικό.

## 3 | Ελκυστές

### 3.1 Εισαγωγή

Ας πάρουμε για αρχή την κίνηση ενός ιδανικού εκκρεμούς. Μετά από μια ώθηση, παλινδρομεί μέχρι να ηρεμήσει και πάλι στο κέντρο. Η κεντρική αυτή θέση είναι το σημείο έλξης του συστήματος. Σε όποια θέση και αν αφήσουμε το εκκρεμές, θα έλκεται από αυτό το σημείο που ονομάζεται ελκυστής. Στην κλασική λοιπόν μηχανική, η συμπεριφορά ενός δυναμικού συστήματος μπορεί να περιγραφεί γεωμετρικά ως κίνηση προς έναν ελκυστή.

Οι ελκυστές μπορεί να είναι πολλαπλοί σημειακοί ελκυστές που εκφράζουν την ικανότητα του συστήματος να μεταπήδα ανάμεσα σε διαφορετικές καταστάσεις, ελκυστές υπό τη μορφή κλειστών καμπυλών που εκφράζουν την ύπαρξη ενδογενών ρυθμών ή ακόμη «παράξενοι», «μορφοκλασματικοί» ελκυστές, που δεν μπορούν κατά κανένα τρόπο να καταταγούν στα αρχετυπικά σχήματα της ευκλείδειας γεωμετρίας, δηλαδή που δεν είναι ούτε σημεία ούτε καμπύλες ούτε επιφάνειες, και εκφράζουν το χαοτικό χαρακτήρα ενός φαινομένου.

### 3.2 Παράξενοι ελκυστές

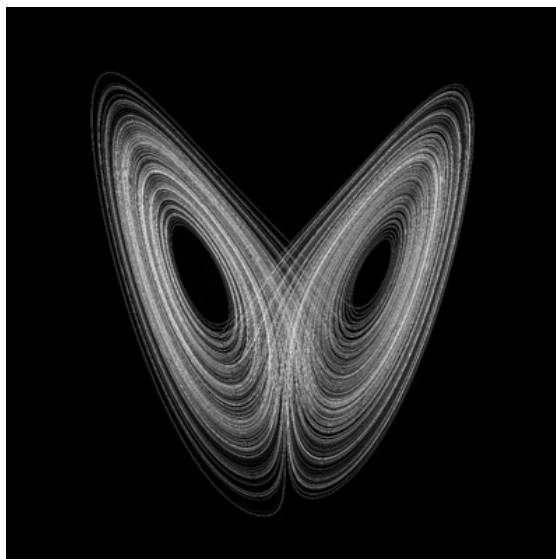
Αντίθετα με το απλό παράδειγμα του ιδανικού εκκρεμούς, τα χαοτικά συστήματα έλκονται προς παράξενα και πολύπλοκα σχήματα. Αυτό είναι σχεδόν αδύνατο να το αντιληφθούμε, δεδομένου ότι αναφερόμαστε σε πολυδιάστατους χώρους για να προσδιορίσουμε τους ελκυστές. Οι ελκυστές των χαοτικών συστημάτων ονομάζονται παράξενοι ελκυστές και είναι οι χώροι από τους οποίους τείνει να λαμβάνει τιμές μια χαοτική συμπεριφορά. Μπορούμε να αντιληφθούμε σε μερικές μόνο περιπτώσεις με τα μάτια ένα αποτύπωμα, μια σκιά των παράξενων ελκυστών στον πραγματικό χωρόχρονο. Για παράδειγμα το σχήμα μιας δίνης στο νερό είναι η εξέλιξη ενός παράξενου ελκυστή στον χρόνο.

Οι παρακάτω είναι οι εξισώσεις του Lorentz:

$$\begin{aligned}x' &= 3(y - x) \\y' &= -xz + 26.5x - y \\z' &= xy - z\end{aligned}$$

οι οποίες με ελάχιστα μικρή απόκλιση στις αρχικές τιμές δημιουργούν χαοτική συμπεριφορά.

Αυτή η συμπεριφορά έχει έναν εσωτερικό κανόνα που φαίνεται στο γράφημα του παράξενου ελκυστή του Lorentz:



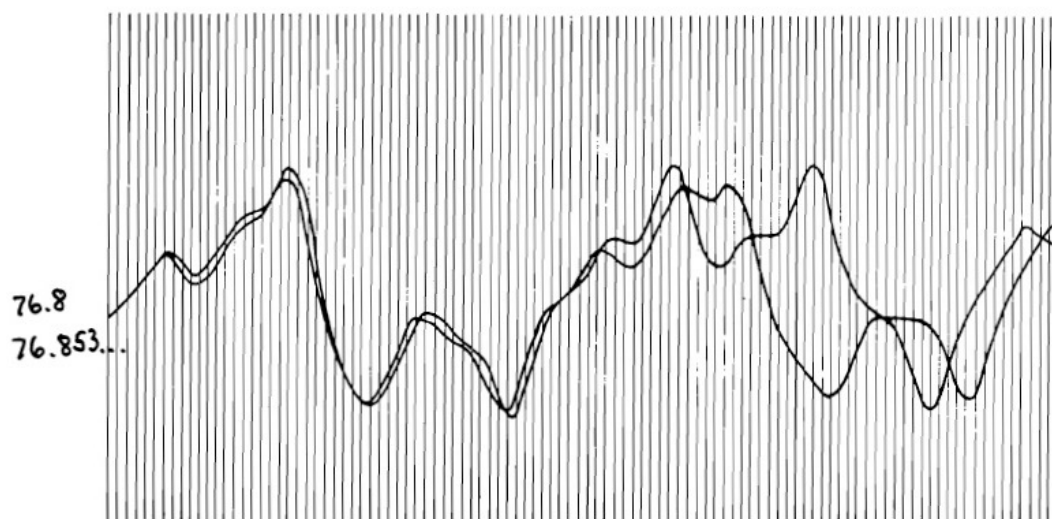
Αυτή η εικόνα έγινε το σύμβολο του Χάους στα πρώτα χρόνια. Είναι η γραφική παράσταση ενός συστήματος τριών εξισώσεων με τρεις μεταβλητές όπως είναι οι πιο πάνω εξισώσεις του Lorentz. Κάθε στιγμή, οι τρεις μεταβλητές προσδιορίζουν τη θέση ενός σημείου στον τρισδιάστατο χώρο. Καθώς το σύστημα μεταβάλλεται, η κίνηση του σημείου θα παριστάνει τις συνεχώς μεταβαλλόμενες μεταβλητές.

Επειδή το σύστημα δεν παίρνει ποτέ τις ίδιες τιμές δύο φορές, η τροχιά δεν τέμνει τον εαυτό της ποτέ, αλλά δημιουργεί βρόχους επ' αόριστων. Η απεικόνιση αυτή εμφανίζει ένα είδος άπειρης πολυπλοκότητας. Η μορφή αυτή μοιάζει σαν δύο φτερά μιας πεταλούδας ή σαν ένα είδος διπλής έλικας. Το σχήμα φανερώνει μια καθαρή αταξία, αφού δεν εμφανίζονται ποτέ δύο ίδιες λύσεις αλλά και ένα νέο είδος τάξης αφού προκύπτει ένα συγκεκριμένο σχήμα με μια συγκεκριμένη νομοτέλεια.

Γύρω στο 1960 ανακαλύφθηκε από τον μαθηματικό Stephen Smale μια νέα τάξη παράξενων ελκυστών για τους οποίους διαπιστώθηκε ότι έχουν λεπτομερή δομή σε όλες τις κλίμακες μεγέθυνσης. Παρουσιάζουν δηλαδή αυτοομοιότητα. Σε αυτούς τους ελκυστές δόθηκε η ονομασία fractal.

### 3.3 Τα αποτελέσματα του Lorenz

Το 1960 στο τεχνολογικό ινστιτούτο της Μασσαχουσέττης ο Edward Lorenz (Έντουαρντ Λόρεντζ) χρησιμοποίησε τον υπολογιστή του για να προσομοιώσει τον καιρό. Ο υπολογιστής του σημείωνε το πέρασμα μιας μέρας τυπώνοντας μια σειρά από αριθμούς. Το έργο του Lorenz διαδόθηκε στο τμήμα του και οι υπόλοιποι σπουδαστές και μετεωρολόγοι έβαζαν στοιχήματα για το τι θα ακολουθούσε στον καιρό του Lorenz. Το μόνο πρόβλημα ήταν ότι κανένα φαινόμενο δεν επαναλαμβανόταν δύο φορές. Ο Lorenz πίστευε πως οι νόμοι της κίνησης προσφέρουν μια γέφυρα μαθηματικής βεβαιότητας, κάτι που ανακάλυψε λίγο αργότερα πως δεν ισχύει.

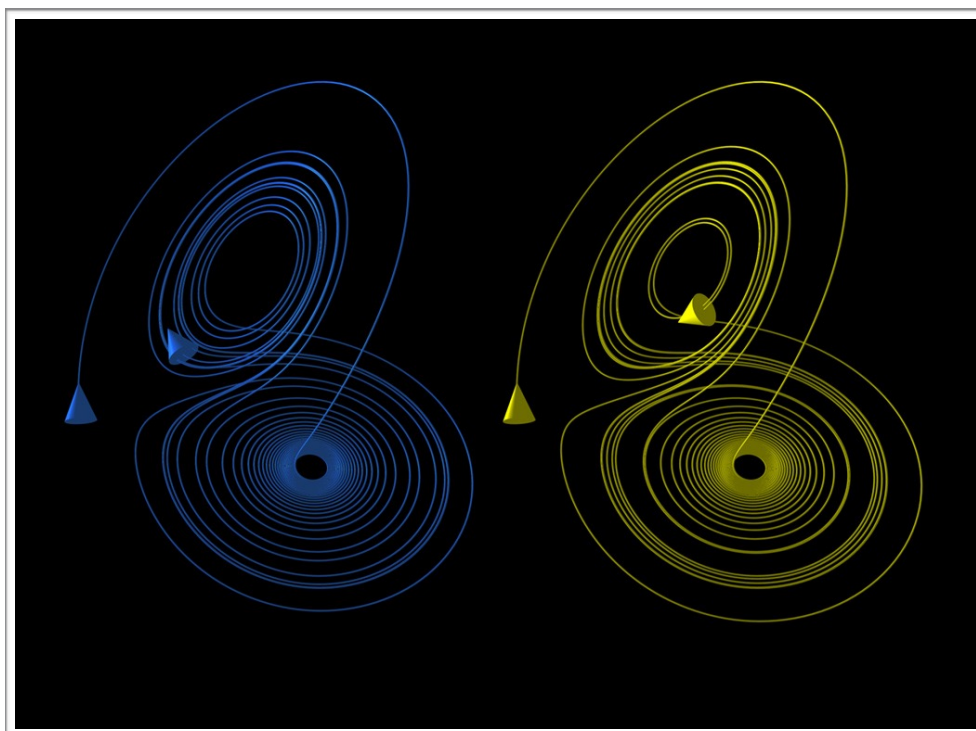


Φωτογραφία από τα αποτελέσματα του Lorenz, 1961

Το 1961 αποφάσισε να εξετάσει μια ακολουθία μεγαλύτερου μήκους, αντί όμως να ξεκινήσει από την αρχή, ξεκίνησε από τη μέση. Ως αρχικές συνθήκες, πληκτρολόγησε τους αριθμούς από την προηγούμενη τυπωμένη σελίδα της προηγούμενης μέτρησης. Όταν επέστρεψε για να δει τα αποτελέσματα έμεινε έκπληκτος καθώς δεν είδε αυτό που περίμενε. Είδε τον καιρό να αποκλίνει τόσο πολύ που σε μερικούς μήνες είχε χαθεί κάθε ομοιότητα με την προηγούμενη μέτρηση. Το πρόβλημα βρισκόταν στους αριθμούς, στη μνήμη του υπολογιστή είχαν αποθηκευτεί έξι δεκαδικά ψηφία, ενώ ο Lorenz πληκτρολόγησε μόνο τρία, υποθέτοντας ότι η διαφορά ενός χιλιοστού δε θα είχε συνέπειες. Αυτή η υπόθεση ήταν λογική καθώς αυτά τα ελάχιστα χιλιοστά ήταν σαν ένα μικρό φύσημα του ανέμου, στο σύστημα όμως του Lorenz αυτό αποδεικνυόταν καταστροφικό.

### 3.4 Το Φαινόμενο της Πεταλούδας

Κατά τη διάρκεια της ανακάλυψης του, το φαινόμενο της χαοτικής κίνησης θεωρήθηκε κάτι σαν μαθηματική ιδιομορφία. Στις δεκαετίες που πέρασαν από τότε, οι φυσικοί ανακάλυψαν ότι η χαοτική συμπεριφορά είναι ευρύτερα διαδεδομένη, και μπορεί ακόμα να είναι και ο κανόνας στον φυσικό κόσμο. Μια από τις σημαντικότερες ανακαλύψεις έγινε το 1963, από το μετεωρολόγο Edward Lorenz, ο οποίος χρησιμοποίησε υπολογιστή για να μελετήσει ένα απλουστευμένο μαθηματικό πρότυπο για την πρόγνωση του καιρού. Συγκεκριμένα ο Lorenz μελέτησε ένα πρωτόγονο πρότυπο για το πώς ένα ρεύμα αέρα θα ανέρχεται στην ατμόσφαιρα ή θα κατέρχεται, ανάλογα με τη θερμότητα που παίρνει από τον ήλιο. Το υπολογιστικό πρόγραμμα του Lorenz περιείχε τις μαθηματικές εξισώσεις που καθορίζουν τη ροή των ρευμάτων του αέρα. Δεδομένου ότι ο υπολογιστικός κώδικας ήταν αιτιοκρατικός, ο Lorenz ανέμενε ότι με την εισαγωγή των ίδιων αρχικών τιμών θα έπαιρνε τα ίδια ακριβώς αποτελέσματα κάθε φορά. Έμεινε έκπληκτος όταν βρήκε, ότι υπήρχαν κάποιες περιοχές όπου όταν έκανε μια μικρή αλλαγή στις αρχικές συνθήκες, κάθε φορά που έλυne αριθμητικά τις μη γραμμικές διαφορικές εξισώσεις του μοντέλου του έπαιρνε ένα εντελώς διαφορετικό αποτέλεσμα. Οι περιοχές αυτές ονομάστηκαν χαοτικές και στο σύνολο τους αποτέλεσαν σήμερα το γνωστό παράξενο ελκυστή του Lorenz.





Οι διαφορικές εξισώσεις που περιγράφουν το πρότυπο του Lorenz των ατμοσφαιρικών ρευμάτων μελετήθηκαν ευρέως στη δεκαετία του '70. Βαθμιαία έγινε κατανοητό ότι η ευαίσθητη αυτή εξάρτηση των λύσεων από την επιλογή των αρχικών συνθηκών είναι μια γενική ιδιότητα των χαοτικών περιοχών μιας μεγάλης κατηγορίας μη γραμμικών συστημάτων συνήθων διαφορικών εξισώσεων αλλά και εξισώσεων διαφορών.

Σήμερα οι επιστήμονες θεωρούν ότι όπως στο απλό υπολογιστικό πρότυπο των ρευμάτων αέρα του Lorenz, έτσι και στην πραγματικότητα, ο καιρός συνολικά είναι ένα χαοτικό σύστημα. Αυτό σημαίνει ότι προκειμένου να γίνουν οι μακροπρόθεσμες καιρικές προβλέψεις με οσονδήποτε βαθμό ακριβείας θέλουμε, θα ήταν απαραίτητο να ληφθεί ένας άπειρος αριθμός μετρήσεων. Αυτή η αρχή καλείται μερικές φορές το φαινόμενο της πεταλούδας. Από την άποψη των καιρικών προβλέψεων το φαινόμενο της πεταλούδας αναφέρεται στην ιδέα ότι μια πεταλούδα που χτυπάει τα φτερά της σε ένα μέρος του κόσμου μπορεί να προξενήσει θύελλα στην άλλη άκρη του κόσμου.

Λόγω του φαινομένου της πεταλούδας τώρα γίνεται αποδεκτό ότι οι καιρικές προβλέψεις μπορούν να είναι ακριβείς μόνο βραχυπρόθεσμα, και ότι οι μακροπρόθεσμες προβλέψεις, που γίνονται ακόμη και με τις περιπλοκότερες μεθόδους υπολογιστών, δε θα είναι ποτέ καλύτερες από άπλες εικασίες.

Κατά συνέπεια η παρουσία χαοτικών συστημάτων στη φύση φαίνεται να τοποθετεί ένα όριο στη δυνατότητα μας να εφαρμόσουμε τους αιτιοκρατικούς φυσικούς νόμους για να προβλέψουμε κινήσεις με οποιοδήποτε βαθμό βεβαιότητας. Η ανακάλυψη του χάους φαίνεται να υπονοεί ότι το τυχαίο κρύβεται στον πυρήνα οποιουδήποτε αιτιοκρατικού μοντέλου του κόσμου.

Λόγω αυτού του γεγονότος, πολλοί επιστήμονες έχουν αρχίσει να εξετάζουν εάν και κατά πόσο είναι ο κόσμος συνολικά αιτιοκρατικός στη συμπεριφορά του. Αυτό είναι μια ανοικτή ερώτηση που μπορεί να απαντηθεί μερικώς δεδομένου ότι η επιστήμη ανακαλύπτει το ρόλο που παίζουν στη ζωή μας τώρα τα χαοτικά συστήματα.

Ένα από τα πιο ενδιαφέροντα ζητήματα στη μελέτη των χαοτικών συστημάτων είναι εάν η παρουσία του χάους μπορεί να παράγει την οργάνωση, τις διατεταγμένες δομές και τα σχήματα που παρατηρούμε σε μια μεγαλύτερη κλίμακα.

### 3.5 Fractal

Ο όρος fractal (φράκταλ) πλάστηκε από το μαθηματικό Benoit B. Mandelbrot (Μπενουά Μάντελμπροτ) από την λατινική λέξη fractus (θρυμματισμένος ή σπασμένος), για να εκφράσει την ιδέα ενός σχήματος που οι διαστάσεις που χρειάζεται για να αναπαρασταθεί, δεν είναι ακέραιος αριθμός και αναπαριστά συναρτήσεις από τα μαθηματικά του χάους. Συγκεκριμένα ο γαλλικής και αμερικάνικης καταγωγής μαθηματικός, έδωσε το όνομα στα fractals το 1975 και ανέπτυξε την θεωρία του βασισμένος στο ερώτημα “Πόσο μεγάλη είναι η ακτογραμμή της Βρετανίας”.



Οι υπολογιστές έδωσαν την δυνατότητα να αναπαρασταθούν γραφικά συναρτήσεις και παράξενοι ελκυστές που συναντά κανείς στα μαθηματικά της επιστήμης του χάους. Η πολυπλοκότητα των γραφικών αυτών αναπαραστάσεων απαιτεί σημαντική υπολογιστική ισχύ, παρόλο που τα προγράμματα είναι σχετικά απλά αφού βασίζονται στην επαναληπτικότητα των αλγορίθμων.

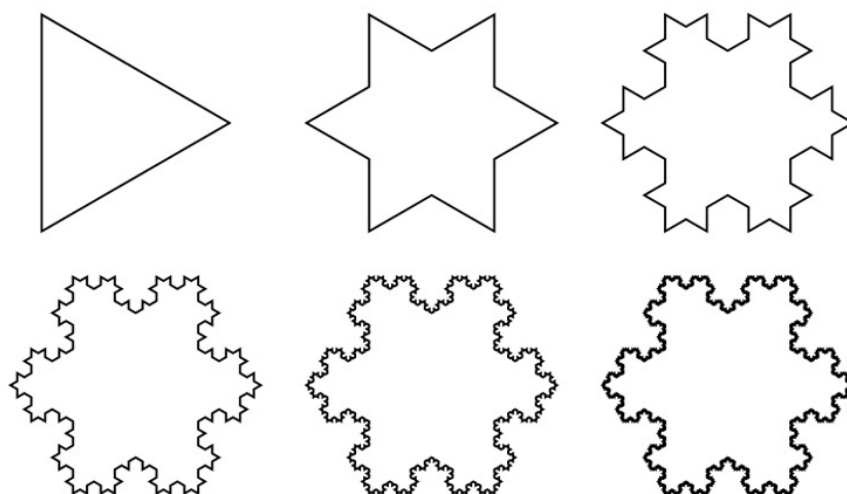
Συνήθως όταν ακούμε σχέδια ή σχήματα που προέρχονται από μαθηματικές συναρτήσεις έρχονται στο μυαλό μας κάποια ευκλείδεια γεωμετρικά σχήματα. Τα fractals διαφέρουν από αυτά τα σχήματα τον κύκλο, την έλλειψη το τετράγωνο κλπ.

Η λέξη-εικόνα σε αντίθεση με την λέξη-σχήμα με αυτή την έννοια είναι μάλλον πιο κατάλληλη για να προσδιορίσει τις γραφικές αυτές αναπαραστάσεις.

### 3.6 Αυτοομοιότητα

Ένα χαρακτηριστικό τους ότι είναι όμοια προς εαυτών. Έτσι αν κοιτάζουμε ένα μικρό τμήμα ενός fractal θα δούμε πως είναι όμοιο με ένα μεγαλύτερο τμήμα. Αν μεγεθύνουμε το μικρό, θα δούμε πως αυτό περιέχει και πάλι όμοια μέρη κ.ο.κ. Αυτή τους η ιδιότητα ονομάζεται αυτοομοιότητα. Αυτοόμοιο είναι ένα αντικείμενο του οποίου τα μέρη από τα οποία αποτελείται μοιάζουν με το σύνολο. Αυτή η επανάληψη των ακανόνιστων λεπτομερειών ή σχηματισμών συμβαίνει προοδευτικά σε μικρότερες κλίμακες και είναι δυνατόν να συνεχιστεί απεριόριστα έτσι ώστε κάθε τμήμα ενός τμήματος, όταν μεγεθυνθεί, να μοιάζει με το αρχικό σχήμα.

Οι fractal εικόνες οπότε είναι ανεξάρτητες από κλίμακα μεγέθους. Αντίθετα με τα ευκλείδεια σχήματα, δεν έχουν ένα χαρακτηριστικό μέγεθος μέτρησης.



Χαρακτηριστικό ενός fractal είναι η μαθηματική παράμετρος που ονομάζεται διάσταση-fractal: **D**

Παραμένει σταθερό ανεξάρτητα με το πόσο πολύ θα μεγεθυνθεί το αντικείμενο ή υπό ποια γωνία θα παρατηρηθεί. Η διάσταση fractal εκφράζεται με έναν μη ακέραιο αριθμό, δηλαδή από ένα "κλάσμα", αντίθετα προς την ευκλείδεια γεωμετρία.

Στο παραπάνω παράδειγμα, η περίμετρος κάθε σχήματος αυξάνει σε σχέση με την περίμετρο τού αμέσως προηγούμενου σχήματος κατά τον λόγο 4 προς 3. Η διάσταση fractal **D** είναι η δύναμη στην οποία πρέπει να υψωθεί το 3 για να δώσει 4, δηλαδή:

$$3^D = 4 \text{ οπότε } D = \log 4 / \log 3 = 1,26.$$

Το μήκος της περιμέτρου τού fractal είναι  $3l \cdot (4/3)^n$  δηλαδή άπειρο, αλλά περικλείει ένα πεπερασμένο εμβαδόν που είναι μικρότερο από το εμβαδόν του περιγεγραμμένου κύκλου στο αρχικό τρίγωνο. Η διάσταση fractal  $D$  αποκαλύπτει ακριβώς τις λεπτές διαφορές και την πολυπλοκότητα ενός μη ευκλείδειου σχήματος.

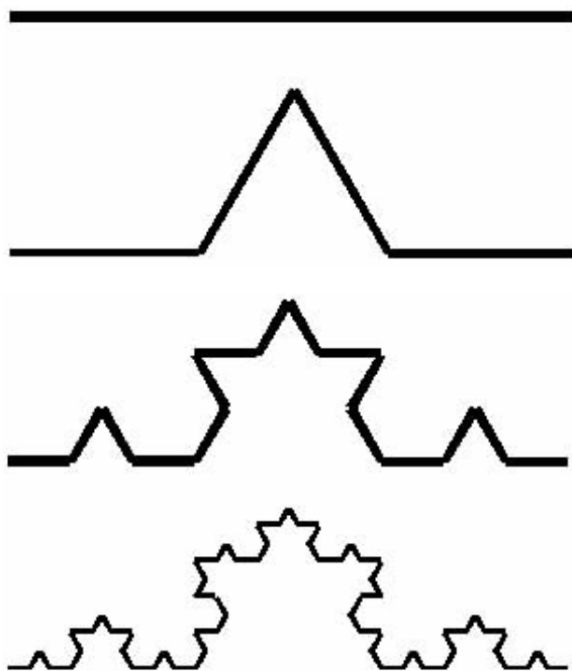
### 3.7 Η καμπύλη και η Χιονονιφάδα του Koch

Ο Σουηδός μαθηματικός Helge von Koch το 1904 εισήγαγε μια καμπύλη η οποία φέρει το όνομα του και είναι ένα από τα πιο διάσημα fractal.

Για την κατασκευή της καμπύλης ξεκινάμε από ένα ευθύγραμμο τμήμα, το οποίο χωρίζουμε σε τρία ίσα μέρη και αντικαθιστούμε το μεσαίο τμήμα με δύο άλλα ώστε να σχηματίζουν μαζί με το τμήμα που έχουμε αφαιρέσει ένα ισόπλευρο τρίγωνο.

Στο επίπεδο 1 ορίζεται το βασικό μοτίβο το οποίο στη συνέχεια επαναλαμβάνεται σε κάθε πλευρά του σχήματος και περνάμε στο επίπεδο 2. Στη συνέχεια σε κάθε πλευρά του σχήματος που προκύπτει επαναλαμβάνεται το μοτίβο του επιπέδου 1 κ.ο.κ.

Η καμπύλη του Koch έχει μια σημαντική ιδιότητα, χαρακτηριστική σε απλά fractal. Αν παρατηρήσουμε τις παρακάτω εικόνες θα δούμε ότι:



- Η καμπύλη στο επίπεδο 1 μπορεί να διαιρεθεί σε  $M=4$  τμήματα τα οποία είναι όμοια με το αρχικό και μικρότερα κατά μια κλίμακα  $r = 1/3$ .
- Όμοια η καμπύλη στο επίπεδο 2 μπορεί να διαιρεθεί σε 4 τμήματα όμοια με το αρχικό αλλά μικρότερα κατά  $1/3$ . Το ίδιο συμβαίνει και στα επόμενα επίπεδα. Η ιδιότητα αυτή λέγεται αυτοομοιότητα υπό αλλαγή κλίμακας.

Ο λόγος  $D = \log M / \log(1/r)$  λέγεται διάσταση ομοιότητας του fractal.

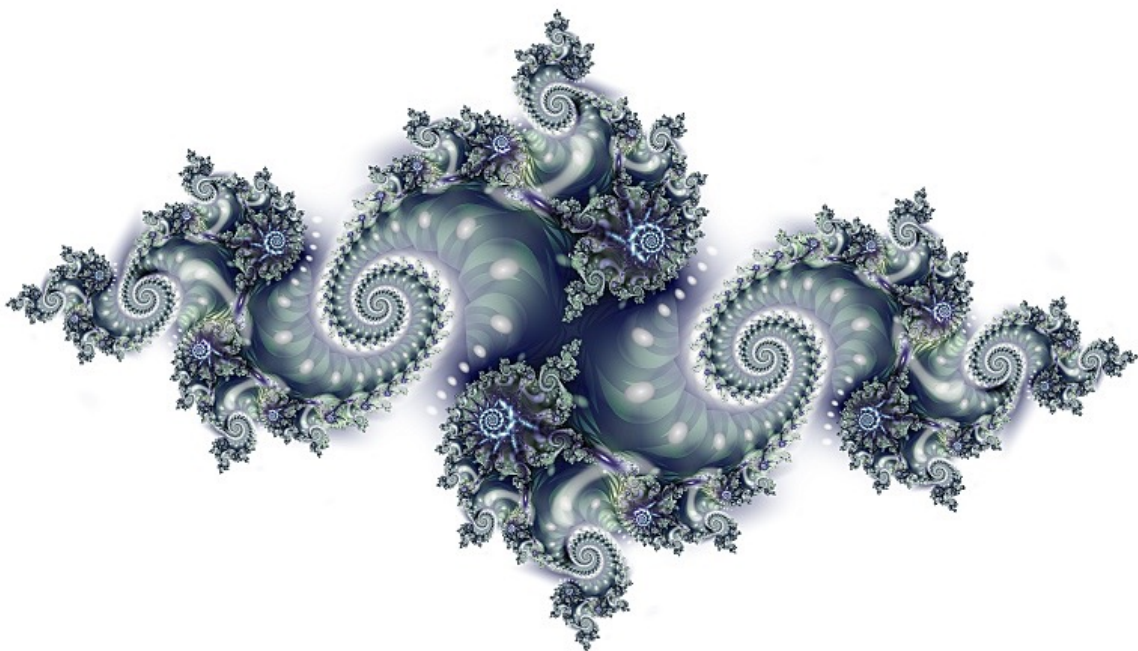
Στην περίπτωση μας είναι  $D=1,2619$ . Ο λόγος αυτός δείχνει την τάση της καμπύλης να γεμίσει το χώρο.

### 3.8 Τα σύνολα Julia

Τα σύνολα Julia (Από το όνομα του μαθηματικού Gaston Julia που τ' ανακάλυψε).

Είναι ένα παράδειγμα για το πώς μερικές απλές επαναληπτικές διαδικασίες μπορεί να οδηγήσουν σε τόσο περίπλοκα σύνολα και αποτελέσματα.

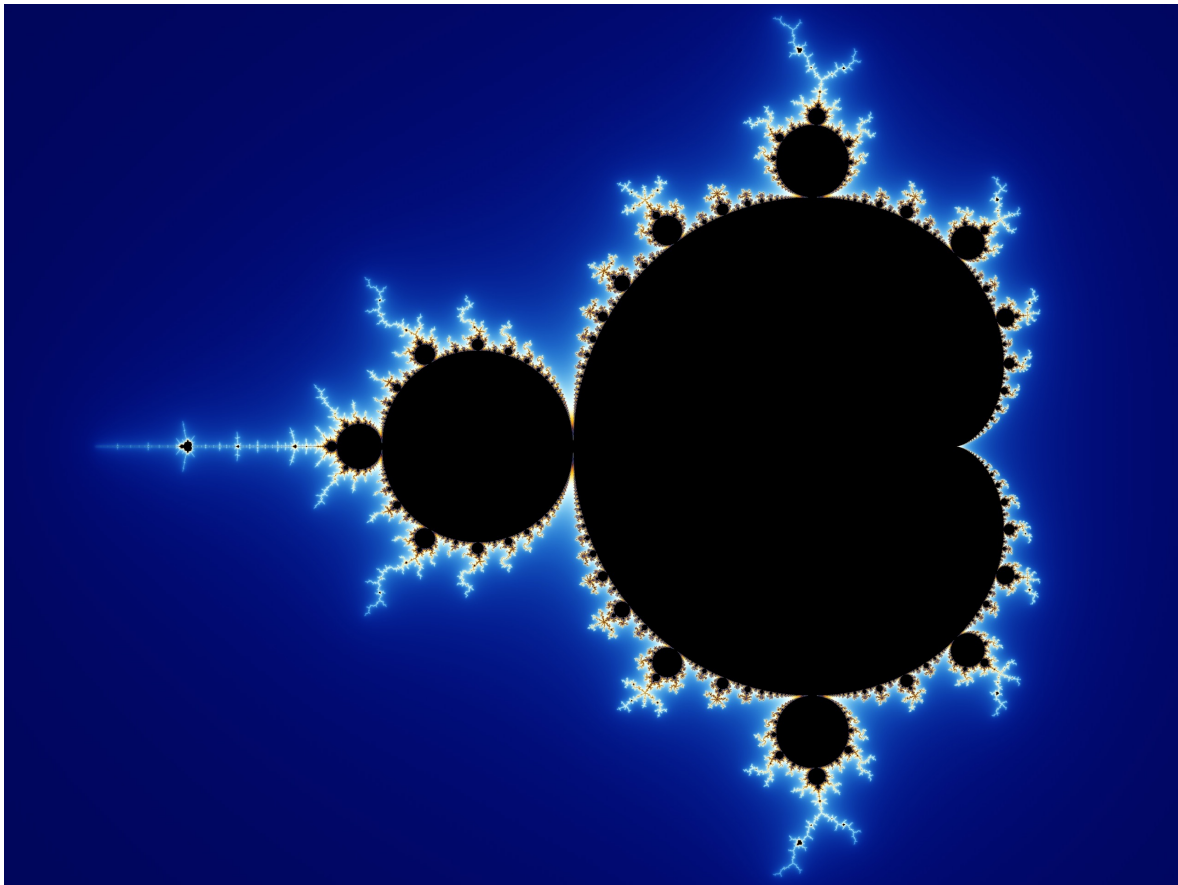
Τα σύνολα Julia εμφανίζονται με την επαναλαμβανόμενη σύνθεση μιας συνάρτησης  $f$  μιας μιγαδικής μεταβλητής, έτσι είναι συνδεδεμένα με τα δυναμικά συστήματα. Στην γλώσσα των δυναμικών συστημάτων το σύνολο Julia ( $J$ ) είναι ένας δυναμικός απωθητής.



### 3.9 Σύνολο του Mandelbrot

Ο Mandelbrot, ερευνητής στην IBM, έκλεινε μια εικοσαετία έρευνας fractal φαινομένων στην φύση. Ήταν επισκέπτης καθηγητής εκείνη την χρονιά στο Harvard και αποφάσισε να σχεδιάσει με την βοήθεια υπολογιστή το σύνολο που έμελλε να φέρει το όνομά του.

Εντυπωσιασμένος από ότι είδε, χρησιμοποίησε ότι καλύτερο είχε να παρουσιάσει η IBM, για να ανακαλύψει ότι το σύνολο αυτό ήταν ένα εκπληκτικό fractal σύνολο, με μικροσκοπικά αντίγραφα του όλου να εμφανίζονται σε όλες τις μεγεθύνσεις. Καμία, όμως, εικόνα στον υπολογιστή δεν πρόκειται να δώσει τέλεια αναπαράσταση του συνόλου του Mandelbrot, καθώς αυτό υπάρχει μόνο σε οριακή μορφή, ενώ με τον υπολογιστή έχουμε πάντα μια προσέγγιση, συνεχώς καλύτερη καθώς οι υπολογιστές βελτιώνονται.



Το σύνολο του Mandelbrot θεωρείται ως το πολυπλοκότερο αντικείμενο που παρουσιάστηκε στα μαθηματικά και πράγματι οι εικόνες του δείχνουν ότι έχει μια εξαιρετικά περίπλοκη δομή.

Αποτελείται από ένα κυρίως καρδιοειδές το οποίο έχει “κολλημένα” μια σειρά από εξογκώματα (buds ή bulbs), κάθε ένα από αυτά περιτριγυρίζεται από άλλα τέτοια εξογκώματα κ.ο.κ.

Αλλά δεν είναι μόνο αυτό. Από αυτά τα εξογκώματα ξεφυτρώνουν νήματα (hairs), τα οποία φέρουν μικροσκοπικά αντίγραφα ολόκληρου του συνόλου Mandelbrot κατά μήκος τους. Είναι δυνατόν να μην εμφανίζονται αυτά τα νήματα σε εικόνες υπολογιστή, καθώς η προσέγγιση που γίνεται να μην είναι αρκετή.

Ας δώσουμε όμως τον βασικό ορισμό του συνόλου Mandelbrot, αλλά και άλλους ισοδύναμους ορισμούς.

Το σύνολο Mandelbrot ορίζεται για τα πολυώνυμα δευτέρου βαθμού. Κάθε πολυώνυμο δευτέρου βαθμού μπορεί να γραφεί ως  $f_c(z)=z^2+c$  με κατάλληλο μετασχηματισμό.

Ο μετασχηματισμός αυτός αφήνει τοπολογικά αναλλοίωτο το σύνολο Julia, το δε σύνολο Mandelbrot σχετίζεται με την μορφή των συνόλων Julia.



## 4 | Το πρόβλημα των τριών σωμάτων

### 4.1 Ο Poincaré και τα τρία σώματα

Το πρόβλημα των «τριών σωμάτων» αποτελεί την πιο απλή εκδοχή του προβλήματος της αμοιβαίας αλληλεπίδρασης των «πολλαπλών σωμάτων», που επί έναν αιώνα αποτελούσε τον εφιάλτη της νευτώνειας δυναμικής.

Για να μελετήσει αυτή την ασύλληπτης δυσκολίας σπαζοκεφαλιά, ο Poincaré αποφάσισε να υιοθετήσει μια γεωμετρική ή ακριβέστερα μια τοπολογική προσέγγιση του προβλήματος, δηλαδή να αναλύσει τις τροχιές των τριών αλληλεπιδρώντων σωμάτων στο χώρο των φάσεων. Πρόκειται για έναν αφηρημένο μαθηματικό χώρο που αποδεικνύεται εξαιρετικά χρήσιμος και βολικός για την αναπαράσταση περίπλοκων δυναμικών αλληλεπιδράσεων.

Αναλύοντας υπομονετικά τα γραφήματα που προέκυπταν από την είσοδο ενός τρίτου σώματος, κατέληξε στο εξωφρενικό συμπέρασμα ότι μακροχρόνιες προβλέψεις είναι αδύνατες διότι οι μαθηματικές εξισώσεις, δηλαδή οι σειρές που περιγράφουν τις τροχιές των τριών αλληλεπιδρώντων ουράνιων σωμάτων, όχι μόνο δεν συγκλίνουν σε κάποιες προκαθορισμένες θέσεις, αλλά αντίθετα αποκλίνουν!



Αναπαράσταση της ανάλυσης των τριών σωμάτων μέσω υπολογιστή.



Πρώτος λοιπόν ο Poincaré έδειξε πόσο ουτοπικό και πρακτικά ανεφάρμοστο ήταν το φιλόδοξο πρόγραμμα της «κλασικής» φυσικής για την ασφαλή πρόβλεψη και την πλήρη ντετερμινιστική περιγραφή όλων των φυσικών φαινομένων. Ανοίγοντας έτσι το δρόμο – χωρίς ίσως να το συνειδητοποιεί και ο ίδιος – για την επέλαση του χάους στη σύγχρονη επιστημονική σκέψη.

Έτσι, ο Poincaré έγινε ο πρώτος που ανακάλυψε ένα χαοτικό ντετερμινιστικό σύστημα. Λαμβάνοντας υπόψη το νόμο της βαρύτητας και τις αρχικές θέσεις μαζί με τις ταχύτητες από τρία μόνο σώματα σε όλο το διάστημα, οι διαδοχικές θέσεις και ταχύτητες είναι σταθερές, έτσι ώστε το σύστημα των τριών σωμάτων να είναι ντετερμινιστικό.

Διαπίστωσε λοιπόν ότι η εξέλιξη ενός τέτοιου συστήματος είναι συχνά χαοτικό με την έννοια ότι μια μικρή διαταραχή στην αρχική κατάσταση, όπως μια μικρή αλλαγή στην αρχική θέση ενός σώματος μπορεί να οδηγήσει σε μια ριζικά διαφορετική τελική κατάσταση, από ό,τι θα παράγεται από ένα αδιατάραχτο σύστημα. Αν η μικρή αλλαγή δεν είναι ανιχνεύσιμη από τα όργανα των μετρήσεων μας, τότε δεν θα είμαστε σε θέση να προβλέψουμε σε ποια τελική κατάσταση θα φτάσει. Έτσι, η έρευνα του Poincaré απέδειξε ότι το πρόβλημα του ντετερμινισμού και το πρόβλημα της πρόβλεψης είναι δύο διαφορετικά προβλήματα.

Από επιστημονική άποψη τα αποτελέσματα του Poincaré για τα τρία σώματα δεν έλαβαν την προσοχή που τους άξιζε. Η μελέτη του είχε παραμεληθεί έως ότου ο μετεωρολόγος Edward Lorenz, το 1963, επαναανακάλυψε ένα χαοτικό αιτιοκρατικό σύστημα ενώ μελετούσε την εξέλιξη ενός απλού μοντέλου της ατμόσφαιρας.

Νωρίτερα, ο Poincaré είχε προτείνει ότι οι δυσκολίες της αξιόπιστης πρόβλεψης του καιρού οφείλονται στην εγγενή χαοτική συμπεριφορά της ατμόσφαιρας. Μια άλλη ενδιαφέρουσα πτυχή της μελέτης του Poincaré είναι η πραγματική φύση της κατανομής στον χώρο των φάσεων των σταθερών και των ασταθών σημείων, τα οποία είναι τόσο αναμεμιγμένα, που δεν μπόρεσε να τα ξεχωρίσει. Τώρα γνωρίζουμε ότι το σχήμα της εν λόγω κατανομής είναι κάτι σαν fractal. Ωστόσο, η επιστημονική μελέτη των fractal ξεκίνησε από τον Benoit Mandelbrot το 1975, έναν αιώνα μετά την πρώτη εικόνα του Poincaré.

Γιατί όμως η έρευνα του Poincaré παραμελήθηκε και υποτιμήθηκε; Το ζήτημα αυτό έχει ενδιαφέρον, επειδή στον Poincaré απονεμήθηκε το 1889 το έπαθλο του βασιλιά της Σουηδίας Όσκαρ Β', ο οποίος προκήρυξε διεθνή διαγωνισμό για τη λύση του προβλήματος των 3 σωμάτων, το οποίο μέχρι τότε το θεωρούσαν άλυτο. Ήταν ένα σημαντικό επιστημονικό βραβείο για την έρευνά του πάνω στην ουράνια μηχανική και αναγνωρίστηκε ως θεμελιώδους σημασίας.

Πιθανώς υπήρξαν δύο αιτίες για αυτήν παραμέληση και υποτίμηση: οι επιστήμονες και οι φιλόσοφοι πρωτίστως ενδιαφέρονταν για τις νέες επαναστατικές θεωρίες της φυσικής, της σχετικότητας και της κβαντομηχανικής, αλλά ο Poincaré δούλεψε πάνω στην κλασική μηχανική. Επίσης, η συμπεριφορά ενός χαστικού ντετερμινιστικού συστήματος μπορεί να περιγραφεί μόνο με μια αριθμητική λύση του οποίου η πολυπλοκότητα είναι συγκλονιστική. Χωρίς τη βοήθεια ενός υπολογιστή η λύση γίνεται σχεδόν απελπιστική.

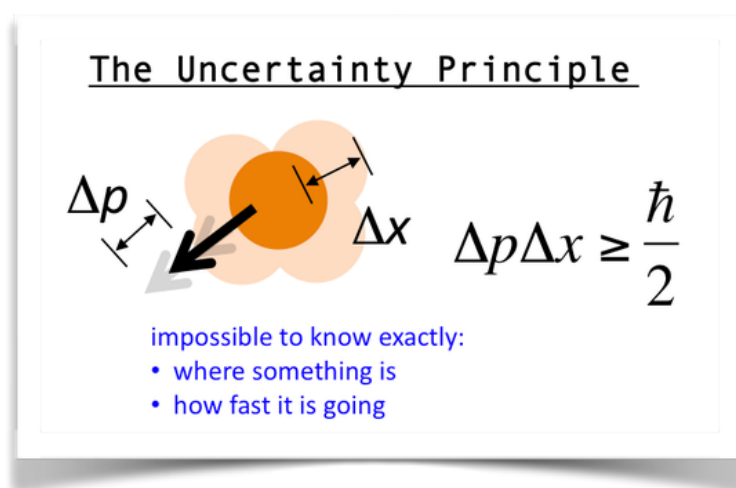
## 5 | Αρχή της αβεβαιότητας

### 5.1 Εισαγωγή

Το 1927 ο Werner Heisenberg (Βέρνερ Χάιζενμπεργκ) διατύπωσε την περίφημη αρχή της απροσδιοριστίας (indeterminacy principle) ή αρχή της αβεβαιότητας (uncertainty principle). Σύμφωνα με την αρχή αυτή είναι αδύνατο να μετρήσουμε με απόλυτη ακρίβεια, τη θέση και τη ταχύτητα ενός σωματιδίου ταυτόχρονα. Εάν μετράμε τη θέση ενός σωματίου με αβεβαιότητα  $\Delta x$  και ταυτόχρονα μετράμε τη ταχύτητά του με αβεβαιότητα  $\Delta p$ , τότε το γινόμενο των δύο μεγεθών δεν μπορεί να είναι μικρότερο από έναν αριθμό, δηλαδή:

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq h:2$$

όπου  $h$  είναι η μειωμένη σταθερά του Planck<sup>[3]</sup> (δηλαδή η σταθερά του Planck διαιρούμενη με το  $2\pi$ ). Η ελάχιστη αβεβαιότητα στη μέτρηση των  $\Delta x$  και  $\Delta p$  δεν είναι πειραματικό σφάλμα, δεν οφείλεται δηλαδή στις ατέλειες των πειραματικών συσκευών, αλλά προκύπτει από την δομή της ύλης και η σχέση αβεβαιότητας είναι άμεση συνέπεια του κυματοσωματιδιακού δυϊσμού<sup>[4]</sup> της ύλης.



Πιο συγκεκριμένα, για να μπορέσουμε να προβλέψουμε τη μελλοντική θέση και ταχύτητα ενός σωματιδίου πρέπει να μπορούμε να μετρήσουμε επακριβώς την τωρινή του θέση και ταχύτητα. Για να το επιτύχουμε αυτό είναι απαραίτητο να φωτίσουμε το σωματίδιο. Κάποια από τα κύματα του φωτός θα ανακλαστούν πάνω του και θα υποδείξουν το σημείο όπου βρίσκεται. Δεν θα μπορούμε όμως να προσδιορίσουμε τη

θέση του με μεγαλύτερη προσέγγιση από την απόσταση μεταξύ των κορυφών των κυμάτων του φωτός που χρησιμοποιούμε. Συμπεραίνουμε λοιπόν ότι, για να μετρήσουμε με πολύ μεγάλη ακρίβεια τη θέση ενός σωματιδίου, χρειάζεται να χρησιμοποιήσουμε φως με πολύ μικρό μήκος κύματος (δηλαδή με πολύ μικρή απόσταση μεταξύ των κορυφών των κυμάτων). Αλλά από την υπόθεση των κβάντων του Planck προκύπτει ότι δεν μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε οποιαδήποτε μικρή ποσότητα φωτός. Θα πρέπει να χρησιμοποιήσουμε τουλάχιστον ένα quartz. Αυτό το quartz θα προκαλέσει μια απρόβλεπτη διαταραχή στη θέση και την ταχύτητα του σωματιδίου. Επιπλέον, όσο μεγαλύτερη είναι η απαιτούμενη ακρίβεια μέτρησης της θέσης του σωματιδίου τόσο μικρότερο είναι το μήκος κύματος του φωτός που χρειάζεται να χρησιμοποιήσουμε και τόσο μεγαλύτερη η ενέργεια του quartz. Κατά συνέπεια, η ταχύτητα του σωματιδίου θα υποστεί ακόμη μεγαλύτερη διαταραχή. Όσο πιο μεγάλη είναι η ακρίβεια με την οποία προσπαθούμε να μετρήσουμε τη θέση του σωματιδίου τόσο πιο μικρή είναι η ακρίβεια με την οποία μπορούμε να μετρήσουμε την ταχύτητά του και αντίστροφα.

Ο Heisenberg έδειξε ότι αν πολλαπλασιάσουμε την απροσδιοριστία στη θέση του σωματιδίου επί την απροσδιοριστία στην ταχύτητά του επί τη μάζα του, θα έχουμε έναν αριθμό που δεν μπορεί ποτέ να γίνει πιο μικρός από μια ορισμένη ποσότητα, τη λεγόμενη μειωμένη σταθερά του Planck. Αυτή η ποσότητα μάλιστα δεν εξαρτάται από τον τρόπο με τον οποίο προσπαθούμε να μετρήσουμε τη θέση ή την ταχύτητα του σωματιδίου ή από το είδος του σωματιδίου και δεν οφείλεται σε ατέλεια των επιστημονικών μας οργάνων. Η αρχή της απροσδιοριστίας του Heisenberg είναι θεμελιώδης, αναπόσπαστη, χαρακτηριστική ιδιότητα του κόσμου.

Η συνήθης όμως πρακτική μεθοδολογία μέτρησης δεν παρέχει καμιά ένδειξη για την αλήθεια της αρχής αυτής. Φαίνεται να είναι εύκολο να υπολογίσει κανείς με ακρίβεια την ταχύτητα και τη θέση ενός αυτοκινήτου την ίδια χρονική στιγμή. Αυτό όμως συμβαίνει διότι για τα αντικείμενα αυτού του μεγέθους οι αβεβαιότητες που ορίζει η αρχή της απροσδιοριστίας είναι πολύ μικρές για να παρατηρηθούν έξω από ένα πειραματικό εργαστήριο φυσικής.

Το πλήγμα που δέχθηκε ο κλασικός ντετερμινισμός από την αρχή της απροσδιοριστίας ήταν πολύ μεγάλο, παρόλα αυτά δε σήμανε και το τέλος του ντετερμινισμού. Στην πραγματικότητα κανείς επιστήμονας δεν είχε πιστέψει ως απόλυτα εφικτό το ντετερμινιστικό δόγμα του Laplace. Ακόμα και το πιο προσεκτικά μελετημένο πείραμα ποτέ δεν είναι εντελώς απομονωμένο από τις επιδράσεις του περιβάλλοντος και η κατάσταση οποιουδήποτε συστήματος δεν είναι ποτέ απόλυτα γνωστή μια συγκεκριμένη χρονική στιγμή. Αυτό που πραγματικά πίστευαν οι επιστήμονες είναι ότι από σχεδόν τις ίδιες αιτίες ακολουθούν σχεδόν τα ίδια

αποτελέσματα, τόσο στη φύση όσο και σε οποιοδήποτε πείραμα. Αν δηλαδή γνωρίζουμε προσεγγιστικά τις αρχικές συνθήκες ενός συστήματος και κατανοούμε τους φυσικούς νόμους, τότε μπορούμε να υπολογίσουμε προσεγγιστικά τη συμπεριφορά του συστήματος. Η υπόθεση αυτή βρίσκεται στην καρδιά της φιλοσοφίας της επιστήμης. Αν τα πράγματα δεν είχαν έτσι, τότε κανείς δε θα μπορούσε να βεβαιώσει την ισχύ οποιουδήποτε φυσικού νόμου. Δε χρειάζεται να λάβει υπόψη του κανείς την πτώση ενός χαλκιού σε κάποιον πλανήτη ενός άλλου γαλαξία, όταν προσπαθεί να μελετήσει την κίνηση της μπάλας του μπιλιάρδου σε ένα τραπέζι πάνω στη Γη. Οι πολύ μικρές επιδράσεις μπορούν να παραλειφθούν.

## 5.2 Θεωρία των πινάκων ή μητρών του Heisenberg

Λίγο πριν την εμφάνιση της θεωρίας του Scrodinger, της κυματομηχανικής, που έγινε στο περιοδικό *Annalen der Physik* το 1926, σε ένα άλλο γερμανικό περιοδικό το *Physikalische Zeitschrift*, δημοσιεύτηκε μια εργασία του Werner Heisenberg, πάνω στο ίδιο θέμα αλλά που οδηγούσε όμως στα ίδια αποτελέσματα με τον προηγούμενο.

Προς έκπληξη των επιστημόνων αυτοί ξεκινούσαν από διαφορετικές φυσικές παραδοχές και χρησιμοποιούσαν εντελώς διαφορετικές μαθηματικές μεθόδους.

Ο Heisenberg το 1924, συνεχίζοντας μια μελέτη πάνω στη θεωρία σκέδασης του φωτός την οποία έκανε σε συνεργασία με τους Bohr και Kramers, άρχισε να αντιμετωπίζει με καχυποψία κάποιες έννοιες που χρησιμοποιούνταν διαισθητικά στην αρχική κβαντική θεωρία, όπως εκείνη της εικόνας που έδιναν οι τροχιές των ηλεκτρονίων στα άτομα, με βάση τις συνθήκες του Bohr-Somerfeld.

Άρχισε τότε ο Heisenberg τις προσπάθειες να διατυπώσει μια θεωρία η οποία να αποφεύγει τη χρήση διακριτών αλλά μη παρατηρήσιμων απεικονίσεων των τροχιών των ηλεκτρονίων, χρησιμοποιώντας παρατηρήσιμες μόνο ποσότητες, π.χ. την πιθανότητα να συμβούν μεταπτώσεις που οφείλονται σε κβαντικά άλματα. Με αυτόν τον τρόπο ήλπιζε να προσεγγίσει καλύτερα την πραγματικότητα και να αποφύγει ανύπαρκτες έννοιες βασισμένες μόνο σε μοντέλα.

Ο Heisenberg μεταχειριζόταν το άτομο ως να αποτελείται από έναν άπειρο αριθμό γραμμικών "πραγματικών" δονητών, που συχνότητες τους συμπίπτουν με όλες τις δυνατές συχνότητες που μπορεί να εκπέμψει το θεωρούμενο άτομο. Οι ποσότητες που εξέταζε ήταν οι συχνότητες και οι εντάσεις των γραμμών στα φάσματα των ατόμων και των μορίων.

Οι φυσικές μεταβλητές θα έπρεπε να απεικονιστούν από μία σειρά αριθμών. Επηρεασμένος από την θεωρία της σχετικότητας του Einstein ( 1905) , ο Heisenberg θεώρησε ότι οι μεταβλητές δεν αντιπροσωπεύουν κάποιες σκοτεινές, απρόσιτες δομές αλλά ορισμένες παρατηρήσιμες (δηλαδή μετρήσιμες) ποσότητες. Εν τούτοις ο Heisenberg δεν είχε αναγνωρίσει πως οι μαθηματικές πράξεις του μπορούσαν να ερμηνευτούν με τη θεωρία των μητρών.

Την εποχή εκείνη ο Heisenberg δεν γνώριζε τη μαθηματική θεωρία των μητρών, όταν όμως μίλησε στον Max Born για τις μη μεταθετικές του ποσότητες, εκείνος αναγνώρισε αμέσως ότι είχαν να κάνουν με την Άλγεβρα μητρών, η οποία τού ήταν γνωστή από τα φοιτητικά του χρόνια. Οι Heisenberg και Born ένωσαν τις προσπάθειές τους με τον Pascual Jordan, έναν προικισμένο μαθηματικό και μαθητή του Μπορ, και γρήγορα κατόρθωσαν να δημιουργήσουν ένα συνεπές σχήμα Κβαντικής Μηχανικής το οποίο έδινε σωστά αποτελέσματα.

Σε συνεργασία λοιπόν με τον Pascual Jordan, ο Heisenberg μπόρεσε να εκφράσει την νέα θεωρία του με την βοήθεια της άλγεβρας των μητρών, με αποτέλεσμα η νέα κβαντική θεωρία να εξελιχθεί σε μια μηχανική των μητρών. Κάθε, απείρων συνήθως διαστάσεων, μήτρα αυτής της θεωρίας αντιπροσωπεύει το σύνολο των δυνατών τιμών μιας φυσικής μεταβλητής, ενώ οι επιμέρους όροι της εξυπηρετούν στον καθορισμό των πιθανοτήτων ύπαρξης των διαφόρων καταστάσεων και των μεταπτώσεων ανάμεσα σ' αυτές.

Ενώ στο μοντέλο του Schrodinger η εκπομπή μιας φασματικής γραμμής με συχνότητα  $f_{m,n}$  , θεωρούνταν σαν αποτέλεσμα συνεργασίας δύο κυματικών συναρτήσεων  $\Psi_m$  και  $\Psi_n$ , στο πρότυπο του Heisenberg ή ίδια φασματική γραμμή εκπέμπεται από έναν ανεξάρτητο δονητή που θα τον ονομάσουμε  $V_{m,n}$ .

Στην κλασική μηχανική ένας γραμμικός δονητής περιγράφεται από δύο αριθμούς: τη μετατόπισή του  $q$  από τη θέση ισορροπίας και την ταχύτητα του  $v$ , που είναι και οι δύο ποσότητες μεταβαλλόμενες περιοδικώς με το χρόνο. Στην ανώτερη μηχανική όμως αντί για την ταχύτητα χρησιμοποιούν την ορμή  $p$ .

Ο Heisenberg είχε την ιδέα ότι, επειδή οι συχνότητες των φασματικών γραμμών που εκπέμπονται από ένα άτομο, σχηματίζουν μια άπειρη μήτρα  $f_{m,n}$ :

$f_{11}$	$f_{12}$	$f_{13}$	κλπ
$f_{21}$	$f_{22}$	$f_{23}$	κλπ
$f_{31}$	$f_{32}$	$f_{33}$	κλπ
κλπ	κλπ	κλπ	κλπ

Θα μπορούσαν και οι μηχανικές ποσότητες, όπως μετατόπιση  $q$ , ορμή  $p$  κλπ να παρασταθούν με τη μορφή μητρών, όπου οι τιμές  $p_{m,n}$  και  $q_{m,n}$  πάλλονται με τις συχνότητες της προηγούμενης μήτρας  $f_{m,n}$ .

Αντικατέστησε δε στις εξισώσεις της κλασικής φυσικής τα  $p$  και  $q$  και περίμενε να επιτύχει για τους διάφορους πραγματικούς δονητές, τις δικές τους συχνότητες και πλάτη. Στην κλασική φυσική δεν υπάρχει διαφορά αν γράψουμε  $pq$  ή  $qp$ . Στις μήτρες όμως που δεν αντιμετωπίζονται υπάρχει διαφορά,  $qp \neq pq$ . Ο Heisenberg υπέθεσε πως η διαφορά αυτή είναι μια μοναδιαία μήτρα  $I$  επί ένα συντελεστή  $h/2\pi$ . Άρα η συνθήκη έγινε:

$$pq - qp = (h/2\pi)I.$$

Ο Heisenberg πρόσθεσε αυτή τη συνθήκη στην κλασική εξίσωση της μηχανικής, που την έγραψε κι αυτή σε μορφή μήτρας. Πέτυχε τότε ένα σύστημα εξισώσεων που οδήγησε στις σωστές τιμές των συχνοτήτων και των σχετικών εντάσεων των φασματικών γραμμών. Και το πιο παράδοξο ήταν πως οι τιμές ήταν οι ίδιες που είχε πάρει ο Schrodinger χρησιμοποιώντας την ομώνυμη εξίσωση του.

Την απροσδόκητη ταύτιση των αποτελεσμάτων της κυματομηχανικής του Schrodinger και της μηχανικής των μητρών του Heisenberg, εξήγησε ο ίδιος ο Schrodinger σε μια επόμενη εργασία του και ότι θα μπορούσε να βγάλει τη μία από την άλλη.

Αν και οι θεωρίες του Heisenberg και του Scrodinger είχαν διαφορετικές αφετηρίες και αναπτύχθηκαν με την χρήση διαφορετικών διαδικασιών της σκέψης, παρήγαγαν τα ίδια αποτελέσματα για προβλήματα που αντιμετωπίζονται και από τις δύο θεωρίες.

Πρέπει επίσης να αναφερθεί ότι ο Heisenberg, όταν εφάρμοσε τη θεωρία του στα μόρια που αποτελούνται από δύο παρόμοια άτομα, βρήκε μεταξύ άλλων ότι το μόριο του υδρογόνου πρέπει να υπάρχει με δύο διαφορετικές μορφές που θα πρέπει να εμφανίζονται σε κάποια δεδομένη αναλογία η μια με την άλλη. Αυτή η πρόβλεψη του Heisenberg αργότερα επιβεβαιώθηκε επίσης πειραματικά.

Η νέα αυτή Μηχανική, η οποία ονομάστηκε *Matrizenmechanik* (Μηχανική Μητρών) ή *Quantenmechanik* (Κβαντομηχανική), απείχε πολύ από την καθαρότητα και παρουσίαζε μεγάλες δυσκολίες στους υπολογισμούς.

Η νέα κβαντομηχανική έχει αλλάξει προς μια μεγάλη έκταση, όλες τις ιδέες μας για τις σχέσεις που υπάρχουν μέσα στον μικροσκοπικό κόσμο, φτιαγμένες από άτομα και μόρια. Ήδη έχουμε αναφέρει ότι ως αποτέλεσμα των νέων μηχανικών κυμάτων έπρεπε να τροποποιήσουμε τη σύλληψή μας στο αναλλοίωτο των υλικών μορίων.

Αλλά περισσότερο από αυτό, ο Heisenberg έχει δείξει ότι σύμφωνα με την κβαντομηχανική είναι ασύλληπτο να καθοριστεί, σε μια δεδομένη στιγμή του χρόνου, και η θέση που βρίσκεται ένα μόριο και η ταχύτητά του.

### 5.3 Μια άλλη μορφή πινάκων από τον Dirac

Μια διαφορετική όμως Κβαντική Μηχανική, παρουσίασε ο Paul Dirac (Πολ Ντιράκ), ένας νεαρός Άγγλος φυσικός, όταν μυήθηκε τις σκέψεις του Heisenberg, μετά από μια επίσκεψη του στο Cambridge. Στο μυαλό του πέρασε η ιδέα πως ο μεταθέτης  $pq-qp$  έμοιαζε με τις αγκύλες του Poisson, τις οποίες συναντά κανείς και στην Κλασική Φυσική. Κάτι τέτοιο όμως του εξασφάλιζε μια πολύ στενή σχέση μεταξύ της συνηθισμένης κλασικής Μηχανικής και της Νέας Μηχανικής του Heisenberg.

Κάνοντας λοιπόν την κατάλληλη γενίκευση στις κλασικές εξισώσεις που ήταν διατυπωμένες σε χαμιλτονιανή μορφή κατέληγε στις εξισώσεις της νέας Μηχανικής. Το 1925 ο Dirac κατόρθωσε να δώσει μια ολοκληρωμένη Κβαντική Μηχανική, που ήταν πιο γενική από τις άλλες και διακρινόταν για την αξιωματική της διατύπωση.

Το 1928 επίσης ο Dirac, ανακάλυψε έναν τρόπο να δώσει τη σχετικιστικά αναλλοίωτη εξίσωση ενός ηλεκτρονίου και ανακάλυψε με βάση αυτήν το ποζιτρόνιο<sup>[5]</sup>. Η εξίσωση του ισχύει μόνο για σωματίδια με spin 1/2. Έτσι με τον Dirac τέθηκαν οι κύριοι άξονες της Κβαντικής Μηχανικής.

Να λάβουμε υπόψιν το γεγονός ότι, από μαθηματική άποψη, η θεωρία σχετικότητας και η κβαντική θεωρία είναι όχι μόνο ευδιάκριτες η μια από την άλλη, αλλά και αντιτάσσονται η μια την άλλη. Η εργασία του Dirac θα μπορούσε να θεωρηθεί μια καρποφόρος συμφιλίωση μεταξύ των δύο θεωριών.

Την εποχή αυτή έγινε και το συνέδριο των φυσικών στο Solvay. Ήταν ένα συνέδριο αφιερωμένο στην Κβαντική Μηχανική, η οποία από τότε καθιερώθηκε σαν νέος κλάδος της Φυσικής.





Paul Dirac και Werner Heisenberg

## 6 | Το Χάος στους τομείς της επιστήμης

### 6.1 Βιολογία

Το 1975 ο βιολόγος Robert May δημοσίευσε στο επιστημονικό περιοδικό Nature ένα άρθρο στο οποίο οι έννοιες της θεωρίας του χάους έβρισκαν την εφαρμογή τους για την εξήγηση της αύξησης βιολογικών πληθυσμών. Μέχρι τότε εξηγούσαν τον τρόπο αύξησης με τα συνηθισμένα μαθηματικά μοντέλα, τα οποία όμως παρουσίαζαν σφάλματα που οι βιολόγοι τα απέδιδαν στις επιδράσεις μετεωρολογικών ή επιδημικών παραγόντων. Ο May όμως μπόρεσε να δείξει ότι τέτοιου είδους "σφάλματα" μπορούσαν να ενσωματωθούν στα μαθηματικά μοντέλα και να οδηγήσουν σε ασφαλέστερα συμπεράσματα.

### 6.2 Χημεία

Επίσης σημαντική ήταν η έρευνα του Βέλγου φυσικού, ρώσικης καταγωγής, Ilya Prigogine, ο οποίος το 1977 τιμήθηκε με το βραβείο Νόμπελ χημείας για την έρευνά του στον τομέα της θερμοδυναμικής της μη ισορροπίας. Σ' ένα πρόσφατό του έργο ο Prigogine επισημαίνει ότι οι ιδέες του χάους, της μη αντιστροφής του χρόνου και των συστημάτων διασκεδασμού αλληλοσυνδέονται και μπορούν να οδηγήσουν σε μια νέα πιο ρεαλιστική θεώρηση του φυσικού κόσμου. Με ένα απλό παράδειγμα δείχνει ότι η αύξηση της εντροπίας<sup>[6]</sup> δεν συνδέεται αποκλειστικά με την αταξία ενός συστήματος, αλλά μπορεί να οδηγήσει σε νέες μορφές τάξης και οργάνωσης.

### 6.3 Μαθηματικά

Την δεκαετία του '70 ο Γάλλος φυσικομαθηματικός, Benoît Mandelbrot πρωτοπόρησε σ' έναν τότε νέο τομέα των μαθηματικών που έγινε γνωστός ως γεωμετρία των fractal. Μπορούμε να πούμε πως ο Mandelbrot και άλλοι δημιούργησαν έναν νέο τύπο γεωμετρίας που περιγράφει ακριβέστερα από την κλασική, ευκλείδεια γεωμετρία την πολυπλοκότητα που συναντάμε στη φύση.

## 6.4 Αστρονομία

Μέχρι τα τέλη του προπερασμένου αιώνα η εύρεση της τροχιάς κάθε ουράνιου σώματος γινόταν προσεγγιστικά, με τη βοήθεια των νόμων του Νεύτωνα και Κέπλερ, αφού δεν υπήρχαν υπολογιστές για περισσότερη ακρίβεια. Οι κινήσεις των πλανητών και άλλων ουρανίων σωμάτων θεωρούνταν περιοδικές και κανονικές σαν την κίνηση ενός τέλει εκκρεμούς. Στα τέλη όμως του 19<sup>ου</sup> αιώνα, ο Γάλλος μαθηματικός και αστρονόμος Henri Poincaré έκανε μια ανακάλυψη που έμελλε να αλλάξει τα θεμέλια της Νευτώνιας μηχανικής. Διαπίστωσε πως το πρόβλημα των τριών σωμάτων ήταν και παραμένει άλυτο. Άρα δε μπορεί να προβλεφθεί η τροχιά οποιουδήποτε ουράνιου σώματος που δέχεται την επίδραση δυο ή περισσότερων σωμάτων. Είχε κατανοήσει πως πολύ μικρές επιδράσεις μπορούν να μεγεθυνθούν μέσω της ανάδρασης.

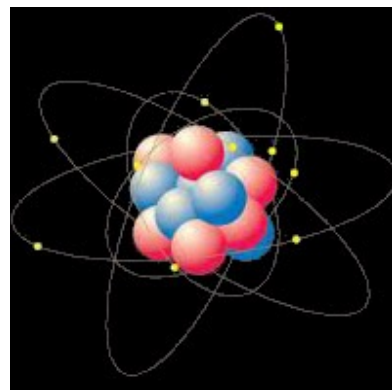
Οι πιο ένθερμοι υποστηρικτές της καινούργιας θεωρίας δηλώνουν ότι η επιστήμη του 20ού αιώνα χαρακτηρίζεται από τρεις κύριες επαναστατικές επιτεύξεις: τη θεωρία της σχετικότητας, την κβαντική μηχανική και τη θεωρία του χάους. Αν η θεωρία της σχετικότητας έδωσε τέλος στην νευτωνική αντίληψη ενός απεριόριστου χώρου και χρόνου, και η κβαντική θεωρία έδωσε τέλος στο νευτωνικό όνειρο μιας αντικειμενικής προσέγγισης στη φύση, η θεωρία του χάους δίνει μια για πάντα τέλος στην ουτοπία του Laplace περί αιτιοκρατικής προβλεπτικότητας.

Μέρος II  
Κβαντομηχανική

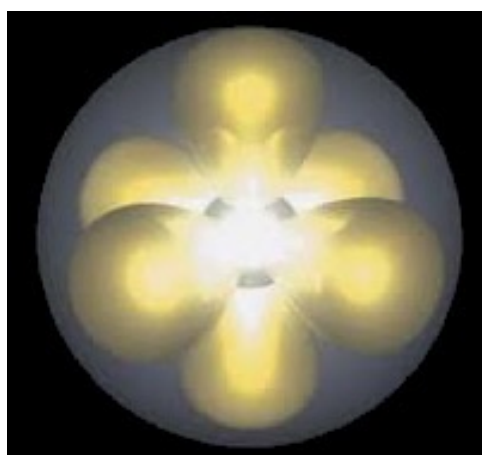
## 7 | Εισαγωγή στην Κβαντομηχανική

Η ανάγκη της ανθρωπότητας για εξέλιξη των θετικών επιστημών, αποτέλεσε κίνητρο για τους επιστήμονες να ασχοληθούν σχολαστικότερα με διάφορα φαινόμενα ή καταστάσεις της ύλης.

Η Κλασική Φυσική που δέσποζε μέχρι τότε, παρουσίαζε σοβαρά ρήγματα. Αυτά τα προβλήματα γίνονταν εμφανή κατά τη διεξαγωγή διάφορων πειραμάτων, όπως στη μελέτη πολύ μικρών μεγεθών (ατομικού μεγέθους) ή ακαριαίων γεγονότων (έρευνες για την ταχύτητα του φωτός), καθιστώντας την κλασική φυσική του Νεύτωνα και του Γαλιλαίου ανίκανες να εξηγήσουν τα αντίστοιχα αποτελέσματα. Η κβαντική φυσική γεννήθηκε το 1900 βασιζόμενη στην υπόθεση του Max Planck ότι τα άτομα εκπέμπουν και απορροφούν ενέργεια με τρόπο διακριτό. Η θεωρία της Κβαντικής Φυσικής θα πρέπει να τονισθεί ότι δεν απορρίπτει τη Νευτώνεια Φυσική. Η δεύτερη, μέχρι και σήμερα δίνει σαφείς απαντήσεις σε φαινόμενα που λαμβάνουν χώρα στο Μακρόκοσμο, εφόσον φυσικά εξετάζουμε μεγάλα μεγέθη και σε μικρές ταχύτητες.



Ο όρος κβάντο αναφέρεται σε μια αδιάστατη μονάδα ποσότητας, ένα "ποσό από κάτι". Για παράδειγμα ένα κβάντο φωτός είναι μία μονάδα φωτός (ή αλλιώς φωτόνιο). Η λέξη "κβάντο" προέρχεται από το λατινικό "quantus", που σημαίνει "πόσο".



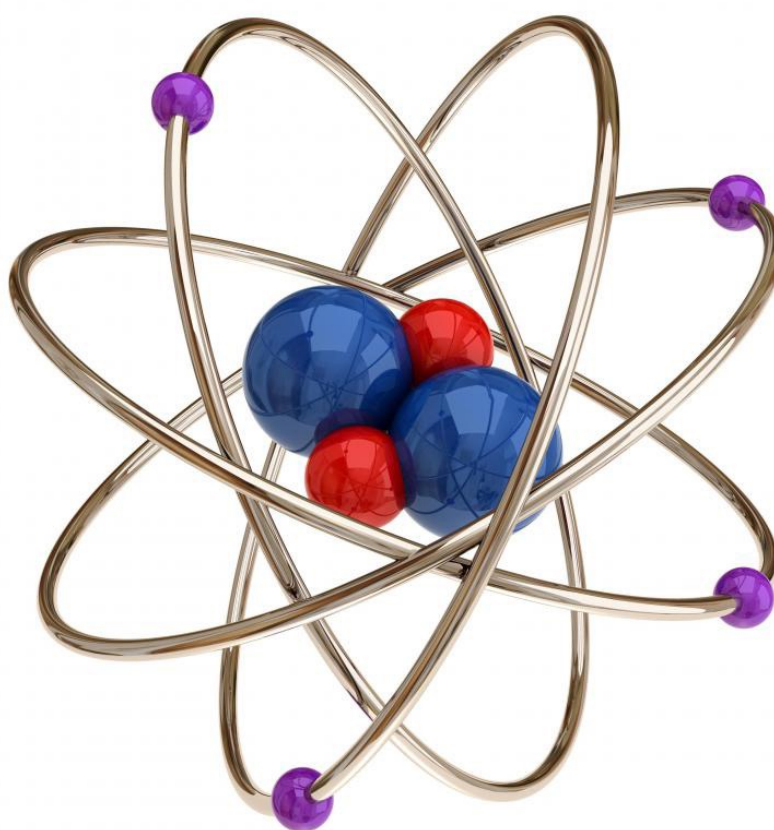
Στις αρχές του 20ού αιώνα, μερικά πειράματα παρήγαγαν αποτελέσματα που δεν θα μπορούσαν να εξηγηθούν από την κλασική φυσική.

Ένα παράδειγμα είναι ότι εάν τα ηλεκτρόνια ήταν σε τροχιά γύρω από τον πυρήνα ενός ατόμου, με τρόπο που να έμοιαζε με τους πλανήτες που στρέφονται γύρω από τον ήλιο, η κλασική φυσική προέβλεπε ότι τα ηλεκτρόνια θα κινούνταν σπειροειδώς συνεχώς προς τα μέσα και

θα συντρίβονταν στον πυρήνα εντός κλάσματος του δευτερολέπτου.

Εκείνη η λανθασμένη πρόβλεψη, μαζί με μερικά άλλα πειράματα όπως η ακτινοβολία μέλανος σώματος και το πείραμα των δύο σχισμών, έδειξε στους επιστήμονες ότι κάτι νέο απαιτείται για να εξηγήσει η επιστήμη τι συμβαίνει στο ατομικό επίπεδο. Η πρώτη εικόνα είναι η αντίληψη που είχαν τότε για το άτομο, με τα ηλεκτρόνια που περιστρέφονται γύρω από τον πυρήνα.

Η νέα αντίληψη που έφερε η κβαντομηχανική για τη μορφή του ατόμου απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα. Η εικόνα εμφανίζει μερικά σχήματα στο χώρο, στις περιοχές των οποίων υπάρχει πιθανότητα να βρεθεί ένα ηλεκτρόνιο σε ένα άτομο υδρογόνου (ο πυρήνας είναι στο κέντρο κάθε σχήματος). Τα σχήματα αυτά ονομάζονται τροχιακά.



+ Πρωτόνια | Νετρόνια | - Ηλεκτρόνια

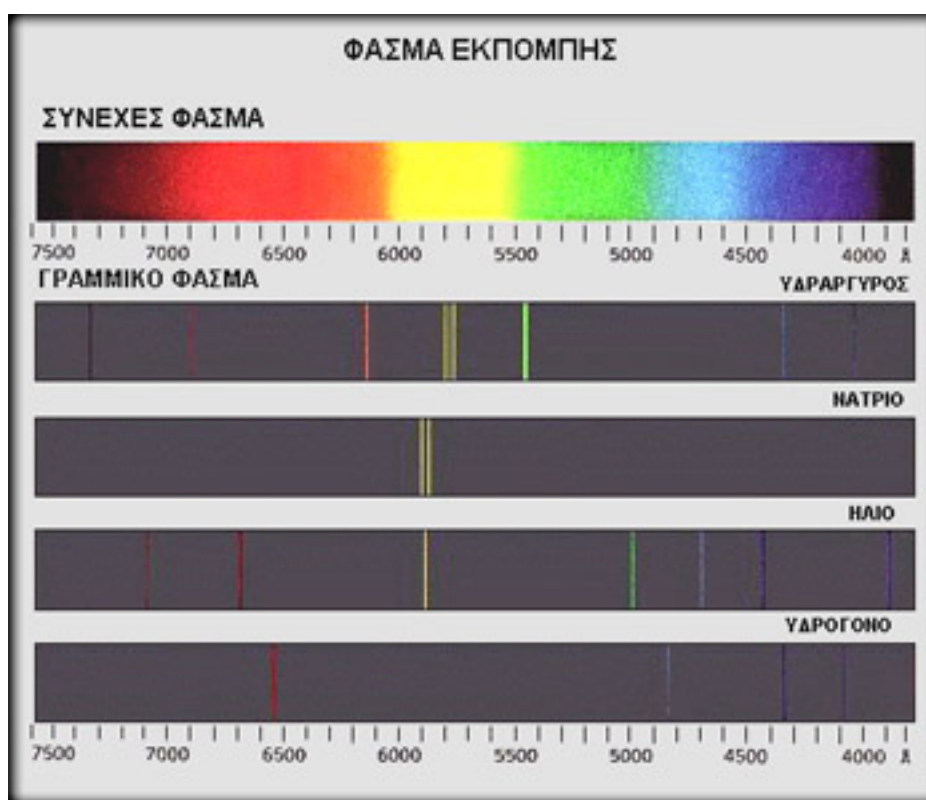
Αντί λοιπόν να έχουμε τροχιές έχουμε τροχιακά. Αντί να ζέρουμε με ακρίβεια την ακτίνα των τροχιών, γνωρίζουμε την πιθανότητα να βρούμε ένα ηλεκτρόνιο σε μια δεδομένη θέση και με δεδομένη ενέργεια.

Τα παρακάτω είναι μεταξύ των σημαντικότερων πραγμάτων που η κβαντομηχανική μπορεί να περιγράψει ενώ η κλασική φυσική δεν μπορεί:

- Διακριτότητα της ενέργειας.
- Η δυαδικότητα του φωτός και της ύλης.
- Κβαντική σήραγγα.

## 7.2 Διακριτότητα της ενέργειας.

Εάν εξετάσουμε το φάσμα του φωτός που εκπέμπεται από ενεργητικά άτομα θα παρατηρήσουμε ότι αποτελείται από μεμονωμένες γραμμές διαφορετικών χρωμάτων. Αυτές οι γραμμές αντιπροσωπεύουν τα ιδιαίτερα ενεργειακά επίπεδα των ηλεκτρονίων σε εκείνα τα διεγερμένα άτομα.



Όταν δηλαδή ένα ηλεκτρόνιο σε μια υψηλή ενεργειακή κατάσταση μεταπηδά σε μια χαμηλότερη ενεργειακή κατάσταση, το άτομο εκπέμπει ένα φωτόνιο φωτός που αντιστοιχεί στην ακριβή ενεργειακή διαφορά εκείνων των δύο επιπέδων. Όσο μεγαλύτερη είναι η ενεργειακή διαφορά, τόσο πιο ενεργητικό θα είναι το φωτόνιο, και εάν βρίσκεται στην περιοχή του ορατού φωτός, τόσο πιο κοντά θα είναι το χρώμα του στο ιώδες, στο τέλος του φάσματος. Εάν τα ηλεκτρόνια δεν ήταν περιορισμένα σε

διακριτές ενεργειακές στάθμες, το φάσμα από ένα διεγερμένο άτομο θα είχε τη μορφή μιας συνεχούς διαδοχής χρωμάτων από το κόκκινο ως το ιώδες χωρίς μεμονωμένες - διακριτές γραμμές.

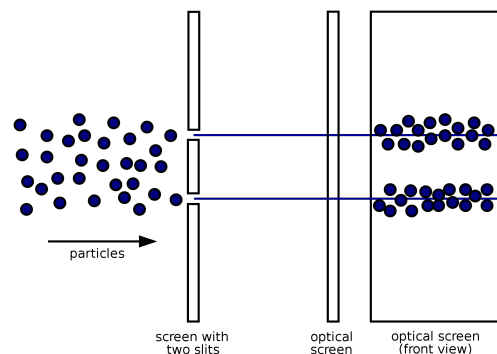
Τα ηλεκτρόνια μπορούν να υπάρξουν μόνο σε ιδιαίτερα ενεργειακά επίπεδα, γεγονός που τα αποτρέπει από το να κινηθούν σπειροειδώς προς τον πυρήνα, όπως προβλέπει η κλασική φυσική. Και αυτή είναι η κβάντωση<sup>[7]</sup> της ενέργειας, μαζί με μερικές άλλες ατομικές ιδιότητες που είναι κβαντισμένες, η οποία δίνει στην κβαντομηχανική το όνομά της.

### 7.3 Η δυαδικότητα κύματος - σωματιδίου

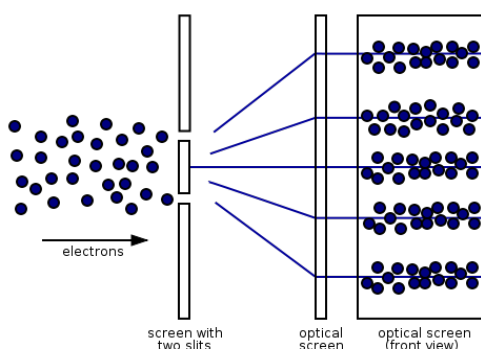
Το 1690 ο Christiaan Huygens (Κρίστιαν Χούγκενς) πρότεινε τη θεωρία ότι το φως αποτελούνταν από κύματα, ενώ το 1704 ο Isaac Newton (Ισαάκ Νεύτων) πρότεινε ότι το φως αποτελούνταν από μικροσκοπικά σωματίδια.

Εντούτοις, ούτε μια τέλεια θεωρία σωματιδίων, ούτε μια τέλεια κυματική θεωρία μπορούσε να εξηγήσει όλα τα φαινόμενα που συνδέονται με το φως.

Όταν πετάμε ύλη με μεγάλες (μακροσκοπικές) διαστάσεις μέσα από σχισμές, ας πούμε βόλους, το αποτύπωμα που αφήνουν στην οθόνη απέναντι έχει το σχήμα των σχισμών, δηλαδή για δύο παράλληλες σχισμές εμφανίζονται δύο παράλληλες γραμμές από ίχνη.



Αντίθετα από ότι θα ανέμενε κανείς για την ύλη γενικά, όταν χρησιμοποιούμε σωματίδια ύλης σε ατομική και υποατομική κλίμακα, όπως ηλεκτρόνια, και αντίστοιχης κλίμακας σχισμές, τότε το σχήμα στην οθόνη πίσω από αυτές δεν είναι πια δύο γραμμές αλλά κροσσοί συμβολής. Η ύλη λοιπόν, πλησιάζοντας στην ατομική κλίμακα, εμφανίζει όπως και η ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία κυματικές ιδιότητες.



Στην πραγματικότητα η ύλη εμφανίζει σε όλες τις κλίμακες κυματικές ιδιότητες, όμως στις πολύ μικρές διαστάσεις το μήκος κύματος της σωματιδιακής ακτινοβολίας φτάνει να είναι της ίδιας τάξης μεγέθους με το πλάτος των σχισμών από τις οποίες τα σωματίδια περνούν,



με αποτέλεσμα τη σαφή εμφάνιση της κυματικής συμπεριφοράς. Ως το 1961 το πείραμα των δύο σχισμών δεν είχε γίνει με τίποτε άλλο από φως και τότε πρώτη φορά ο Clauss Jönsson από το πανεπιστήμιο του Tübingen το εκτέλεσε με ηλεκτρόνια. Το 1999, αντικείμενα αρκετά μεγάλα για να φανούν σε κλασικό μικροσκόπιο, διαμέτρου περίπου 7nm, σχεδόν μισό εκατομμύριο φορές μεγαλύτερα από ένα πρωτόνιο, βρέθηκαν να εμφανίζουν επίσης κυματική συμπεριφορά.

Αξίζει να σημειωθεί ότι το 1923 ο Louis de Broglie υπέθεσε ότι όχι μόνο τα κύματα έχουν σωματιδιακές ιδιότητες, αλλά και ένα υλικό σωματίδιο θα μπορούσε να έχει κυματοειδείς ιδιότητες. Και ότι 1927 αποδείχτηκε πειραματικά από τους Davisson και Germer ότι τα ηλεκτρόνια μπορούν πράγματι να συμπεριφερθούν όπως τα κύματα.

Για το πώς μπορεί κάτι να είναι και ένα σωματίδιο και ένα κύμα συγχρόνως, η απάντηση που δόθηκε σε πρώτο επίπεδο είναι η εξής: Το φως και η ύλη εντοπίζονται ως σωματίδια. Αυτό που συμπεριφέρεται σαν κύμα (εμφανίζοντας κυματικά χαρακτηριστικά όπως π.χ. η υπέρθεση, η συμβολή κ.τ.λ.), είναι η πιθανότητα να βρεθεί αυτό το σωματίδιο σε διάφορες θέσεις.

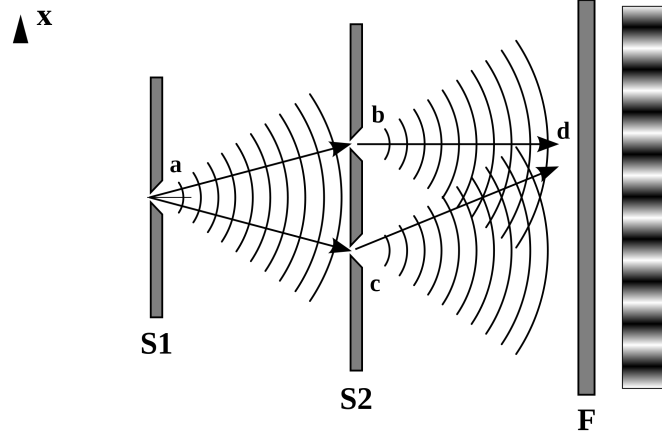
Το φως που εμφανίζεται μερικές φορές να ενεργεί όπως ένα κύμα, επειδή παρατηρούμε την συσσώρευση πολλών από τα σωματίδια του φωτός (κβάντα), κι έτσι διαμοιράζονται πάρα πολύ οι πιθανότητες για διαφορετικές θέσεις στις οποίες θα μπορούσε να είναι κάθε σωματίδιο.

## 7.4 Το παράδοξο του μοναχικού σωματιδίου

Με το σκεπτικό πως ενδεχομένως υπάρχει αλληλεπίδραση των σωματιδίων μεταξύ τους, καθώς αυτά διέρχονται από τις σχισμές, και έτσι εμφανίζεται το αποτέλεσμα της συμβολής, το πείραμα επαναλήφθηκε με τον περιορισμό να διέρχεται ένα μόνο σωματίδιο τη φορά από το σύστημα των δύο παράλληλων σχισμών. Αυτό επιτυγχάνεται όταν φτάνει να βλέπει κανείς να μένει ένα ίχνος κάθε τόσο στην οθόνη, πράγμα που σημαίνει πως ένα μόνο ηλεκτρόνιο ή φωτόνιο έχει μπει και μετά έχει βγει από το σύστημα των δύο σχισμών. Η λογική πρόθεση είναι πως, στην περίπτωση που το φαινόμενο της συμβολής οφείλεται σε αλληλεπίδραση των ηλεκτρονίων λόγω συγκρούσεων μεταξύ τους, με ένα ηλεκτρόνιο τη φορά δεν είναι δυνατή μια τέτοια

αλληλεπίδραση και το ίχνος στην οθόνη θα εμφανίζει πλέον το αποτύπωμα των δύο σχισμών, δύο παράλληλες γραμμές που απλώς ξεθωριάζουν με την απόσταση.

Ο ελιγμός αυτός αποδεικνύεται αναποτελεσματικός· μετά από αρκετή ώρα, καθώς τα ίχνη των ηλεκτρονίων αθροίζονται στην οθόνη, εμφανίζεται και πάλι συμβολή. Κάθε ένα ηλεκτρόνιο φαίνεται σαν να έχει περάσει και από τις δύο σχισμές, κάνοντας συμβολή με τον ίδιο του τον εαυτό. Μαθηματικά, όλο αυτό εμφανίζεται ακόμα πιο παράδοξο· η μαθηματική περιγραφή του φαινομένου εμφανίζεται ως η επαλληλία των πιθανοτήτων να περνά το ηλεκτρόνιο από τη μία μόνο σχισμή, από την άλλη, από τις δύο μαζί και από καμία, ταυτόχρονα.

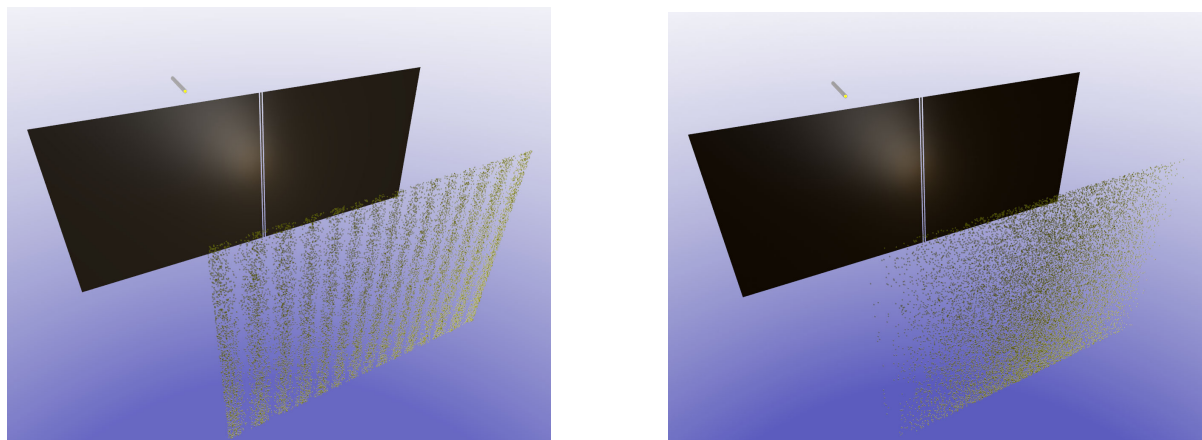


## 7.5 Το παράδοξο της επίδρασης του παρατηρητή

Στην προσπάθεια να λυθεί η απορία του τι γίνεται με το ηλεκτρόνιο που περνά από το σύστημα της διπλής σχισμής, οι επιστήμονες αποφάσισαν να κάνουν μέτρηση ώστε να δουν από ποια σχισμή περνά στ' αλήθεια το ηλεκτρόνιο. Έτσι τοποθέτησαν μια συσκευή παρατήρησης κοντά στις σχισμές ώστε αν διέλθει από την μία από αυτές το ηλεκτρόνιο, να καταγραφεί.

Όταν τοποθετείται η μετρητική συσκευή όμως, συμβαίνει κάτι ακόμα πιο παράξενο· το ηλεκτρόνιο παύει να συμπεριφέρεται ως κύμα και δεν δίνει πια το φαινόμενο της συμβολής, παρά εμφανίζεται στην οθόνη η κατανομή που αντιστοιχεί γύρω από το αποτύπωμα των δύο σχισμών. Το ηλεκτρόνιο συμπεριφέρεται πλέον ως σωματίδιο όταν προσπαθούμε να παρατηρήσουμε τι ακριβώς κάνει! Ακόμα πιο εντυπωσιακό είναι πως έχουμε το ίδιο αποτέλεσμα είτε παρατηρούμε το ηλεκτρόνιο αμέσως πριν περάσει από τη διπλή σχισμή, είτε αφού έχει μόλις βγει από αυτήν.

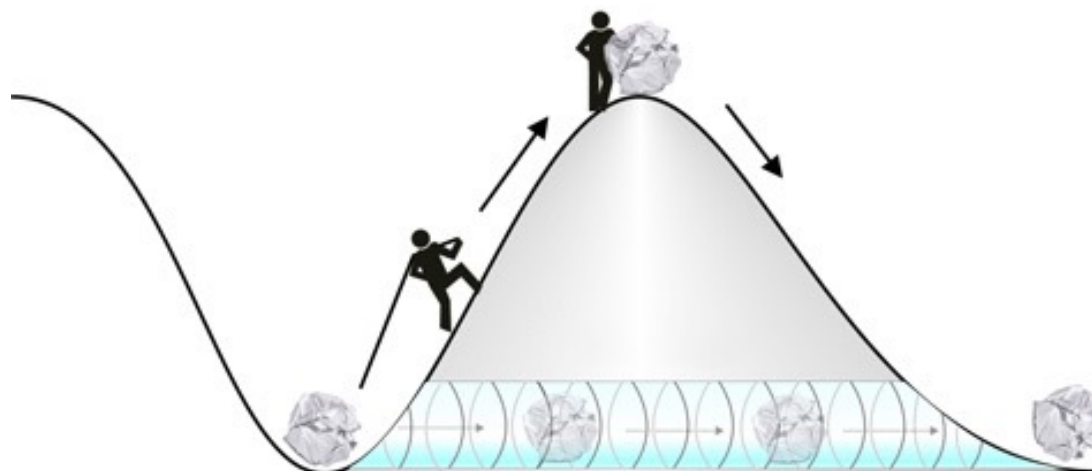
Ο παρατηρητής φαίνεται να αλλοιώνει το αποτέλεσμα του πειράματος στην οθόνη, απλά με την παρατήρηση!



Όταν δεν προσπαθούμε να δούμε (σχήμα αριστερά) από πού έχει περάσει κάθε ένα από τα μοναχικά ηλεκτρόνια, εμφανίζεται συμβολή. Στο δεξί σχήμα βλέπουμε το αποτέλεσμα στην προσπάθειά μας να γνωρίζουμε από ποια σχισμή διέρχεται το κάθε ηλεκτρόνιο· το φαινόμενο της συμβολής εξαφανίζεται.

## 7.6 Κβαντική σήραγγα

Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, ένα κύμα καθορίζει την πιθανότητα για το πού θα βρίσκεται ένα σωματίδιο. Όταν αυτό το κύμα πιθανότητας του σωματιδίου αντιμετωπίσει ένα ενεργειακό φράγμα, το μεγαλύτερο μέρος του κύματος θα ανακλαστεί προς τα πίσω, αλλά ένα μικρό μέρος από αυτό το κύμα "θα διαρρεύσει" μέσα στο φράγμα. Εάν το φράγμα είναι αρκετά μικρού πάχους, το κύμα που διέρρευσε μέσα από αυτό, θα συνεχίσει την διάδοση του στη άλλη πλευρά του φράγματος.



Ακόμα κι αν το σωματίδιο δεν έχει αρκετή ενέργεια να ξεπεράσει το φράγμα, υπάρχει ακόμα μια μικρή πιθανότητα, να μπορεί αυτό "να ανοίξει" μέσα στο φράγμα μια σήραγγα.

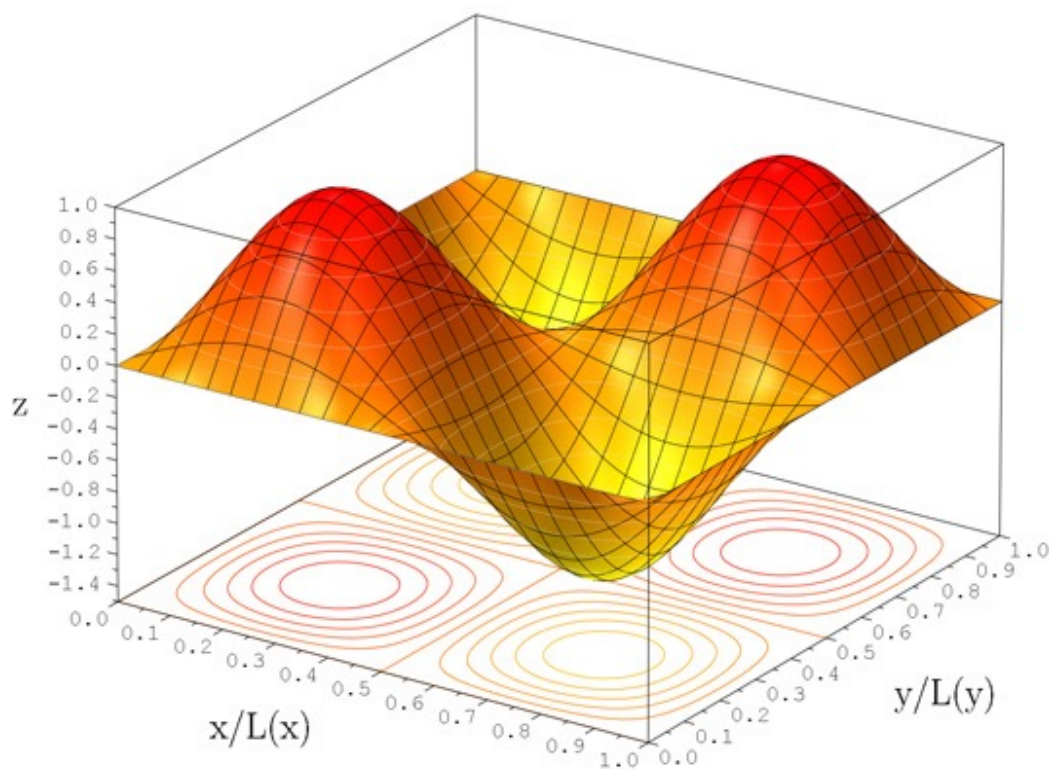
Για παράδειγμα, ας υποθέσουμε ότι ρίχνουμε μια λαστιχένια σφαίρα πάνω σε έναν τοίχο. Ξέρουμε ότι δεν έχουμε αρκετή ενέργεια για να περάσει μέσα από τον τοίχο κι έτσι αναμένουμε την σφαίρα να αναπηδά πάντα πίσω.

Η κβαντομηχανική, εντούτοις, λέει ότι υπάρχει μια μικρή πιθανότητα η σφαίρα να περάσει διαμέσου του τοίχου (χωρίς την καταστροφή του) και να συνεχίσει την πορεία της από την άλλη πλευρά. Με ένα τόσο μεγάλο σώμα όσο μια λαστιχένια σφαίρα η πιθανότητα αυτή είναι τόσο μικρή ώστε και αν ακόμα ρίχναμε τη σφαίρα για δισεκατομμύρια χρόνια, δεν θα την βλέπαμε ποτέ να περνάει μέσα από τον τοίχο. Αλλά με ένα μικροσκοπικό σώμα όπως ένα ηλεκτρόνιο, το να ανοίξει μια "σήραγγα" είναι καθημερινό φαινόμενο.

## 8 | Η κυματοσυνάρτηση και η εξίσωση Schrödinger

### 8.1 Εισαγωγή

Στην Κλασική Φυσική για να προσδιορίσουμε την κατάσταση ενός σώματος χρησιμοποιούμε τις συντεταγμένες της θέσης του καθώς και την ταχύτητα του. Στον μικρόκοσμο, όπου κυριαρχεί η κβαντική φυσική, η κατάσταση ενός σωματιδίου προσδιορίζεται με την βοήθεια της κυματοσυνάρτησης  $\Psi$ , από την οποία μπορεί να προσδιορίσουμε την πιθανότητα να βρεθεί σε κάποια θέση, την ταχύτητα ή την ενέργεια του. Η κυματοσυνάρτηση  $\Psi$  όμως στην κβαντική φυσική προσδιορίζεται από την εξίσωση του Erwin Schrödinger (Έρβιν Σρέντινγκερ).



Η ακτινοβολία του μέλανος σώματος και το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο οδήγησαν τον Bohr στην διατύπωση της αρχής της κβάντωσης της ενέργειας στον μικρόκοσμο. Ως

κβαντωμένα μεγέθη ήδη ήταν γνωστές οι συχνότητες συντονισμού χορδών, όπως π.χ. των χορδών μιας κιθάρας με σταθερά άκρα, τα λεγόμενα στάσιμα κύματα, οπότε ο de Broglie διατύπωσε την άποψη της κυματικής φύσης της ύλης, και αυτός με την σειρά του οδήγησε τον Schrödinger στην διατύπωση της κυματικής εξίσωσης, που περιγράφει την εξέλιξη ενός κβαντικού συστήματος.

Πριν όμως ο Schrödinger βρει την εξίσωση του, ήδη (λίγους μήνες πριν) ο Heisenberg το 1925 είχε ανακαλύψει την μηχανική των μητρώων. Αφετηρία της μηχανικής μητρώων υπήρξε η άποψη πως όταν μελετάμε τον μικρόκοσμο, πρέπει να ενδιαφερόμαστε όχι για τις ποσότητες που είναι αδύνατον να παρατηρηθούν (όπως είναι οι τροχιές των ηλεκτρονίων ή οι περίοδοι περιστροφής τους) αλλά για τα μεγέθη εκείνα που μπορούν να μετρηθούν πειραματικά (οι συχνότητες εκπομπής των φασματικών γραμμών ή οι εντάσεις τους).

Ο Heisenberg διατύπωσε λοιπόν, με βάση τα παρατηρούμενα μεγέθη και με τη βοήθεια των μητρώων, το στρυφνό και έντονα μαθηματικοποιημένο πρώτο μοντέλο της Κβαντικής Μηχανικής.

Ο Schrödinger όμως δεν ικανοποιούνταν από αυτό το μοντέλο γιατί αφ' ενός δεν του άρεσαν τα περίπλοκα τεχνάσματα της θεωρίας αυτής και αφ' ετέρου γιατί αδυνατούσε να σχηματίσει οποιαδήποτε αισθητοποίηση της. Έτσι ακολούθησε το δικό του ανεξάρτητο δρόμο περιγράφοντας μαθηματικά το άτομο με τον ίδιο τρόπο που περιγράφουμε ένα σύστημα που ταλαντώνεται, και εισάγοντας αξιωματικά την ισοδυναμία όλων των δυνατών φυσικών ταλαντώσεων (ιδιοταλαντώσεων) αυτού του συστήματος με τις ευσταθείς ενεργειακές καταστάσεις του ατόμου.

Με την βοήθεια της υπόθεσης του De Broglie ότι τα υλικά σωματίδια με ορμή και ενέργεια συμπεριφέρονταν σαν κύματα με ορισμένο μήκος κύματος και με την στήριξη της αναλυτικής μηχανικής του Ιρλανδού μαθηματικού William Hamilton, ο Schrödinger προχώρησε στην δική του κβαντική εξίσωση για το άτομο του υδρογόνου.

## 8.2 Ο τελεστής Hamilton στην Κβαντομηχανική

Ο Hamilton είχε αναγνωρίσει την αναλογία μεταξύ της γεωμετρικής οπτικής με την κλασική μηχανική και διατύπωσε τους βασικούς νόμους των φαινομενικά διαφορετικών επιστημών μέσω μαθηματικά όμοιων εξισώσεων .

Στηριζόμενοι στον φορμαλισμό του Hamilton, αντιστοιχίζουμε διάφορους κβαντικούς τελεστές με τις μετρούμενες παραμέτρους ενός φυσικού συστήματος. Ο τελεστής πχ.

που συσχετίζεται με την ενέργεια του συστήματος καλείται Χαμιλτονιανή  $H$ . Η Χαμιλτονιανή  $H$  περιέχει τις εκφράσεις που σχετίζονται με την κινητική και δυναμική ενέργεια, και για ένα σωματίδιο κινούμενο σε μια μόνο διάσταση  $x$ , μπορεί να γραφεί:

$$H_{\text{τελεστής}} = \frac{-\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + V(x)$$

τελεστής συνδεδεμένος με την κινητική ενέργεια      δυναμική ενέργεια

Στο πλαίσιο της προαναφερθείσης αναλογίας μεταξύ οπτικής και μηχανικής, οι νόμοι της κίνησης ενός υλικού σημείου με δεδομένη ενέργεια εντός κάποιου στατικού πεδίου δυνάμεων με μεταβλητό δυναμικό, μοιάζει με τη διάδοση μιας μονοχρωματικής ακτινοβολίας σε ένα οπτικό μέσο με μεταβαλλόμενο δείκτη διάθλασης. Η σταθερή τιμή της ενέργειας του υλικού σημείου αντιστοιχεί στη σταθερή συχνότητα ταλάντωσης του φωτός, ενώ η ταχύτητα του υλικού σημείου αντιστοιχεί στην ομαδική ταχύτητα που χαρακτηρίζει τη διάδοση του φωτός εντός του οπτικού μέσου.

### 8.3 Η εξίσωση του Schrödinger

Ο Schrödinger αποφάσισε να επεκτείνει τη μαθηματική αναλογία μεταξύ της οπτικής και της μηχανικής, στις κυματικές ιδιότητες του φωτός και της ύλης. Κατόρθωσε λοιπόν με μεγάλη δυσκολία να δώσει την περίφημη εξίσωσή του για το άτομο του υδρογόνου, που είναι μια διαφορική εξίσωση η οποία περιλαμβάνει ορισμένες παραμέτρους του σωματιδίου και η λύση της μας δίνει τη ζητούμενη κυματοσυνάρτηση  $\Psi$ .

Η εξίσωση, που είναι αξίωμα για την φυσική, συνόψισε όλες τις μέχρι τότε υποθέσεις (κβάντωση της ενέργειας και της στροφορμής) που είχαν βρεθεί για να εξηγήσουν τη συμπεριφορά του μικρόκοσμου, και έχει τη μορφή:

$$\frac{d^2 \Psi}{dx^2} = -\frac{2m}{\hbar^2} (E - U) \Psi$$

Η παραπάνω μορφή είναι η χρονικώς ανεξάρτητη εξίσωση ( $t=0$ ) για μία διάσταση. Όπου με  $\Psi$  παριστάνεται η κυματοσυνάρτηση, με  $m$  η μάζα του σωματιδίου που μελετάμε, το  $E$  δηλώνει την ολική του ενέργεια και το  $U$  την δυναμική του ενέργεια.

Ενώ η χρονικά εξαρτώμενη μορφή της εξίσωσης είναι η εξής:

$$\frac{-\hbar^2 \partial^2 \Psi(x,t)}{2m \partial x^2} = i\hbar \frac{\partial \Psi(x,t)}{\partial t}$$

Η χρονικά ανεξάρτητη μορφή της εξίσωσης Schrödinger αποτελεί μια γενίκευση της υπόθεσης του de Broglie για τις κυματικές ιδιότητες της ύλης. Από μαθηματική άποψη, πρόκειται για μια γραμμική διαφορική εξίσωση της οποίας οι λύσεις περιγράφουν στάσιμα κύματα. Αν λοιπόν μ' αυτήν θέλουμε να περιγράψουμε το άτομο του υδρογόνου, οι επιτρεπόμενες ηλεκτρονιακές τροχιές όπως τις γνωρίζουμε από το ατομικό μοντέλο του Bohr μπορούν πλέον να εκλαμβάνονται ως φυσικές ταλαντώσεις μιας υποθετικής τεταμένης χορδής (ενός υποθετικού ταλαντωτή), η οποία μπορεί να ταλαντώνεται μόνο σε ένα σύνολο διακριτών συχνοτήτων που καθορίζονται από το μήκος της χορδής και από τις οριακές συνθήκες στα άκρα της.

Με τη βοήθεια της εξίσωσης του, ο Schrödinger κατόρθωσε να υπολογίσει τις ενεργειακές στάθμες διαφόρων μορφών μικροσκοπικού ταλαντωτή. Επιλέγοντας το άτομο του υδρογόνου σαν ένα τέτοιο ταλαντωτή, κατέδειξε πως οι θεωρητικά εξαγόμενες ενεργειακές στάθμες αφενός συμπίπτουν με αυτές που λαμβάνονται από την μηχανική μητρών του Heisenberg αφετέρου συμπίπτουν με τα πειραματικά δεδομένα.

## 8.4 Εξαγωγή της εξίσωσης

Έστω ένα κινούμενο σωματίο με την ταχύτητα (ορμή) του σταθερή. Σύμφωνα με τον de Broglie αντιστοιχεί σε ένα κύμα με ενέργεια  $E = hf$  και ένα μοναδικό μήκος κύματος  $\lambda$ , γι' αυτό και η κυματοσυνάρτηση του είναι αρμονική.

Οι μη αρμονικές κυματοσυναρτήσεις δεν μπορούν να έχουν ένα μόνο μήκος κύματος.

Η χρονικά ανεξάρτητη αρμονική κυματοσυνάρτηση δίνεται από τη σχέση:

$$\psi(x) = A \eta \mu \left( \frac{2\pi x}{\lambda} \right) = A \eta \mu(kx) \quad (1)$$

όπου  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  είναι ο κυματάρριθμος (κυματικός αριθμός) του σωματίου.



Ας παρατηρήσουμε ότι η συνάρτηση αυτή περιγράφει επίσης το στιγμιότυπο ταλάντωσης μιας τεντωμένης χορδής.

Η κινητική ενέργεια του σωματιδίου γίνεται με τη βοήθεια της ορμής  $p$  και της σχέσης του de Broglie  $p=h/\lambda$  :

$$K = \frac{p^2}{2m} = \frac{\left(\frac{h}{\lambda}\right)^2}{2} = \frac{4\pi^2\hbar^2}{2m\lambda^2} \Rightarrow \frac{4\pi^2}{\lambda^2} = \frac{2m}{\hbar^2} K \quad (2)$$

υπολογίζοντας την β! παράγωγο της (1) έχουμε:

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = -\frac{4\pi^2}{\lambda^2} = A\eta\mu\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right) = -\frac{4\pi^2}{\lambda^2}\Psi \quad (3)$$

και αντικαθιστούμε την (2) στην (3) :

$$\frac{d^2\Psi}{dx^2} = -\frac{2m}{\hbar^2} K\Psi \quad (4)$$

Η Κινητική Ενέργεια όμως είναι  $K=E-U$  , όπου  $E$  η ολική ενέργεια και  $U$  η δυναμική του ενέργεια, άρα τελικώς παίρνουμε την εξίσωση του Schrödinger:

$$\frac{d^2\Psi}{dx^2} = -\frac{2m}{\hbar^2} (E-U)\Psi$$

Ανάλογα με τις τιμές της δυναμικής ενέργειας  $U$ , παίρνουμε και τις διαφορετικές λύσεις ή κυματοσυναρτήσεις  $\Psi$  και τις τιμές της ενέργειας που μπορεί να πάρει το σωματίδιο. Επειδή σε πολλά προβλήματα η  $U$  μεταβάλλεται με το  $x$ , γι' αυτό λύνουμε την εξίσωση για κάθε τιμή του  $U$  ξεχωριστά.

## 8.5 Η φύση της κυματοσυνάρτησης $\Psi$

Στην περίπτωση των μηχανικών κυμάτων η κυματοσυνάρτηση  $\Psi$  είναι πχ. η απόσταση των μορίων μιας χορδής από τη θέση ισορροπίας τους, ή η ένταση του ηλεκτρικού και μαγνητικού πεδίου στα ηλεκτρομαγνητικά κύματα. Τι σημαίνει όμως η κυματοσυνάρτηση  $\Psi$ , όταν μιλάμε για σωματίδια;

Στην περίπτωση των σωματιδίων που συμπεριφέρονται σαν κύματα De Broglie<sup>[8]</sup> δεν πρέπει να φανταστούμε πως τα σωματίδια καταλαμβάνουν έκταση όση και το κυματόδεμα ή ότι η κυματοσυνάρτηση εκφράζει την κατανομή της μάζας τους στο χώρο. Η αντίληψη αυτή είναι λανθασμένη.

Όταν δείχτηκε η ορθότητα της εξίσωσης του Schrödinger, κατέστη η πιο δημοφιλής ανάμεσα στους επιστημονικούς κύκλους. Αργότερα όμως άνοιξε η συζήτηση για την φύση της κυματοσυνάρτησης  $\Psi$  και ως προς αυτό το ζήτημα οι φυσικοί διαιρέθηκαν σε δύο στρατόπεδα.

Στην πρώτη ομάδα των επιστημόνων, ο Schrödinger απέδιδε φυσική σημασία στην κυματοσυνάρτηση. Το κβαντικό άλμα που συντελούνταν στο άτομο κατά τη μετάβασή του από τη μια κατάσταση στην άλλη ερμηνευόταν ως μετασχηματισμός, που οδηγούσε το σύστημα από την κατάσταση που αντιστοιχεί σε ταλαντώσεις με ενέργεια  $E_m$  στην κατάσταση με ενέργεια  $E_n$ , όπου η πλεονάζουσα ενέργεια ακτινοβολείται ως ηλεκτρομαγνητικό κύμα. Το ηλεκτρόνιο θεωρούνταν σαν ένα φορτισμένο νέφος που περιέβαλλε τον πυρήνα του ατόμου και μπορούσε να παρουσιάζει ενεργειακές μεταπτώσεις παράγοντας ένα χωρικά κατανομημένο ηλεκτρομαγνητικό κύμα το οποίο διαδίδεται με συνεχή τρόπο χωρίς κβαντικά άλματα. Έτσι συνυπήρχε αρμονικά η κβαντική μηχανική με την κλασική φυσική. Την άποψη αυτή ασπάζτηκαν οι Louis de Broglie, Albert Einstein, Max von Laue και Max Planck.

Η δεύτερη ομάδα, που περιλάμβανε τους Wolfgang Pauli, Werner Heisenberg και Niels Bohr, θεωρούσε ότι η ημικλασική ερμηνεία της κυματομηχανικής ήταν εσφαλμένη και ότι αποκλειόταν να κατασκευαστεί μια συνεπής κβαντική θεωρία χωρίς την έννοια του κυματοσωματιδιακού δυϊσμού.

Όμως αργότερα ο Max Born, το 1926, με πειράματα σκέδασης των ηλεκτρονίων και των σωματιών άλφα από πυρήνες, πρόσφερε το κλειδί για να κατανοηθεί η σημασία της κυματοσυνάρτησης  $\Psi$ . Το τετράγωνο της  $\Psi$  πρέπει να εκληφθεί σαν την πιθανότητα να βρεθεί το σωματίδιο σε ένα δεδομένο σημείο του χώρου γύρω από τον πυρήνα ή την πυκνότητα του ηλεκτρονιακού νέφους γύρω από τον πυρήνα. Κατά

συνέπεια η κυματοσυνάρτηση περιγράφει μεμονωμένα συμβάντα (όπως η εκπομπή ενός κβάντου φωτός) μόνο κατά το ότι καθορίζει την πιθανότητα πραγματοποίησής τους. Αυτή η ερμηνεία έδωσε στέρεα βάση στην κυματομηχανική.

Ο Einstein αντιδρώντας στην πιθανοκρατική ερμηνεία της σχολής της Κοπεγχάγης που εισήγαγε ο Max Born, του έγραψε μια επιστολή που έμεινε στην ιστορία της φυσικής:

“Πιστεύετε σε ένα Θεό που παίζει ζάρια, ενώ εγώ σε πλήρη τάξη και νομοτέλεια του αντικειμενικού κόσμου. Ακόμα και η αρχική μεγάλη επιτυχία της κβαντικής θεωρίας δεν με κάνει να πιστεύω σε έναν πιθανοκρατικό κόσμο, αν και ξέρω καλά, ότι οι νεότεροι συνάδελφοί σου αποδίδουν την εμμονή μου σε γεροντική άνοια”.

Βέβαια σήμερα η πιθανοκρατική ερμηνεία της κυματοσυνάρτησης έχει επικρατήσει πλήρως.

Η εξίσωση Schrödinger ισχύει για συστήματα που ικανοποιούν τους παρακάτω περιορισμούς:

1. Ο αριθμός των σωματιδίων παραμένει σταθερός. Δεν υπάρχουν δηλαδή φαινόμενα εξαύλωσης και δημιουργίας σωματιδίων.
2. Τα σωματίδια δεν κινούνται με πολύ υψηλές ταχύτητες. Άρα δεν ταιριάζει για σχετικιστικά μοντέλα (την αδυναμία αυτή κάλυψε η εξίσωση Dirac). Να υπενθυμίσουμε ότι στα ελαφριά άτομα (π.χ. υδρογόνο) τα ηλεκτρόνια κινούνται αργά. Να γιατί η μη σχετικιστική εξίσωση του Schrödinger έδωσε σωστά αποτελέσματα στο υδρογόνο.
3. Η εξίσωση έχει νόημα για υλικά σωματίδια κι όχι για φωτόνια.

## 9 | Κβαντικοί αριθμοί

Στην κβαντομηχανική εισάγονται τρεις κβαντικοί αριθμοί για τον καθορισμό της κατανομής των ηλεκτρονιακού νέφους (ατομικού τροχιακού). Οι κβαντικοί αυτοί αριθμοί προκύπτουν από την επίλυση της εξίσωσης Schrödinger για το άτομο του υδρογόνου και είναι ο κύριος κβαντικός αριθμός ( $n$ ), ο δευτερεύων κβαντικός αριθμός ή αζιμουθιακός ( $l$ ) και ο μαγνητικός κβαντικός αριθμός ( $m_l$ ). Κάθε δυνατή τριάδα κβαντικών αριθμών ( $n, l, m_l$ ) οδηγεί σε μια λύση της εξίσωσης Schrödinger, καθορίζοντας ένα συγκεκριμένο τροχιακό του ατόμου. Να παρατηρήσουμε, ότι οι κβαντικοί αυτοί αριθμοί μπορούν άνετα να εφαρμοστούν και σε άλλα άτομα εκτός του υδρογόνου και των υδρογονοειδών (π.χ.  $\text{He}^+$ ,  $\text{Li}^{2+}$ ). Τέλος, ορίστηκε ο τέταρτος κβαντικός αριθμός, ο κβαντικός αριθμός του spin ( $m_s$ ), ο οποίος όμως δε συμμετέχει στη διαμόρφωση της τιμής της ενέργειας του ηλεκτρονίου και κατά συνέπεια στο καθορισμό του ατομικού τροχιακού.

**Ο κύριος κβαντικός αριθμός ( $n$ )** παίρνει ακέραιες τιμές 1, 2, 3 ...

Ο κύριος κβαντικός αριθμός καθορίζει την τροχιά που κινείται το ηλεκτρόνιο. Με βάση την κβαντομηχανική:

- Ο κύριος κβαντικός αριθμός καθορίζει το μέγεθος του ηλεκτρονιακού νέφους (ή τροχιακού).

Όσο μεγαλύτερη είναι η τιμή του  $n$  τόσο πιο απομακρυσμένο από τον πυρήνα είναι, κατά μέσο όρο, το ηλεκτρονιακό νέφος. Να θυμηθούμε επίσης ότι ο κύριος κβαντικός αριθμός έχει καθοριστικό ρόλο στη διαμόρφωση της ενέργειας του ηλεκτρονίου (βλέπε ατομικό πρότυπο Bohr).

- Τροχιακά με τον ίδιο κύριο κβαντικό αριθμό ( $n$ ) συγκροτούν τη στιβάδα ή φλοιό.

Ο συμβολισμός των στιβάδων ή φλοιών γίνεται με γράμματα, όπως φαίνεται στον παρακάτω πίνακα:

κύριος κβαντικός αριθμός, $n$	1	2	3	4	...
στιβάδα ή φλοιός	K	L	M	N	...

**Ο δευτερεύων κβαντικός αριθμός ή αζιμουθιακός ( $l$ )** παίρνει τιμές ανάλογα με την τιμή που έχει ο  $n$ , δηλαδή,  $0, 1, 2, \dots, (n-1)$ .

- Ο αζιμουθιακός κβαντικός αριθμός  $l$  καθορίζει το σχήμα του ηλεκτρονικού νέφους (τροχιακού). Ατομικά τροχιακά που έχουν το ίδιο  $n$  και  $l$  αποτελούν υποστιβάδα ή υποφλοιό.

Οι υποστιβάδες ή υποφλοιοί συμβολίζονται με γράμματα. Με τον ίδιο τρόπο συμβολίζονται και τα αντίστοιχα ατομικά τροχιακά, όπως φαίνεται στο παρακάτω πίνακα:

αζιμουθιακός κβαντικός αριθμός, $l$	0	1	2	3	...
στιβάδα	s	p	d	f	
ατομικό τροχιακό	s	p	d	f	...

**Ο μαγνητικός κβαντικός αριθμός ( $m_l$ )** παίρνει τιμές ανάλογα με την τιμή του  $l$  και συγκεκριμένα παίρνει τις τιμές  $-l, (-l+1), \dots, 0, \dots, l, (l-1), +l$

- Ο μαγνητικός κβαντικός αριθμός  $m_l$  καθορίζει τον προσανατολισμό του ηλεκτρονικού νέφους σε σχέση με τους άξονες  $x, y, z$ .

Το όνομα «μαγνητικός» προέρχεται από το γεγονός ότι το ηλεκτρόνιο, ως κινούμενο φορτίο που είναι, δημιουργεί μαγνητικό πεδίο καθορισμένης φοράς.

- Σε κάθε τιμή του μαγνητικού κβαντικού αριθμού αντιστοιχεί και ένα τροχιακό.

Σε κάθε υποστιβάδα με τιμή δευτερεύοντος κβαντικού αριθμού αντιστοιχούν  $(2l+1)$  τροχιακά. Δηλαδή,

με  $l = 0$  (υποστιβάδα s), έχουμε  $(2 \cdot 0 + 1) = 1$  τροχιακό s

όταν  $l = 1$  (υποστιβάδα p), έχουμε  $(2 \cdot 1 + 1) = 3$  τροχιακά p

Για το τροχιακό  $p$  χρησιμοποιούνται τα παρακάτω σύμβολα:

μαγνητικός κβαντικός αριθμός, $m_l$	+1	0	-1
ατομικό τροχιακό	$p_x$	$p_z$	$p_y$

**Ο κβαντικός αριθμός του spin ( $m_s$ )** παίρνει τιμές  $\pm 1/2$ , είναι δηλαδή ανεξάρτητος από τις τιμές των άλλων κβαντικών αριθμών.

- Ο μαγνητικός κβαντικός αριθμός του spin καθορίζει την ιδιοπεριστροφή του ηλεκτρονίου (spin).

Δηλαδή, για τιμή  $m_s = +1/2$ , λέμε ότι έχουμε παράλληλο spin ή spin προς τα πάνω ( $\uparrow$ ), ενώ για τιμή  $m_s = -1/2$ , λέμε ότι έχουμε αντιπαράλληλο spin ή spin προς τα κάτω ( $\downarrow$ ). Σε κάθε τροχιακό δε μπορούμε να έχουμε περισσότερα από δύο ηλεκτρόνια. Μάλιστα το ένα περιστρέφεται γύρω από τον άξονά του αντίθετα από το άλλο, δηλαδή έχουν αντίθετη ιδιοπεριστροφή (spin). Τέλος να παρατηρήσουμε ότι ο κβαντικός αριθμός του spin δεν συμμετέχει στη διαμόρφωση της τιμής της ενέργειας του ηλεκτρονίου, ούτε στον καθορισμό του τροχιακού.

Συμπερασματικά, οι τέσσερις κβαντικοί αριθμοί περιγράφουν πλήρως την κατάσταση του ηλεκτρονίου στο άτομο. Δηλαδή, οι τέσσερις κβαντικοί αριθμοί ( $n, l, m_l, m_s$ ) προσδιορίζουν, αντίστοιχα:

- τη στιβάδα (φλοιό)
- την υποστιβάδα (υποφλοιό)
- το τροχιακό και
- το spin του ηλεκτρονίου

## 9.2 Απαγορευτική αρχή του Pauli

Η απαγορευτική αρχή του Pauli είναι μια από τις σημαντικότερες αρχές της κβαντικής μηχανικής και της σύγχρονης ατομικής θεωρίας· διατυπώθηκε το 1925 από τον αυστριακό φυσικό Wolfgang Pauli (Βόλφγκανγκ Πάουλι). Σύμφωνα με αυτή, είναι αδύνατο να υπάρξουν στο ίδιο άτομο ή σύμπλεγμα ατόμων πάνω από δύο ηλεκτρόνια στην ίδια ενεργειακή στάθμη. Επιπλέον, αν δύο ηλεκτρόνια βρίσκονται στην ίδια ενεργειακή στάθμη υποχρεωτικά έχουν αντίθετο spin. Με την έννοια σύμπλεγμα ατόμων εννοείται το σύνολο των ατόμων στο οποίο ανήκουν από κοινού κάποια ηλεκτρόνια, όπως στο μόριο και το μεταλλικό πλέγμα.

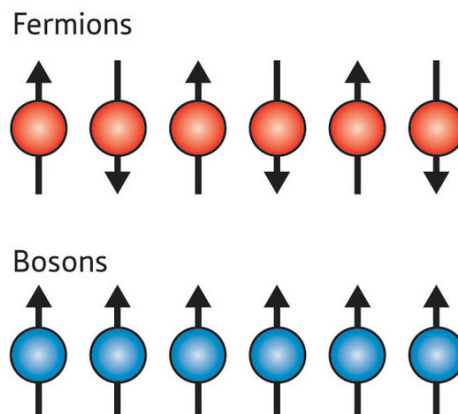
Η ανακάλυψη αυτή υπήρξε αρκετά σημαντική καθώς επέτρεψε την εξήγηση φαινομένων που δεν μπορούσαν να εξηγηθούν από την κλασική μηχανική. Επίσης εξηγεί τη δομή των ηλεκτρονικών στοιβάδων, το οποίο αποτελεί μία από τις βάσεις για το σχηματισμό του Περιοδικού πίνακα.

Η αρχή αυτή για ένα άτομο ισοδυναμεί με την πρόταση ότι σε κάθε ηλεκτρόνιο αντιστοιχεί ακριβώς μία τετράδα κβαντικών αριθμών  $n, l, m_l, m_s$ . Η απαγορευτική αρχή του Pauli καθορίζει δηλαδή ότι σε κάθε ατομικό τροχιακό μπορούν να τοποθετηθούν έως 2 ηλεκτρόνια με αντιπαράλληλα spin. Επίσης καθορίζει τον μέγιστο αριθμό ηλεκτρονίων που μπορούν να τοποθετηθούν σε μια στιβάδα και σε μια υποστιβάδα. Μαζί με τον κανόνα του Hund και την αρχή της ελάχιστης ενέργειας αποτελεί τη βάση της ηλεκτρονιακής δομής των ατόμων.

Σε ένα πλέγμα πολλών, ίσως δισεκατομμυρίων ατόμων, ίσως κάποια ηλεκτρόνια να ανήκουν σε όλα τα άτομα. Σε αυτήν την περίπτωση τα τροχιακά αλληλοκαλύπτονται διαδοχικά, ώστε να διατρέχουν όλο το σώμα. Πρακτικά το υλικό απαρτίζεται από κατιόντα τα οποία επιπλέον σε μια θάλασσα ελεύθερων ηλεκτρονίων. Η απαγορευτική αρχή επιβάλλει τη διαφοροποίηση των ενεργειακών σταθμών των ηλεκτρονίων. Έτσι, οι ενεργειακές στάθμες των ελεύθερων ηλεκτρονίων είναι πάρα πολλές και ένα ηλεκτρόνιο με ελάχιστη προσφορά ή πρόσληψη ενέργειας μπορεί να μεταβεί από τη μία στάθμη στην άλλη, ώστε πλέον να γίνεται λόγος για ενεργειακή ζώνη αντί για διακριτές ενεργειακές στάθμες.

### 9.3 Μποζόνια και φερμιόνια

Η σύγχρονη επιστημονική κοινότητα χαρακτηρίζει τον Δημόκριτο "Πατέρα της Ατομικής Φυσικής" διότι εισήγαγε την έννοια των στοιχειωδών σωματιδίων. Κατά τον αρχαίο Έλληνα φιλόσοφο ο υλικός κόσμος αποτελείται από άτμητες μονάδες ύλης, οι οποίες συνδέονται για να δομήσουν τα υλικά σώματα. Οι άτμητες αυτές μονάδες σήμερα ονομάζονται "στοιχειώδη σωματίδια". Μερικά χαρακτηριστικά στοιχειώδη σωματίδια είναι το ηλεκτρόνιο, το πρωτόνιο, το νετρόνιο και το φωτόνιο. Κατά το Δημόκριτο τα άτμητα αυτά σωματίδια κατατάσσονται σε κατηγορίες ανάλογα με τις



ιδιότητες τους. Οι επιστήμονες κατάφεραν να μελετήσουν τις ιδιότητες αυτών των σωματιδίων και έτσι ξεχώρισαν δυο πολύ βασικές κατηγορίες αυτών: τα φερμιόνια και μποζόνια που ονομάστηκαν έτσι προς τιμή των Φυσικών που τα μελέτησαν (Enrico Fermi και Satyendra Nath Bose).

Φερμιόνια είναι όλα τα στοιχειώδη σωματίδια που έχουν ημιακέραιο spin και υπακούουν στην "Απαγορευτική Αρχή του Pauli". Η Αρχή αυτή απαγορεύει σε δυο ταυτοτικά φερμιόνια να καταλάβουν ακριβώς την ίδια κβαντική κατάσταση. Η συνέπεια αυτής της απαγόρευσης είναι η ακόλουθη: δυο ταυτοτικά φερμιόνια δεν μπορούν να καταλάβουν την ίδια ακριβώς περιοχή του χώρου. Τα ηλεκτρόνια, τα πρωτόνια και τα νετρόνια που συνθέτουν ένα άτομο είναι όλα φερμιόνια.

Μποζόνια είναι όλα τα στοιχειώδη σωματίδια που δεν υπακούουν στην "Απαγορευτική Αρχή του Pauli" και έχουν ακέραιο spin. Όσο κι αν φαίνεται παράξενο δυο ταυτοτικά μποζόνια μπορούν να βρίσκονται ταυτόχρονα στην ίδια ακριβώς κβαντική κατάσταση και επομένως να καταλαμβάνουν την ίδια περιοχή του χώρου. Σε περιοχές εκτός πυρήνα, δυο ταυτοτικά μποζόνια δεν αλληλεπιδρούν μεταξύ τους, ενώ δεν ισχύει το ίδιο για τα φερμιόνια. Χαρακτηριστικό μποζόνιο είναι το φωτόνιο με spin  $s=1$ .



Από αριστερά προς τα δεξιά: Fermi, Heisenberg και Pauli, στη λίμνη του Κόμο, 1927. Ο Heisenberg είχε πρόσφατα ανακαλύψει τη Μηχανική Μητρών και την αρχή της αβεβαιότητας, ο Pauli μόλις είχε ανακαλύψει την απαγορευτική αρχή και ο Fermi μόλις είχε διατυπώσει τη στατιστική η οποία βασίζεται στην αρχή αυτή.

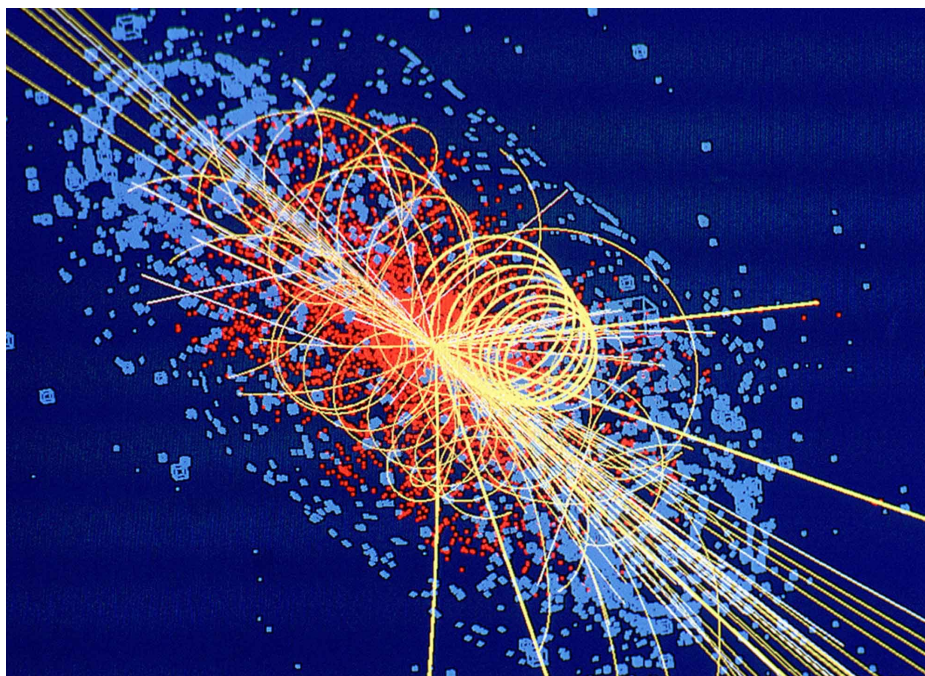


Τα άτομα είναι σύνθετες δομές της ύλης, συνεπώς δεν μπορεί να είναι ούτε φερμιόνια ούτε μποζόνια. Παρόλα αυτά μπορεί να συμπεριφέρονται φερμιονικά ή μποζονικά αναλόγως της δομής τους και των συνθηκών περιβάλλοντος. Ας υποθέσουμε ότι τα φερμιόνια αντιστοιχούν στο χρώμα μαύρο και τα μποζόνια στο λευκό. Τότε τα άτομα θα αντιστοιχούν σε αποχρώσεις του γκρι, από ανοιχτό για μποζονική συμπεριφορά έως σκούρο για φερμιονική. Όσον αφορά στα αραιά αέρια ατόμων έχει βρεθεί ότι αυτά που αποτελούνται από άρτιο αριθμό φερμιονίων συμπεριφέρονται μποζονικά ενώ εκείνα με περιττό αριθμό φερμιονικά.

## 9.4 Σωματίδιο Higgs

Το σωματίδιο Higgs ή αλλιώς «το σωματίδιο του Θεού», είναι ένα μποζόνιο που προβλέπεται θεωρητικά από το Καθιερωμένο Πρότυπο και θεωρείται πως έχει ήδη ανακαλυφθεί πειραματικά στα πειράματα ATLAS και CMS του επιταχυντή LHC του CERN, αν και η πλήρης ταυτοποίησή του εκκρεμεί.

Η ύπαρξη του σωματιδίου του Higgs δίνει τη δυνατότητα για εξήγηση στον τρόπο που συγκροτείται η ύλη προσδίδοντάς της ιδιότητες όπως για παράδειγμα η μάζα.



Η ανακάλυψή του θα βοηθήσει στην καλύτερη κατανόηση της δημιουργίας του σύμπαντος λύνοντας θέματα, στη θεωρία της μεγάλης έκρηξης, αμέσως μετά τα πρώτα κλάσματα του δευτερόλεπτου της γέννησης του σύμπαντος. Το μποζόνιο αυτό πήρε το όνομά του από τον Βρετανό καθηγητή φυσικής Peter Higgs (Πίτερ Χιγκς), ο

οποίος ήταν ένας από τους 6 φυσικούς που πρότειναν την ύπαρξή του, σε σχετικές δημοσιεύσεις το 1964.

Το 2013 ο Peter Higgs και ο François Englert (Φρανσουά Ανγκλέρ) βραβεύτηκαν με το Βραβείο Νόμπελ Φυσικής για την εργασία τους και την πρόβλεψή τους.

## 9.5 Το πεδίο Higgs

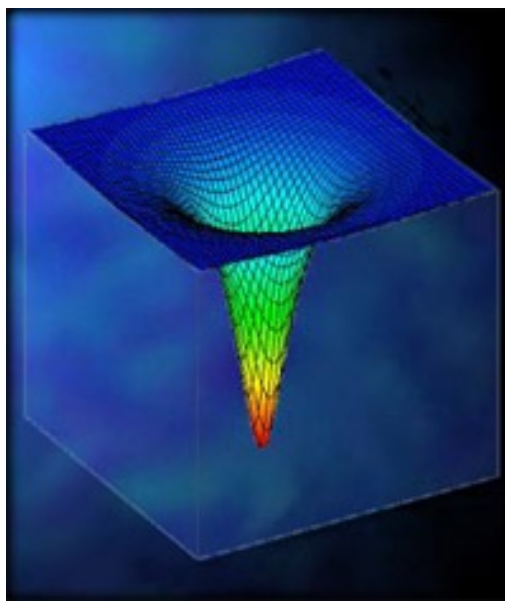
Αν και λέγεται και γράφεται ευρέως ότι το μποζόνιο του Higgs δίνει στα στοιχειώδη σωματίδια τη μάζα τους, αυτό δεν είναι απόλυτα σωστό. Τη μάζα τη δίνει το πεδίο του Higgs, το οποίο δεν την δημιουργεί εκ του μηδενός αλλά την εμπεριέχει από πριν ως ενέργεια.

Τη στιγμή που εμφανίστηκε το Σύμπαν, τα στοιχειώδη σωματίδια δεν είχαν μάζα. Αυτό άλλαξε ένα τρισεκατομμυριοστό του δευτερολέπτου αργότερα, όταν εμφανίστηκε το πεδίο του Higgs, λέει η θεωρία. Ορισμένα σωματίδια όπως το φωτόνιο μπορούν να κινούνται μέσα στο πεδίο χωρίς να συναντούν αντίσταση, γι' αυτό και δεν έχουν μάζα. Άλλα σωματίδια, όπως το πρωτόνιο και το ηλεκτρόνιο, κολυμπούν με δυσκολία μέσα στο πεδίο. Και όσο μεγαλύτερη είναι η αντίσταση που συναντούν, τόσο μεγαλύτερη η μάζα τους.

# 10 | Θεωρία της σχετικότητας

## 10.1 Εισαγωγή

Ήταν γύρω στο 1900, όταν ο Kelvin διακήρυξε ότι «Η Φυσική έχει πια λύσει τα θεμελιακά προβλήματα. Από τώρα και μπρος δεν θα είναι παρά απλή εφαρμογή των γενικών νόμων. Μένουν βέβαια μερικά θεματάκια που δεν τα έχουμε κατανοήσει πλήρως: την κατανομή του μέλανος σώματος, οι φασματικές γραμμές των αερίων...». Δεν θα μπορούσε να φανταστεί, τότε, ότι τέτοια «θεματάκια» θα ανέτρεπαν, μέσα στα επόμενα χρόνια, εκ θεμελίων το πώς αντιλαμβανόμαστε τη φύση.



Η Φυσική ήταν πράγματι στις δόξες της στο τέλος του 19ου αιώνα. Η εξίσωση του Νεύτωνα ( $F=ma$ ) καθόριζε την κίνηση υλικών σημείων και σωμάτων. Οι δυνάμεις  $F$  που προκαλούσαν την κίνηση ήταν, σε τελευταία ανάλυση, είτε βαρυτικές, είτε ηλεκτρομαγνητικές. Οι ηλεκτρομαγνητικές δυνάμεις διαδίδονταν με την ταχύτητα του φωτός, υπό μορφή κύματος και το φως ήταν μια ειδική περίπτωση διαδιδόμενου ηλεκτρομαγνητικού κύματος.

Η ύλη αποτελείτο από στοιχειώδη σωμάτια που συγκροτούνται μεταξύ τους λόγω αμοιβαίων ηλεκτρομαγνητικών δυνάμεων και οι ιδιότητες της ύλης μπορούσαν να ερμηνευτούν σαν αποτέλεσμα της μικροσκοπικής κίνησης των στοιχειωδών σωματιδίων.

Το μέλλον, λοιπόν, της φυσικής φάνταζε μάλλον μονότονο: Απλή εφαρμογή γνωστών κανόνων. Όμως κάτω από την επιφάνεια της πλήρους επιτυχίας, διαφαίνονταν κάποιες «ρωγμές» που σύντομα θα επέβαλαν την εκ βάθρων εννοιολογική αναδόμηση του κλασικού οικοδομήματος.

## 10.2 Η ειδική θεωρία της σχετικότητας

Η Ειδική Θεωρία της Σχετικότητας που παρουσιάστηκε το 1905, από τον Albert Einstein (Άλμπερτ Αϊνστάιν) έχει μια μοναδική γοητεία εξαιτίας της απλότητας και κομψότητας των δύο αξιωμάτων πάνω στα οποία στηρίζεται:

- i. Οι νόμοι της φύσης είναι ίδιοι για όλα τα αδρανειακά συστήματα αναφοράς.
- ii. Η ταχύτητα του φωτός είναι ίδια σε όλα τα αδρανειακά συστήματα αναφοράς.

Η άμεση και εκπληκτική συνέπεια των δύο υποθέσεων είναι ότι ο χρόνος είναι σχετικός και παρατηρητές με σχετική ταχύτητα ο ένας ως προς τον άλλο, βλέπουν διαφορετικά τα χρονικά διαστήματα μεταξύ δύο γεγονότων που παρατηρούν. Δηλαδή η Ειδική Θεωρία ασχολείται με δύο ιδέες που μπορούν να θεωρηθούν αντίθετες, την σχετικότητα και το αναλλοίωτο.

Η σχετικότητα έχει να κάνει με την έννοια της σχετικότητας της παρατήρησης ενός φαινομένου. Ένας παρατηρητής βλέπει ένα φαινόμενο διαφορετικά από έναν άλλο που κινείται σχετικά ως προς τον πρώτο. Διαφωνούν δηλαδή οι δύο τους σε ορισμένα μεγέθη που μετρούν. Το αναλλοίωτο από την άλλη, αναφέρεται στη συμφωνία που επικρατεί για ορισμένους νόμους ή φαινόμενα, που είναι όμοια και στους δύο.

Ο Αϊνστάιν τώρα έδειξε πως μια σειρά φυσικών ποσοτήτων που προηγουμένως θεωρούνταν αναλλοίωτες (χρόνος, μάζα, μήκος κλπ), είναι τελικά ποσότητες σχετικές και από την άλλη, έδειξε πως όλοι οι νόμοι που κυβερνούν τα φαινόμενα παραμένουν αναλλοίωτοι σε όλα τα αδρανειακά συστήματα αναφοράς.

Συγχρόνως έδειξε πως δεν υπάρχει προτιμητέο σύστημα αναφοράς στη φύση και επομένως ούτε απόλυτη κίνηση.

Μετά την πειραματική απόρριψη της ιδέας του 'αιθέρα', το 1905 ο Αϊνστάιν στην πρώτη δημοσίευση του για την ειδική σχετικότητα γράφει: "η εισαγωγή του αιθέρα είναι περιττή διότι δεν χρειαζόμαστε κανένα απόλυτο ακίνητο χώρο που να έχει ειδικές ιδιότητες".

Το κάθε αδρανειακό σύστημα αναφοράς δηλαδή, διέπεται από τους ίδιους νόμους και ένας παρατηρητής σ' αυτό, μπορεί να θεωρεί το σύστημα που βρίσκεται ως "ακίνητο", ενώ η ταχύτητα του φωτός είναι σε όλα τα αδρανειακά συστήματα σταθερή. Γι' αυτό και δεν υπάρχει ειδικό, προνομιακό, σύστημα αναφοράς στη φύση.

Η Θεωρία αυτή ονομάστηκε Ειδική Σχετικότητα, για να δείξει ότι ασχολείται με συστήματα αναφοράς που κινούνται το ένα σχετικά ως προς το άλλο (Σχετικότητα)

αλλά δεν θα πρέπει να κινούνται κυκλικά ή με επιταχυνόμενη κίνηση (Ειδική Θεωρία, όχι Γενική).

Όταν δημοσιεύτηκε όμως η θεωρία αυτή στο Γερμανικό περιοδικό *Annalen der Physik* (τόμος 17, 1905), είχε τίτλο "Περί της Ηλεκτροδυναμικής κινουμένων σωμάτων". Γιατί αντίθετα με το Νεύτωνα που υποστήριζε ότι όλοι οι νόμοι της Μηχανικής παραμένουν αναλλοίωτοι σε όλα τα συστήματα, ο Einstein απέδειξε πως όλοι οι νόμοι της Φυσικής, μαζί και η Ηλεκτροδυναμική, παραμένουν αναλλοίωτοι.

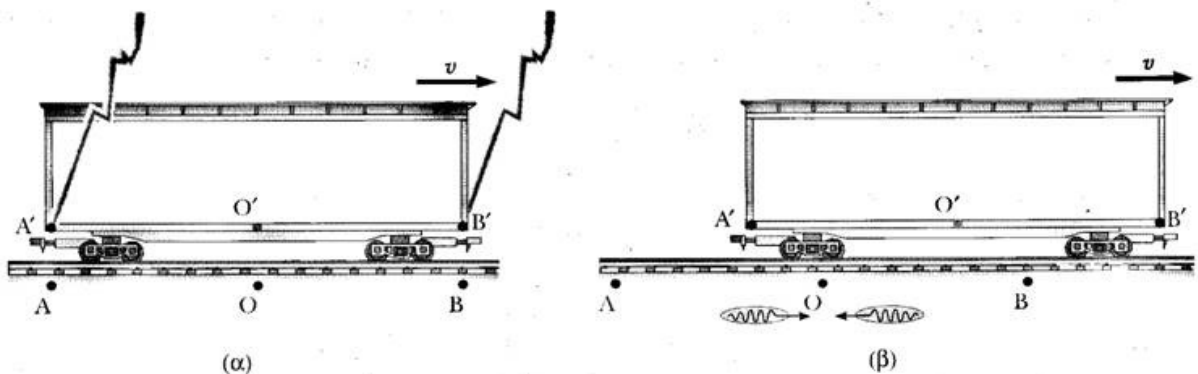
### 10.3 Η σχετικότητα του ταυτοχρονισμού

Μια βασική παραδοχή της νευτώνειας μηχανικής είναι ότι υπάρχει μια παγκόσμια κλίμακα χρόνου η οποία είναι ίδια για όλους τους παρατηρητές. Πράγματι, ο Νεύτων έγραφε ότι «Ο απόλυτος, αληθινός και μαθηματικός χρόνος, από την ίδια του τη φύση, ρέει ομοιόμορφα χωρίς καμιά συσχέτιση με οτιδήποτε το εξωτερικό». Έτσι, ο Νεύτων και οι υποστηρικτές του θεώρησαν το ταυτόχρονο, απλώς, ως δεδομένο. Στην ειδική θεωρία της σχετικότητας, ο Einstein εγκατέλειψε αυτήν την υπόθεση. Σύμφωνα με τον Einstein, οι μετρήσεις, χρονικών διαστημάτων εξαρτώνται από το σύστημα αναφοράς στο οποίο γίνεται η μέτρηση.

Προκειμένου να επεξηγήσει το σημείο αυτό, ο Einstein επινόησε το εξής νοητικό πείραμα. Ένα όχημα κινείται με σταθερή ταχύτητα όταν δύο κεραυνοί χτυπούν τα άκρα του οχήματος, όπως δείχνει το Σχήμα 1α, αφήνοντας σημάδια στο όχημα και στο έδαφος. Έστω σαν  $A'$  και  $B'$  τα σημάδια που αποτυπώνονται στο όχημα και  $A$  και  $B$  τα αντίστοιχα σημάδια που αποτυπώνονται στο έδαφος. Ένας παρατηρητής στο σημείο  $O'$ , ο οποίος κινείται με το όχημα, βρίσκεται στο μέσο της απόστασης μεταξύ των  $A'$  και  $B'$ , ενώ ένας ακίνητος παρατηρητής στο σημείο  $O$  του εδάφους βρίσκεται στο μέσο της απόστασης μεταξύ των  $A$  και  $B$ . Τα συμβάντα που καταγράφονται από τους δύο παρατηρητές είναι τα φωτεινά σήματα που εκπέμπονται από τους κεραυνούς.

Ας υποθέσουμε ότι τα δύο φωτεινά σήματα φθάνουν στον ακίνητο παρατηρητή στο  $O$  την ίδια χρονική στιγμή, όπως φαίνεται στο Σχήμα 1β. Αυτός ο παρατηρητής αντιλαμβάνεται ότι τα φωτεινά σήματα έχουν διανύσει ίσες αποστάσεις με την ίδια ταχύτητα. Έτσι ο παρατηρητής στο σημείο  $O$  ορθά συμπεραίνει ότι τα συμβάντα στα σημεία  $A$  και  $B$  συντελούνται ταυτοχρόνως. Τώρα ας θεωρήσουμε τα ίδια συμβάντα, όπως τα αντιλαμβάνεται ο κινούμενος παρατηρητής στο σημείο  $O'$  του οχήματος. Τη χρονική στιγμή που τα φωτεινά σήματα φθάνουν στον ακίνητο παρατηρητή στο  $O$ , ο παρατηρητής στο  $O'$  έχει μετακινηθεί, όπως φαίνεται στο Σχήμα 1β. Συνεπώς, το

φωτεινό σήμα από το B' έχει ήδη αφιχθεί στο O', ενώ το φωτεινό σήμα από το A' δεν έχει ακόμη φθάσει στο O'.



Σχήμα 1: Δύο κερανοί χτυπούν τα άκρα ενός κινούμενου οχήματος. (α) Τα συμβάντα φαίνονται ότι είναι ταυτόχρονα για τον ακίνητο παρατηρητή στο O, ο οποίος βρίσκεται στο μέσο της απόστασης μεταξύ των A και B. (β) Τα συμβάντα δεν φαίνονται ότι είναι ταυτόχρονα για τον κινούμενο παρατηρητή στο O', ο οποίος υποστηρίζει ότι το πρόσθιο άκρο του οχήματος υφίσταται το χτύπημα του κεραυνού πριν από το οπίσθιο άκρο.

Σύμφωνα με τον Einstein, ο παρατηρητής στο O' πρέπει να παρατηρεί ότι το φως διαδίδεται με την ίδια ταχύτητα που μετριέται και από τον παρατηρητή στο O. Συνεπώς, ο παρατηρητής στο O' συμπεραίνει ότι ο κεραυνός χτυπά το πρόσθιο άκρο του οχήματος προτού χτυπήσει το οπίσθιο άκρο. Αυτό το ιδεατό πείραμα δείχνει σαφώς ότι τα δύο συμβάντα, τα οποία φαίνονται ότι είναι ταυτόχρονα για τον παρατηρητή στο O, δεν φαίνονται να είναι ταυτόχρονα για τον παρατηρητή στο O'. Με άλλα λόγια, δύο συμβάντα τα οποία είναι ταυτόχρονα σε ένα σύστημα αναφοράς, δεν είναι, εν γένει, ταυτόχρονα σε ένα δεύτερο σύστημα που κινείται ως προς το πρώτο. Αυτό σημαίνει ότι ο ταυτοχρονισμός δεν είναι απόλυτη έννοια.

Σ' αυτό το σημείο, ίσως αναρωτηθείτε ποια από τις δύο παρατηρήσεις είναι σωστή σε ό,τι αφορά τα δύο συμβάντα. Η απάντηση είναι ότι και οι δύο είναι σωστές, επειδή η Αρχή της Σχετικότητας αναφέρει ότι δεν υπάρχει κάποιο προνομιακό αδρανειακό σύστημα αναφοράς. Μολονότι οι δύο παρατηρητές καταλήγουν σε διαφορετικά συμπεράσματα, και οι δύο έχουν δίκιο στο δικό τους σύστημα αναφοράς, επειδή η έννοια του ταυτοχρονισμού δεν είναι απόλυτη. Πράγματι, αυτό είναι το κεντρικό σημείο της σχετικότητας – δηλαδή κάθε αδρανειακό σύστημα αναφοράς μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την καταγραφή συμβάντων και τη μελέτη φυσικών φαινομένων. Δεν υπάρχει κάτι το λανθασμένο με τα ρολόγια ή με τα υποδεκάμετρα που χρησιμοποιούνται για την πραγματοποίηση των μετρήσεων. Απλώς τα χρονικά διαστήματα και οι μετρήσεις μήκους εξαρτώνται από τον παρατηρητή. Παρατηρητές σε διαφορετικά αδρανειακά συστήματα αναφοράς θα μετρούν διαφορετικά χρονικά διαστήματα με τα ρολόγια τους και διαφορετικές αποστάσεις με τα υποδεκάμετρά

τους. Ωστόσο, και οι δύο Θα συμφωνούν σε ό,τι αφορά τους νόμους της φυσικής στα αντίστοιχα συστήματα αναφοράς τους, αφού οι νόμοι αυτοί είναι οι ίδιοι για όλους τους αδρανειακούς παρατηρητές. Η σχετικότητα που διέπει τις μετρήσεις χρόνου και αποστάσεων δίνει τη δυνατότητα στους νόμους της φυσικής (συμπεριλαμβανομένων και των εξισώσεων του Maxwell) να είναι ίδιοι για όλους τους παρατηρητές που κινούνται με σταθερή ταχύτητα.

## 10.4 Διαστολή χρόνου

Προκειμένου να δείξουμε ότι ο χρόνος δεν ρέει με τον ίδιο ρυθμό για δύο διαφορετικούς αδρανειακούς παρατηρητές, ας θεωρήσουμε ένα όχημα κινούμενο προς τα δεξιά με ταχύτητα  $u$ , όπως δείχνει το Σχήμα 2α. Στην οροφή του οχήματος είναι στερεωμένο ένα κάτοπτρο και ένας παρατηρητής στο  $O'$ , που βρίσκεται σε ακινησία ως προς το όχημα, κρατάει μια λυχνία φωτεινών παλμών σε απόσταση  $d$  από το κάτοπτρο. Σε κάποια στιγμή, η λυχνία εκπέμπει έναν φωτεινό παλμό. Επειδή ο φωτεινός παλμός έχει ταχύτητα  $c$ , ο χρόνος που απαιτείται ώστε ο παλμός να μεταβεί από τη λυχνία στο κάτοπτρο και να επιστρέψει στη λυχνία μπορεί να βρεθεί από τον ορισμό της ταχύτητας:

$$\Delta t' = \frac{\text{απόσταση που διανύθηκε}}{\text{ταχύτητα}} = \frac{2d}{c}$$

όπου η τονούμενη σημειογραφία δηλώνει ότι ο χρόνος μετρήθηκε από τον παρατηρητή στο σύστημα αναφοράς του κινούμενου οχήματος.

Τώρα, ας εξετάσουμε το ίδιο σύνολο συμβάντων, όπως παρατηρούνται από έναν παρατηρητή που βρίσκεται στο σημείο  $O$  ενός ακίνητου συστήματος αναφοράς (Σχ. 2β). Σύμφωνα με τον παρατηρητή αυτόν, το κάτοπτρο και η λυχνία κινούνται προς τα δεξιά με ταχύτητα  $u$ . Τη στιγμή που το φως από τη λυχνία φθάνει στο κάτοπτρο, το κάτοπτρο θα έχει διανύσει μία απόσταση:

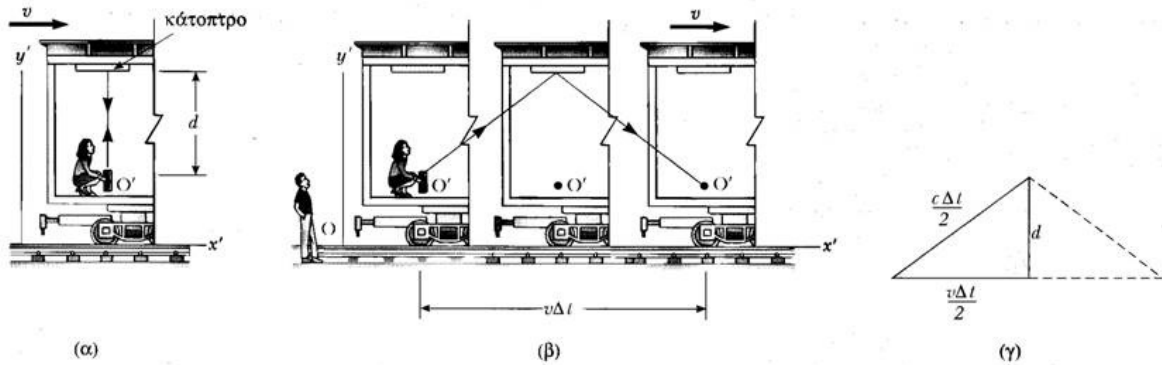
$$u \cdot \frac{\Delta t}{2}$$

όπου  $\Delta t$  είναι ο χρόνος που απαιτείται ώστε ο φωτεινός παλμός να μεταβεί από τη λυχνία στο κάτοπτρο και να επιστρέψει στη λυχνία, όπως μετρείται από τον ακίνητο παρατηρητή που βρίσκεται στο  $O$ . Με άλλα λόγια, λόγω της κίνησης του συστήματος, ο ακίνητος παρατηρητής συμπεραίνει ότι, προκειμένου ο παλμός να



προσπέσει στο κάτοπτρο πρέπει να φύγει από τη λυχνία υπό γωνία ως προς την κατακόρυφη διεύθυνση.

Συγκρίνοντας τα Σχήματα 2α και 2β, βλέπουμε ότι το φως πρέπει να διανύσει μεγαλύτερη απόσταση στο ακίνητο σύστημα από ό,τι στο κινούμενο σύστημα.



Σχήμα 2: (α) Ένα κάτοπτρο είναι στερεωμένο σε ένα κινούμενο όχημα και ένας φωτεινός παλμός εκπέμπεται από το σημείο  $O'$ , το οποίο βρίσκεται σε ηρεμία ως προς το όχημα. (β) Σε σχέση με τον ακίνητο παρατηρητή στο έδαφος, το κάτοπτρο και η πηγή παλμών  $O'$  κινούνται με ταχύτητα  $u$ .

Σημειώστε ότι η απόσταση που διανύει ο παλμός όπως αυτή μετρείται από τον ακίνητο παρατηρητή είναι μεγαλύτερη από  $2d$ . (γ) Το ορθογώνιο τρίγωνο για τον υπολογισμό της σχέσης μεταξύ  $\Delta t$  και  $\Delta t'$

Τώρα, σύμφωνα με τον Einstein, η ταχύτητα του φωτός πρέπει να είναι  $c$  και για τους δύο παρατηρητές. Συνεπώς, προκύπτει ότι το χρονικό διάστημα  $\Delta t$  που μετρείται από έναν παρατηρητή στο ακίνητο σύστημα είναι μεγαλύτερο από το χρονικό διάστημα  $\Delta t'$  που μετρείται από έναν παρατηρητή στο κινούμενο σύστημα. Για να βρούμε τη σχέση μεταξύ των  $\Delta t$  και  $\Delta t'$ , είναι βολικό να χρησιμοποιήσουμε το ορθογώνιο τρίγωνο του Σχήματος 2γ. Η εφαρμογή του πυθαγόρειου Θεωρήματος στο συγκεκριμένο τρίγωνο δίνει:

$$\left(\frac{c \cdot \Delta t}{2}\right)^2 = \left(\frac{u \cdot \Delta t}{2}\right)^2 + d^2$$

Λύνοντας ως προς  $\Delta t$  έχουμε:

$$\Delta t = \frac{2d}{\sqrt{c^2 - u^2}} = \frac{2d}{c\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

Επειδή είναι  $\Delta t' = 2d/c$



μπορούμε να γράψουμε την προηγούμενη εξίσωση ως εξής:

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} = \gamma \cdot \Delta t'$$

$$\text{όπου } \gamma = \left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)^{-1/2}$$

Το αποτέλεσμα αυτό δηλώνει ότι το χρονικό διάστημα που μετρείται από τον παρατηρητή στο ακίνητο σύστημα είναι μεγαλύτερο από εκείνο που μετρείται από τον παρατηρητή στο κινούμενο σύστημα (επειδή το  $\gamma$  είναι πάντοτε μεγαλύτερο από τη μονάδα).

Σύμφωνα με έναν ακίνητο παρατηρητή, ένα κινούμενο ρολόι είναι πιο αργό κατά έναν συντελεστή  $\gamma^{-1}$  από ένα ολόιδιο ακίνητο ρολόι. Το φαινόμενο αυτό είναι γνωστό ως διαστολή του χρόνου.

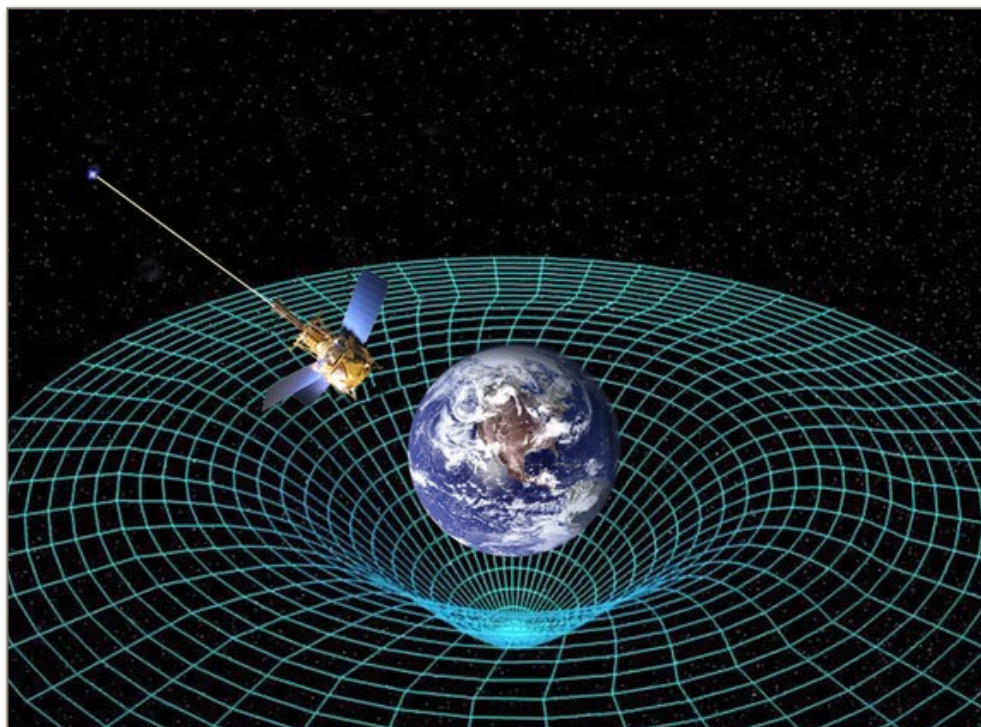
Το χρονικό διάστημα  $\Delta t'$  ονομάζεται ιδιοχρόνος. Γενικά, ιδιοχρόνος ορίζεται το χρονικό διάστημα που μεσολαβεί μεταξύ δύο συμβάντων όταν η μέτρηση γίνεται από έναν παρατηρητή που βλέπει τα γεγονότα να συμβαίνουν στην ίδια θέση. Στην περίπτωσή μας, ο παρατηρητής στο  $O'$  μετράει τον ιδιοχρόνο. δηλαδή, ιδιοχρόνος είναι πάντοτε, ο χρόνος που μετρείται από έναν παρατηρητή ο οποίος κινείται μαζί με το ρολόι.

Είδαμε ότι τα κινούμενα ρολόγια «πάνε πιο αργά» κατά τον συντελεστή  $\gamma^{-1}$ . Αυτό ισχύει και για τα συνήθη μηχανικά ρολόγια, καθώς και για το ρολόι «φωτός» που μόλις περιγράφηκε. Πράγματι, μπορούμε να γενικεύσουμε αυτά τα αποτελέσματα αναφέροντας ότι όλες οι φυσικές διεργασίες, συμπεριλαμβανομένων των χημικών αντιδράσεων και των βιολογικών διεργασιών, επιβραδύνονται σε, σχέση με ένα ακίνητο ρολόι όταν συμβαίνουν σε ένα κινούμενο σύστημα. Παραδείγματος χάριν, ο σφυγμός ενός αστροναύτη που κινείται στο Διάστημα θα πρέπει να προσαρμοστεί με την κλίμακα χρόνου ενός ρολογιού που βρίσκεται μέσα στο διαστημόπλοιο. Το ρολόι του αστροναύτη και ο σφυγμός του επιβραδύνονται σε σχέση με ένα ακίνητο ρολόι. Ο αστροναύτης όμως, προφανώς δεν αντιλαμβάνεται ότι ο ρυθμός ζωής επιβραδύνεται στο διαστημόπλοιο.

Η διαστολή του χρόνου είναι ένα πραγματικό φαινόμενο που έχει επιβεβαιωθεί με διάφορα πειράματα.

## 10.5 Η γενική θεωρία της σχετικότητας

Η γενική σχετικότητα είναι μια θεωρία βαρύτητας που αναπτύχθηκε από τον Einstein την περίοδο 1907 – 1915.



Η ανάπτυξη της γενικής σχετικότητας ξεκίνησε με την αρχή της ισοδυναμίας, σύμφωνα με την οποία οι καταστάσεις επιταχυνόμενης κίνησης και ηρεμίας σε ένα βαρυτικό πεδίο (για παράδειγμα πάνω στην επιφάνεια της Γης) είναι ταυτόσημες.

Το αποτέλεσμα της ιδέας αυτής είναι ότι η ελεύθερη πτώση είναι αδρανειακή κίνηση σε μη ευκλείδειο χώρο: Με άλλα λόγια, ένα αντικείμενο σε ελεύθερη πτώση, πέφτει επειδή αυτός είναι ο τρόπος με τον οποίο τα αντικείμενα κινούνται όταν δεν ασκείται πάνω τους δύναμη, αντί να πέφτει λόγω της δύναμης της βαρύτητας, όπως συμβαίνει στην κλασική μηχανική. Αυτό είναι ασύμβατο με την κλασική μηχανική και την ειδική σχετικότητα, επειδή σε αυτές τις θεωρίες αντικείμενα που κινούνται αδρανειακά δε μπορούν να επιταχύνουν το ένα σε σχέση με το άλλο, αλλά αντικείμενα σε ελεύθερη πτώση κάνουν ακριβώς αυτό. Για να λυθεί η δυσκολία, ο Einstein πρότεινε αρχικά πως ο χωροχρόνος είναι καμπυλωμένος.

Σύμφωνα με τη γενική θεωρία της σχετικότητας:

- Ο χρόνος περνά διαφορετικά σε χαμηλότερα βαρυτικά δυναμικά. Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται βαρυτική διαστολή του χρόνου.
- Οι τροχιές αλλάζουν με τρόπο μη αναμενόμενο από τη θεωρία του Νεύτωνα για τη βαρύτητα.
- Ακόμα και οι ακτίνες του φωτός (όπου τα φωτόνια δεν έχουν μάζα) αλλάζουν πορεία παρουσία ενός βαρυτικού πεδίου.
- Ερμηνεύει η διαστολή του Σύμπαντος, και τα μακρινά μέρη του απομακρύνονται από εμάς σχεδόν με την ταχύτητα του φωτός. Αυτό δεν αντιτίθεται στην ειδική σχετικότητα, καθώς είναι το ίδιο το σύμπαν το οποίο διαστέλλεται.

# 11 | Η ερμηνεία της Κοπεγχάγης και ο Schrödinger

## 11.1 Η ερμηνεία της Κοπεγχάγης

Μπορούμε να διακρίνουμε δύο ερμηνευτικές τάσεις της Κβαντομηχανικής. Η μία ξεκίνησε ως ερμηνεία που συγγενεύει με τον λογικό θετικισμό και εκφράζεται από τη σχολή της Κοπεγχάγης και η άλλη με τον ρεαλισμό που είχε κύριο αρχικό εκφραστή τον Einstein.

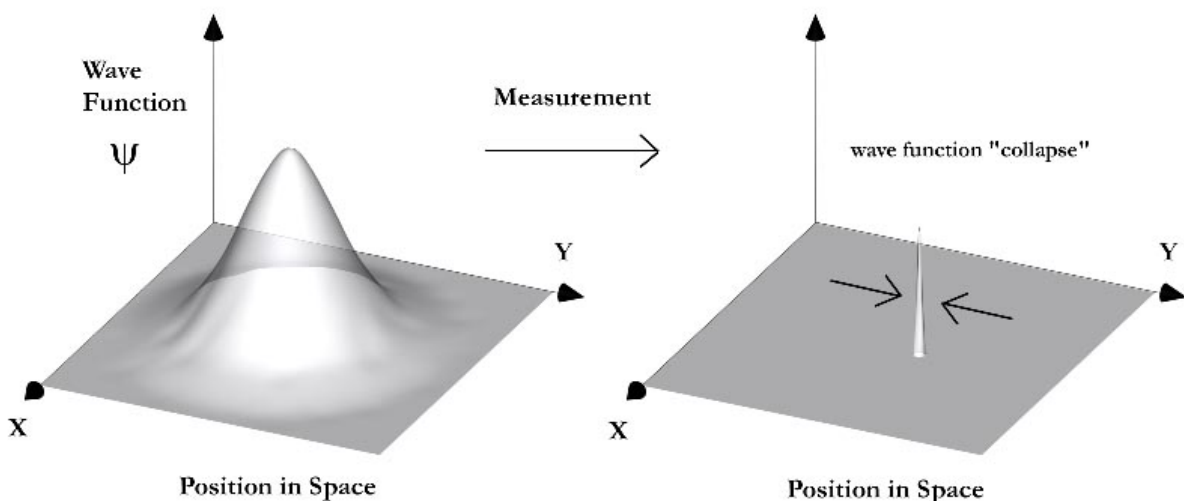
Σήμερα κυρίαρχη τάση θεωρείται η πρώτη, αν και φαίνεται να έχει αποδεσμευτεί από τον θετικισμό. Ο θετικισμός δίνει απόλυτη προτεραιότητα στα αισθητηριακά δεδομένα και στις έννοιες που προκύπτουν από αυτά και όχι στα όντα. Η φιλοσοφία αυτή παρακάμπτει τα ερμηνευτικά και οντολογικά προβλήματα της φυσικής. Έτσι απαλλάσσει την κβαντομηχανική από αυτά τα δύσκολα ερωτήματα ισχυριζόμενη ότι δεν έχουν νόημα. Π.χ. το ερώτημα για τη φύση του ηλεκτρονίου στερείται νοήματος και οι δυσχέρειες κατανόησης που έχουμε προέρχονται από την παραπλανητική μας επιθυμία να «δούμε πίσω» από τα πειραματικά δεδομένα και τις εξισώσεις που τα περιγράφουν.

Η θέση του θετικισμού έχει έναν αντιμεταφυσικό χαρακτήρα. Ο Immanuel Kant (Ιμάνουελ Καντ) είχε δείξει ότι η γνώση που έχουμε για τον κόσμο δεν μπορεί να είναι άμεση, επομένως το ερώτημα για τα πράγματα καθ' εαυτά έχει μεταφυσικό χαρακτήρα. Ο θετικισμός ήταν η αντίδραση απέναντι στη μεταφυσική και τον ιδεαλισμό και γι' αυτό αρνείται οποιαδήποτε οντολογία. Από την άποψη αυτή, μόνο επιφανειακή ομοιότητα υπάρχει μεταξύ του θετικισμού και της σχολής της Κοπεγχάγης. Στον πυρήνα της ερμηνείας της υπάρχει η θέση ότι δεν έχει νόημα να συζητάμε για τη φύση του κβαντωμένου σωματιδίου. Αλλά όχι για λόγους αρχής, όπως στον θετικισμό, αλλά για το λόγο ότι η φύση αυτή δεν μπορεί να προσεγγιστεί με κλασικούς όρους. Η σχολή δεν αρνείται την ύπαρξη κβαντικής φύσης, αλλά θεωρεί ότι οι γνωστικές και λεκτικές δυνατότητες του ανθρώπου δεν επαρκούν για να την περιγράψουν. Απλά μπορούν να πουν κάποια πράγματα για αυτήν. Ο Bohr εισήγαγε την αρχή της συμπληρωματικότητας σύμφωνα με την οποία η φύση του σωματιδίου είναι τέτοια που μπορούμε να την περιγράψουμε με δύο διαφορετικούς αλλά αμοιβαία αποκλειόμενους τρόπους. Ισχυρίστηκε ότι οι δύο τρόποι συνιστούν την οντολογία του σωματιδίου και ότι η περιγραφή αυτή έχει νόημα αποκλειστικά στα πλαίσια του

πειράματος. Το πείραμα είναι αυτό που καθορίζει ποιος από τους δύο τρόπους περιγραφής της κατανόησης του σωματιδίου είναι ο κατάλληλος.

Οι συσκευές μετρούν μεγέθη κλασικής οντολογίας και αυτά τα φυσικά μεγέθη υπολογίζει ο μαθηματικός φορμαλισμός<sup>[9]</sup>. Για παράδειγμα, η ταχύτητα ορίζεται στα πλαίσια των κλασικών περιγραφών. Μπορεί να οριστεί με τον ίδιο τρόπο και στον κβαντικό κόσμο; Ο Bohr λέει όχι ακριβώς αλλά υπάρχει κάποιο κβαντικό μέγεθος που είναι ανάλογο με την ταχύτητα (αρχή της αντιστοιχίας). Αυτό το μέγεθος μπορούμε να το ορίσουμε μόνο σε σχέση με το πείραμα που εκτελούμε. Δηλαδή κάθε σωματίδιο δείχνει διαφορετικό πρόσωπο ανάλογα με αυτό που θέλουμε να μετρήσουμε και με τον τρόπο που το κοιτάμε. Για παράδειγμα, στο πείραμα των δύο σχισμών, αν κοιτάζουμε το ηλεκτρόνιο, αυτό θα συμπεριφερθεί σαν σωματίδιο. Αν δεν το κοιτάζουμε θα συμπεριφερθεί σαν κύμα.

### The Copenhagen Interpretation:



Στην Ερμηνεία της Κοπεγχάγης, μια μέτρηση καταρρέει την κυματοσυνάρτηση (που παρουσιάζεται εδώ ως καμπύλη), σε μια ακίδα σε κάποια θέση και το σωματίδιο που λέγεται ότι υπάρχει σε εκείνο το σημείο και πουθενά αλλού, με ακρίβεια περιορίζεται από την αρχή της αβεβαιότητας του Heisenberg.

Έτσι δεν έχει νόημα να φάχνουμε για την ενιαία φύση του της κβαντικής οντότητας. Η ερμηνεία της Κοπεγχάγης λέει ότι δεν έχει νόημα να συζητάμε για την ερμηνεία της  $\psi$ .

Η αρχή της συμπληρωματικότητας είναι ο οντολογικός πυρήνας της ερμηνείας της Κοπεγχάγης. Είναι ένα βήμα πέραν του θετικισμού αφού μιλά για το «είναι» των σωματιδίων. Αλλά μας αποτρέπει από να ζητούμε πλήρη ερμηνεία. Στην πραγματικότητα αφήνει εκκρεμές ένα καίριο ερώτημα: Η συμπληρωματικότητα είναι

αρχή οντολογικής ή επιστημολογικής φύσης; Μια κβαντική οντότητα είναι είτε κύμα είτε σωματίδιο ή μια κβαντική οντότητα μπορούμε να τη γνωρίσουμε είτε ως κύμα είτε ως σωματίδιο;

## II.2 Η αντίδραση στη Σχολή της Κοπεγχάγης

Ο φορμαλισμός της κβαντομηχανικής ακολουθεί πολλούς διαφορετικούς δρόμους που θεωρούνται ισοδύναμοι μεταξύ τους και οδηγούν στα ίδια αποτελέσματα. Οι περισσότεροι φυσικοί ασχολούνται με τις πρακτικές εφαρμογές του χωρίς να ενδιαφέρονται για το ερμηνευτικό κενό που υπάρχει. Τους ενδιαφέρουν τα φαινόμενα και όχι το τι «κρύβεται» από πίσω τους και τα προκαλεί.



Niels Bohr και Albert Einstein

Σε ένα πρώτο επίπεδο, το οντολογικό ενδιαφέρον αφορά στην απόδοση συγκεκριμένων και σαφώς προσδιορισμένων ιδιοτήτων στην οντότητα (οι οποίες έχουν συγκεκριμένες τιμές). Αυτό για τους περισσότερους φυσικούς εξαντλεί τον οντολογικό ρεαλισμό. Για τους φιλοσόφους όμως το πρόβλημα δεν σταματά εδώ.

Το πρόβλημα μετατίθεται στο τι σημαίνουν αυτές οι τιμές. Π.χ. τι μπορεί να σημαίνει η τιμή της ιδιοστροφορμής ενός ηλεκτρονίου, που εμφανίζει κυματική συμπεριφορά και έχει συγκεκριμένο μήκος κύματος; Ποιο είναι το διαισθητικό νόημα της περιστροφής ενός κύματος γύρω από τον εαυτό του; Αν δεν υπάρχει τέτοιο νόημα, καταλήγουμε στο ότι ένα σωματίδιο είναι απλά μια σειρά από τιμές που αποδίδονται σε μη κατανοητά μεγέθη.

Αυτές οι λεπτές διευκρινίσεις δεν είναι πάντοτε ορατές στα έργα των θεωρητικών φυσικών. Κι αυτό γιατί το δεύτερο μέρος του οντολογικού ερωτήματος αποτελεί μεταφυσικό ερώτημα. Υπάρχουν, λοιπόν, ερμηνείες της κβαντομηχανικής που

θεωρούν ότι λύνουν το ερμηνευτικό πρόβλημα της κβαντομηχανικής, ενώ ασχολούνται αποκλειστικά με το πρώτο επίπεδο, χωρίς να εξηγούν ποια είναι η φυσική σημασία αυτών που ερμηνεύουν. Από την άλλη υπάρχουν ερμηνείες που ασχολούνται και με το δεύτερο αλλά διακηρύσσουν ότι δεν κάνουν οντολογία ή μεταφυσική, λόγω του ότι οι λέξεις αυτές είναι κακόηχες για πολλούς φυσικούς.

Ο θετικισμός διαπραγματεύεται την κβαντομηχανική αποκλειστικά στα όρια της επιστημολογίας και αγνοεί εντελώς το οντολογικό ερώτημα. Η ερμηνεία της Κοπεγχάγης, όπως είπαμε, κάνει ένα άνοιγμα προς το πρώτο επίπεδο οντολογίας με την αρχή της συμπληρωματικότητας και αποδίδει στις πιθανότητες των κβαντικών φαινομένων οντολογικό και όχι επιστημολογικό χαρακτήρα. Παραδέχεται την ύπαρξη οντοτήτων που συνιστούν τον μικρόκοσμο αλλά ασχολείται αποκλειστικά με το πρώτο επίπεδο του οντολογικού ερωτήματος. Και θεωρεί ότι τα σωματίδια έχουν σαφώς ορισμένες ιδιότητες που εξαρτώνται - σε επίπεδο οντολογίας - από τον τρόπο με τον οποίο γίνεται η μέτρηση. Όμως δεν εξετάζει το καθ' αυτό οντολογικό πρόβλημα της φύσης των οντοτήτων και παραμένει στα όρια των πειραμάτων και των μετρήσεων.

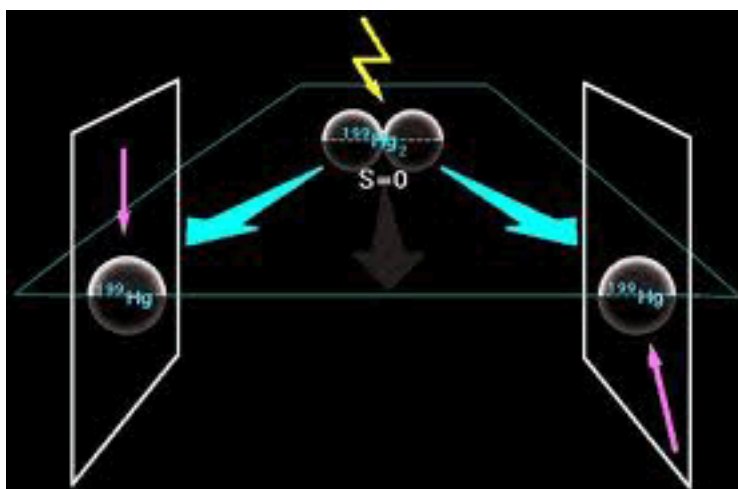
Η ιδέα ότι δεν μπορούμε να μελετήσουμε τα όντα καθ' εαυτά κι ότι τα όντα του μικρόκοσμου έχουν ιδιότητες που εξαρτώνται από την παρατήρηση προκάλεσαν σοβαρές αντιδράσεις. Ο Einstein αντέδρασε πρώτος σε αυτή τη θετικιστική χροιά της ερμηνείας αυτής. Ήταν ρεαλιστής, δηλαδή πίστευε ότι για κάθε φυσικό μέγεθος που προβλέπεται από κάθε θεωρία αντιστοιχεί και κάτι πραγματικό που πρέπει να περιγραφεί με ακρίβεια.

Επομένως αν μια θεωρία δεν μπορεί να μας πει π.χ. τα χαρακτηριστικά του ηλεκτρονίου, αυτό δεν σημαίνει ότι το ηλεκτρόνιο δεν έχει σαφή χαρακτηριστικά, αλλά ότι έχει πρόβλημα η θεωρία.

Για να δείξει λοιπόν την ανεπάρκεια της θεωρίας, παρουσίασε ένα τυπικό νοητικό πείραμα, μαζί με τους Poldosky και Rosen (πείραμα E.P.R.), στο οποίο αποδείκνυε ότι αν η κβαντική θεωρία είναι σωστή, τότε μπορούμε να παράγουμε δύο σωματίδια που να είναι συσχετισμένα μεταξύ τους ώστε να συμβαίνει το εξής: Κάνοντας μια μέτρηση στο ένα από τα δύο συζευγμένα σωματίδια (δηλαδή δύο σωματίδια που έχουν την ίδια κυματοσυνάρτηση), τότε κατά τη μέτρηση του ενός (κατά την οποία μια ιδιότητά του παίρνει συγκεκριμένη τιμή), και στο δεύτερο σωματίδιο η ιδιότητα αυτή αναγκάζεται να πάρει την συγκεκριμένη τιμή. Μάλιστα ο εξαναγκασμός αυτός γίνεται σε χρόνο μηδέν, όσο μεγάλη και να είναι η απόσταση που χωρίζει τα δύο σωματίδια (παραβιάζοντας την αρχή της θεωρίας της σχετικότητας για μέγιστη ταχύτητα  $c$ ). Αν μπορεί να συμβεί αυτό, τότε μπορούμε στο πρώτο μεν σωματίδιο να μετρήσουμε την ορμή του και στο δεύτερο τη θέση του. Έτσι είναι δυνατόν να ξέρουμε και την θέση



και την ορμή και των δύο σωματιδίων ταυτόχρονα, κάτι το οποίο δεν επιτρέπεται από τη θεωρία. Άρα η κβαντική θεωρία είναι λάθος.



Η απάντηση του Bohr ήταν ότι η ύπαρξη ενός σωματιδίου και κατ' επέκταση μιας φυσικής ιδιότητας (όπως η θέση και η ορμή) είναι συνυφασμένη με μια πράξη μέτρησης. Εφ' όσον στο δεύτερο σωματίδιο δεν κάνουμε μέτρηση, το να λέμε ότι η ορμή του ή η θέση του είναι γνωστές, είναι κάτι που δεν έχει νόημα. Γιατί η θέση και η ορμή έχουν νόημα μόνο μέσα από την πράξη της μέτρησης. Στην πραγματικότητα όμως η κατάρριψη του επιχειρήματος του Einstein έγινε το 1982 όταν στο Aspect πραγματοποιήθηκε το περίφημο νοητικό πείραμα. Το πείραμα δικαίωσε πλήρως τις προβλέψεις της κβαντικής θεωρίας και επαληθεύτηκε πολλές φορές.

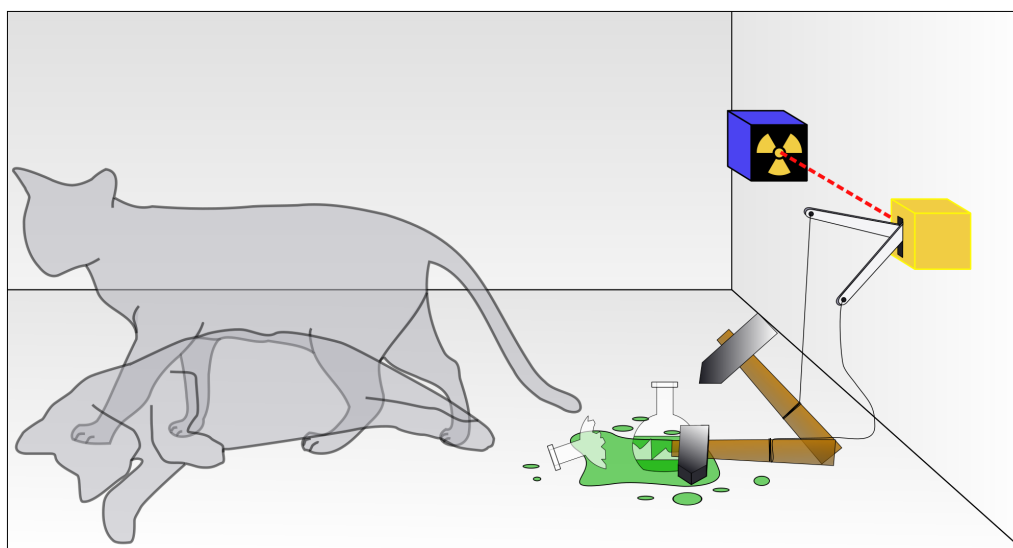
Το 1964 ο Bell απέδειξε το περίφημο θεώρημα του Bell, σύμφωνα με το οποίο για να είναι μια θεωρία τοπική (δηλαδή να μην επιτρέπει δράση από απόσταση και να υπακούει στον ρεαλισμό του Einstein) πρέπει να υπακούει σε μια σειρά ανισοτήτων. Στα κβαντικά φαινόμενα παραβιάζονται αυτές οι ανισότητες κι επομένως η κβαντική θεωρία που τα περιγράφει είναι μη τοπική. Τα πειράματα επιβεβαιώνουν την παραβίαση των ανισοτήτων του Bell. Όλα αυτά φαίνεται πως δείχνουν ότι η κλασική αντίληψη για τα πράγματα δεν μπορεί να εφαρμοστεί στον μικρόκοσμο. Ωστόσο υπήρξαν και θεωρίες που προσπάθησαν να εξαλείψουν τις «παραδοξότητες» και να επαναφέρουν την κλασική αντίληψη.



## 11.3 Γάτα του Schrödinger

Η γάτα του Schrödinger είναι ένα νοητικό πείραμα, που χαρακτηρίζεται και ως παράδοξο. Επινοήθηκε το 1935 και αναπαριστά αυτό που είδε ως το πρόβλημα στην ερμηνεία της Κοπεγχάγης για την κβαντομηχανική στην εφαρμογή της σε καθημερινά αντικείμενα. Το σενάριο παρουσιάζει μια γάτα, η οποία μπορεί να είναι ταυτόχρονα ζωντανή και νεκρή, με την κατάστασή της να συνδέεται με προηγούμενο τυχαίο γεγονός. Το νοητικό πείραμα συναντάται συνήθως σε θεωρητικές συζητήσεις για τις ερμηνείες της κβαντομηχανικής. Κατά την ανάπτυξη αυτού του πειράματος ο Schrödinger επινόησε τον όρο κβαντική διεμπλοκή.

Σύμφωνα με τον Schrödinger κάποιος μπορεί να κατασκευάσει αρκετά γελοίες περιπτώσεις. Μια γάτα κλειδώνεται σε ένα ατσάλινο θάλαμο, μαζί με την εξής διάταξη (η οποία βρίσκεται με ασφάλεια εκτός εμβέλειας της γάτας): σε έναν μετρητή γκάιγκερ υπάρχει μια ελάχιστη ποσότητα ραδιενεργής ουσίας, τόσο μικρής, που κατά τη διάρκεια μιας ώρας ένα από τα άτομα διασπάται, αλλά επίσης ισοπίθανα, ίσως και όχι. Αν συμβεί αυτό ο μετρητής ενεργοποιείται και μέσω ενός διακόπτη (ρελέ) απελευθερώνει ένα σφυρί που σπάει μια μικρή φιάλη με υδροκυάνιο. Αν κάποιος αφήσει αυτό το σύστημα μόνο του για μια ώρα, μπορεί να υποθέσει ότι η γάτα είναι ακόμα ζωντανή, εάν στο μεταξύ δεν έχει διασπαστεί κάποιο άτομο. Η κυματοσυνάρτηση του συστήματος μπορεί να το εκφράσει, αν υπάρχει σε αυτή και η ζωντανή και η νεκρή γάτα αναμεμιγμένες ή διάχυτες εξίσου.



Κλασικά τέτοιες περιπτώσεις απροσδιοριστίας αρχικά περιορισμένες στο ατομικό επίπεδο, μετασχηματίζονται σε μακροσκοπικές απροσδιοριστίες, οι οποίες μπορούν να επιλυθούν με απευθείας παρατήρηση. Αυτό μας εμποδίζει από το να δεχτούμε έτσι αφελώς ένα "θολό μοντέλο" που αναπαριστά την πραγματικότητα. Από μόνο του δεν

συμπεριλαμβάνει τίποτα ασαφές ή αντιφατικό. Υπάρχει διαφορά μεταξύ μιας κουνημένης και "out-of-focus" φωτογραφίας και μεταξύ ενός στιγμιότυπου σύννεφων και ομίχλης.

Το περίφημο νοητικό πείραμα του Schrödinger θέτει το ερώτημα, "πότε ένα κβαντικό σύστημα σταματάει να υπάρχει σε μια κβαντική υπέρθεση καταστάσεων και γίνεται το ένα ή το άλλο;" (Ποιο τεχνικά, πότε μια πραγματικά κβαντική κατάσταση σταματά να είναι γραμμικός συνδυασμός καταστάσεων, που παριστούν διαφορετικές κλασικές καταστάσεις και αντ' αυτού αρχίζει να έχει μοναδική κλασική συμπεριφορά;) Αν η γάτα επιζεί, θυμάται μόνο ότι ήταν ζωντανή. Αλλά επεξηγήσεις του παράδοξου EPR που είναι συνεπείς με την κλασική μικροσκοπική κβαντομηχανική απαιτούν ότι μακροσκοπικά αντικείμενα, όπως οι γάτες και οι φορητοί υπολογιστές, δεν έχουν πάντα μοναδική κλασική περιγραφή. Το νοητικό πείραμα απεικονίζει αυτό το φαινομενικό παράδοξο. Η διαίσθησή μας προστάζει ότι κανένας παρατηρητής δε μπορεί να βρίσκεται σε μίξη καταστάσεων, όμως η γάτα, όπως φαίνεται από το νοητικό πείραμα, μπορεί να είναι αυτή η μίξη. Χρειάζεται η γάτα να γίνει παρατηρητής, ή από μόνη της η ύπαρξη σε μια καλά καθορισμένη κλασική κατάσταση απαιτεί κάποιον εξωτερικό παρατηρητή; Κάθε εναλλακτική λύση φαίνεται παράλογη για τον Einstein, ο οποίος εντυπωσιάστηκε από την ικανότητα του νοητικού πειράματος να τονίζει αυτά τα θέματα. Σε γράμμα του προς τον Schrödinger το 1950, έγραψε:

“Είσαι ο μοναδικός σύγχρονος φυσικός, πέραν του Max von Laue (Μαξ φον Λάουε), ο οποίος μπορεί να δει ότι κάποιος δε μπορεί απλά να προσπεράσει την υπόθεση της πραγματικότητας, αν θέλει είναι ειλικρινής. Οι περισσότεροι δε βλέπουν το επικίνδυνο παιχνίδι που παίζουν με την πραγματικότητα-πραγματικότητα ως κάτι ανεξάρτητο από αυτό που είναι πειραματικά καθιερωμένο. Η ερμηνεία τους, ωστόσο, αντικρούεται τόσο κομφά από το δικό σου σύστημα του ραδιενεργού ατόμου - ενισχυτή - πυρίτιδα - γάτα στο κουτί, στο οποίο η κυματοσυνάρτηση του συστήματος περιέχει και την ζωντανή γάτα και την κομματιασμένη. Κανένας δε μπορεί να αμφιβάλλει ότι η παρουσία ή απουσία της γάτας, είναι κάτι ανεξάρτητο της πράξης του παρατηρητή.”

Αίσθηση προκαλεί το γεγονός ότι η πυρίτιδα δεν αναφέρεται στον μηχανισμό του Schrödinger, ο οποίος χρησιμοποιεί μετρητή Γκάιγκερ ως ενισχυτή και υδροκυάνιο ως πυρίτιδα. Η πυρίτιδα αναφέρθηκε στην αρχική υπόθεση του Schrödinger 15 χρόνια νωρίτερα και προφανώς ο Αϊνστάιν το συνέχισε στην τωρινή συζήτηση.

## 11.4 Θεωρίες κατάρρευσης

Το κεντρικό πρόβλημα που επιχειρούν να αντιμετωπίσουν οι θεωρίες κατάρρευσης (Collapse theories) είναι το πρόβλημα της κβαντικής μέτρησης. Υποστηρίζουν ότι δεν υπάρχουν καθαρά κβαντικές καταστάσεις που κάποια στιγμή καταρρέουν, αλλά ότι η κατάρρευση είναι ένα διαρκές φαινόμενο που συμβαίνει με συγκεκριμένο ρυθμό στη μονάδα του χρόνου και του όγκου. Π.χ. ένα σωματίδιο που όταν είναι σε κβαντική κατάσταση δεν είναι σαφώς εντοπισμένο, έχει την αυθόρμητη τάση να χάσει την κβαντική του κατάσταση και να μεταπέσει σε μια σαφώς εντοπισμένη, ανεξάρτητα από την ύπαρξη αλληλεπίδρασης. Η τάση αυτή έχει στατιστικό χαρακτήρα, με μια κατανομή πιθανότητας τύπου «καμπάνας». Ο ρυθμός των εντοπισμένων κτυπημάτων (hittings) είναι έτσι καθορισμένος ώστε για ένα μεμονωμένο σωματίδιο η πιθανότητα εντοπισμού να είναι πάρα πολύ μικρή. Αντιθέτως, για ένα μακροσκοπικό σώμα που αποτελείται από τεράστιο αριθμό σωματιδίων, ο ρυθμός αυτός είναι έτσι τέτοιος ώστε πάντα το συντριπτικά μεγαλύτερο ποσοστό από αυτόν τον τεράστιο αριθμό να είναι εντοπισμένο. Γι' αυτό και τα μακροσκοπικά αντικείμενα τα βλέπουμε εντοπισμένα.

## 11.5 Η ερμηνεία του Penrose

Βλέπουμε λοιπόν πόσο δύσκολο είναι το ζήτημα που άνοιξε ο Schrodinger με την περίφημη γάτα του και ότι απαντήσεις που μπορεί να δοθούν δεν είναι απλή υπόθεση. Ας δούμε μία ακόμη ερμηνεία: Ο Penrose υποστηρίζει ότι οι υπερθέσεις διαφορετικών κβαντικών καταστάσεων δεν καταρρέουν λόγω της πράξης της μέτρησης, ή ακόμη και λόγω της αλληλεπίδρασης με το περιβάλλον. Πιστεύει ότι η διαδικασία συμβαίνει ακόμη και σε ένα απομονωμένο σύστημα μέσω μίας φυσικής διεργασίας που συνδέεται με τη φύση του χωροχρόνου. Η κατάρρευση της κυματοσυνάρτησης, κατ' αυτόν, συμβαίνει λόγω των διαφορετικών γεωμετριών του χωροχρόνου σε κάθε κατάσταση της υπέρθεσης. Όταν η διαφορά στις γεωμετρίες γίνει κρίσιμη (όπως όταν το σωματίδιο εμπλακεί με το περιβάλλον του) η υπέρθεση γίνεται ασταθής και καταρρέει σε μία από τις πιθανές καταστάσεις. Ωστόσο κανείς δεν γνωρίζει τις λεπτομέρειες του μηχανισμού κατάρρευσης που προτείνει ο Penrose. Για να γίνει αυτό, θα έπρεπε να διαθέτουμε μία πλήρη θεωρία της κβαντικής βαρύτητας.

## 11.6 Η θεωρία των Πολλαπλών Κόσμων

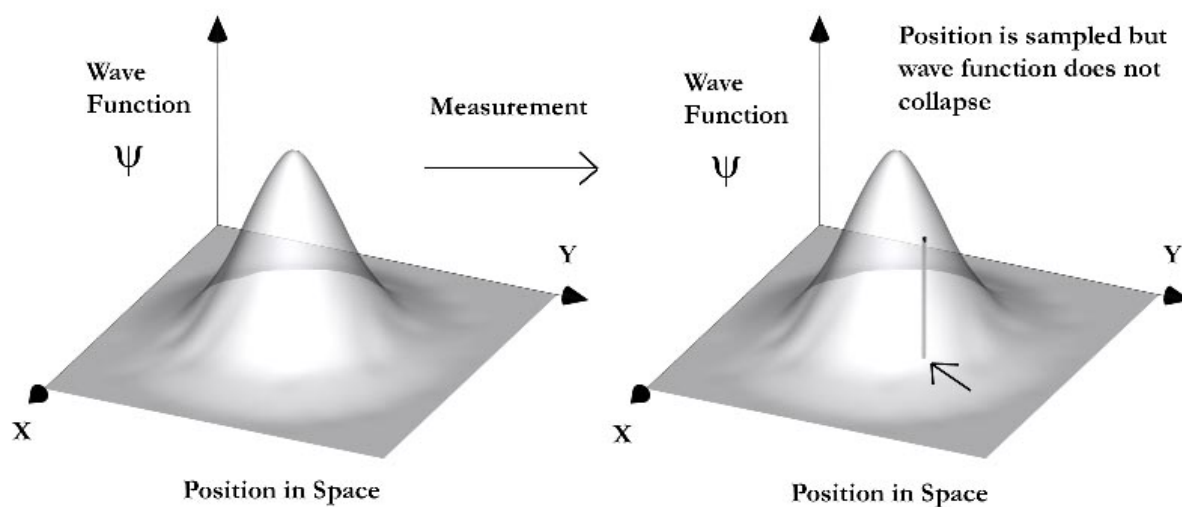
Εκτός από την «ερμηνεία της Κοπεγχάγης», υπάρχει και μια δεύτερη αξιόλογη ερμηνεία της κβαντικής θεωρίας που προτάθηκε από το Hugh Everett (Χιου Έβερρετ) το 1957. Ο Everett, τελειόφοιτος τότε του Πρίνστον, απορούσε πώς κατέρρεαν, σύμφωνα με την ερμηνεία της Κοπεγχάγης, «μαγικά» οι κυματικές συναρτήσεις μετά από κάθε κβαντική μέτρηση ή παρατήρηση και αναζητούσε άλλες εναλλακτικές απαντήσεις. Παροτρυνόμενος από το διάσημο καθηγητή του J. Wheeler να διερευνήσει μια άλλη εναλλακτική ερμηνεία των κβαντικών φαινομένων, κατέληξε στη διατύπωση της Μεταθεωρίας της Σχετικής Κατάστασης ή Θεωρίας της Παγκόσμιας Κυματοσυνάρτησης, η οποία είναι γνωστή σήμερα σαν η Θεωρία των Πολλών Κόσμων.

Η θεωρία των πολλών κόσμων, η οποία ως σημειωθεί είναι μια καθαρά μαθηματική θεωρία, με πολύ δύσκολα μαθηματικά και στηρίζεται σε δυο βασικές υποθέσεις. Η πρώτη είναι ότι η κυματοσυνάρτηση εκτός από το ότι κωδικοποιεί όλες τις πληροφορίες για ένα αντικείμενο, έχει μια αντικειμενική ύπαρξη, ανεξάρτητη από τον παρατηρητή, και ταυτίζεται στη πραγματικότητα με το αντικείμενο. Η δεύτερη είναι ότι η κυματοσυνάρτηση υπακούει στην ίδια πάντα κυματική εξίσωση, ακόμα και στη διάρκεια της παρατήρησης, με τον παρατηρητή να μη παίζει κανένα ιδιαίτερο ρόλο στη θεωρία και να μην προκαλεί επομένως καμιά κατάρρευση της κυματικής συνάρτησης.

Ενώ η ερμηνεία της Κοπεγχάγης προβάλλει την άποψη ότι τίποτα δεν είναι πραγματικό μέχρι να παρατηρηθεί, η θεωρία των Πολλών Κόσμων υποστηρίζει ότι όλα τα κβαντικά ενδεχόμενα είναι πραγματικά και πραγματοποιούνται σε ισάριθμους κόσμους του «υπερχώρου». Με άλλα λόγια κάθε φορά που το σύμπαν αναγκάζεται να επιλέξει ανάμεσα σε ένα πλήθος διαφορετικών ενδεχομένων, τα πραγματοποιεί όλα. Χωρίζεται δηλαδή σε ισάριθμα σύμπαντα με αντίστοιχους παρατηρητές, που παρατηρεί ο καθένας την πραγματοποίηση ενός από αυτά τα ενδεχόμενα, νομίζοντας ότι αυτός είναι που προκάλεσε τη κατάρρευση της κυματικής συνάρτησης σε μια μοναδική κβαντική δυνατότητα. Δεν υπάρχει επομένως ένα μέλλον, αλλά πολλά μέλλοντα, όσα και τα δυνατά ενδεχόμενα. Το τελικό αποτέλεσμα των διακλαδούμενων επιλογών είναι μια άπειρη ακολουθία «παράλληλων» κόσμων που δεν επικοινωνούν μεταξύ τους.

Αν κάθε απόφαση που παίρνουμε επηρεάζει το μέλλον μας, τότε σίγουρα θα πρέπει να υπάρχουν άπειρα μέλλοντα. Αν πεθάνουμε σε ένα ατύχημα, μπορεί ο θάνατός μας να φαίνεται τελεσίδικος, αλλά σύμφωνα με τη θεωρία των πολλών κόσμων σε ένα άλλο κλάδο της πραγματικότητας το ατύχημα δε συνέβη κι εξακολουθούμε να ζούμε.

### The Many Worlds Interpretation:



Μπορεί το δεύτερο παγκόσμιο πόλεμο να φαίνεται στο κόσμο μας ότι τον κέρδισαν οι σύμμαχοι, αλλά σε έναν άλλο παράλληλο, πραγματικό επίσης κόσμο, τον έχουν κερδίσει οι Χιτλερικοί. Παρόλο που ο πυρηνικός πόλεμος αποφεύχθηκε στο κόσμο μας, στη διάρκεια του ψυχρού πολέμου, σε έναν άλλο εναλλακτικό, πραγματικό επίσης κόσμο, αυτός τελικά συνέβη.

Η πραγματοποίηση όλων των δυνατοτήτων μας θυμίζει το σύστημα του Peter D. Ouspensky (Πήτερ Ουσπένσκι) στο βιβλίο του Ένα Νέο Πρότυπο του Σύμπαντος όπου ορίζει ένα εξαδιάστατο χώρο με τρεις χωρικές και τρεις χρονικές διαστάσεις, με το χώρο θεωρούμενο σε μια στερεή σπείρα. Επειδή όμως είμαστε μονοδιάστατα όντα σε σχέση με το χρόνο, τον βλέπουμε και τον αντιλαμβανόμαστε μόνο σε μια γραμμή, σαν αποτελούμενο από το «πριν», το «τώρα» και το «μετά», τη πραγματοποίηση δηλαδή μίας μόνο δυνατότητας κάθε φορά από το σύνολο όλων των δυνατοτήτων που εμπεριέχονται σε μια δεδομένη χωροχρονική στιγμή. Μας διαφεύγει ο παράλληλος κόσμος ή οι παράλληλοι χρόνοι, η πέμπτη διάσταση της «Αιωνιότητας», που αποτελεί την αέναη πραγματοποίηση μιας δυνατότητας και η έκτη διάσταση «της πραγματοποίησης όλων των δυνατοτήτων» σε όλες τις δυνατές χρονικές κατευθύνσεις του τρισδιάστατου σπειροειδούς, στερεού τελικά χρόνου.

Στη κλασική φυσική το μέλλον προσδιορίζεται πλήρως από το παρελθόν κι επομένως δεν μπορεί να υπάρχει σε αυτή καμιά θέση για την ελεύθερη βούληση. Αντίθετα, στους πολλαπλούς εναλλακτικούς κόσμους της κβαντικής φυσικής με τη πραγματοποίηση όλων των ενδεχομένων, υπάρχει αρκετός χώρος για την ελεύθερη βούληση. Σύμφωνα με την ερμηνεία των πολλών κόσμων το μέλλον δεν είναι καθορισμένο, αλλά το παρελθόν είναι. Με τη πράξη της παρατήρησης έχουμε επιλέξει μια πραγματική ιστορία μέσα από τις διάφορες πολλαπλές πραγματικότητες. Αυτό ισχύει για όλη τη διαδρομή μας προς τα πίσω μέχρι τη Μεγάλη Έκρηξη.

Αν θέλουμε να εξηγήσουμε το πείραμα των δύο οπών με τη θεωρία των πολλών κόσμων, θα λέγαμε ότι όταν ένα σωματίδιο, όπως π.χ. το ηλεκτρόνιο, αντιμετωπίζει μια κβαντική επιλογή, να περάσει από την τρύπα Α ή την τρύπα Β, τότε αυτό και ολόκληρο το σύμπαν χωρίζεται σε δυο μέρη. Στο ένα σύμπαν το ηλεκτρόνιο περνά από τη τρύπα Α και στο άλλο από τη τρύπα Β. Σε καθένα τώρα από τα δυο αυτά σύμπαντα υπάρχει ένας παρατηρητής που το βλέπει να περνά από την αντίστοιχη τρύπα. Από κει και πέρα τα δυο αυτά σύμπαντα παραμένουν πλήρως ξεχωριστά, χωρίς να αλληλεπιδρούν μεταξύ τους.

Στο πείραμα του Schrödinger, σύμφωνα τώρα με τη θεωρία των πολλαπλών κόσμων το σύμπαν έχει χωρισθεί σε δυο σύμπαντα στο ένα από τα οποία η γάτα είναι ζωντανή και στο άλλο νεκρή. Τελικά κοιτώντας στο κουτί να δούμε ποιο ακριβώς από τα δυο συμβαίνει, επιλέγουμε, για τους δικούς μας λόγους, να μεταφέρουμε τη συνείδησή μας σε ένα από τα δυο αυτά σύμπαντα. Στο άλλο όμως σύμπαν υπάρχει ένας άλλος εαυτός μας ή αντίγραφό μας που παρατηρεί να πραγματοποιείται το αντίθετο ακριβώς ενδεχόμενο! Κάθε κβαντική μέτρηση ή παρατήρηση διχάζει τον παρατηρητή σε ένα αριθμό αντιγράφων, με κάθε αντίγραφο να παρατηρεί ένα ακριβώς από τα δυνατά αποτελέσματα της μέτρησης και ανίδεο των άλλων αποτελεσμάτων και όλων των άλλων παρατηρητών-αντιγράφων του. Η κυματοσυνάρτηση, αντί να καταρρεύσει τη στιγμή της παρατήρησης, συνεχίζει να αναπτύσσεται με ένα καθαρά ντετερμινιστικό τρόπο, αγκαλιάζοντας όλες τις δυνατές λύσεις. Όλα τα αποτελέσματα υπάρχουν συγχρόνως, αλλά δεν αλληλεπιδρούν περαιτέρω μεταξύ τους, με τον κάθε μοναδικό προηγούμενα κόσμο να έχει διχαστεί σε αμοιβαία μη παρατηρήσιμους, αλλά εξίσου πραγματικούς κόσμους.



Σχετικά με όλα αυτά τα δυνατά αντίγραφα μας στους διάφορους παράλληλους κόσμους προβάλλουν χιλιάδες εύλογα ερωτήματα και δυνατές απαντήσεις. Πρώτα απ' όλα είναι αυτά μέρη του εαυτού μας ή τελείως διαφορετικοί άνθρωποι από μας; Η απάντηση είναι ότι δεν μπορούν να είναι τελείως διαφορετικά άτομα από μας, διότι εάν μηδενίσουμε τα πλάτη των πιθανοτήτων όλων των γειτονικών συμπάντων, οι νόμοι της κβαντικής συμβολής προβλέπουν, όπως παρατηρεί ο φυσικός Michael Gibbs, μια μεγάλη πιθανότητα για σύμπαντα στα οποία το σώμα μας «εκρήγνυται σε μια γιγαντιαία πυρηνική βόμβα». Και συνεχίζει: όλα τα σύμπαντα που σχηματίζουν τα ηλεκτρονικά «νέφη» γύρω από τους πυρήνες του σώματός μου είναι απαραίτητα για να συνεχίσουν να υπάρχουν τα άτομά μου σε μια σταθερή κατάσταση. Έτσι δεν υπάρχει κανένας λογικός τρόπος αυτά τα όντα να μην είναι «εγώ». Και για να είναι αυτά τα σύμπαντα σταθερά, θα υπάρχουν πιθανότατα άλλα σύμπαντα γειτονικά σε αυτά, αλλά όχι γειτονικά σε μένα, που θα τα κρατούν σταθερά.

Η μη σχετικιστική κβαντομηχανική και η θεωρία του κβαντικού πεδίου υποστηρίζουν ότι οι «παράλληλοι» εναλλακτικοί κόσμοι καταλαμβάνουν τον ίδιο χωροχρόνο με μας. Συνήθως αυτοί περιγράφονται να διχάζονται σε άλλες διαστάσεις, ορθογώνιες μεταξύ τους και με το κόσμο μας. Οι διαστάσεις όμως αυτές δεν είναι γνωστές μας χωροχρονικές διαστάσεις, αλλά οι διαστάσεις του μαθηματικού χώρου του Hilbert<sup>[14]</sup>. Το βασικό πάντως ερώτημα είναι γιατί δεν αντιλαμβανόμαστε αυτούς τους κόσμους. Η σύγχρονη θεωρία λέει ότι μπορούμε να ανιχνεύσουμε την παρουσία τους, αλλά είναι αδύνατον να ταξιδέψουμε σε αυτούς ή να επικοινωνήσουμε μαζί τους. Αυτό αντιστοιχεί μαθηματικά στη «γραμμικότητα» της κυματοσυνάρτησης που σημαίνει ότι για δυο δεδομένες λύσεις της, αυτή θα έχει επίσης σα λύση και οποιοδήποτε γραμμικό συνδυασμό τους. Εφόσον κάθε συνιστώσα μιας γραμμικής λύσης εξελίσσεται τελείως αδιάφορα από τη παρουσία ή απουσία των άλλων λύσεων, μπορούμε να συμπεράνουμε ότι κανένα πείραμα στον ένα κόσμο δεν μπορεί να έχει καμιά επίδραση σε ένα πείραμα σε έναν άλλο κόσμο.

Σύμφωνα με την επιστημονική λοιπόν άποψη δεν ισχύουν όσα προβάλλονται στα διάφορα μυθιστορήματα επιστημονικής φαντασίας για διάφορα ταξίδια των ηρώων τους σε κάποιον άλλο παράλληλο κόσμο με το δικό τους ή για μηνύματα που έρχονται από άλλους παράλληλους κόσμους με το δικό μας, όπως έχουν υποστηρίξει μερικοί σχετικά με τη τηλεπάθεια, τα προφητικά όνειρα ή την εξωαισθητηριακή αντίληψη - εκτός και εάν υπάρχει ένας μεταφυσικός ή αποκρυφιστικός τρόπος επικοινωνίας που δεν απαγορεύεται από τις εξισώσεις της θεωρίας.

Παρότι η θεωρία απαγορεύει τη δυνατότητα αντίληψης των άλλων κλάδων των πολλαπλών κόσμων, ο David Deutsch περιγράφει ένα πείραμα στο οποίο ένας παρατηρητής μπορεί να αισθανθεί τον εαυτό του να έχει διχαστεί σε δυο κλάδους που

έχουν συγχωνευθεί στο τωρινό του κλάδο, με την έννοια ότι, παρόλο που θυμάται με ακρίβεια μόνο ένα κλάδο, μπορεί να συμπεράνει εντούτοις ότι «υπήρχαν περισσότερα από ένα αντίγραφα του εαυτού του σε ύπαρξη εκείνο το καιρό και ότι αυτά τα αντίγραφα συγχωνεύθηκαν για να σχηματίσουν το τωρινό εαυτό του».

Η μη δυνατότητα επικοινωνίας των διχαζόμενων παράλληλων κόσμων εξηγεί επίσης γιατί δεν αντιλαμβανόμαστε κανέναν από αυτούς τους διχασμούς. Αυτό συμβαίνει διότι διχαζόμαστε κι εμείς σε μη αλληλεπιδρώντα αντίγραφα μαζί με τον υπόλοιπο κόσμο. Ως προς το γιατί τώρα καταλήγουμε σε αυτό το κόσμο και όχι σε ένα άλλο, η απάντηση δίνεται από τον κβαντικό φυσικό Michael Price ως εξής: έστω ότι έχουμε διχοτομήσει τον εγκέφαλο του Fred (αριστερό και δεξιό ημισφαίριο) και έχουμε μεταμοσχεύσει τα δυο κομμάτια του σε δυο διαφορετικά κλωνοποιημένα σώματα. Ας υποθέσουμε επίσης ότι ο κάθε μισός εγκέφαλος αναγεννάται πλήρως και ας ονομάσουμε τα αντίστοιχα άτομα Αριστερό-Fred και Δεξιό-Fred. Τα δυο αυτά άτομα μπορούν στη συνέχεια να ρωτήσουν γιατί κατέληξαν αντίστοιχα σαν Αριστερός και Δεξιός Fred. Η μόνη δυνατή απάντηση είναι ότι δεν υπάρχει κανένας λόγος. Από την άποψη του Fred αυτή είναι μια υποκειμενικά τυχαία επιλογή. Για το χειρουργό η όλη διαδικασία είναι ντετερμινιστική. Για αμφότερους όμως τους Fred φαίνεται τυχαία. Το ίδιο συμβαίνει και με τους πολλούς κόσμους. Δεν υπήρχε κανένας λόγος «γιατί καταλήξατε σε αυτό το κόσμο από έναν άλλο» - καταλήγετε σε όλους τους κβαντικούς κόσμους. Είναι μια υποκειμενικά τυχαία επιλογή, ένα τεχνούργημα του εγκεφάλου και της συνείδησής σας οι οποίοι διχάζονται μαζί με τον υπόλοιπο κόσμο, που κάνει τις εμπειρίες μας να φαίνονται τυχαίες. Το σύμπαν εκτελεί στη πραγματικότητα αναρίθμητους διχασμούς πάνω μας όλο το χρόνο. Η εμφανής τυχαιότητά του είναι μια συνέπεια του συνεχιζόμενου διχασμού σε αμοιβαία μη παρατηρήσιμους κόσμους.

Έτσι κι αλλιώς, από κάποιο σημείο κι έπειτα, τα σύνορα μεταξύ της φυσικής, της μεταφυσικής και της επιστημονικής φαντασίας φαίνονται να καταρρέουν. Σήμερα όλες οι προσπάθειες των θεωρητικών φυσικών στρέφονται προς την κατεύθυνση μιας ενοποιημένης θεωρίας που θα συνδυάζει την κβαντομηχανική με τη γενική θεωρία της σχετικότητας, δηλαδή το Μικρόκοσμο με το Μακρόκοσμο, και θα εξηγήσει όλα τα γνωστά μέχρι τώρα φαινόμενα, προσφέροντας μια νέα αντίληψη για τα θέματα του χωρόχρονου.

Επειδή καμιά επιστημονική θεωρία πάντως δεν θεωρείται αξιόλογη εάν δεν κάνει μερικές προβλέψεις που να μπορούν να ελεγχθούν και να την επαληθεύσουν κάποια στιγμή ή να την απορρίψουν, η θεωρία των πολλών κόσμων κάνει τρεις βασικές προβλέψεις: για τη γραμμικότητα, τη κβαντική βαρύτητα και τους αντιστρεπτούς κβαντικούς υπολογιστές.



Σε σχέση με τη γραμμικότητα προβλέπει ότι η φυσική είναι αρκετά γραμμική για να εμποδίσει τα ταξίδια ανάμεσα στους παράλληλους κόσμους. Εάν η τεχνολογία περιορίζεται μόνο από το φυσικό νόμο, τότε η γραμμικότητα πρέπει να είναι ακριβής.

Σε σχέση με τη βαρύτητα, προβλέπει ότι αυτή πρέπει να είναι κβαντισμένη και όχι μόνο το καθαρά κλασικό πεδίο φόντου της γενικής θεωρίας της σχετικότητας.

Σε μια δημοσκόπηση ανάμεσα σε 72 εξέχοντες κοσμολόγους και κβαντικούς θεωρητικούς σχετικά με την άποψή τους για τη θεωρία των πολλών κόσμων το 50%, μεταξύ των οποίων οι σημαντικοί φυσικοί Stephen Hawking, Richard Feynman, κ.α. απάντησαν ότι την υποστηρίζουν και ότι τη θεωρούν αληθινή. Το 18% απάντησε ότι την απορρίπτει (ανάμεσά τους και ο διάσημος μαθηματικός Roger Penrose), το 13% ότι μπορεί να είναι αληθινή αλλά δεν έχει ακόμα πειστεί γι' αυτό και το 11% ότι δεν έχει καμιά άποψη υπέρ ή εναντίον της. Γενικότερα η έρευνα έδειξε ότι η θεωρία είναι ιδιαίτερα δημοφιλής στους επιστήμονες που θα μπορούσαν να χαρακτηριστούν σα θεωρητικοί των χορδών ή κβαντικοί κοσμολόγοι. Είναι πάντως λιγότερο δημοφιλής στην ευρύτερη επιστημονική κοινότητα που κατά το πλείστον την αγνοεί.

## 11.7 Η συμβολή του Schrödinger στην αντίδραση προς τη σχολή της Κοπεγχάγης

Μετά τη συνάντησή του με τον Bohr και την αλληλογραφία που ακολούθησε, κάποια στιγμή μεταξύ του 1927 και του 1928, ο Schrödinger εγκατέλειψε τη δημόσια διερεύνηση της αρχικής ερμηνείας του και στράφηκε σε άλλα ζητήματα της κβαντικής και κυματικής μηχανικής. Ωστόσο, το 1935, άρχισε να αμφισβητεί δημόσια τις «ορθόδοξες» απόψεις, και προσπάθησε να τροποποιήσει και να αναβιώσει τις αρχικές ερμηνείες του. Αυτή η αναβίωση συμπίπτει με τη δημοσίευση των Einstein-Podolsky-Rosen (1935), γεγονός που πρέπει να θεωρηθεί κάτι περισσότερο από απλή σύμπτωση αν ληφθεί υπόψη το περιεχόμενο των τριών δημοσιεύσεων του Schrödinger που έγιναν το 1935, μια δημοσίευση που έγινε το 1936 καθώς και την αλληλογραφία ανάμεσα στον Schrödinger και τον Einstein εκείνη την περίοδο.

Η ιδέα ότι δεν μπορούμε να μελετήσουμε τα όντα του μικρόκοσμου καθ' εαυτά κι ότι έχουν ιδιότητες που εξαρτώνται από την παρατήρηση (με την «κατάρρευση της κυματοσυνάρτησης») ήταν ιδιαίτερα ενοχλητική για επιστήμονες όπως οι Schrödinger και Einstein. Ο Einstein ήταν ρεαλιστής και θεωρούσε ότι αν μια θεωρία δεν μπορεί να μας πει π.χ. τα χαρακτηριστικά του ηλεκτρονίου, αυτό δεν σημαίνει ότι το ηλεκτρόνιο δεν έχει σαφή χαρακτηριστικά, αλλά ότι έχει πρόβλημα η θεωρία.

Το 1935 οι Einstein, Podolsky, και Rosen (EPR) παρουσίασαν ένα νοητικό πείραμα βάσει του οποίου υποστήριζαν ότι απέδειξαν πως η κβαντομηχανική δεν είναι πλήρης θεωρία. Βασίστηκε σε έναν φαινομενικά πολύ λογικό ορισμό του τι είναι πραγματικό τον οποίον ο Schrodinger πιθανότατα αποδεχόταν πλήρως, δεδομένης και της σχετικής αλληλογραφίας του με τον Einstein. Με αφορμή την δημοσίευση EPR ο Schrodinger υποκινήθηκε για να γράψει δύο τεχνικά άρθρα και ένα μακροσκελές μη μαθηματικό άρθρο, που εξηγεί λεπτομερώς τις αντιρρήσεις του στην Κοπεγχάγια ερμηνεία. Στο τελευταίο χρησιμοποιεί μερικά από τα αποτελέσματα των δύο πρώτων άρθρων αλλά περιέχει πολλά περισσότερα. Είναι γνωστό ως το άρθρο της γάτας του Schrodinger, παρ' ότι αναφορά στη γάτα του βρίσκεται μόνο σε μια δευτερεύουσα παρατήρηση μιας παραγράφου. Αυτά τα τρία άρθρα εμφανίστηκαν λίγους μήνες μετά από την δημοσίευση EPR.

Το θέμα των δύο τεχνικών άρθρων είναι η έννοια της κβαντικής «συσχέτισης». Αυτός είναι ο όρος που χρησιμοποίησε ο Schrodinger για να περιγράψει την κατάσταση που προκύπτει όταν η κυματική συνάρτηση δύο μη αλληλεπιδρώντων μορίων δεν είναι το αποτέλεσμα των κυματοσυναρτήσεων των δύο χωρισμένων μορίων, αλλά του αθροίσματος των αποτελεσμάτων τους. Το απλούστερο παράδειγμα είναι η singlet κατάσταση δύο σωματιδίων με σπιν 1/2:

$$\psi(1,2) = \frac{1}{\sqrt{2}} (\psi_{+}(1)\psi_{-}(2) - \psi_{-}(1)\psi_{+}(2))$$

Οι δείκτες + και - αναφέρονται στη φορά που έχει η σπιν στο άξονα περιστροφής z. Η μέτρηση του σωματιδίου 1 και η διαπίστωση ότι έχει π.χ. σπιν προς τα επάνω (+) εξασφαλίζει ότι το μόριο 2 θα βρίσκεται σε κατάσταση με σπιν προς τα κάτω (-) μετά τη μέτρηση. Αυτό μπορεί να ελεγχθεί από μια μέτρηση στο μόριο 2. Ενώ αυτά αποτελούν μια φαινομενικά τετριμμένη συνέπεια της διατήρησης της στροφορμής στον άξονα z, δεν είναι τετριμμένα όταν σημειώσει κάποιος τα εξής:

1. ότι ούτε το μόριο 1 ούτε το μόριο 2 δεν ήταν πριν από εκείνη την μέτρηση σε μια κατάσταση καθορισμένου σπιν (+ ή -),
2. ότι η επιλογή του άξονα z κατά μήκος του οποίου η μέτρηση γίνεται είναι απολύτως αυθαίρετη, και
3. ότι τα δύο μόρια και μπορούν να είναι αυθαίρετα μακριά στο χώρο κατά την διάρκεια της μέτρησης.

Σαν να μην έφτανε αυτό, προκύπτουν περιπλοκότερα αποτελέσματα όταν οι πολώσεις περιστροφής κατά τις μετρήσεις στα μόρια 1 και 2 επιλέγονται να έχουν πεπερασμένη γωνία. Τότε παρατηρεί κανείς κβαντικές συσχετίσεις που διαφέρουν από εκείνους που

αναμένονται από τον τοπικό ορισμό της πραγματικότητας τον οποίο υποστήριζε ο Einstein.

Ούτε Schrodinger ούτε ο Einstein δεν ήταν διατεθειμένοι να δεχτούν την κβαντική συσχέτιση. Τα δύο άρθρα του Schrodinger είχαν το στόχο αυτήν την απαράδεκτη, για αυτόν, έννοια. Στα άρθρα έδειξε ότι μπορεί κανείς να κατασκευάσει αρκετά περίπλοκες κυματικές συναρτήσεις, και μπορεί να επινοήσει τέτοιες μετρήσεις, έτσι ώστε μια μέτρηση στο μόριο 1 να αναγκάσει το μόριο 2 (που βρίσκεται σε μια αυθαίρετη απόσταση) για να πάει σε οποιοδήποτε αυθαίρετα επιλεγμένη κατάσταση (μέσα σε φυσικά πλαίσια) με μια πεπερασμένη πιθανότητα. Ο Schrodinger μιλά για αλληλεπίδραση από απόσταση και το θέτει ως εξής: «Είναι μάλλον ανησυχητικό το ότι η θεωρία επιτρέπει να οδηγηθεί ή να κατευθυνθεί ένα σύστημα σε μια άλλη κατάσταση από τον πειραματιστή, παρά το ότι ο πειραματιστής δεν έχει καμία πρόσβαση σε αυτό». Η μη τοπικότητα ήταν απαράδεκτη για τον Schrodinger και απέδωσε αυτήν την «εμπλοκή» στην μη πληρότητα της κβαντικής μηχανικής.

Το φαινόμενο της κβαντικής συσχέτισης βρισκόταν και στη βάση του άρθρου EPR, αλλά ο Schrodinger προχώρησε τις σκέψεις αυτές πολύ πιο μακριά στα δικά του άρθρα. Περιέλαβε αυτό το ζήτημα και στο άρθρο του «Η παρούσα κατάσταση της κβαντικής μηχανικής». Το άρθρο αρχίζει με την παρατήρηση ότι η κβαντική μηχανική υποστηρίζει ότι η αιτιοκρατία είναι αδύνατη κι έτσι (κατά τον Schrodinger) τίθεται το ζήτημα της πραγματικότητας. Δεν μπορούσε να αποδεχθεί ότι η πραγματικότητα μπορεί να μην είναι αιτιοκρατική, τουλάχιστον σε επίπεδο αρχών (όπως συμβαίνει στη στατιστική μηχανική). Επιπλέον, δεδομένου το ότι μόνο ένα κλασικό μέγεθος από δύο συζυγή μεγέθη μπορεί να έχει ακριβή τιμή σε κάποια χρονική στιγμή (π.χ. είτε η θέση  $x$ , είτε η ορμή  $p$ ), αναρωτήθηκε μήπως το άλλο είναι μη πραγματικό. Δεν μπορούσε να δεχτεί την ύπαρξη μιας «θολωμένης πραγματικότητας». Αναρωτιέται: πώς θεωρούμε ότι οι «θολωμένες μεταβλητές» είναι πραγματικές χωρίς η θεωρία να μας λέει τι είναι; Έτσι καταλήγει να υποστηρίζει ότι το «θόλωμα» είναι αδύνατο.

Υποστηρίζει ότι αυτό που περιγράφεται ως θολωμένο πρέπει να αποδοθεί στην πραγματικότητα επειδή έχει μακροσκοπικά απτές επιδράσεις. Παρουσιάζει δύο παραδείγματα: την αποσύνθεση των σωματιδίων  $\alpha$  και την περίφημη γάτα του.

Στην αποσύνθεση των σωματιδίων  $\alpha$  έχουμε ένα σφαιρικό κύμα που προκύπτει από τον πυρήνα (την θολωμένη περιγραφή του σωματιδίου). Αλλά οποιαδήποτε συσκευή ανίχνευσης θα εντοπίζει το σωματίδιο σε ακριβώς ένα σημείο (η κλασική περίπτωση του εντοπισμού ενός σωματιδίου). Δεδομένου ότι το μόριο είναι επομένως πραγματικό, δεν πρέπει να περιγραφεί ως θολωμένο. Γιατί έτσι η κβαντική μηχανική παρέχει μια ανεπαρκή περιγραφή.

Το δεύτερο παράδειγμά του είναι η γνωστή περίπτωση της δολοφονίας μιας γάτας από μια συσκευή που προκαλείται από μια ραδιενεργό αποσύνθεση. Μια ζωντανή γάτα τοποθετείται σε ένα κλειστό κουτί που περιέχει ραδιενεργό υλικό, μαζί με μια φιάλη δηλητηρίου. Στο κουτί υπάρχει μια συσκευή τέτοια ώστε αν η ραδιενεργός αποσύνθεση συμβεί, να σπάσει η φιάλη με το δηλητήριο και να πεθάνει η γάτα. Σύμφωνα με την Κοπεγχάγια ερμηνεία, καμιά από τις δύο δυνατότητες που υπάρχουν για το υλικό (και επομένως και για τη γάτα) δεν είναι πραγματική, αν δεν παρατηρηθεί. Έτσι ατομική αποσύνθεση ούτε έχει συμβεί ούτε δεν έχει συμβεί και η γάτα δεν είναι ούτε νεκρή ούτε ζωντανή, μέχρι να κοιτάξουμε στο εσωτερικό του κουτιού και δούμε τι έγινε. Αυτά κατά τον Schrodinger είναι γελοιότητες κι επομένως συμπεραίνει ότι η Κοπεγχάγια ερμηνεία πρέπει να απορριφτεί. Στη συνέχεια κατηγορεί την Κοπεγχάγια ερμηνεία ότι προσπαθεί να απαντήσει το ζήτημα του «θολώματος» με ένα επιστημολογικό τέχνασμα: Δέχεται μόνο αυτό που είναι άμεσα αισθητό και απαζιώνει τα θέματα οντολογίας που προκύπτουν (ακραίος εμπειρισμός). Ο Schrodinger αντιτέθηκε επίσης στο είδος ολισμού που υπονοήθηκε στην κβαντική μηχανική: Η κβαντική συσχέτιση ως περιγραφή υπονοεί ότι η πλήρης γνώση ολόκληρου του συστήματος δεν αναφέρεται στη γνώση των μερών του, ακόμα και όταν αυτά τα μέρη δεν αλληλεπιδρούν. Ο Schrodinger συμπέρανε ότι η κβαντική συσχέτιση κάνει την περιγραφή με όρους κυματικών συναρτήσεων, ακατάλληλη ως πρότυπο της πραγματικότητας. Επιπλέον, η κυματική συνάρτηση παρουσιάζει μια ασυνέχεια κατά τη διάρκεια των μετρήσεων, ενώ κατά τον Schrodinger η φύση είναι συνεχής.

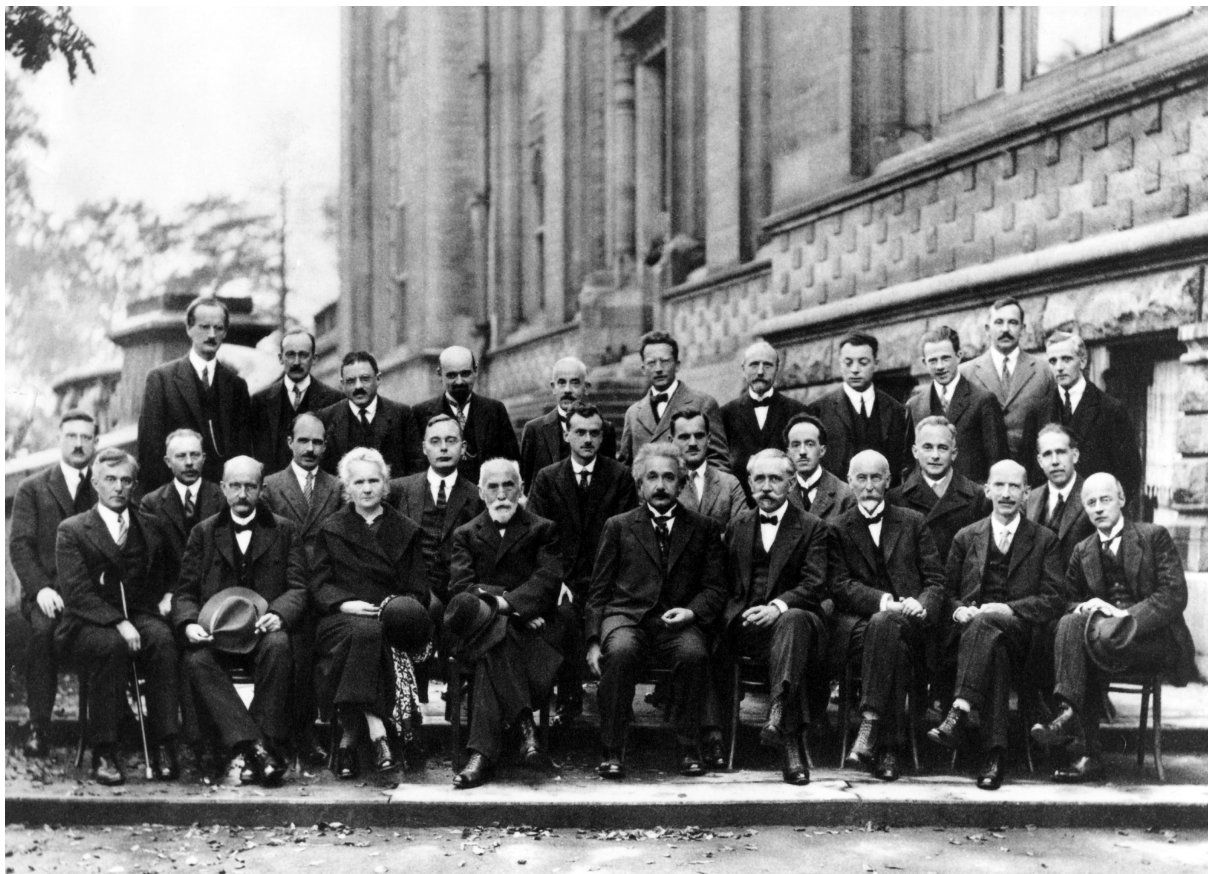
Το συμπέρασμα του Schrodinger από όλη αυτή την κριτική ήταν ότι, παρά τη μεγάλη επιτυχία της, η κβαντική μηχανική πρέπει να θεωρηθεί ως ένα έξυπνο υπολογιστικό εργαλείο παρά ως μια θεμελιώδης θεωρία. Από κει και πέρα, θεώρησε την Κοπεγχάγια ερμηνεία ως μια δικτατορική αυθαιρεσία η οποία εμφανίστηκε σε μια εποχή τρομερής έλλειψης φυσικής μεθοδολογίας.

## II.8 Το Συνέδριο Solvay

Το έτος 1927 έχει ανοίξει ένας διάλογος των Ευρωπαίων φυσικών πάνω στο «αινίγματα», τα σύμφωνα με τον Pauli Quantenrätsels, που παρουσίαζε η νεογέννητη Κβαντομηχανική. Πρωταγωνιστές ήταν ο Niels Bohr, ο Werner Heisenberg και ο Wolfgang Pauli.

Το Πέμπτο Solvay, τον Οκτώβριο του 1927, είχε ως θέμα το «Ηλεκτρόνια και Φωτόνια». Στο Συνέδριο κυριάρχησαν οι έντονες αντιπαραθέσεις μεταξύ του Bohr και

του Einstein σχετικά με την κβαντική θεωρία και ειδικά πάνω στη λεγόμενη "Copenhagener Deutung" (Ερμηνεία της Κοπεγχάγης). Στον διάλογο ήταν αρκετές και οι παρεμβάσεις του 27χρονου Pauli και του 26χρονου Heisenberg οι οποίοι είχαν προσκληθεί σε ένα τέτοιο συνέδριο για πρώτη φορά. Αργότερα ο Heisenberg έγραψε ότι το μόνο που τελικώς ο Einstein παραδέχθηκε για την Ερμηνεία της Κοπεγχάγης ήταν ότι θα μπορούσε να τη θεωρήσει συνεπή και μη αντιφατική.



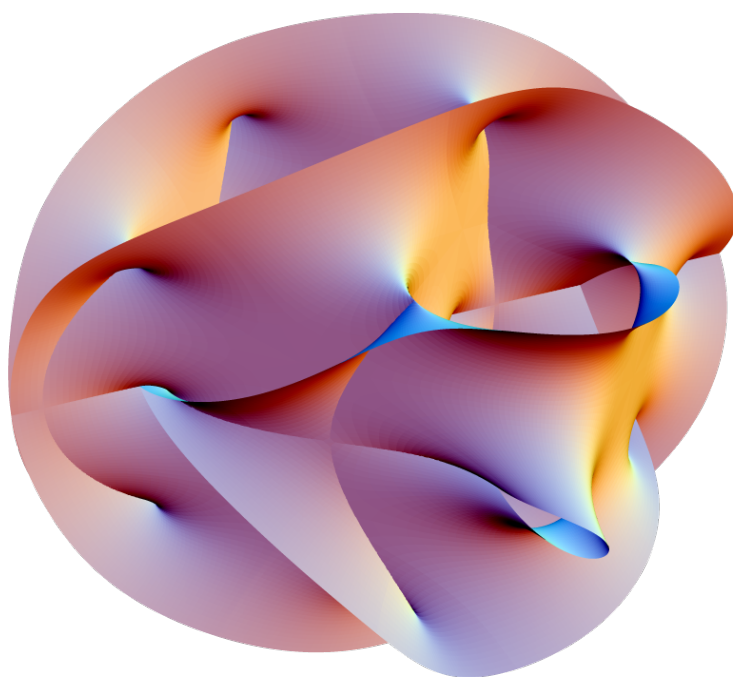
Φωτογραφία από το 5ο Συνέδριο Solvay. Οι εικονιζόμενοι, ανά σειρά, είναι οι εξής:

1. A. Picard - E. Henriot - P. Ehrenfest - Ed. Hersen - Th. De Donder - E. Schrödinger - E. Verschaffelt - W. Pauli - W. Heisenberg - R.H Fowler L. Brillouin
2. P. Debye - M. Knudsen - W.L. Bragg - H.A. Kramers - P.A.M. Dirac - A.H. Compton - L. de Broglie - M. Born - N. Bohr
3. I. Langmuir - M. Planck - Marie Curie - H.A. Lorentz - A. Einstein - P. Langevin - Ch.E. Guye - C.T.R. Wilson - O.W. Richardson

## 12 | Η Θεωρία των Πάντων

### 12.1 Η ασυμβατότητα της σχετικότητας με την κβαντομηχανική

Το όνειρο της ενοποίησης της σχετικότητας και της κβαντομηχανικής σε μία ενιαία θεωρία λέγεται «Θεωρία των Πάντων». Το πρόβλημα σε αυτήν την πορεία έγκειται στο γεγονός ότι από μαθηματική άποψη οι δύο θεωρίες είναι ασυμβίβαστες. Εντούτοις οι επιστήμονες έχουν κάνει προσπάθειες να προσεγγίσουν μια θεωρία που να αγκαλιάζει τόσο τη σχετικότητα όσο και την κβαντομηχανική. Παρακάτω θα δούμε τις δύο σημαντικότερες θεωρίες που διεκδικούν τον τίτλο της «θεωρίας των πάντων».



Για τη γενική θεωρία της σχετικότητας η βαρύτητα δεν είναι μια δύναμη σαν τις άλλες τρεις που γνωρίζουμε (ηλεκτρομαγνητική, ασθενής πυρηνική και ισχυρή πυρηνική δύναμη) αλλά αποτελεί συνέπεια του γεγονότος ότι ο χωροχρόνος είναι καμπυλωμένος λόγω της παρουσίας μάζας.

Η κβαντική θεωρία ερμηνεύει φαινόμενα που εξελίσσονται σε ατομική κλίμακα, τα οποία αδυνατεί να εξηγήσει η κλασική θεωρία. Όταν εξετάζουμε φαινόμενα του μακρόκοσμου η κβαντώση των μεγεθών γίνεται δυσδιάκριτη και τα συμπεράσματα της κβαντικής θεωρίας ταυτίζονται με αυτά της κλασικής. Στην κβαντική θεωρία εισάγει την έννοια του τυχαίου όπου μπορούμε μόνο να αποδώσουμε μια συγκεκριμένη πιθανότητα στο να εξελιχθεί ένα φαινόμενο κατά τον έναν ή τον άλλο τρόπο, σε αντίθεση με τη σχετικότητα η οποία προβλέπει ένα ντετερμινιστικό Σύμπαν.

Η κβαντομηχανική περιγράφει με ακρίβεια όλες τις δυνάμεις εκτός από την βαρύτητα η οποία φαίνεται ότι δεν έχει ρόλο στον μικρόκοσμο. Σε κβαντικό επίπεδο αυτό που εμείς αντιλαμβανόμαστε σαν δύναμη (π.χ. απωστική δύναμη μεταξύ ομόσημων φορτίων) οφείλεται στην ανταλλαγή κάποιων σωματιδίων - φορέων αλληλεπίδρασης τα οποία ονομάζουμε μποζόνια, μεταξύ των σωματιδίων ύλης (φερμιόνια).

Έτσι κάθε δύναμη έχει τα αντίστοιχα μποζόνια. Η ηλεκτρομαγνητική δύναμη έχει το φωτόνιο, η ισχυρή πυρηνική το γκλουόνιο, η ασθενής πυρηνική έχει τα μποζόνια  $W^+$ ,  $W^-$  και  $Z$  με φορτίο  $+e$ ,  $-e$  και  $0$  αντίστοιχα, ενώ ακόμα και για τη βαρύτητα υπάρχει ένα θεωρητικό σωματίδιο (καθώς δεν έχει ακόμα αποδειχθεί πειραματικά η ύπαρξη του) το οποίο μεταφέρει τη βαρύτητα σε κβαντικό επίπεδο. Το σωματίδιο αυτό ονομάζεται βαρυτόνιο. Τα σωματίδια - φορείς αλληλεπίδρασης που ανταλλάσσονται μεταξύ των σωματιδίων της ύλης δεν μπορούν να ανιχνευτούν άμεσα από κάποια πειραματική διάταξη όπως ανιχνεύονται τα σωματίδια ύλης. Για το λόγο αυτό ονομάζονται «δυνάμει» σωματίδια (σε αντίθεση με τα πραγματικά σωματίδια ύλης).

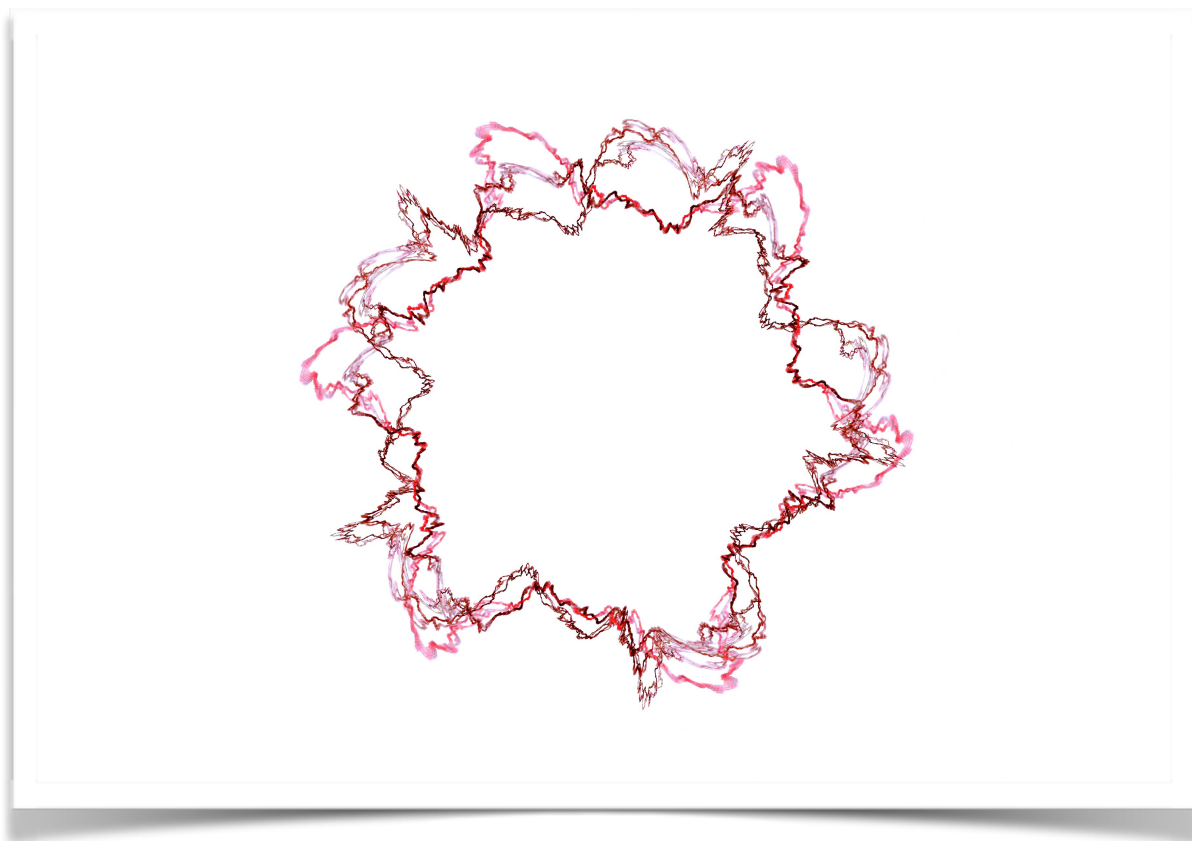
Έχουμε λοιπόν τη γενική σχετικότητα η οποία περιγράφει τη βαρύτητα στο μακρόκοσμο και την κβαντομηχανική η οποία περιγράφει τις τρεις άλλες δυνάμεις στο μικρόκοσμο. Το μεγάλο ερώτημα είναι: Μπορούμε άραγε να ενοποιήσουμε τη γενική σχετικότητα με την κβαντομηχανική; Με αλλά λόγια, μπορούμε να ενοποιήσουμε τη βαρύτητα με τις άλλες τρεις δυνάμεις;

## 12.2 Η θεωρία των χορδών

Η βασικότερη δυσκολία στο να ανακαλύψουμε μια ενοποιημένη θεωρία έγκειται στο ότι η γενική σχετικότητα δεν ενσωματώνει την αρχή της απροσδιοριστίας. Πρέπει λοιπόν να βρούμε έναν τρόπο να συνδυάσουμε τη θεωρία της σχετικότητας με την κβαντομηχανική, να βρούμε δηλαδή μια κβαντική θεωρία της βαρύτητας. Όμως η δημιουργία μιας κβαντικής θεωρίας βαρύτητας αποδεικνύεται ότι είναι πολύ δύσκολο εγχείρημα καθώς η αρχή της απροσδιοριστίας μας λέει ότι ο «κενός» χώρος είναι γεμάτος από ζεύγη «δυνάμει» σωματιδίων και αντισωματιδίων. Αν δεν ίσχυε αυτό

(δηλ. Ο κενός χώρος ήταν απόλυτα κενός) τότε η αρχή της απροσδιοριστίας θα παραβιαζόταν καθώς όλα τα πεδία θα μηδενίζονταν και έτσι θα είχαν μία ακριβής και προσδιορισμένη τιμή (μηδέν) αλλά και προσδιορισμένο ρυθμό μεταβολής (μηδέν).

Προσπαθώντας να συνδυάσουμε άμεσα τη σχετικότητα με την κβαντομηχανική προκύπτουν κάποια αποτελέσματα τα οποία δεν έχουν νόημα. Καταλήγουμε σε μια κβαντική θεωρία της βαρύτητας που προβλέπει ότι κάποια μεγέθη όπως η καμπυλότητα του χωροχρόνου απειρίζονται (ενώ από τις παρατηρήσεις προκύπτει ότι οι τιμές τους είναι πεπερασμένες).



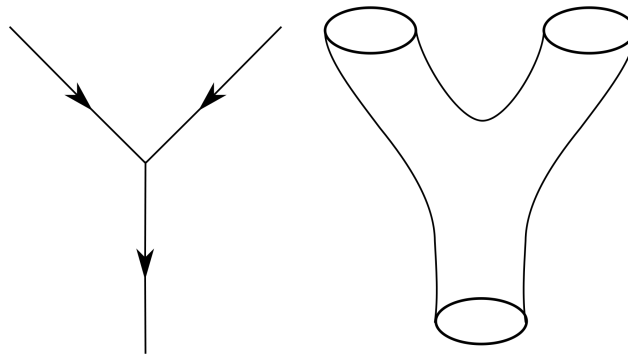
Το 1976 προτάθηκε μία ομάδα θεωριών με το όνομα υπερβαρύτητα που υπόσχονταν να δώσει λύση στο πρόβλημα των απειρισμών. Όμως οι υπολογισμοί για το αν τελικά η υπερβαρύτητα μπορεί όντως να εξαλείψει κάποιους από τους απειρισμούς ήταν τόσο μεγάλοι και δύσκολοι που κανένας δεν αναλάμβανε να τους κάνει.

Τελικά το 1984 οι φυσικοί έστρεψαν την προσοχή τους σ' ένα καινούργιο σύνολο ιδεών που ονομάστηκε «θεωρίες των χορδών». Πριν από τις θεωρίες χορδών οι φυσικοί πίστευαν ότι τα θεμελιώδη δομικά συστατικά της ύλης ήταν απλώς σημεία στο χώρο. Όμως η βασική ιδέα της θεωρίας των χορδών είναι ότι αυτό που μέχρι



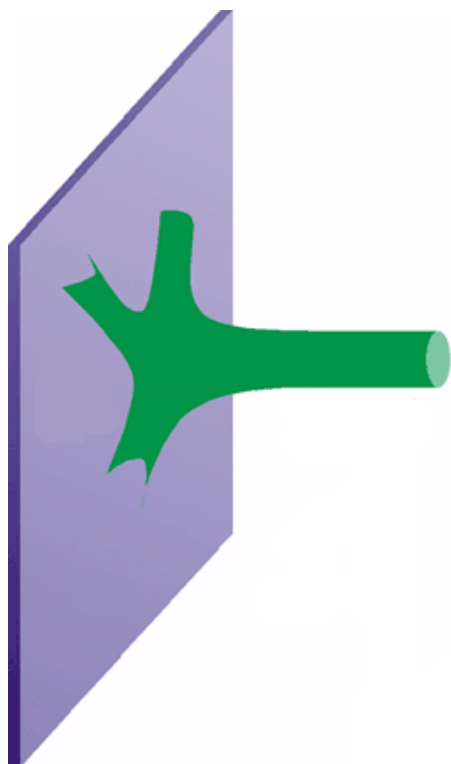
τώρα θεωρούσαμε σημείο στο χώρο, είναι στην πραγματικότητα μία παλλόμενη ίνα ενέργειας που διαθέτει μόνο μήκος (και καμία άλλη διάσταση) και ονομάζεται χορδή. Όπως οι χορδές ενός έγχορδου μουσικού οργάνου πάλλονται με διαφορετικό τρόπο και δημιουργούν τις νότες οι οποίες με τη σειρά τους με κατάλληλους συνδυασμούς φτιάχνουν την μουσική, έτσι και οι «κοσμικές» χορδές ταλαντώνονται με διάφορες συχνότητες φτιάχνοντας όλα τα σωματίδια της ύλης και αυτά συνδυάζονται κατάλληλα ώστε να δημιουργήσουν την ύλη όπως την ξέρουμε.

Οι χορδές μπορεί να έχουν άκρες (ανοικτές χορδές) και να μοιάζουν με σχοινί ή μπορεί να σχηματίζουν βρόχους (κλειστές χορδές) και να μοιάζουν με λαστιχάκι. Γιατί όμως αν τα σωματίδια θεωρούνται χορδές, δεν μπορούμε να τα αντιληφθούμε ως χορδές; Η απάντηση είναι ότι οι χορδές και οι δονήσεις τους είναι τόσο μικροσκοπικές ώστε δεν μπορούν να ανιχνευθούν ακόμα και με τη χρήση της πιο σύγχρονης τεχνολογίας, έτσι φαίνονται σαν μικροσκοπικά σημεία τα οποία δεν έχουν άλλα χαρακτηριστικά. Στη θεωρία των χορδών η ανταλλαγή μποζονίων μεταξύ φερμιονίων αντιστοιχεί σε διαχωρισμό ή ένωση χορδών.



Αριστερά, βλέπουμε τον τρόπο που αλληλεπιδρούν δυο σωματίδια στην καθιερωμένη θεωρία, ενώ δεξιά πως αλληλεπιδρούν στη θεωρία των χορδών.

Στην προσπάθειά τους οι φυσικοί να ενσωματώσουν την βαρύτητα σε μια κβαντική περιγραφή της ύλης, δημιούργησαν πέντε διαφορετικές θεωρίες των χορδών οι οποίες έχουν πολλά κοινά σημεία αλλά διαφέρουν σημαντικά ως προς τη μαθηματική τους δομή. Τελικά αποδείχτηκε ότι αυτό που θεωρούσαμε σαν πέντε διαφορετικές θεωρίες, ήταν στην πραγματικότητα πέντε διαφορετικοί τρόποι θεώρησης του ίδιου πράγματος. Έτσι ενοποιήθηκαν οι θεωρίες των χορδών σε μία θεωρία, τη λεγόμενη Μ-θεωρία. Παρόλο όμως την ενοποίηση της η θεωρία των χορδών υποφέρει από αζεπέραστα προς το παρόν εμπόδια.



Τα άκρα των χορδών - των οποίων οι ταλαντώσεις παράγουν τα γνωστά σωματίδια - είναι πακτωμένα στη βράνη του δικού μας χωροχρόνου.  
Η άλλη άκρη είναι κλειστή (πάνω στη βαρυτική βράνη) όπου συγκεντρώνονται τα βαρυτόνια.

Για να έχουν νόημα οι χορδές απαιτούνται τουλάχιστον 10 χωρικές και 1 χρονική διάσταση (στο σύνολο 11 διαστάσεις) που είναι πολύ δύσκολο να τις ανακαλύψουμε πειραματικά. Αλλά γιατί εμείς αντιλαμβανόμαστε μόνοι τρεις διαστάσεις χώρου και μία χρόνου και τις επιπρόσθετες διαστάσεις (αν υπάρχουν) δεν μπορούμε να τις αντιληφθούμε; Σύμφωνα με τη θεωρία των χορδών οι υπόλοιπες διαστάσεις δεν μοιάζουν με αυτές που ξέρουμε, αλλά είναι καμπυλωμένες (τυλιγμένες) σ' ένα χώρο με πολύ μικρό μέγεθος, έτσι σε μεγαλύτερες κλίμακες δεν βλέπουμε την καμπύλωση του χωροχρόνου ή τις επιπλέον διαστάσεις.

Ένα ακόμα μειονέκτημα της θεωρίας των χορδών και υπερχορδών είναι ότι εισάγουν την έννοια της υπερσυμμετρίας. Η υπερσυμμετρία είναι μια βαθύτερη συμμετρία η οποία συνδέει τα μποζόνια με τα φερμιόνια. Με λίγα λόγια λέει ότι σε κάθε φερμιόνιο αντιστοιχεί ένα υπερσυμμετρικό μποζόνιο και το αντίστροφο. Μέχρις στιγμής δεν έχει ανακαλυφθεί κανένα υπερσυμμετρικό σωματίδιο γιατί πρέπει να είναι πολύ βαρύτερο από τα άλλα σωματίδια και οι επιταχυντές μας δεν είναι τόσο ισχυροί. Όμως ακόμα και αν επιβεβαιωθεί η υπερσυμμετρία αυτό δεν σημαίνει ότι η θεωρία των χορδών είναι σωστή. Απλά, με την επιβεβαίωση ότι όντως υπάρχει η υπερσυμμετρία θα είχαμε μια ισχυρή ένδειξη ότι βρισκόμαστε στον σωστό δρόμο.

Ακόμα, ανακαλύφθηκε ότι μπορεί να υπάρχουν και κάποια άλλα αντικείμενα, τα οποία ονομάζονται μεμβράνες  $n$  διαστάσεων ή αλλιώς  $n$ -βράνες οι οποίες καταλαμβάνουν χώρους δύο ή και περισσότερων διαστάσεων. Υποθέτουμε πως οι ανοιχτές χορδές έχουν τα δύο άκρα τους στερεωμένα στην «επιφάνεια» των βρανών και έτσι δεν μπορούν να μεταπηδήσουν σε άλλες διαστάσεις. Αντίθετα οι κλειστές χορδές επειδή

δεν έχουν ελεύθερα άκρα να πιαστούν, μπορούν και περνάνε σε άλλες διαστάσεις. Αυτό εξηγεί γιατί η βαρύτητα είναι τόσο διαφορετική από τις άλλες δυνάμεις καθώς επίσης και γιατί είναι φαινομενικά τόσο ασθενής συγκριτικά με τις υπόλοιπες. Το βαρυτόνιο μπορεί να θεωρηθεί σαν ένα είδος κλειστής χορδής, οπότε είναι ελεύθερο να περνάει και σε άλλες διαστάσεις μειώνοντας έτσι φαινομενικά την ισχύ της βαρυτικής δύναμης. Γι' αυτό το λόγο είναι και πολύ δύσκολο να το εντοπίσουμε.

Η θεωρία των χορδών δεν έχει μαθηματικές ανωμαλίες αλλά μέχρι στιγμής οι δυνατότητες πειραματικής επαλήθευσης που μας προσφέρει είναι ελάχιστες. Μπορεί να είναι μία από τις υποψήφιες θεωρίες των Πάντων, αλλά αν δεν μπορεί να μας δώσει πειραματικά αποτελέσματα, κανείς δεν πρέπει να την πιστεύει.

### 12.3 Η κβαντική βαρύτητα βρόχων

Εκτός από την θεωρία των χορδών υπάρχει και ένα άλλο πρωτοποριακό σύνολο ιδεών που ανήκει στην οικογένεια της κανονικής κβαντικής βαρύτητας και το οποίο φαίνεται να ενοποιεί τη γενική σχετικότητα με την κβαντομηχανική. Το όνομα της θεωρίας είναι κβαντική βαρύτητα βρόχων ή αλλιώς κβαντική γεωμετρία.

Σε αυτήν, η συγχώνευση της σχετικότητας με την κβαντομηχανική επιτυγχάνεται με την ιδέα ότι ο χώρος αποτελείται από μικρούς κινητούς βρόχους. Έχουμε αναφέρει ότι σύμφωνα με την γενική σχετικότητα η βαρυτική δύναμη οφείλεται στην καμπύλωση του χωροχρόνου. Αν αποδείξουμε ότι δεν μπορούμε να χωρίζουμε επ' άπειρον το χωροχρόνο τότε ο χωροχρόνος (και μαζί με αυτόν η βαρυτική δύναμη) θα είναι κβαντισμένος. Αυτή η υπόθεση αποτελεί τη βασική ιδέα της κβαντικής βαρύτητας βρόχων.

Στη νέα αυτή θεωρία το μήκος, η επιφάνεια και ο όγκος του χώρου δεν μπορούν να έχουν μέγεθος μικρότερο από κάποιες τιμές, οι οποίες προσδιορίζονται από το μήκος Planck, που ισούται περίπου με  $10^{-33}$  εκατοστά. Ενώ κάθε κβάντο χρόνου έχει μέγεθος που αντιστοιχεί στον χρόνο Planck: περίπου  $10^{-43}$  δευτερόλεπτα.

Ο στοιχειώδης όγκος, ένα κβάντο όγκου, έχει μέγεθος της τάξης των  $10^{-99}$  κυβικών εκατοστών. Ένας κύβος ζάχαρης μεγέθους ενός κυβικού εκατοστού περιέχει

περισσότερα κυβικά μήκη Planck απ' όσους τέτοιους κύβους ζάχαρης χωράει ολόκληρο το ορατό σύμπαν. Ή ένα και μόνο πικοδευτερόλεπτο - ίσο με ένα τρισεκατομμυριοστό του δευτερολέπτου - περιέχει περισσότερους χρόνους Planck από το σύνολο των πικοδευτερολέπτων που έχουν περάσει από την απαρχή του σύμπαντος. Δεν είναι, λοιπόν, καθόλου περίεργο το ότι εμείς αντιλαμβανόμαστε το σύμπαν ως συνεχές, παρ' όλο που αυτό μπορεί να είναι κβαντισμένο. Η κβαντική βαρύτητα βρόχων (LQG), δεν απαιτεί παραπάνω ούτε κρυφές διαστάσεις.

Η κλίμακα Planck αποτελεί το όριο της ανθρώπινης γνώσης καθώς πέρα από αυτήν την κλίμακα, έννοιες όπως ο χωροχρόνος και η βαρύτητα καταρρέουν. Με άλλα λόγια περιγράφει μία εποχή αμέσως μετά την Μεγάλη Έκρηξη όπου όλες οι δυνάμεις ήταν ενοποιημένες.

Όμως αυτό δεν σημαίνει ότι ο χώρος απλά αποτελείται από έναν τεράστιο αριθμό μικροσκοπικών κύβων, όπως ένα ψηφιδωτό. Η απάντηση είναι πολύ πιο δύσκολη και αδύνατον να περιγραφεί χωρίς τη χρήση μαθηματικών.

Η κβαντική βαρύτητα βρόχων παρουσιάζει σημαντικά πλεονεκτήματα σε σχέση με τη θεωρία των χορδών. Πρώτον δεν εισάγονται επιπλέον διαστάσεις (εκτός των τεσσάρων γνωστών) ούτε και υπερσυμμετρικά σωματίδια. Οι τέσσερις όμως διαστάσεις δεν είναι συνεχείς αλλά κβαντισμένες. Ακόμα η κβαντική βαρύτητα βρόχων μας έχει απαλλάξει από κάποιους απειρισμούς. Δεύτερον μας δίνει την δυνατότητα πειραματικής επαλήθευσης. Τελικά φαίνεται ότι η κβαντική βαρύτητα βρόχων πληρεί και τις δύο προϋποθέσεις που απαιτούνται για να θεωρηθεί μία θεωρία αξιόπιστη.

Συμπερασματικά για τις δύο θεωρίες πρέπει να πούμε ότι ενώ η θεωρία των χορδών περιγράφει με μεγάλη ακρίβεια την δομή της ύλης, δεν μπορεί να περιγράψει το χώρο στον οποίο εξελίσσονται. Από την άλλη η κβαντική βαρύτητα βρόχων περιγράφει το χώρο αλλά δεν μπορεί να περιγράψει την ύλη. Τελικά μόνο ο χρόνος θα δείξει αν κάποια από τις δύο θεωρίες είναι μία θεωρία των Πάντων.

### 12.3.1 Η γέννηση της κβαντικής βαρύτητας βρόχων

Αρχές τις δεκαετίας 1980 - 1990. Εκείνη την εποχή, ένας μεταδιδακτορικός ερευνητής στο Πανεπιστήμιο του Σικάγου, ο Amitaba Sen, δημοσίευσε δύο εργασίες του, στις οποίες προσπαθούσε να μορφοποιήσει μια κβαντική θεωρία με σημείο εκκίνησης τη θεωρία της βαρύτητας του Αϊνστάιν. Το ιδιαίτερα ενδιαφέρον σημείο της εργασίας του Sen ήταν πως είχε επιτύχει μια διατύπωση της θεωρίας της βαρύτητας του Αϊνστάιν μέσω ενός συστήματος εξισώσεων απλούστερο και πιο καλαίσθητο από το

αρχικό. Παρόλο που ορισμένοι ερευνητές του χώρου έδειξαν ενδιαφέρον για τη διατύπωση μιας κβαντικής θεωρίας της βαρύτητας μέσω των εξισώσεων του Sen, ο μόνος ο οποίος πραγματικά έκανε την προσπάθεια ήταν ο ερευνητής Abhay Ashtekar (Αμπάι Αστεκάρ), ο οποίος σήμερα εργάζεται στο Πολιτειακό Πανεπιστήμιο της Pennsylvania στις ΗΠΑ.

Ο Ashtekar, έχοντας και ο ίδιος ιδιαίτερα καλό μαθηματικό υπόβαθρο, διέκρινε τις δυνατότητες που προσέφερε η προσέγγιση του Sen για μια επαναδιατύπωση της γενικής θεωρίας της σχετικότητας με τρόπο που θα πλησίαζε πολύ τις κβαντικές θεωρίες πεδίων οι οποίες περιέγραφαν με επιτυχία τις άλλες τρεις θεμελιώδεις αλληλεπιδράσεις. Με τον τρόπο αυτό άρχισε να διαμορφώνεται μια θεωρία κβαντικής βαρύτητας σε μορφή εργαλείου το οποίο θα επέτρεπε την εκτέλεση υπολογισμών και την εξαγωγή προβλέψεων για ποσότητες και φυσικά φαινόμενα αλλά και την ίδια τη δομή του χώρου και του χρόνου σε κλίμακες της τάξης μεγέθους του μήκους Planck.

Η θεωρία βρισκόταν ακόμα σε αρχικό στάδιο και χρειάστηκαν αρκετά έτη επίπονης εργασίας αλλά και λαμπρών εμπνεύσεων από μέρους ερευνητών όπως ο Lee Smolin και ο Carlo Rovelli του Μεσογειακού Πανεπιστημίου της Μασσαλίας στη Γαλλία μέχρι να επιτευχθεί μια μορφοποίηση η οποία επέτρεπε τη διατύπωση προβλέψεων. Το κρίσιμο σημείο το οποίο επέτρεψε την περαιτέρω εξέλιξη ήταν η θεώρηση από τους ερευνητές των βρόχων ως τα μόνα στοιχεία της θεωρίας τους τα οποία διαδραμάτιζαν ρόλο στους υπολογισμούς. Μέχρι εκείνη την περίοδο, οι ερευνητές προσπαθούσαν να διαμορφώσουν τη θεωρία κατά την οποία οι φυσικές της μεταβλητές περιελάμβαναν τόσο το βασικό δομικό στοιχείο (τους βρόχους) όσο και την εξάρτηση από το πεδίο γύρω τους. Ουσιαστικά οι επιστήμονες ήταν ακόμα εγκλωβισμένοι στη Βασική ιδέα της ανάγκης περιγραφής της διττής έννοιας του σωματιδίου και της αλληλεπίδρασης, που είχε λειτουργήσει με μεγάλη επιτυχία στην επεξήγηση πληθώρας άλλων φυσικών συστημάτων. Η Βασική συνεισφορά του Rovelli ήταν η διαπίστωση ότι δεν χρειάζεται η περιγραφή των πεδίων καθώς οι φυσικές ιδιότητες των Βρόχων μπορούν, πέρα από την περιγραφή του κβαντισμένου χώρου και χρόνου, να περιγράψουν και τα σωματίδια. Τον μαθηματικό φορμαλισμό για την παραπάνω θεώρηση προσέφερε η προσέγγιση της κβαντικής θεωρίας από τον θεωρητικό φυσικό Chris Isham του Imperial College του Λονδίνου στην Αγγλία και μέντορα του Rovelli.

Σύμφωνα λοιπόν με τη σημερινή διαμόρφωση της κβαντικής βαρύτητας βρόχων, από το κβάντο του χώρου, τον βρόχο, προκύπτουν τα υποατομικά σωματίδια ανάλογα με τον τρόπο με τον οποίο ο βρόχος αυτός είτε περιστρέφεται γύρω από τον εαυτό του παραμορφώνοντας το «βασικό» του σχήμα, είτε αλληλεπιδρά με άλλους Βρόχους. Μέσω της προσέγγισης αυτής, δηλαδή, τα σωματίδια της φύσης αποτελούν

ουσιαστικά «παραμορφώσεις» του Βασικού δομικού στοιχείου του ίδιου του χώρου αλλά και αποτέλεσμα των αλληλεπιδράσεων μεταξύ αυτών. Στο πλαίσιο της μηχανιστικής εικόνας που έχει αναπόφευκτα παγιωθεί από την προσπάθεια αναπαράστασης των υλικών κυρίως σωματιδίων, η παραπάνω εικόνα φαίνεται ιδιαίτερα δυσνόητη. Τη μηχανιστική όμως εικόνα ενός σωματιδίου την έχει ήδη καταστήσει άνευ νοήματος η έλευση της Κβαντομηχανικής. Η παρούσα θεώρηση απλά προωθεί το εγχείρημα ακόμα περισσότερο, ανάγοντας τη φυσική ύπαρξη ενός σωματιδίου στις ιδιότητες οι οποίες το χαρακτηρίζουν χωρίς καμία μηχανιστική αναπαράσταση. Καθώς οι ιδιότητες ενός σωματιδίου προσδιορίζονται από τις αλληλεπιδράσεις του με το περιβάλλον, μια θεωρία που μπορεί να περιγράψει τις αλληλεπιδράσεις του σωματιδίου, έχει ουσιαστικά περιγράψει και το ίδιο.

Η ταυτοποίηση των παραμορφώσεων και των συμπλεγμάτων των βασικών δομικών στοιχείων της θεωρίας με τα σωματίδια της φύσης, δεν ήταν κάτι το οποίο έλαβε χώρα άμεσα ή χωρίς επίπονους υπολογισμούς και θεωρήσεις. Όπως χαρακτηριστικά αναφέρει ο Smolin, ήδη από το 1987 οι ερευνητές στον χώρο ήταν γνώστες των δυνατοτήτων σύμπλεξης των βασικών δομών οι οποίες προβλέπονταν από τον μαθηματικό φορμαλισμό της θεωρίας αλλά δεν είχαν την ευχέρεια συσχετισμού τους με κάποιο φυσικό σύστημα ή οντότητα. Από το 2004 όμως εμφανίζεται στο προσκήνιο της θεωρίας και ο θεωρητικός φυσικός στοιχειωδών σωματιδίων Sundance Bilson - Thomson από το Πανεπιστήμιο της Αδελαΐδας στην Αυστραλία. Ο Bilson - Thomson, στην προσπάθεια του να κατανοήσει καλύτερα τη φύση των θεμελιακών σωματιδίων της σωματιδιακής Φυσικής, ανέσυρε και ανέπτυξε περαιτέρω ορισμένα φυσικά μοντέλα τα οποία είχαν παρουσιαστεί κατά τη διάρκεια της δεκαετίας 1970-1980. Τα μοντέλα αυτά βασίζονταν στην υπόθεση της ύπαρξης βασικότερων φυσικών οντοτήτων από τα σωματίδια τα οποία θεωρούνται θεμελιακά στη σωματιδιακή Φυσική σήμερα, τα πρεόνια. Για την αποφυγή των προβλημάτων τα οποία είχαν οδηγήσει στην απόρριψη των μοντέλων αυτών στο παρελθόν, ο Bilson - Thomson εγκατέλειψε την εικόνα των πρεονίων ως υλικών σωματιδίων και επικεντρώθηκε στον τρόπο αλληλεπίδρασης τους. Η ιδέα του ήταν να προσδιορίσει τη φύση των πρεονίων μέσω των αλληλεπιδράσεων τους. Κεντρικό σημείο στην προσέγγιση αυτή ήταν η υπόθεση πως τα πρεόνια δεν ήταν σημειακά σωματίδια αλλά πως τα χαρακτήριζε μήκος και πλάτος. Η εικόνα την οποία συνέλαβε ο Bilson - Thomson για τα πρεόνια έμοιαζε περισσότερο με αυτή μιας κορδέλας η οποία μπορούσε να αλληλεπιδράσει με άλλη κορδέλα αν τυλισσόταν η μία γύρω από την άλλη. Επιπλέον υπέθεσε πως οι «κορδέλες» αυτές είχαν τη δυνατότητα να στρεβλωθούν με φορά ίδια ή αντίθετη από αυτή των δεικτών του ρολογιού κατά μήκος τους. Κάθε τέτοια στρέβλωση θα προσέδιδε ποσότητα ηλεκτρικού φορτίου ίση με το ένα τρίτο του φορτίου του ηλεκτρονίου στο πρεόνιο και πρόσημο που θα

καθοριζόταν από τη φορά της στρέβλωσης. Με τις παραδοχές αυτές, ο Bilson - Thomson πέτυχε την αντιστοίχιση των υποατομικών σωματιδίων στους συνδυασμούς και τις τοπολογικές ιδιότητες των πρεονίων.

Το απλούστερο πλέγμα από τα πρεόνια - κορδέλες όπως τα οραματίστηκε ο Bilson - Thomson αντιστοιχίζεται με το νετρίνο ηλεκτρονίου. Μέσω κατοπτρικού μετασχηματισμού παράγεται το αντινετρίνο ηλεκτρονίου. Με την πρόσθεση τριών στρεβλώσεων προκύπτει το ηλεκτρόνιο ή το ποζιτρόνιο (ανάλογα με τη φορά των στρεβλώσεων). Με ανάλογο τρόπο μπορούν να αντιστοιχιστούν όλα τα υποατομικά σωματίδια του Πρότυπου Μοντέλου. Πέρα όμως από τη σημειολογική επιτυχία της εργασίας του Bilson - Thomson, παρέμενε το γεγονός ότι ο ίδιος δεν γνώριζε τίποτε για τη φύση των πρεονίων. Μετά τη δημοσίευση ενός σχετικού άρθρου, τα αποτελέσματα του Bilson - Thomson έγιναν γνωστά στον Smolin και γενικότερα στους ερευνητές του χώρου της κβαντικής βαρύτητας βρόχων. Αναπόφευκτα, η πιθανή φύση των πρεονίων ως βρόχων του ίδιου του χωροχρόνου συνδυάστηκε με τη μέθοδο η οποία θα μπορούσε να ερμηνεύσει τον τρόπο με τον οποίο οι βρόχοι παραμορφώνονται και συνδυάζονται για να δημιουργήσουν τις φυσικές οντότητες που οι ερευνητές γνωρίζουν ως υποατομικά σωματίδια.

### 12.3.2 Πλεονεκτήματα και δοκιμή της θεωρίας

Η νέα θεωρία προβλέπει, για παράδειγμα, ότι όσο μεγαλύτερη ενέργεια έχει η ακτινοβολία  $\gamma$ , τόσο γρηγορότερα διασχίζει το διάστημα. Δηλαδή φαίνεται σαν να μην ταξιδεύουν οι ακτίνες με την ίδια ταχύτητα. Αν και η διαφορά αυτή είναι απειροελάχιστη, μπορεί να μετρηθεί με την τεχνολογία που διαθέτουμε σήμερα.

Τον Οκτώβριο του 2007, η NASA εκτόξευσε το δορυφόρο GLAST (Gamma-ray Large Area Space Telescope), ο οποίος θα μελετήσει εκπομπές ακτινοβολίας  $\gamma$  από πηγές που απέχουν δισεκατομμύρια έτη φωτός από εμάς. Οι εκρήξεις από τις πηγές αυτές εκπέμπουν ακτίνες  $\gamma$ <sup>[10]</sup> με διαφορετικά μήκη κύματος (π.χ. κόκκινη και μπλε ακτίνα στο σχήμα). Σύμφωνα με την κβαντική βαρύτητα βρόχων οι δύο ακτίνες θα ταξιδέψουν με ελάχιστα διαφορετικές ταχύτητες αφού κινούνται σε διαφορετικούς δρόμους μέσα στον χωροχρόνο. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα ότι έστω κι αν ξεκινήσουν ταυτόχρονα να μην φτάσουν στο δορυφόρο GLAST ταυτόχρονα. Και καθώς τα φωτόνια από τις βίαιες αυτές ενεργειακές εκρήξεις θα έχουν ταξιδέψει στο σύμπαν για τόσο μεγάλο χρονικό διάστημα, θα πρέπει να υπάρχει μια μετρήσιμη απόκλιση στο χρόνο άφιξης τους, ανάλογα με την ενέργεια τους. Κι αυτό μπορεί να σημαίνει ότι η κβαντική βαρύτητα βρόχων είναι σωστή.

Εκτός όμως από το πείραμα GLAST και το πείραμα AUGER που γίνεται στην Αργεντινή για την έρευνα της κοσμικής ακτινοβολίας, θα βοηθήσει στην πειραματική επαλήθευση της κβαντικής βαρύτητας βρόχων.

Ωστόσο, ορισμένοι επιστήμονες πιστεύουν πως η θεωρία LQG έχει ήδη επαληθευτεί μέσα από παρατηρήσεις των επονομαζόμενων κοσμικών ακτινών. Είναι γνωστό, για παράδειγμα, ότι η Γη βομβαρδίζεται συνεχώς από πρωτόνια, η ενέργεια των οποίων θεωρητικά δε θα έπρεπε να υπερβαίνει ένα συγκεκριμένο όριο, αφού πάνω από αυτό τα πρωτόνια θα αλληλεπιδρούσαν κατά τέτοιο τρόπο με την κοσμική μικροκυματική ακτινοβολία υποβάθρου, που δε θα έφταναν ποτέ στη Γη. Περιέργως, το ιαπωνικό πείραμα AGASA εντόπισε κοσμικές ακτίνες με ενέργεια υψηλότερη από το δεδομένο όριο.

Στο πλαίσιο της Κβαντικής Βαρύτητας Βρόχων, αυτό δεν αποτελεί πρόβλημα, καθώς η κβαντισμένη δομή του χώρου καθιστά εφικτή την αύξηση του ορίου που προαναφέρθηκε, επιτρέποντας έτσι σε υψηλότερης ενέργειας πρωτόνια να φτάσουν στη Γη. Εάν οι παρατηρήσεις του AGASA δε διαψευστούν και εάν δε βρεθεί κάποια εναλλακτική εξήγηση, ίσως πράγματι η ασυνέχεια του χώρου να έχει ήδη επιβεβαιωθεί. Σίγουρα, όμως, εάν ο δορυφόρος GLAST καταφέρει να ανιχνεύσει μια διαφορά στο χρόνο άφιξης των ακτινών  $\gamma$ , θα προσφέρει στη θεωρία Κβαντικής Βαρύτητας Βρόχων ένα πολύ ισχυρό έρεισμα.

## 12.4 Η Θεωρία-M

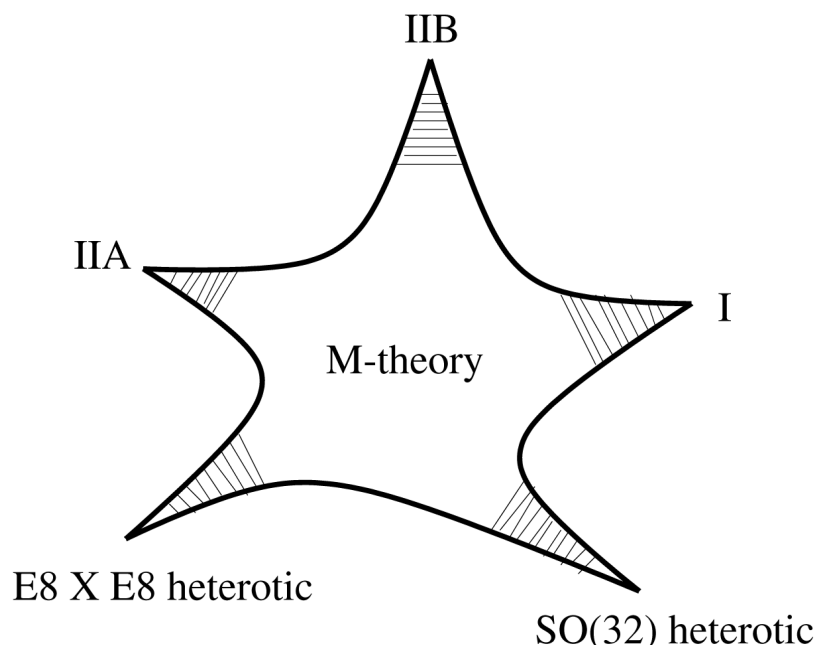
Μέχρι τη δεύτερη επανάσταση των υπερχορδών, οι θεωρίες χορδών αντιμετωπίζονταν σαν να είναι ξεχωριστές ή μια από την άλλη -σαν να είναι κάθε θεωρία και ένας ανεξερεύνητος πλανήτης. Τελικά, αποδείχθηκε ότι οι θεωρίες χορδών είναι άρρηκτα συνδεδεμένες μεταξύ τους και είναι πιο πολύ σαν νησιά του ίδιου πλανήτη παρά σαν διαφορετικοί πλανήτες.

Η ανακάλυψη των δυϊκότητων ήταν όντως, κάτι πολύ μεγάλο, από εκεί που οι θεωρητικοί των χορδών νόμιζαν ότι είχαν να κάνουν με πέντε διαφορετικές θεωρίες των πάντων, ήτοι, με μια θεωρία του τίποτα, συνειδητοποίησαν ότι είχαν να κάνουν με μορφές της ίδιας θεωρίας. Ωστόσο, η μεγαλύτερη πρόοδος που έγινε κατά τη δεύτερη επανάσταση των υπερχορδών, δεν ήταν οι δυϊκότητες αυτών των θεωριών.

Παρομοιάσαμε τις θεωρίες των χορδών με τα νησιά ενός πλανήτη. Αυτός ο πλανήτης, στη προκειμένη περίπτωση, είναι η θεωρία-M. Το M σημαίνει «μυστήριο», «μεμβράνη» ή «μαγεία», ανάλογα με το ποιον θα ρωτήσετε. Όταν αυτή η θεωρία



ολοκληρωθεί, αν επαληθευτεί πειραματικά, θα είναι η θεωρία των πάντων. Ακόμα κι αν οι εξισώσεις της συγκεκριμένης θεωρίας δεν είναι ξεκάθαρες και είναι προσεγγιστικές, η πραγματική δομή της θεωρίας-M είναι άγνωστη ακόμα, αλλά ορισμένα χαρακτηριστικά της ήταν εξ αρχής γνωστά.



Η θεωρία-M προτάθηκε από τον Edward Witten κατά τη δεύτερη επανάσταση των υπερχορδών. Η θεωρία-M ενοποιεί τις θεωρίες των χορδών σε μια ενδέκατη διάσταση, αποτελώντας ένα δίκτυο μέσω του οποίου μπορούμε να μεταπηδάμε από τη μια θεωρία χορδών σε μια άλλη. Ένα από τα κύρια χαρακτηριστικά της είναι ότι, σε αντίθεση με τις θεωρίες χορδών, δεν έχει μόνο χορδές αλλά και μεμβράνες, από τις οποίες μπορούν να δημιουργηθούν σωματίδια. Οι μεμβράνες της θεωρίας-M μπορούν να έχουν από 0 έως 10 διαστάσεις. Μια μονοδιάστατη χορδή είναι μια μονοβράνη, μια δισδιάστατη μεμβράνη είναι μια διβράνη και ούτω καθεξής.

Οι μεμβράνες της θεωρίας-M είναι οι p-βράνες και οι D-βράνες. Οι D-βράνες είναι είδη p-βράνων. Στη θέση του p (ή του D) μπαίνει ο αριθμός των διαστάσεων. Έτσι, μια εννιαδιάστατη p-βράνη είναι μια 9-βράνη, μια τετραδιάστατη D-βράνη είναι μια 4-βράνη κτλ. Οι βράνες αυτές έχουν ιδιότητες, όπως το φορτίο και η έντασή τους, η οποία καθορίζει πόσο εύκολα επηρεάζονται από τις διάφορες κβαντικές διεργασίες και το πόσο εύκολα αλληλεπιδρούν.

Οι βράνες της θεωρίας-M, ήταν αναγκαίες και στις θεωρίες χορδών, αλλά οι φυσικοί πίστευαν πως καθώς θα εξελίσσουν αυτές τις θεωρίες, τα προβλήματα που δημιουργούνται από την ύπαρξη και μόνο χορδών θα διορθωθούν. Παραδείγματος χάριν, οι ανοιχτές χορδές της θεωρίας τύπου I, αποδείχθηκε ότι δεν έχουν άκρες που είναι σαν να κρέμονται, κατά κάποιο τρόπο, στο κενό, αλλά ακουμπάνε κάπου.

Επίσης, μερικά σωματίδια ήταν απλώς αδύνατον να δημιουργηθούν από ταλαντώσεις χορδών -οι ιδιότητές τους ήταν περίπου ίδιες, αλλά όχι ακριβώς.

Οι βράνες λύνουν όλα αυτά τα προβλήματα: οι ανοιχτές χορδές ακουμπούν σε p-βράνες και από τις δύο άκρες τους. Το πόσες διαστάσεις έχουν αυτές δεν έχει ιδιαίτερη σημασία: μπορεί στη μια μεριά να έχουμε μια 0-βράνη ενώ στην άλλη μια 5-βράνη. Επίσης, μια p-βράνη καθώς τυλίγει ένα καμπυλωμένο σημείο του χώρου μπορεί να έχει ως αποτέλεσμα τη δημιουργία ενός σωματιδίου.

Η θεωρία-M, αν και δεν είναι σαφές ακόμα το τι θεωρία είναι, συσχετίζει μεταξύ τους όλες τις θεωρίες χορδών μέσω των δυϊκότητων τους και τις συσχετίζει με τις θεωρίες υπερβαρύτητας. Οι θεωρίες υπερβαρύτητας ήταν προσπάθειες να συνδυαστούν οι αρχές της υπερσυμμετρίας με της γενικής σχετικότητας σε μια κβαντική θεωρία βαρύτητας. Αντιμετωπίστηκαν με σκεπτικισμό από τους φυσικούς και για διάφορους λόγους -ανάμεσά τους και η θεωρία των χορδών- έμειναν στο περιθώριο. Ωστόσο, συσχετίζονται και αυτές με διάφορους τρόπους με τις θεωρίες υπερχορδών.

Όπως η γενική σχετικότητα έτσι και η υπερβαρύτητα μπορούσε να υπάρξει σε οποιονδήποτε αριθμό διαστάσεων, από τέσσερις και πάνω. Οι υπερβαρυτικές θεωρίες που υπόσχονταν πιο πολλά ήταν οι 10διάστατες και οι 11διάστατες. Και ακριβώς όπως στη θεωρία χορδών, έτσι και στην υπερβαρύτητα η υπερσυμμετρία μπορούσε να μπει με πολλούς τρόπους. Έτσι, στις δέκα διαστάσεις υπήρχαν τέσσερις διαφορετικές θεωρίες υπερβαρύτητας. Οι θεωρίες τύπου ΙΑ, ΙΒ και ετεροτική-Ε, όταν περιγράφονται σε ενέργειες αρκετά χαμηλές ώστε οι χορδές να αντικαθίστανται από σημειακά σωματίδια χωρίς να δημιουργούνται ιδιαίτερα προβλήματα, αντιστοιχούν στις τρεις από αυτές. Οι τύπου Ι και η Ετεροτική-Ο στις ίδιες ενέργειες, είναι ακριβώς ίδιες με τη τέταρτη θεωρία 10διάστατης υπερβαρύτητας.

Οι ΙΑ και ετεροτική-Ε όταν είναι ισχυρά συζευγμένες εμφανίζεται μια 11η διάσταση, κάνοντας τις μονοδιάστατες χορδές να μοιάζουν με δισδιάστατες μεμβράνες. Σε χαμηλές ενέργειες μοιάζουν, επίσης, με την υπερβαρύτητα -αυτή τη φορά την 11διάστατη. Η συσχέτιση των θεωριών υπερβαρύτητας με τις θεωρίες χορδών δεν είναι τυχαία: όλες είναι προσεγγίσεις της θεωρίας των πάντων. Τα μόνα πράγματα όμως που είναι ξεκάθαρα για τη θεωρία των πάντων είναι ότι περιλαμβάνει και μεμβράνες και ότι έχει έντεκα διαστάσεις. Γιατί έντεκα;

Καταρχάς, μια εντεκαδιάστατη θεωρία θα μπορούσε να ενοποιήσει τις θεωρίες χορδών. Ύστερα, έντεκα διαστάσεις είναι ο μέγιστος αριθμός διαστάσεων στον οποίο μια θεωρία με βαρυτόνια είναι συνεπής, ενώ είναι ο ελάχιστος που μπορεί να εισάγει τη βαρύτητα σε μια θεωρία που περιλαμβάνει τις συμμετρίες βαθμίδας των άλλων δυνάμεων του καθιερωμένου μοντέλου.

Όπως ακριβώς οι θεωρίες υπερβαρύτητας είναι προσεγγίσεις της θεωρίας χορδών σε χαμηλές ενέργειες, έτσι και οι θεωρίες χορδών είναι προσεγγίσεις της θεωρίας-Μ. Στο «δίκτυο» της θεωρίας-Μ περιλαμβάνεται και μια άλλη θεωρία που ονομάζεται θεωρία-F. Η θεωρία-F αναπτύχθηκε από τον Cumrun Vafa και ουσιαστικά περιγράφει τη θεωρία τύπου ΙΙΒ σε δώδεκα διαστάσεις. Παρόλο που αυτό φαίνεται να κάνει τη θεωρία ακόμα πιο περίπλοκη, στη πραγματικότητα τη κάνει πιο απλή, από μαθηματική άποψη, καθώς ορισμένες δυσκολίες της ΙΙΒ δεν υπάρχουν αν περιγραφεί σε 12 διαστάσεις. Παρόλο που μια τέτοια θεωρία δεν μπορεί να ισχύει, για το λόγο που μόλις είπαμε, είναι και αυτή μια άποψη της θεωρίας-Μ έστω και αν δεν ανταποκρίνεται στο σύμπαν μας.

Θεωρία των Πάντων ή Θεωρία των Θεωριών; Αγνωστο τι θα αποφασίσουν να μας παρουσιάσουν. Η εγκυρότητα μιας θεωρίας κρίνεται από την ακρίβεια των προβλέψεών της για πειραματικά δεδομένα. Αλλά τι πειραματικές προβλέψεις κάνει η θεωρία-Μ; Υπάρχουν διάφοροι τρόποι να επαληθευτεί πειραματικά, αν και -προς το παρόν- κάτι τέτοιο υπερβαίνει τις δυνατότητές μας. Η θεωρία-Μ κάνει πειραματικές προβλέψεις, κυρίως, στα επίπεδα Planck. Υπάρχουν όμως και κάποια πράγματα που σε ένα βαθμό θα την επαλήθευαν και σε λίγο μεγαλύτερες ενέργειες από αυτές που χρησιμοποιούνται στους επιταχυντές σωματιδίων.

Κάτι που θα επιβεβαιώσει, σε ένα βαθμό, τη θεωρία των χορδών (ή τη θεωρία-Μ), θα είναι η ύπαρξη υπερεταίρων. Μια από τις βασικές προϋποθέσεις για να ισχύει η θεωρία χορδών είναι η υπερσυμμετρία, η οποία συσχετίζει τα μποζόνια με τα φερμιόνια. Επειδή δεν φαίνεται τα γνωστά μποζόνια και φερμιόνια να συσχετίζονται μεταξύ τους όπως προβλέπει η υπερσυμμετρία, πιστεύεται ότι έχει σπάσει, με αποτέλεσμα οι υπερεταίροι των διάφορων σωματιδίων να έχουν μάζα χιλιάδες φορές μεγαλύτερη από τα πρωτόνια. Αυτό σημαίνει ότι χρειαζόμαστε αρκετά μεγαλύτερες ενέργειες στους επιταχυντές σωματιδίων για να τα παράγουμε.

## 12.5 Ύλη και Αντιύλη

Κάθε σωματίδιο διαθέτει αναγκαστικά και το αντισωματίδιο του, που στην ουσία είναι το ίδιο σωματίδιο συμπεριφερόμενο διαφορετικά π.χ. όταν ένα σωματίδιο ταξιδεύει και κινείται προς το μέλλον, την ίδια στιγμή το αντισωματίδιο του ταξιδεύει ανάδρομα στο παρελθόν. Που σημαίνει ότι ο θάνατος ακολουθεί τη ζωή, αλλά μπορεί και να προηγείται αυτής.

Ένα αρνητικό φορτίο που ταξιδεύει στο παρελθόν ισοδυναμεί μ' ένα θετικό φορτίο που κινείται προς το μέλλον. Αν καταργούσαμε την τυραννία του χρόνου και ζητούσαμε

την κατάργηση της αιτιοκρατικής σχέσης των γεγονότων, τότε γέννηση και θάνατος θα συνυπήρχαν από την πρώτη κιόλας στιγμή.

Όπως η γέννησή μας αποτελεί την πύλη που οδηγεί στο θάνατο έτσι και ο θάνατος εμπεριέχει ήδη την αναγέννησή μας. Σίγουρα ζαφνιάζει τον μέσο άνθρωπο τον προσκολλημένο στην ύλη η διαπίστωση της κβαντικής θεωρίας ότι το άθροισμα του παντός είναι το μηδέν... από το 1905 γνωρίζουμε ότι ενέργεια και μάζα είναι εναλλάξιμες μορφές. Αν υποθεθεί ότι μια ποσότητα ενέργειας κάπως, κάπου, κάποτε χάνεται, αυτή η απώλεια εξισορροπείται από μια ισοδύναμη ποσότητα μάζας που κερδίζεται, έτσι ώστε το συνολικό άθροισμα να είναι πάντα σταθερό, στο μηδέν. Απλά δηλαδή αλλάζει μορφή.

Το νοητικό πείραμα είναι ένα βοήθημα της σκέψης για να υποστηριχθεί, να αντικρουστεί ή να επεξηγηθεί κάποια θεωρία. Έτσι κατασκευάζεται νοητικά μια κατάσταση που θα ήταν αδύνατον ή πολύ δύσκολο να υπάρξει στην πραγματικότητα, όπως, για παράδειγμα, ένα ταξίδι με την ταχύτητα του φωτός. Η χρήση των νοητικών πειραμάτων στη φιλοσοφία αποτελεί μέρος της μεθοδολογίας που είναι γνωστή ως αναλυτική φιλοσοφία.

Η μέθοδος που κυριαρχεί γενικά στα νοητικά πειράματα διατυπώνεται μέσω της ερώτησης «τι θα συνέβαινε εάν...»

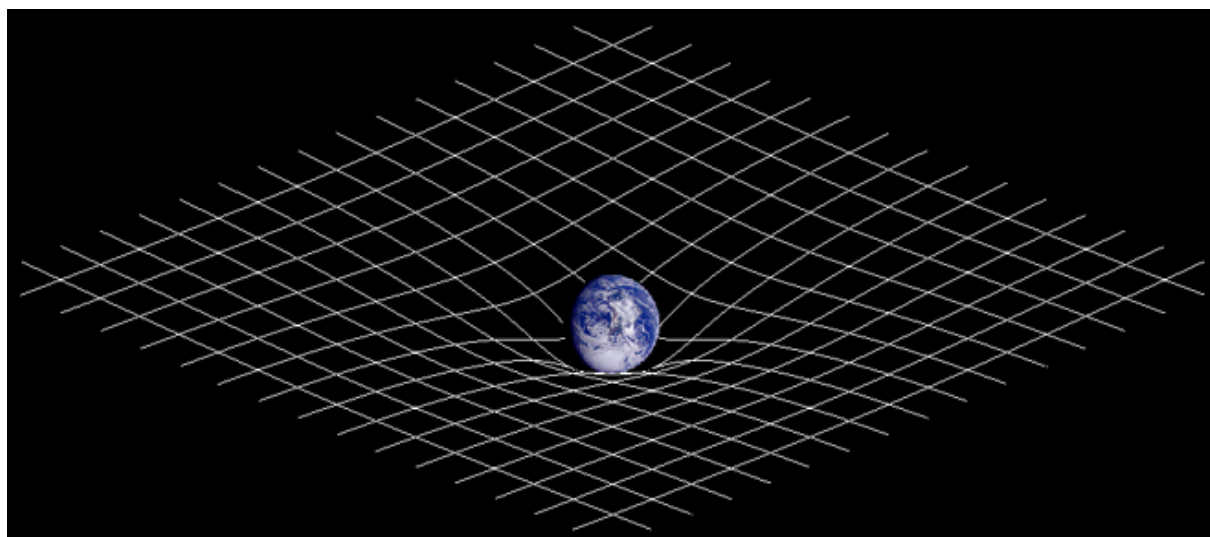
Πρέπει φυσικά να έχουμε πάντα κατά νου ότι ένα νοητικό πείραμα αποτελεί συχνά ένα παράδειγμα και άρα δεν εξηγεί πλήρως την ιδέα από την οποία προκύπτει. Διάσημα νοητικά πειράματα από τον χώρο της φυσικής είναι, μεταξύ άλλων, το καράβι του Γαλιλαίου, ο δαίμονας του Μάξγουελ στη θερμοδυναμική, το παράδοξο των διδύμων του Λανζεβέν στην ειδική θεωρία της σχετικότητας, το παράδοξο του τρένου στην ειδική θεωρία της σχετικότητας, η γάτα του Σρέντιγκερ στην κβαντική μηχανική.

Και στην φιλοσοφία συναντάμε νοητικά πειράματα, για παράδειγμα το παράδοξο του Ζήνωννα, το σπήλαιο του Πλάτωνα, το δαχτυλίδι του Γύγη (επίσης του Πλάτωνα), ο κακός δαίμων του Ρενέ Ντεκάρτ (Καρτέσιος) κλπ κλπ «τι θα συνέβαινε εάν...»

## 13 | Η θεωρία του χωροχρόνου

### 13.1 Ο χωροχρόνος

Στη Φυσική, ο χωροχρόνος ή χωροχρονικό συνεχές είναι το μαθηματικό μοντέλο που ενώνει τον χώρο και τον χρόνο σε μία συνέχεια. Ο χωροχρόνος συνήθως ερμηνεύεται ως συνδυασμός του ευκλείδειου χώρου τριών διαστάσεων με τον χρόνο ως μια επιπρόσθετη διάσταση, οπότε προκύπτει ένα πολύπτυχο μάρφωμα (manifold) τεσσάρων διαστάσεων. Η τέταρτη διάσταση, αυτή του χρόνου, είναι διαφορετική από τις άλλες τρεις που αφορούν μήκος στον ευκλείδειο χώρο.



Σχηματοποιώντας αφαιρετικά τον χώρο σε δύο διαστάσεις (επίπεδο πλέγμα), ο χωροχρόνος μπορεί να αποδοθεί με τρεις.

Η βαρύτητα, που εκφράζεται ως η καμπύλωση του χωροχρόνου, σχηματοποιείται ως παραμόρφωση του χωρικού πλέγματος.

Στην Κλασική μηχανική σε χαμηλές (μη σχετικιστικές) ταχύτητες, η χρήση της ευκλείδειας γεωμετρίας είναι κατάλληλη καθώς ο χρόνος μπορεί να παραλείπεται από τη μαθηματική περιγραφή των υπό εξέταση συστημάτων, αφού είναι ο ίδιος παντού για τα αντικείμενα και τον παρατηρητή. Όταν όμως μελετούμε σχετικιστικές κινήσεις των σωμάτων, όταν δηλαδή έχουμε ταχύτητες που προσεγγίζουν την ταχύτητα του φωτός, τότε ο χρόνος δεν μπορεί να παραλειφθεί από τη μαθηματική περιγραφή και το σημείο στον χώρο ανάγεται πια σε γεγονός στον χωροχρόνο. Όταν μελετούμε σχετικιστικά φαινόμενα, προσπαθώντας να τα κατανοήσουμε με ευκλείδεια γεωμετρία σε χώρο τριών διαστάσεων, ο χρόνος αλλοιώνεται, καθώς παίζει ρόλο η ταχύτητα του σώματος που μελετάται ως προς τον παρατηρητή και η επίδραση της βαρύτητας

φαίνεται να επιβραδύνει το «πέραςμα του χρόνου». Κοιτώντας σε τέσσερις διαστάσεις, απλά λέμε πως ο χωροχρόνος «καμπυλώνει».

Ο χωροχρόνος με τέσσερις διαστάσεις καλύπτει επαρκώς την περιγραφή των βαρυτικών αλληλεπιδράσεων των σωμάτων στο σύμπαν που παρατηρούμε και βιώνουμε. Μια θεωρία που προσπαθεί να ενοποιήσει όλες τις δυνάμεις όμως χρειάζεται περισσότερες διαστάσεις για να περιγράψει ενοποιημένα και τις δυνάμεις πλέον της βαρύτητας, όπως τις δυνάμεις που κυριαρχούν σε υποατομικό επίπεδο. Έτσι, έχουμε για παράδειγμα τη Θεωρία-Μ η οποία προσδίδει στο χωροχρονικό συνεχές 11 διαστάσεις.

Μαθηματικά ο χωροχρόνος είναι μια τοπολογική πολλαπλότητα που αποτελείται από «γεγονότα» που περιγράφονται από ένα είδος συστήματος συντεταγμένων. Για την απόδοσή του απαιτούνται τουλάχιστον τρεις χωρικές διαστάσεις (μήκος, πλάτος, ύψος) και μία χρονική διάσταση (χρόνος). Οι χωρικές διαστάσεις είναι ανεξάρτητες συνιστώσες ενός πλέγματος συντεταγμένων που χρειάζονται για να εντοπιστεί ένα σημείο σε έναν καθορισμένο «χώρο». Για παράδειγμα, το γεωγραφικό μήκος και πλάτος είναι δύο ανεξάρτητες συντεταγμένες που όταν συνδυάζονται καθορίζουν μοναδικά μια θέση στην επιφάνεια ενός πλανήτη σαν τη Γη. Στον χωροχρόνο ένα πλέγμα συντεταγμένων που καταλαμβάνει τις 3+1 διαστάσεις εντοπίζει πλέον γεγονότα, και όχι απλά μόνο σημεία στον χώρο, δηλαδή ο χρόνος προστίθεται ως επιπλέον διάσταση στο σύστημα συντεταγμένων.

Με αυτό τον τρόπο οι συντεταγμένες προσδιορίζουν πού και πότε συμβαίνουν τα γεγονότα. Ωστόσο, η ενιαία φύση του χωροχρόνου και η ελευθερία της επιλογής του συστήματος συντεταγμένων που μας επιτρέπει η μαθηματική περιγραφή του, συνεπάγεται πως για να εκφραστεί η χρονική συντεταγμένη σε ένα σύστημα συντεταγμένων απαιτούνται έτσι κι αλλιώς και χρονικές και χωρικές συντεταγμένες σε ένα άλλο σύστημα συντεταγμένων. Σε αντίθεση με τις κοινές χωρικές συντεταγμένες, εξακολουθούν να υπάρχουν περιορισμοί για τον τρόπο διεξαγωγής των χωρικών και χρονικών μετρήσεων (βλ. χρονικά διαστήματα). Οι περιορισμοί αυτοί αντιστοιχούν χονδρικά σε ένα συγκεκριμένο μαθηματικό μοντέλο, το οποίο διαφέρει από τον Ευκλείδειο χώρο, όπως ορίζεται σε αυτόν η συμμετρία.

Όταν οι διαστάσεις εκλαμβάνονται ως απλές συνιστώσες του συστήματος συντεταγμένων, και όχι ως φυσικά χαρακτηριστικά του χώρου, θεωρείται πιο εύκολο να κατανοήσει κανείς τις εναλλακτικές όψεις του χώρου υπό άλλες διαστάσεις, ως το αποτέλεσμα μετασχηματισμού συντεταγμένων.

Ο χωροχρόνος εκλαμβάνεται πλέον ως γενικευμένη έννοια, κάτι πιο πέρα από την απλή περιγραφή των χωροχρονικών γεγονότων σε 3 + 1 διαστάσεις. Θεωρείται

πραγματικά ο συνδυασμός του χώρου και του χρόνου. Κάποιες προτεινόμενες θεωρίες για τον χωροχρόνο περιλαμβάνουν πρόσθετες διαστάσεις - συνήθως χωρικές, αλλά και χρονικές διαστάσεις και μερικές περιλαμβάνουν επιπλέον διαστάσεις που δεν είναι ούτε χρονικές ούτε χωρικές (π.χ. υπερχώρος). Το πόσες διαστάσεις απαιτούνται για να περιγραφεί επαρκώς το σύμπαν είναι ακόμη αναπάντητο ερώτημα. Μη αποδεδειγμένες θεωρίες όπως η θεωρία χορδών προβλέπουν 10 ή 26 διαστάσεις, ενώ η Θεωρία-M προβλέπει 11 διαστάσεις (10 χωρικές και 1 χρονική)· οι περισσότερες των τεσσάρων διαστάσεων εισάγονται για να υποστηριχθούν θεωρητικά όσα συμβαίνουν σε υποατομικό επίπεδο.

Μέχρι τις αρχές του 20ου αιώνα πιστευόταν ότι ο χρόνος είναι ανεξάρτητος της κίνησης και εξελίσσεται με σταθερό ρυθμό σε όλα τα συστήματα αναφοράς· ωστόσο, αργότερα, πειράματα αποκάλυψαν ότι ο χρόνος επιβραδύνεται όταν ένα σύστημα αναφοράς κινείται σε υψηλές ταχύτητες σε σχέση με ένα άλλο σύστημα αναφοράς. Αυτή η επιβράδυνση, που ονομάζεται διαστολή του χρόνου, εξηγείται στην Ειδική θεωρία της σχετικότητας. Πολλά πειράματα έχουν επιβεβαιώσει τη διαστολή του χρόνου, όπως η σχετικιστική διάσπαση των μιονίων από τις κοσμικές ακτίνες, και η επιβράδυνση των ατομικών ρολογιών που ταξιδεύουν μέσα σε ένα διαστημικό λεωφορείο σε σχέση ρολόγια στο αδρανειακό σύστημα αναφοράς της Γης με τα οποία είχαν συγχρονιστεί προηγουμένως. Η διάρκεια του χρόνου μπορεί, συνεπώς, να ποικίλλει ανάλογα με τα γεγονότα και τα συστήματα αναφοράς.

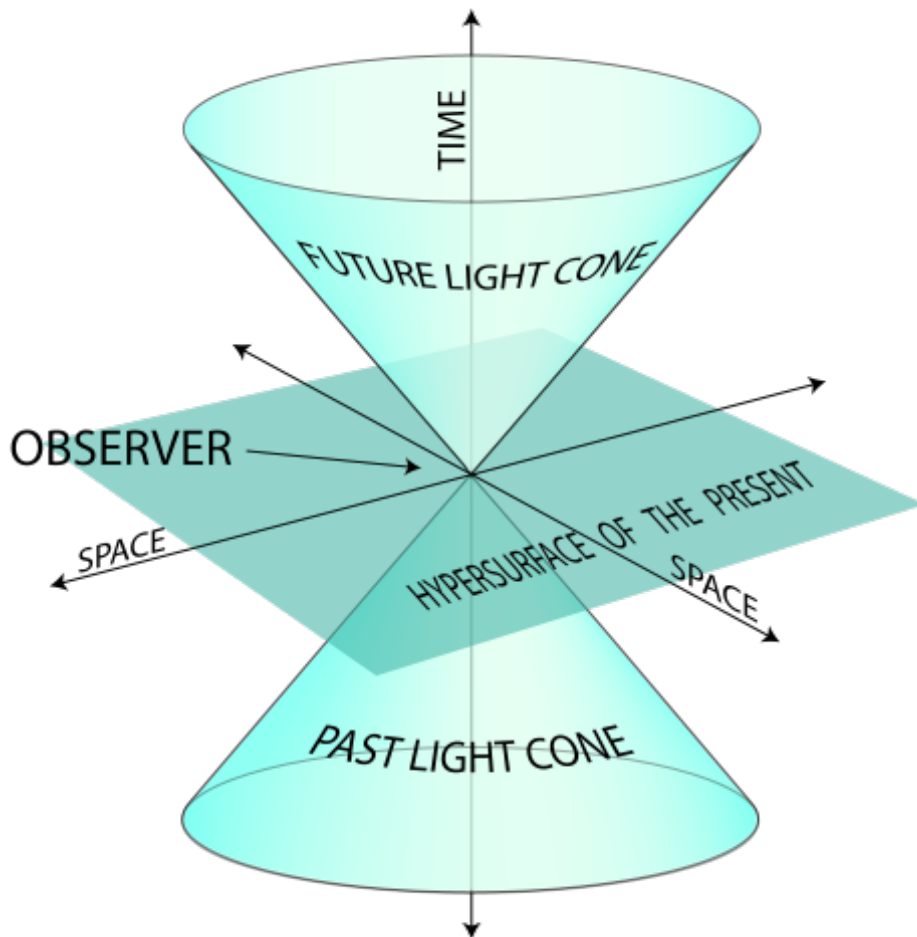
## 13.2 Χωροχρόνος Minkowski

Ο χωροχρόνος Minkowski ή χώρος Minkowski (από τον ομώνυμο μαθηματικό Χέρμαν Μινκόβσκι (Hermann Minkowski)) είναι ο μαθηματικός χώρος στον οποίο η ειδική θεωρία της σχετικότητας του Άλμπερτ Αϊνστάιν, είναι πιο κατάλληλη να παρασταθεί. Σε αυτό τον χώρο υπάρχουν οι συνήθεις τρεις χωρικές διαστάσεις οι οποίες συνδυάζονται με την διάσταση του χρόνου και σχηματίζουν μια τετραδιάστατη τοπολογική πολλαπλότητα για την αναπαράσταση του χωροχρόνου.

### 13.2.1 Κώνος Φωτός

Σε αντίθεση με τον Ευκλείδειο χώρο, στον οποίο υπάρχουν μόνο χωρικές μεταβλητές, στον χωροχρόνο Minkowski υπάρχουν και χρονικές μεταβλητές. Ο χωροχρόνος Minkowski αναπαρίσταται από τον κώνο φωτός (ή διάγραμμα Minkowski), που αναπαριστά τους μετασχηματισμούς Λόρεντζ για τον παρατηρητή (παρόν) και για

γεγονότα τα οποία μπορούν να βρίσκονται μέσα στον κώνο και είναι δυνατόν να επηρεασθούν από τον παρατηρητή ή εκτός αυτού που είναι αδύνατο να επηρεασθούν από αυτόν. Επιπροσθέτως όσα γεγονότα βρίσκονται "πάνω" γίνονται στο μέλλον, ενώ αυτά "κάτω" στο παρελθόν.



Ο Κώνος Φωτός του Minkowski.



### 13.3 Η καμπύλωση του χωροχρόνου

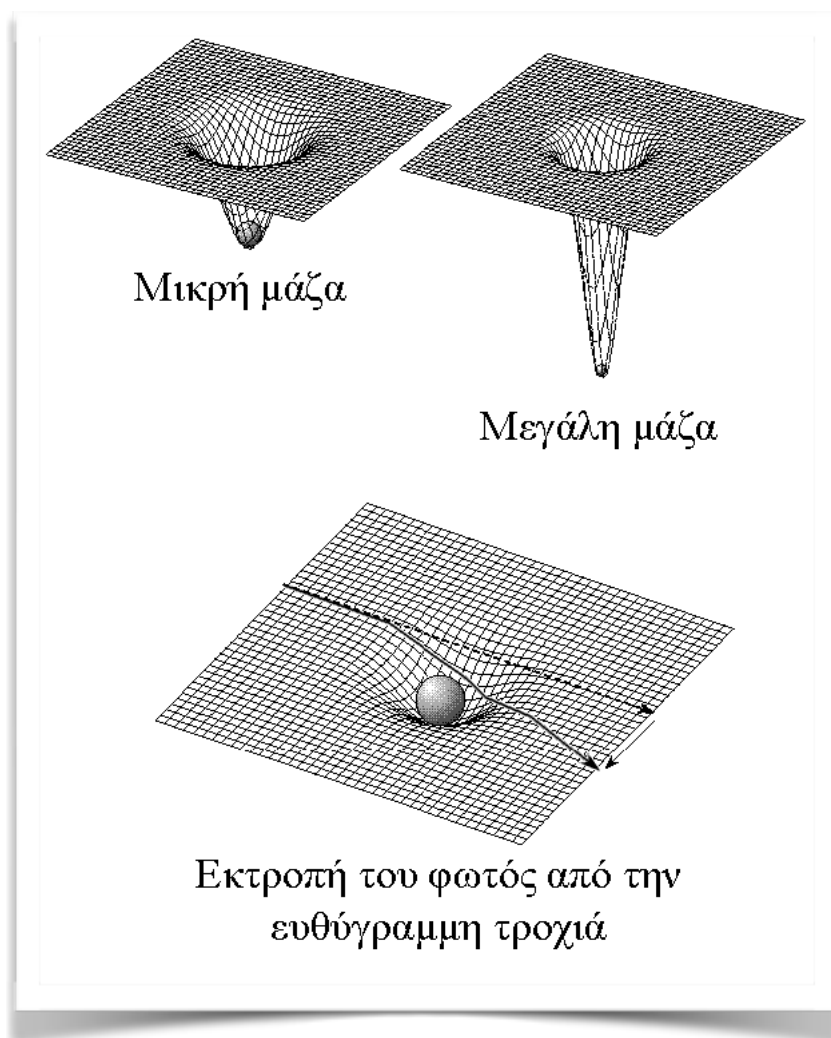
Σύμφωνα με τη θεωρία της γενικής σχετικότητας ο χωρόχρονος δεν είναι ευκλείδειος «επίπεδος» αλλά καμπύλος και έχει μεγαλύτερη καμπυλότητα κοντά σε περιοχές με μάζα και ενέργεια. Για να σχηματίσουμε μια εικόνα του καμπύλου χωρόχρονου θα ήταν σκόπιμο να πάμε νοητικά σε ένα χώρο δύο διαστάσεων. Ας φανταστούμε κάποια μικροσκοπικά όντα που ζουν επάνω στην επίπεδη επιφάνεια ενός πολύ μεγάλου τραπέζιου και που μπορούν να αντιληφθούν μόνο τις δύο διαστάσεις. Αυτά τα όντα σιγά σιγά αναπτύσσουν τη γεωμετρία τους βασιζόμενη σε μετρήσεις που κάνουν. Θα έχουν για παράδειγμα το νόμο ότι οι πλευρές τριγώνου έχουν άθροισμα  $180^\circ$  ή ακόμα το νόμο ότι ο λόγος της περιμέτρου κύκλου προς τη διάμετρο ισούται με  $\pi$ . Ακόμα αυτά τα όντα θα πιστεύουν ότι αν κινηθούν κατά μήκος μιας ευθείας (αν ακολουθήσουν μια ακτίνα φωτός) θα ταξιδεύουν πάντα απομακρυνόμενα από την αρχική τους θέση. Ας υποθέσουμε ότι εμείς που έχουμε την αντίληψη και της τρίτης διάστασης μεταφέρουμε τα όντα στην επιφάνεια μιας τεράστιας σφαίρας. Όσο αυτά κινούνται σε πολύ μικρές περιοχές της σφαίρας θα είναι ευχαριστημένα με τη γεωμετρία τους. Με τον καιρό τα όντα αυτά εξελίσσουν την τεχνολογία τους και μπορούν να κινούνται γρήγορα και σε «μεγάλες» αποστάσεις. Είναι επόμενο να διαπιστώνουν πλέον πράγματα που θα έρχονται σε αντίθεση με την «κοινή λογική» και τη γεωμετρία τους. Θα βρίσκουν για παράδειγμα ότι το άθροισμα των γωνιών τριγώνων θα είναι μεγαλύτερο από  $180^\circ$  ή ότι η περίμετρος προς τη διάμετρο του κύκλου δεν έχουν λόγο  $\pi$ . Επίσης θα βρεθούν προ εκπλήξεως αν κάποιο όχημα που κινείται «ίσα εμπρός» βρεθεί ξανά στην αφετηρία του.

Τα όντα αυτά πρέπει πλέον να αναπτύξουν άλλη γεωμετρία που να ικανοποιεί τις μετρήσεις τους και σε μικρές περιοχές οι νόμοι της να προσεγγίζουν τους νόμους της παλιάς γεωμετρίας την οποία βολεύει να χρησιμοποιούν για υπολογισμούς σε μικρές αποστάσεις. Μπορεί και κάποιος να ονομάσει το χώρο τους «καμπύλο» σε αντιδιαστολή με τον «επίπεδο» που ήταν το όνομα του χώρου στον οποίο νόμιζαν ότι ζούσαν πριν. Με τις μετρήσεις διαπιστώνουν ότι ο χώρος τους είναι καμπύλος μόνο που δεν μπορούν να τον αντιληφθούν.

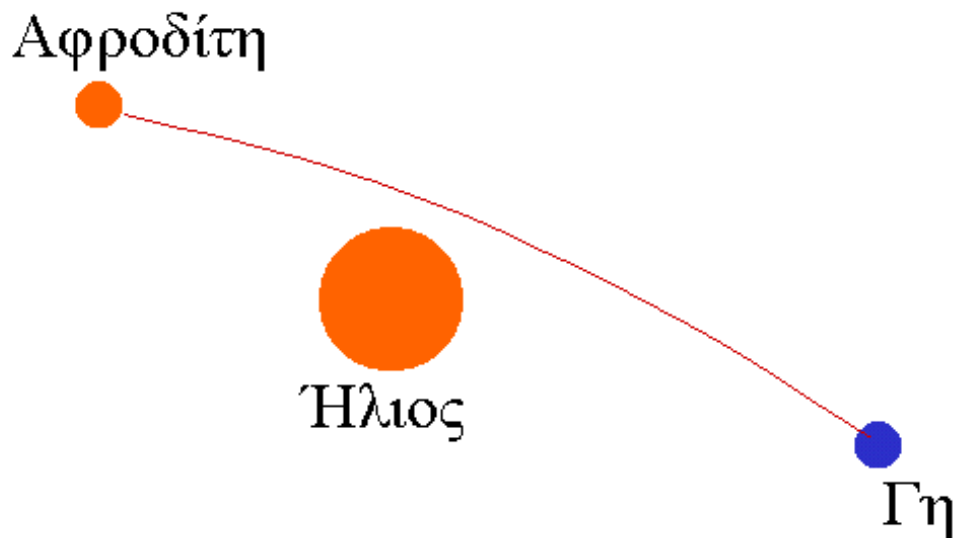
Όταν τα όντα ζούσαν στην επίπεδη επιφάνεια την συντομότερη απόσταση μεταξύ δύο σημείων την ονόμαζαν ευθεία. Το ίδιο θα κάνουν και πάνω στη σφαιρική επιφάνεια που ζουν. Αυτή η «ευθεία» πάνω στον καμπύλο χώρο ονομάζεται γεωδαισιακή. Δηλαδή η γραμμή με το μικρότερο μήκος που θα χαράξουμε πάνω σε μια υδρόγειο σφαίρα για να ενώσουμε την Αθήνα με τη Νέα Υόρκη είναι μια γεωδαισιακή καμπύλη. Γεωδαισιακές ανάλογα έχουμε και στον τρισδιάστατο χώρο αλλά και στον τετραδιάστατο χωρόχρονο.

Η Θεωρία της Γενικής Σχετικότητας θεωρεί τη βαρύτητα ιδιότητα του χωρόχρονου. Ελεύθερο θεωρείται ένα σώματιο που δεν δέχεται δυνάμεις πλην των βαρυτικών. Τα ελεύθερα σώματα και το φως κινούνται στο χωρόχρονο κατά μήκος των γεωδαισιακών.

Το φως που φτάνει στη Γη από ένα άστρο και περνά κοντά από τον Ήλιο και «καμπυλώνεται», όπως είδαμε με την αρχή της ισοδυναμίας, μπορούμε πλέον να πούμε ότι ακολουθεί μια γεωδαισιακή. Στο σχήμα φαίνεται μια δισδιάστατη αναπαράσταση ενός καμπύλου χώρου.



Από τη δεκαετία του 60 έχουν πραγματοποιηθεί πειράματα «καθυστέρησης Shapiro» των οποίων τα αποτελέσματα υποστηρίζουν την ισχύ της θεωρίας. Συγκεκριμένα στέλνονται ηλεκτρομαγνητικά σήματα από τη Γη στην Αφροδίτη (ή και σε άλλους πλανήτες και φυσικούς ή τεχνητούς δορυφόρους) και αφού ανακλώνται επιστρέφουν στη Γη. Όταν τα σήματα περνούν κοντά από τον Ήλιο καθυστερούν περίπου κατά 200μs από την περίπτωση που περνούν μακριά από τον Ήλιο. Αυτό μπορεί να ερμηνευτεί με την καμπύλωση του χωροχρόνου κοντά στην Ήλιο.



## 14 | Μαύρες τρύπες

### 14.1 Εισαγωγή

Μαύρη τρύπα είναι μια συγκέντρωση μάζας σημαντικά μεγάλης ώστε η δύναμη της βαρύτητας να μην επιτρέπει σε οτιδήποτε να ξεφεύγει από αυτή, παρά μόνο μέσω κβαντικής συμπεριφοράς. Το βαρυτικό πεδίο είναι τόσο δυνατό, ώστε η ταχύτητα διαφυγής κοντά του ξεπερνά την ταχύτητα του φωτός. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα ότι τίποτα, ούτε καν το φως, δεν μπορεί να ξεφύγει από τη βαρύτητα της μαύρης τρύπας, εξ ου και η λέξη «μαύρη». Ο όρος μαύρη τρύπα (black hole) είναι ευρύτατα διαδεδομένος και επινοήθηκε το 1967 από τον Αμερικανό αστρονόμο και θεωρητικό φυσικό Τζον Γουίλερ (John Wheeler). Δεν αναφέρεται σε τρύπα με τη συνήθη έννοια, αλλά σε μια περιοχή του χώρου, από την οποία τίποτα δεν μπορεί να επιστρέψει.



Μία «μαύρη τρύπα» είναι το σημείο εκείνο του διαστήματος, όπου κάποτε υπήρχε ο πυρήνας ενός γιγάντιου άστρου, ένας πυρήνας που περιείχε περισσότερα υλικά από δύομισι ηλιακές μάζες και ο οποίος στην τελική φάση της εξέλιξης του άστρου έχασε την πάλη του ενάντια στη βαρύτητα, με αποτέλεσμα τα υλικά του να καταρρεύσουν και να συμπιεστούν περισσότερο ακόμα και από τα υλικά ενός αστέρα νετρονίων.

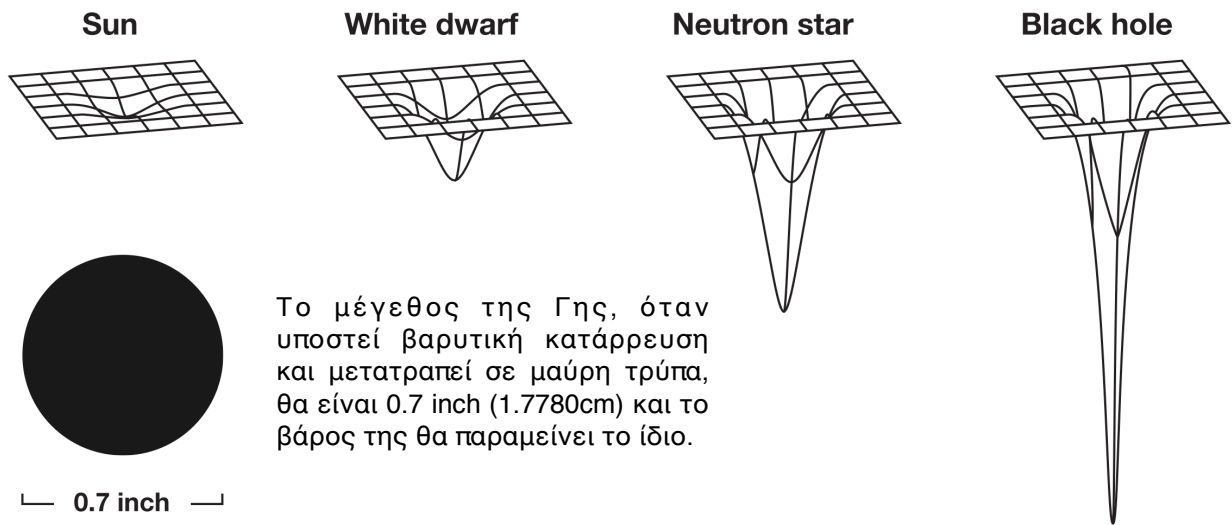
Αν μπορούσαμε να συμπιέσουμε τη Γη μας ολόκληρη στο μέγεθος ενός κερασιού, θα την είχαμε μετατρέψει σε μία «μαύρη τρύπα». Παρομοίως, αν συμπυκνώναμε τον Ήλιο σε μια ακτίνα τριών χιλιομέτρων (στα 4 εκατομμυριοστά του τωρινού του μεγέθους), θα είχε μετατραπεί σε μαύρη τρύπα. Φυσικά, δεν υπάρχει καμία γνωστή διαδικασία που θα μπορούσε να μετατρέψει τη Γη ή ακόμα και τον Ήλιο, σε «μαύρη τρύπα».

## 14.2 Σχηματισμός

Οι μαύρες τρύπες προβλέπονται από την Γενική θεωρία της Σχετικότητας, η οποία όχι μόνο αναφέρει ότι οι μαύρες τρύπες (ή αλλιώς μελανές οπές) μπορούν να υπάρξουν, αλλά προβλέπει ότι σχηματίζονται στη φύση οποτεδήποτε συγκεντρώνεται σε ένα δεδομένο χώρο επαρκής ποσότητα μάζας, μέσω της διαδικασίας που καλείται βαρυτική κατάρρευση. Όσο η μάζα μέσα σε μία συγκεκριμένη περιοχή μεγαλώνει, η δύναμη της βαρύτητας γίνεται πιο ισχυρή – ή στη γλώσσα της σχετικότητας, ο χώρος γύρω της παραμορφώνεται όλο και εντονότερα. Όταν η ταχύτητα διαφυγής σε μια συγκεκριμένη απόσταση από το κέντρο φθάσει την ταχύτητα του φωτός, σχηματίζεται ένας ορίζοντας γεγονότων μέσα στον οποίο ύλη και ενέργεια αναπόφευκτα καταρρέουν σε ένα μοναδικό σημείο, σχηματίζοντας μία μοναδικότητα.

Μια ποσοτική ανάλυση αυτής της ιδέας οδήγησε στην πρόβλεψη ότι ένας αστέρας που έχει τουλάχιστον 3 φορές την μάζα του ήλιου στο τέλος της εξέλιξής του, σχεδόν σίγουρα θα συρρικνωθεί μέχρι το κρίσιμο εκείνο μέγεθος που χρειάζεται για να υποστεί βαρυτική κατάρρευση. Μόλις αρχίσει η κατάρρευση, δεν φαίνεται να μπορεί να διακοπεί από καμία φυσική δύναμη και σχηματίζεται αστέρας νετρονίων. Αν η μάζα του είναι ακόμα πιο μεγάλη, τελικά σχηματίζεται μαύρη τρύπα.

Όπως φαίνεται στο σχέδιο παρακάτω, με τον όρο λευκός νάνος (white dwarf) χαρακτηρίζεται το υπόλειμμα του πυρήνα ενός αστέρα μικρής ή μεσαίας μάζας που απομένει μετά τον θάνατο του αστέρα αυτού. Οι λευκοί νάνοι είναι το ένα από τα τρία είδη «αστρικών πτωμάτων». Τα άλλα δύο, όπως είπαμε και παραπάνω, είναι οι αστέρες νετρονίων και οι μαύρες τρύπες.



### 14.3 Ιδιότητες και δομή

Σύμφωνα με την κλασική γενική σχετικότητα, ούτε ύλη ούτε πληροφορίες μπορούν να κινηθούν από το εσωτερικό μιας μαύρης τρύπας προς έναν εξωτερικό παρατηρητή. Για παράδειγμα, δεν μπορεί κάποιος να πάρει δείγμα του υλικού της ή να δεχτεί την ανάκλαση από μια φωτεινή πηγή (π.χ. φακό) ούτε να πάρει πληροφορίες για το υλικό από το οποίο αποτελείται η μαύρη τρύπα. Κβαντομηχανικά φαινόμενα μπορούν να επιτρέψουν σε ύλη και ενέργεια να δραπετεύσουν από μαύρες τρύπες. Εικάζεται, όμως, ότι η φύση τους δεν εξαρτάται από αυτά που έχουν εισέλθει στη μαύρη τρύπα κατά το παρελθόν. Αυτό σημαίνει ότι στις μαύρες τρύπες έχουμε απώλεια πληροφορίας σε σχέση με το είδος των σωματιδίων (τα μόνα χαρακτηριστικά που «διατηρεί στη μνήμη» η μαύρη τρύπα είναι η μάζα και το φορτίο της απορροφημένης ύλης). Επομένως, μια μαύρη τρύπα πρέπει να χαρακτηρίζεται από μια ορισμένη εντροπία.

### 14.4 Ορίζοντας των γεγονότων

Το καθοριστικό χαρακτηριστικό μιας μαύρης τρύπας είναι η εμφάνιση ενός ορίζοντα γεγονότων σε ένα όριο στο χωροχρόνο μέσα από το οποίο η ύλη και το φως μπορεί να περάσει μόνο προς τα μέσα για τη μάζα της μαύρης τρύπας. Τίποτα, ούτε καν το φως, δεν μπορεί να δραπετεύσει από το εσωτερικό του ορίζοντα γεγονότων. Ο ορίζοντας των γεγονότων αναφέρεται ως τέτοιος, διότι αν κάτι συμβεί εντός των ορίων του, οι

πληροφορίες από αυτό το γεγονός δεν μπορούν να φτάσουν σε ένα εξωτερικό παρατηρητή, καθιστώντας αδύνατο να προσδιοριστεί αν κάτι τέτοιο συνέβη.

Όπως προβλέπεται από τη Γενική θεωρία της Σχετικότητας, η παρουσία μιας μεγάλης μάζας παραμορφώνει τον χωροχρόνο κατά τέτοιο τρόπο ώστε τα μονοπάτια που λαμβάνονται από τα σωματίδια στρέφονται προς τη μάζα. Κατά τον ορίζοντα γεγονότων μιας μαύρης τρύπας, η παραμόρφωση γίνεται τόσο ισχυρή που δεν υπάρχουν μονοπάτια που να οδηγούν μακριά από τη μαύρη τρύπα.

Για μια μη περιστρεφόμενη (στατική) μαύρη τρύπα, η ακτίνα Schwarzschild (Σβάρτσιλντ) οριοθετεί ένα σφαιρικό ορίζοντα γεγονότων. Η ακτίνα Schwarzschild ενός αντικειμένου είναι ανάλογη προς τη μάζα. Οι περιστρεφόμενες μαύρες τρύπες διαθέτουν στρεβλωμένους, μη σφαιρικούς ορίζοντες γεγονότων. Δεδομένου ότι ο ορίζοντας γεγονότων δεν είναι μια επιφάνεια του υλικού, αλλά απλώς μια μαθηματική έννοια οριοθέτησης συνόρου, τίποτα δεν εμποδίζει την ύλη ή την ακτινοβολία από το να εισέρχεται σε μια μαύρη τρύπα, μόνο την έξοδό της. Η περιγραφή των μαύρων τρυπών που δίνεται από τη Γενική θεωρία της Σχετικότητας είναι γνωστό ότι είναι μια προσέγγιση, και μερικοί επιστήμονες αναμένουν ότι οι επιπτώσεις της κβαντικής βαρύτητας θα είναι σημαντική κοντά στην περιοχή του ορίζοντα γεγονότων. Αυτό θα επιτρέψει τις παρατηρήσεις της ύλης κοντά του ορίζοντα γεγονότων μιας μαύρης τρύπας να χρησιμοποιούνται για την έμμεση μελέτη της γενικής σχετικότητας και τις προτεινόμενες επεκτάσεις σε αυτή.

## 14.5 Η Σκουληκότρυπα

Οι πρώτες σκουληκότρυπες βρέθηκαν με τη μελέτη της μαθηματικής λύσης για τις μαύρες τρύπες. Εκεί διαπιστώθηκε ότι η γεωμετρική ερμηνεία της λύσης αυτής έμοιαζε με το σχήμα δύο μαύρων οπών (δύο στομάτων) που συνδέθηκαν με έναν "λαιμό" (γνωστή ως γέφυρα Einstein-Rosen). λαιμός είναι ένα δυναμικό αντικείμενο που συνδέεται με τις δύο τρύπες που πιάνονται εξαιρετικά γρήγορα με μια στενή σύνδεση μεταξύ τους.

Τι ακριβώς προκαλεί όμως μια μαύρη τρύπα στο χωροχρόνο; Η Σχετικότητα προβλέπει ότι το κέντρο μιας μαύρης τρύπας είναι ένα σημείο άπειρης πυκνότητας (μια χωροχρονική ανωμαλία) όπου οι συνηθισμένοι νόμοι της Φυσικής δεν ισχύουν πλέον. Ο χρόνος, ο χώρος, η ύλη και η ενέργεια δεν έχουν στην περιοχή μιας ανωμαλίας καλά καθορισμένο νόημα. Οι εξισώσεις του Einstein δείχνουν ότι μια τέτοια ανωμαλία δεν προκαλεί απλά μια λακούβα στο φανταστικό επίπεδο φύλλο του

χωροχρόνου, αλλά δημιουργεί ένα τούνελ που τρυπάει το επίπεδο φύλλο και στιγμιαία μας συνδέει με την άλλη του πλευρά. Που βρίσκεται η άλλη του πλευρά; Μπορεί να βρίσκεται κάπου αλλού στο χωροχρόνο, είτε στο παρελθόν είτε στο μέλλον ή ακόμη να βρίσκεται και σε ένα άλλο Σύμπαν. Υποτίθεται ότι στα μυθιστορήματα οι "Κυρίαρχοι του Χρόνου" είναι εκείνοι που πρώτοι κατάφεραν να τιθασεύσουν τη δύναμη των μαύρων οπών για να αρχίσουν τα πειράματά τους με το ταξίδι στο χρόνο. Αν μπορούσατε να περάσετε ένα διαστημόπλοιο μέσα από ένα τέτοιο τούνελ ή αλλιώς σκουληκότρυπα όπως λέγεται, θα είχατε ανακαλύψει το μυστικό των ταξιδιών στο χρόνο. Κάτι τέτοιο είναι φυσικά αδύνατο με την παρούσα τεχνολογία αλλά στο μέλλον ποιος ξέρει;

Οι θεωρητικοί έχουν βρει από τότε κι άλλες λύσεις σκουληκότρυπας. Αυτές οι λύσεις συνδέουν διάφορες γεωμετρικές μορφές σε καθένα στόμιο της σκουληκότρυπας. Μια καταπληκτική πτυχή της σκουληκότρυπας είναι ότι επειδή μπορούν να συμπεριφερθούν ως ο "συντομότερος δρόμος" του χωροχρόνου αυτές πρέπει να επιτρέπουν το χρονικό ταξίδι προς τα πίσω. Αυτή η ιδιότητα υπονοεί ότι αν μπορούσαμε να ταξιδέψουμε γρηγορότερα από το φως, θα μπορούσαμε να επικοινωνήσουμε με το παρελθόν.

Είναι βέβαια περιττό να πούμε, ότι αυτή ακριβώς η δυνατότητα είναι που προκαλεί διαταραχές. Το ταξίδι στο χρόνο θα επέτρεπε ποικίλες παράδοξες καταστάσεις, όπως να επιστρέψετε στο παρελθόν και να σκοτώσετε τον παππού σας προτού ο πατέρας σας γεννηθεί (το παράδοξο των παππούδων). Η ερώτηση που προκύπτει τώρα είναι εάν θα ήταν δυνατό να κατασκευαστεί πραγματικά μια σκουληκότρυπα και κινώντας την κατά τέτοιο τρόπο ώστε να γινόταν μια χρήσιμη χρονική μηχανή.

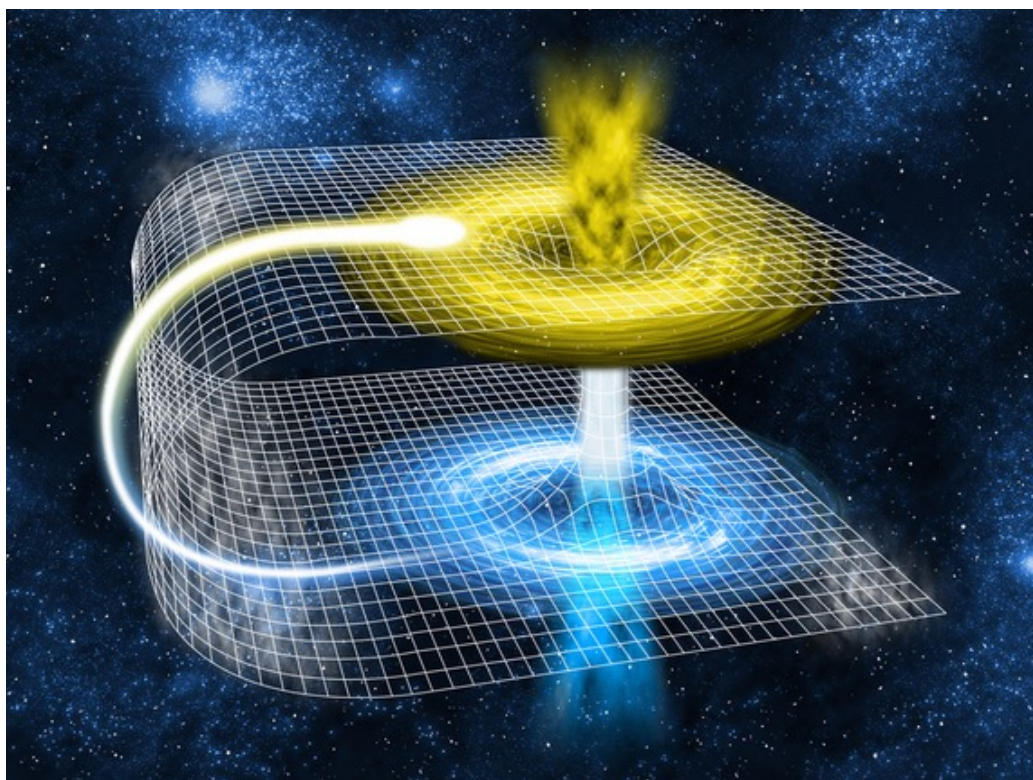
## 14.5 Λεύκες τρύπες

Η λευκή μαύρη τρύπα είναι το ακριβές ανάλογο μίας μαύρης όπου ο χρόνος όμως έχει αναστραφεί (η κβαντική φυσική επιτρέπει κάτι τέτοιο για αντικείμενα του μικρόκοσμου). Ενώ οι μαύρες τρύπες είναι περιοχές του χώρου από τον οποίο δεν μπορεί να ξεφύγει τίποτα, οι λευκές τρύπες είναι περιοχές που τίποτα δεν μπορεί να εγγραφεί. Έχουν όλες τις ιδιότητες που θα είχαν οι μαύρες τρύπες, αν ο χρόνος έτρεχε προς τα πίσω. Οι επιστήμονες δημιούργησαν λευκές τρύπες σε συνθήκες εργαστηρίου μελετώντας τη ροή νερού.

Οι άσπρες τρύπες εμφανίζονται στη θεωρία της αιώνιας μαύρης τρύπας. Μία μαύρη τρύπα στο μέλλον, μία λύση των εξισώσεων του Αϊνστάιν, έχει μία άσπρη τρύπα στο παρελθόν της. Ωστόσο, η περιοχή αυτή δεν υπάρχει για τις μαύρες τρύπες που έχουν



σχηματιστεί μέσα από τη βαρυτική κατάρρευση, ούτε υπάρχουν με όλες τις γνωστές φυσικές μεθόδους μέσω των οποίων μία άσπρη τρύπα θα μπορούσε να σχηματιστεί.



Στην παραπάνω εικόνα φαίνεται πως θα μπορούσε να είναι μια μαύρη τρύπα που περνάει σε σκουληκότρυπα και καταλήγει σε λευκή τρύπα.

## 14.6 Η ακτινοβολία Hawking

Το 1973, ο Steven Hawking (Στίβεν Χόκινγκ), ύστερα από θεωρητικούς υπολογισμούς, εξέπληξε τον επιστημονική κοινότητα καταλήγοντας στο συμπέρασμα ότι οι μαύρες τρύπες δεν είναι και τόσο μαύρες. Εκπέμπουν ακτινοβολία και μετά από παρέλευση πολλών δεκατομμυρίων ετών εκρήγνυνται και μετατρέπονται σε λευκές τρύπες.

Σύμφωνα με ορισμένες αρχές της κβαντομηχανικής, η πιθανότητα να εμφανιστεί ένα γεγονός είναι πάντα μεγαλύτερη από το μηδέν. Μία από τις πιο παράξενες συνέπειες αυτής της ιδέας είναι ότι αυτό που νομίζουμε σαν "άδειο" ή "κενό" χώρο δεν είναι στην πραγματικότητα καθόλου κενός. Τον γεμίζουν μια θάλασσα εικονικών (virtual) βραχύβιων σωματιδίων - μικρά κβαντικά σωματίδια που μεταφέρουν ακτινοβολία και βαρύτητα - που είναι σχεδόν, αλλά όχι εντελώς, πραγματικά.

Παρ' ότι είναι πλασματικά, τα εικονικά σωματίδια διαδραματίζουν ένα ζωτικής σημασίας ρόλο στη φυσική της κβαντικής κλίμακας για το πώς λειτουργεί το σύμπαν. Για παράδειγμα, είναι απαραίτητα για να εξηγήσουν πώς τα φωτόνια και τα ηλεκτρόνια αλληλεπιδρούν.

Κάτω από κανονικές συνθήκες, τα εικονικά σωματίδια σπάνια εμφανίζουν κάποια άξια λόγου αποτελέσματα. Σε ορισμένα ασυνήθιστα περιβάλλοντα, όπως είναι τα ισχυρά βαρυτικά πεδία - που παράγονται από μαύρες τρύπες, μπορούν να "δανειστούν" ενέργεια από το γειτονικό τους χώρο και να γίνουν προσωρινά πραγματικά σωματίδια.

Όταν τα εικονικά σωματίδια φανερωθούν, εμφανιστούν δηλαδή στον πραγματικό κόσμο, πρέπει να είναι σε μορφή ζεύγους, ενός σωματίου και του αντισωματίου του. Αυτά μετά από ένα απειροελάχιστο χρόνο εξαϋλώνονται και απελευθερώνουν την ενέργειά τους πίσω στο κενό.

Εντούτοις, είναι δυνατό τα εικονικά σωματίδια να δανειστούν ενέργεια από μια μαύρη τρύπα και να 'υλοποιηθούν' (να γίνουν πραγματικά) ακριβώς στην άκρη του ορίζοντα γεγονότος μιας μαύρης τρύπας. Δηλαδή, το όριο που χωρίζει το "εσωτερικό" από το "εξωτερικό" χώρο μιας μαύρης τρύπας.

Όταν αυτό συμβεί, το ένα σωματίο μερικές φορές πέφτει μέσα στη μαύρη τρύπα (προς το χώρο της ανωμαλίας ή ιδιομορφίας), ενώ το άλλο διαφεύγει.

Το αποτέλεσμα; Χωρίς τον εικονικό συνεργάτη του, το σωματίδιο που διαφεύγει γίνεται πραγματικό σωματίδιο και μεταφέρει μακριά (έξω από τη μαύρη τρύπα) ένα πολύ μικρό μέρος της μάζας - ενέργειας της μαύρης τρύπας. Έτσι αυτό το σωματίδιο καταναλίσκει περισσότερη ενέργεια από αυτή που έχει, και έτσι συνεισφέρει "αρνητική ενέργεια" στη μαύρη τρύπα.

Μπορεί τώρα, σε ένα μεγάλο χρονικό διάστημα, πολλαπλάσιου της ηλικίας του σύμπαντος (1067 χρόνια!), η μαύρη τρύπα τελικά να εξατμιστεί, χάνοντας όλη της την ενέργεια, χάρις στα διαφυγόντα σωματίδια.

Αυτά τα σωματίδια εμφανίζονται σε μας ως να είναι ακτινοβολία που προέρχεται από τη μαύρη τρύπα. Δηλαδή, η ακτινοβολία Hawking.

Ο Hawking έφτασε στο συμπέρασμα αυτό, αφού κατόρθωσε να συνδυάσει τρεις τομείς της Φυσικής, που μέχρι τότε πίστευαν ότι δεν είχαν μεγάλη σχέση μεταξύ τους: την θεωρία της σχετικότητας, την κβαντομηχανική και την θερμοδυναμική. Για να την αποδείξει βασίστηκε και στο γνωστό "φαινόμενο σήραγγας" της κβαντομηχανικής.

Οι θεωρίες μας λένε ότι όσο μικρότερη μάζα έχει μια μαύρη τρύπα, τόσο μεγαλύτερη είναι η θερμοκρασία της. Αντίθετα, οι μεγάλες μαύρες τρύπες έχουν πολύ χαμηλή θερμοκρασία.

Όταν λοιπόν η μαύρη τρύπα εκπέμπει ενέργεια -σύμφωνα με τις θεωρίες του Hawking- η μάζα της ελαττώνεται και, ως εκ τούτου, η θερμοκρασία της αυξάνεται.

Αυτό έχει σαν συνέπεια, να εκπέμπει ενέργεια με ταχύτερο ρυθμό και να γίνεται θερμότερη και μικρότερη. Η ελάττωση της μάζας επιταχύνεται προοδευτικά, όσο πιο μικρή και θερμότερη γίνεται. Όταν φτάσει στα τελευταία δευτερόλεπτα της ζωής της, θα εκραγεί και το ποσόν ενέργειας που θα απελευθερωθεί, ισοδυναμεί με την έκρηξη βόμβας δισεκατομμυρίων μεγατόνων. Μια τέτοια έκρηξη θα παρατηρηθεί ακόμα και σε μια απόσταση πολλών ετών φωτός.

Αντιστρέφοντας, χρονικά, τη διαδικασία της κατάρρευσης της ύλης σε μία ανωμαλία, έχουμε μια νέα διαδικασία: τη δημιουργία ύλης από την ανωμαλία μιας μαύρης τρύπας. Αυτή η ύλη, που αναδύεται από την ανωμαλία και διαστέλλεται, ονομάζεται "λευκή τρύπα" (white hole).

Οι λευκές τρύπες συμπεριφέρονται ακριβώς αντίστροφα απ' ό,τι οι μαύρες τρύπες, δηλαδή εκτοξεύουν ύλη αντί να την απορροφούν. Επίσης, η λευκή τρύπα, αντίθετα από τη μαύρη, δεν έχει ορίζοντα γεγονότων.

Σημειωτέον η λευκή τρύπα προβλέπεται από τις εξισώσεις της γενικής θεωρίας της σχετικότητας ως μια χρονική αντιστροφή της κατάρρευσης ενός σώματος λόγω βαρύτητας.

## 14.7 Τα ερωτηματικά του Steven Hawking για τις μαύρες τρύπες.

Τελικά, μια μαύρη τρύπα μπορεί να μην είναι τόσο μαύρη, που να εξαφανίζει για πάντα στο εσωτερικό της το κάθε τι. Ο διάσημος φυσικός Steven Hawking, ένας από τους «πατέρες» της σύγχρονης θεωρίας των μαύρων οπών, έρχεται τώρα να αμφισβητήσει ορισμένες κεντρικές πτυχές αυτής της θεωρίας, οι οποίες θεωρούνται σχεδόν «δόγματα» στον χώρο της σύγχρονης φυσικής. Στην ουσία, τολμά να υποστηρίξει πως δεν υπάρχουν μαύρες τρύπες, τουλάχιστον όπως τις πίστευαν οι επιστήμονες ως τώρα.

Με μια «αιρετική» επιστημονική προδημοσίευση -που όμως ακόμα δεν έχει δημοσιευτεί σε κάποιο επίσημο επιστημονικό περιοδικό- ο καθηλωμένος στο

αναπηρικό καροτσάκι του Βρετανός επιστήμονας υποστηρίζει ότι η «περίμετρος» μιας μαύρης τρύπας, ο λεγόμενος «ορίζοντας γεγονότων», είναι ασύμβατος με την κβαντική θεωρία και συνεπώς δεν υφίσταται. Στη θέση του, ο Hawking αντιπροτείνει έναν «φαινομενικό ορίζοντα», μια επιφάνεια κατά μήκος της οποίας το φως δεν εμποδίζεται για πάντα να «δραπετεύσει» από το εσωτερικό της μαύρης τρύπας.

Ο Hawking, σύμφωνα με το "Nature", ζητεί να υπάρξει ένας επαναπροσδιορισμός της έννοιας της μαύρης τρύπας, πάνω από όλα με την κατάργηση του «ορίζοντα γεγονότων», του αόρατου συνόρου που υποτίθεται ότι περιβάλλει κάθε μαύρη τρύπα στο σύμπαν και εμποδίζει δια παντός στο φως να ξεφύγει. Όπως υποστηρίζει, ο εναλλακτικός «φαινομενικός ορίζοντας» μόνο προσωρινά «φυλακίζει» μέσα στην μαύρη τρύπα την ύλη και την ενέργεια, εωσότου τελικά τις «απελευθερώσει» ξανά, αν και σε διαφορετική μορφή.

Έτσι, ενώ η κυρίαρχη θεωρία της φυσικής εμποδίζει οτιδήποτε να ξεφύγει από την μαύρη τρύπα, ο Hawking επιμένει ότι αυτό δεν μπορεί να συμβαίνει, καθώς αντίκειται στην κβαντική θεωρία. Βέβαια, όπως παραδέχεται, για μια ολοκληρωμένη εξήγηση της όλης διαδικασίας, απαιτείται μια εξίσου ολοκληρωμένη θεωρία που ενοποιεί τη βαρύτητα με τις άλλες θεμελιώδεις δυνάμεις στη φύση, κάτι που μέχρι στιγμής δεν έχουν καταφέρει οι επιστήμονες.

Η νέα εργασία του Hawking με τον κάπως ασυνήθιστο τίτλο «Διατήρηση πληροφορίας και πρόβλεψη καιρού για τις μαύρες τρύπες», αναμένεται να αναζωπυρώσει τις διαμάχες μεταξύ των φυσικών για τη φύση και τη λειτουργία των μαύρων οπών. Ο βασικός ισχυρισμός του είναι πως οι κβαντικές επιπτώσεις γύρω από μια μαύρη τρύπα υποχρεώνουν τον χωροχρόνο να «κυματίζει» τόσο πολύ έντονα, που είναι αδύνατο να υπάρχει ένα τόσο σαφώς προσδιορισμένο σύνορο, όπως ο «ορίζοντας γεγονότων».

Ήδη από τη δεκαετία του '70, ο Βρετανός φυσικός είχε δείξει θεωρητικά ότι οι μαύρες τρύπες μπορούν αργά να συρρικνωθούν, αποβάλλοντας τη λεγόμενη «ακτινοβολία Hawking». Τώρα, προτείνει ότι ο «φαινομενικός ορίζοντας» είναι το πραγματικό - προσωρινό- σύνορο μιας μαύρης τρύπας. «Η απουσία των οριζόντων γεγονότων», όπως γράφει στη νέα δημοσίευσή του, «σημαίνει ότι δεν υπάρχουν μαύρες τρύπες - με την έννοια των καταστάσεων από όπου το φως δεν μπορεί να δραπετεύσει στην αιωνιότητα».

Αντίθετα με τον ορίζοντα γεγονότων, ο εφήμερος «φαινομενικός ορίζοντας» μπορεί να εξαφανισθεί, πράγμα που, σε τελευταία ανάλυση, σημαίνει ότι οτιδήποτε μπορεί τελικά να βγει από την μαύρη τρύπα - αν και σε διαφορετική κατάσταση από αυτή που

μπήκε. Πάντως ο Hawking δεν περιγράφει -ακόμα τουλάχιστον- μέσω ποιού μηχανισμού μπορεί να γίνει η εξαφάνιση του «φαινομενικού ορίζοντα».

Αν όλα αυτά έχουν βάση, τότε οι πληροφορίες που «ρουφιούνται» από μια μαύρη τρύπα προς το κέντρο της, τελικά δεν καταστρέφονται, αλλά απλώς «παραμορφώνονται» και ξαναβγαίνουν μέσω της «ακτινοβολίας Hawking» σε τελείως άλλη και μη αναγνωρίσιμη μορφή.

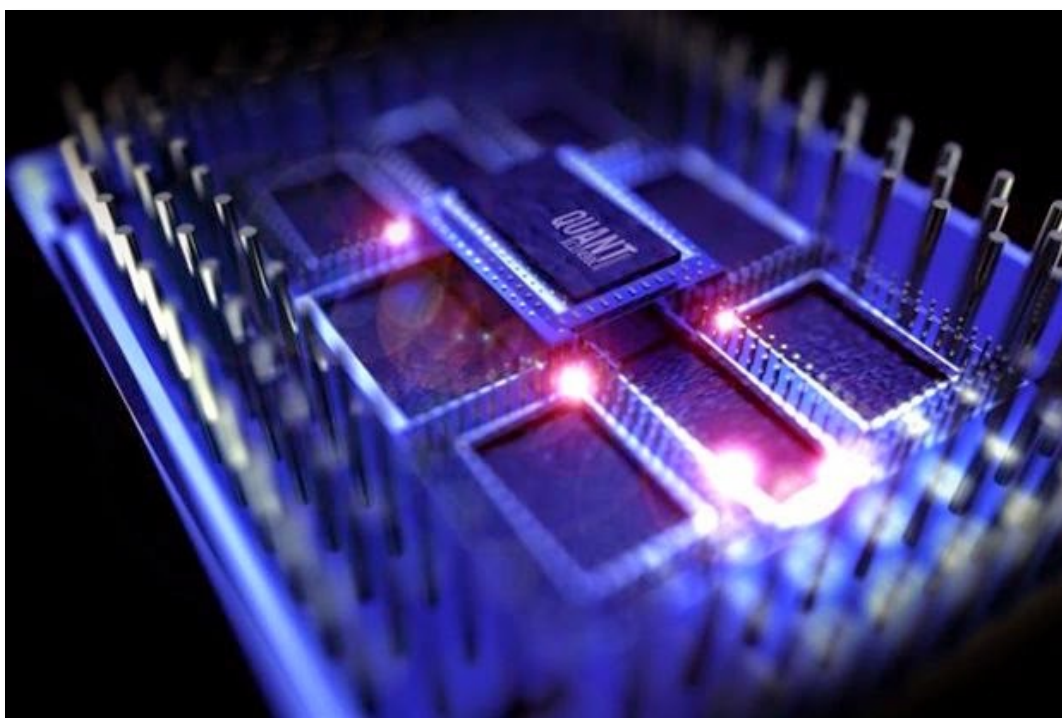
## 15 | Κβαντική πληροφορική

### 15.1 Κβαντικός Υπολογιστής

Κβαντικός υπολογιστής ονομάζεται μια υπολογιστική μηχανή η οποία χρησιμοποιεί ιδιότητες της κβαντομηχανικής, όπως η υπέρθεση και η διεμπλοκή καταστάσεων<sup>[1]</sup>, με σκοπό την επεξεργασία δεδομένων και την εκτέλεση υπολογισμών. Οι ιδιότητες των κβαντικών υπολογιστών μελετώνται από τον τομέα της Φυσικής αλλά η τεχνολογία τους είναι σε πρώιμα στάδια ανάπτυξης.

Σε έναν κβαντικό υπολογιστή η στοιχειώδης μονάδα πληροφορίας είναι qubit σε αντίθεση με τους συμβατικούς υπολογιστές όπου χρησιμοποιείται το bit. Στηριζόμενοι στις κβαντομηχανικές ιδιότητες, οι υπολογιστές αυτοί μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την αναπαράσταση και τη δόμηση δεδομένων καθώς και την επεξεργασία αυτών. Παρόλο που βρίσκονται σε πειραματικό στάδιο ακόμη, τα αποτελέσματα των πειραμάτων είναι πολύ θετικά.

Οι κβαντικοί υπολογιστές είναι ικανοί να λύνουν προβλήματα με πολύ μεγαλύτερη ταχύτητα από τους συμβατικούς υπολογιστές, αφού θα χρησιμοποιούν τους καλύτερους μέχρι τώρα αλγόριθμους, όπως τον αλγόριθμο του Shor.



## 15.2 Qubit

Ένα bit περιγράφεται από την κατάσταση του 0 ή 1. Παρόμοια, ένα qubit περιγράφεται από την κβαντική του κατάσταση. Δύο διαφορετικές δυνατές καταστάσεις για ένα qubit, αντιστοιχούν στο 0 και στο 1 ενός κλασικού μπιτ. Στην κβαντομηχανική όμως κάθε αντικείμενο που έχει δύο διαφορετικές καταστάσεις έχει αναγκαστικά και μια περιοχή ολόκληρη άλλων καταστάσεων, που λέγονται υπερθέσεις και οι οποίες περιέχουν τις αρχικές δύο καταστάσεις κατά ένα μεταβλητό ποσοστό την κάθε μια.

Οι επιτρεπόμενες καταστάσεις ενός qubit είναι κατ' αρχήν όλες εκείνες οι καταστάσεις που είναι διαθέσιμες για ένα μπιτ, το οποίο εμφυτεύεται σε έναν κβαντικό κόσμο. Οι καταστάσεις του qubit αντιστοιχούν σε σημεία επί της επιφανείας μιας σφαίρας, όπου το 0 και το 1 είναι ο Νότιος και Βόρειος πόλος της.

Η συνέχεια της περιοχής της σφαίρας μεταξύ των καταστάσεων 0 και 1, δημιουργεί πολλές από τις παράδοξες ιδιότητες της κβαντικής πληροφορίας.

Κάποια επιχειρήματα δείχνουν ότι η ποσότητα της πληροφορίας είναι άπειρη: Για να καθορίσουμε μια κβαντική κατάσταση χρειάζεται να καθορίσουμε το "πλάτος" και "μήκος" του αντίστοιχου σημείου επί της σφαίρας και τουλάχιστον κατ' αρχήν αυτό μπορεί να γίνει με όσο μεγάλη ακρίβεια θέλουμε.

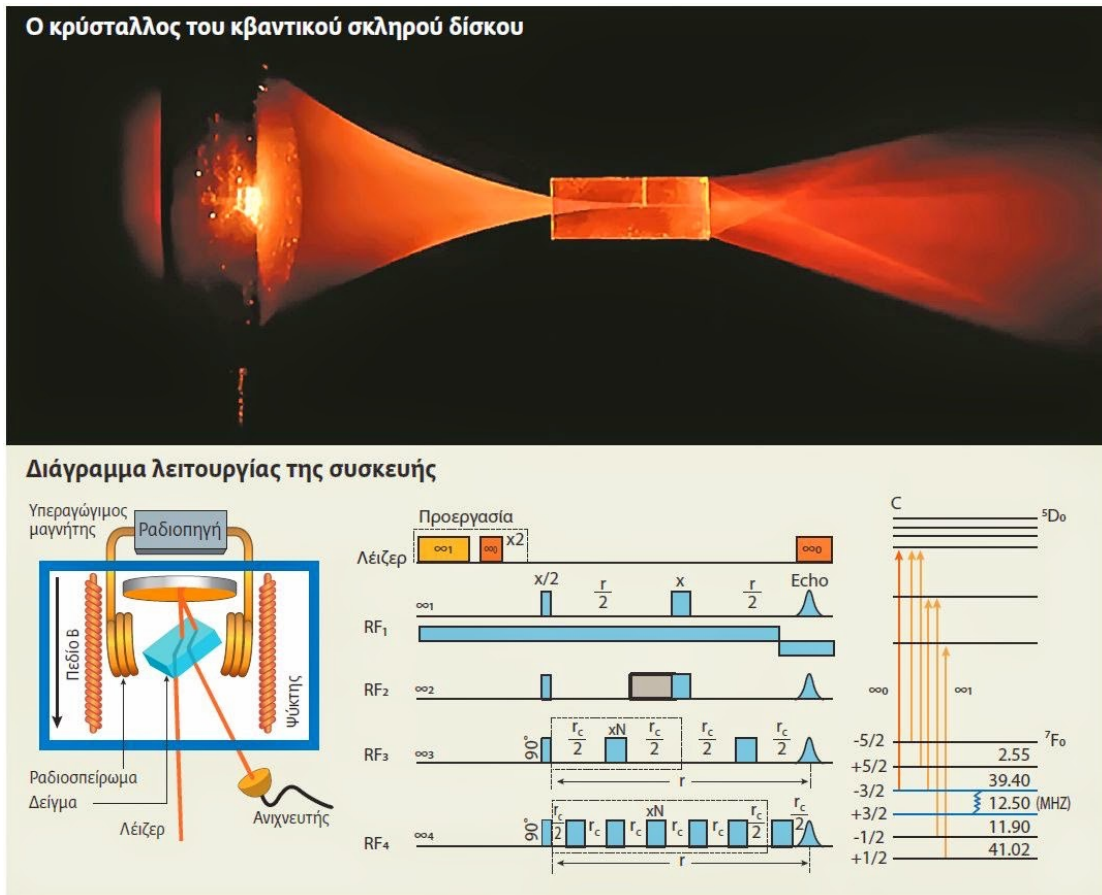
Ένα qubit μπορεί να πάρει την τιμή 0 ή 1 ή οποιαδήποτε υπέρθεση αυτών. Δυο qubits μπορούν να πάρουν την τιμή της υπέρθεσης τεσσάρων δυνατών καταστάσεων και τα τρία qubits οποιαδήποτε τιμή υπέρθεσης οχτώ καταστάσεων. Ουσιαστικά, ένας κβαντικός υπολογιστής με  $n$  qubits μπορεί να βρίσκεται σε υπέρθεση των έως  $2^n$  δυνατών καταστάσεων ταυτόχρονα, ενώ ο συμβατικός υπολογιστής μπορεί να βρίσκεται μόνο σε μια κατάσταση τη φορά. Για την επίλυση ενός προβλήματος, ο κβαντικός υπολογιστής θέτει τα qubits σε μια αρχική κατάσταση όπου αναπαριστά το αρχικό πρόβλημα και χρησιμοποιεί λογικές κβαντικές πύλες για τον χειρισμό τους.

## 15.3 Τυφλός Κβαντικός Υπολογιστής

Μια ομάδα ερευνητών κατάφερε να δημιουργήσει έναν κβαντικό υπολογιστή ο οποίος λειτουργεί χωρίς καν να βλέπει τα δεδομένα του δίνοντας άμεση λύση στα σύγχρονα προβλήματα ασφαλείας. Η ανακάλυψη αυτή μας φέρνει πολύ κοντά στη δημιουργία ενός quCloud το οποίο θα αντικαταστήσει το τωρινό ώστε οι χρήστες θα μπορούν να διαχειρίζονται από απόσταση τα δεδομένα τους με απόλυτη ασφάλεια.



Η ιδέα αυτή διατυπώθηκε το 2009 και πρόσφατα έγινε το πρώτο βήμα δημιουργώντας το συγκεκριμένο είδος κβαντικού υπολογιστή. Οι ερευνητές χρησιμοποίησαν ως βάση έναν κβαντικό υπολογιστή φωτονίων και δημιούργησαν σειρές φωτονίων οι οποίες αποτελούν κωδικοποιημένες εκδοχές δυο αλγορίθμων. Αφού διοχετευθούν αυτές οι σειρές φωτονίων στον κβαντικό υπολογιστή, αυτός τρέχει τους αλγορίθμους αλλά επειδή είναι κωδικοποιημένοι κανείς δε μπορεί να δει τι γίνεται.



## 15.4 Κβαντική μνήμη

Η σύγχρονη επικοινωνία περιλαμβάνει τη μετάδοση της πληροφορίας μέσω φωτονίων που εκπέμπονται από λέιζερ και μεταδίδονται μέσω οπτικών ινών. Καθώς όμως η απόσταση που ταξιδεύουν τα φωτόνια αυξάνεται το σήμα εξασθενεί. Οπότε χρησιμοποιούνται ανά διαστήματα περίπου 100 χιλιομέτρων ενισχυτές λέιζερ που ενισχύουν το σήμα μέσω πολλαπλασιασμού των φωτονίων. Στις κβαντικές επικοινωνίες όμως σημασία έχουν τα μεμονωμένα φωτόνια και η κβαντική τους κατάσταση. Άρα, «ενίσχυση του σήματος» θα σήμαινε όχι απλώς αύξηση του αριθμού των φωτονίων αλλά και διατήρηση της αρχικής τους κβαντικής κατάστασης.



Κοινό μυστικό στους κύκλους των κβαντομηχανικών είναι ότι τα κεφάλαια χρηματοδότησης των ερευνών τους προέρχονται κατ' εξοχήν από στρατιωτικούς και τραπεζικούς κύκλους που επιθυμούν διακαώς την πρακτική επίτευξη της απόλυτα ασφαλούς επικοινωνίας μέσω κβαντικής κρυπτογράφησης. Παρά την άφθονη χρηματοδότηση, όμως, δεν είχε βρεθεί ως πρόσφατα κάποιο ικανοποιητικό κύκλωμα μνήμης που θα διασφάλιζε την αναμετάδοση των πληροφοριών σε μεγάλες αποστάσεις. Μέχρι που, τον Σεπτέμβριο του 2014, ήρθε το καλό μαντάτο από τη Σχολή Φυσικής του Πανεπιστημίου της Βαρσοβίας: κατόρθωσαν να φτιάξουν κβαντική μνήμη, που μάλιστα λειτουργεί σε κανονικές θερμοκρασίες.

«Η μεγαλύτερη πρόκληση στην κατασκευή της κβαντικής μνήμης ήταν η ακριβής επιλογή των παραμέτρων του συστήματος που θα του επέτρεπε να αποθηκεύει, να καταχωρίζει και να διαβάζει την κβαντική πληροφορία αποτελεσματικά. Επίσης βρήκαμε έναν νέο τρόπο για τη μείωση του θορύβου κατά τη διάρκεια της ανίχνευσης» δήλωσε ο επικεφαλής Wojciech Wasilewski. Και ο διδακτορικός φοιτητής που ανέπτυξε τη μνήμη Radek Chrapkiewicz συμπλήρωσε: «Ως τώρα η κβαντική μνήμη απαιτούσε ιδιαίτερα εξελιγμένο εξοπλισμό εργαστηρίου και σύνθετες τεχνικές φύξης του συστήματος σε θερμοκρασίες που πλησιάζουν το απόλυτο μηδέν. Η συσκευή ατομικής μνήμης που δημιουργήσαμε λειτουργεί σε πολύ υψηλές θερμοκρασίες, στην περιοχή των δεκάδων βαθμών Κελσίου, όπου είναι πολύ πιο εύκολο να διατηρηθεί.

Το κύριο σώμα της μνήμης είναι ένας γυάλινος σωλήνας διαμέτρου 2,5 cm και μήκους 10 cm, γεμάτος με ευγενές αέριο, με τοιχώματα που έχουν επικάλυψη ρουβιδίου. Όταν η κβαντική πληροφορία αποθηκεύεται σε μια τέτοια μνήμη, άλλα φωτόνια «αποτυπώνουν» τις κβαντικές τους καταστάσεις σε άτομα ρουβιδίου και άλλα επανεκπέμπονται. Από την ανίχνευση των διαφυγόντων φωτονίων επιβεβαιώνεται ότι οι πληροφορίες έχουν αποθηκευθεί. Αντίστροφα, η ανάγνωση των αποθηκευμένων στη μνήμη πληροφοριών γίνεται μέσω της χρήσης άλλου ειδικά επιλεγμένου παλμού λέιζερ και μιας κάμερας με ειδικό οπτικό φίλτρο. Η σταθερότητα της κβαντικής πληροφορίας που είναι αποθηκευμένη στη μνήμη διαρκεί ως το πολύ κάποιες δεκάδες μικροδευτερόλεπτα. Μπορεί να ακούγεται φοβερά βραχύβια μια τέτοια απομνημόνευση, αλλά στον τομέα των τηλεπικοινωνιών επαρκεί για τη μετάδοση κβαντικού σήματος στον επόμενο κόμβο αναμετάδοσης.

### 15.4.1 Ο δυναμικός έλεγχος της μορφής των qubits

Μέσω της πολωνέζικης ατομικής μνήμης οι κβαντικοί υπολογιστές θα μπορούν καταρχάς να επικοινωνούν μεταξύ τους στήνοντας ένα «κβαντικό Διαδίκτυο». Το σχήμα των φωτονίων, όμως, με άλλα λόγια το πώς η ενέργειά τους κατανέμεται συναρτήσει του χρόνου, είναι ζωτικής σημασίας για την επιτυχή μετάδοση των πληροφοριών. Αυτό το σχήμα απαιτείται να είναι συμμετρικό στον χρόνο, ενώ τα φωτόνια που εκπέμπονται από τα άτομα έχουν συνήθως ασύμμετρο σχήμα.

Καθοριστική λοιπόν για την επίτευξη «κβαντικής διαδικτύωσης» είναι η ύπαρξη ενός κατάλληλου εξωτερικού ελέγχου της μορφής των φωτονίων. Στο τεύχος της 15ης Δεκεμβρίου 2014 του περιοδικού «Nature» ερευνητές του ολλανδικού Πολυτεχνείου του Αϊντχόβεν, TU/e, δημοσίευσαν ακριβώς μια τέτοια μέθοδο δυναμικού ελέγχου της μορφής των φωτονίων. Κατόρθωσαν να πάρουν τον απαιτούμενο βαθμό ελέγχου με την ενσωμάτωση μιας κβαντικής κουκκίδας<sup>[12]</sup> σε ένα «φωτονικό κρύσταλλο» δημιουργώντας έτσι μια οπτική κοιλότητα. Στη συνέχεια, οι ερευνητές εφάρμοσαν έναν πολύ σύντομο ηλεκτρικό παλμό στην κοιλότητα ώστε να επηρεάσουν το πώς η κβαντική κουκκίδα αλληλεπιδρά με αυτόν και το πώς το φωτόνιο εκπέμπεται. Μεταβάλλοντας την ισχύ αυτού του παλμού διαπίστωσαν ότι ήταν σε θέση να ελέγχουν το σχήμα των μεταδιδόμενων φωτονίων.

### 15.4.2 Ο πρώτος κβαντο-σκληρός δίσκος

Η ομάδα των εν λόγω φυσικών αποθήκευσε την κβαντική πληροφορία σε άτομα του σπάνιου στοιχείου ευρώπιο, ενσωματωμένα σε έναν κρύσταλλο. Η τεχνική τους, όπως υποστηρίζουν, επιτρέπει τη δημιουργία κβαντικών δικτύων σε έκταση περίπου 100 χιλιομέτρων. «Ο χρόνος αποθήκευσης που παίρνουμε είναι τόσο μεγάλος ώστε ακόμη και αν μεταφέρουμε με τα πόδια τους κρυστάλλους μας θα έχουμε λιγότερες απώλειες από τα σημερινά συστήματα λέιζερ» δήλωσε περιχαρής η επικεφαλής δρ. Manjiv Zhong. «Μπορούμε τώρα να φανταστούμε την αποθήκευση πεπλεγμένων φωτονίων σε ξεχωριστούς κρυστάλλους και στη συνέχεια τη μεταφορά τους σε διάφορα μέρη του δικτύου χιλιάδες χιλιόμετρα μακριά. Έτσι σκεφτόμαστε τους κρυστάλλους μας ως φορητούς οπτικούς δίσκους κβαντικής διεμπλοκής» κατέληξε.

Ο χρόνος-ρεκόρ της αποθήκευσης έξι ωρών εννοείται ότι είναι ένα κολοσσιαίο άλμα προς την κατεύθυνση ενός ασφαλούς παγκόσμιου δικτύου κρυπτογράφησης δεδομένων που πρωτίστως θα μπορούσε να αξιοποιηθεί για τις τραπεζικές συναλλαγές και τα προσωπικά μηνύματα ηλεκτρονικού ταχυδρομείου.

## 15.5 Διεμπλοκή

Τα απλά qubits είναι ενδιαφέροντα, αλλά ακόμη πιο ενδιαφέρουσα συμπεριφορά προκύπτει όταν διάφορα qubits αποτελέσουν μια ομάδα. Ένα κύριο χαρακτηριστικό για την επιστήμη της κβαντικής πληροφορίας είναι η κατανόηση ότι οι ομάδες από δύο ή περισσότερα κβαντικά αντικείμενα μπορούν να έχουν καταστάσεις που να είναι διαπλεγμένες. Αυτές οι διαπλεγμένες καταστάσεις έχουν ιδιότητες τελείως ξεχωριστές από οτιδήποτε αντικείμενο της κλασικής φυσικής και αποτελούν ένα νέο τύπο φυσικών πηγών με τις οποίες μπορούμε να εκτελέσουμε ενδιαφέρουσες εργασίες.

Τα μέλη μιας διαπλεγμένης συλλογής αντικειμένων, δεν έχουν τις δικές τους ξεχωριστές κβαντικές καταστάσεις. Μόνο η ομάδα ως σύνολο έχει μια καλά καθορισμένη κατάσταση. Το φαινόμενο αυτό είναι πολύ πιο ιδιόμορφο από την απλή υπέρθεση των καταστάσεων ενός συγκεκριμένου σωματιδίου. Ένα τέτοιο σωματίδιο έχει μια καλά καθορισμένη κβαντική κατάσταση ακόμη και αν αυτή η κατάσταση μπορεί να είναι υπέρθεση διαφορετικών κλασικών καταστάσεων.

Αν τα ζάρια μπορούσαν να διαπλεχθούν με τον τρόπο των κβαντικών σωματιδίων, κάθε διαπλεγμένο ζευγάρι θα έδινε το ίδιο αποτέλεσμα, ακόμη και αν τα ρίχναμε σε τοποθεσίες που θ' απείχαν έτη φωτός η μία από την άλλη ή σε εντελώς διαφορετικούς χρόνους.

Τα διαπλεγμένα κβαντικά συστήματα συμπεριφέρονται με τρόπους που είναι αδύνατοι στον κλασικό κόσμο.

Τα διαπλεγμένα αντικείμενα συμπεριφέρονται σαν να ήταν συνδεδεμένα το ένα με το άλλο, άσχετα από το πόσο μακριά βρίσκονται μεταξύ τους. Η απόσταση δεν ελαττώνει καθόλου τον βαθμό διεμπλοκής. Αν κάτι είναι διαπεπλεγμένο με άλλα αντικείμενα, και εκτελέσουμε μια μέτρηση σ' αυτό, συγχρόνως παίρνουμε πληροφορία και για τους συνεργάτες του. Εύκολα μπορεί να γίνει η παρεξήγηση και να σκεφθούμε ότι κάποιος θα μπορούσε να χρησιμοποιήσει τη διεμπλοκή για να στείλει σήματα με ταχύτητα μεγαλύτερη του φωτός, παραβιάζοντας την ειδική σχετικότητα του Einstein, αλλά η πιθανοκρατική φύση της κβαντομηχανικής εμποδίζει παρόμοιες προσπάθειες.

Για ένα μεγάλο χρονικό διάστημα, η διεμπλοκή θεωρήθηκε ως αξιοπερίεργο φαινόμενο και κατά βάση αγνοήθηκε από τους φυσικούς. Η κατάσταση άλλαξε στη δεκαετία του 1960 όταν ο John S. Bell στο CERN, πρόβλεψε ότι οι διαπλεγμένες κβαντικές καταστάσεις μας επιτρέπουν να εκτελέσουμε κρίσιμους πειραματικούς ελέγχους, με τους οποίους διακρίνουμε την κβαντομηχανική από την κλασική φυσική. Ο Bell πρόβλεψε και οι πειραματικοί επιβεβαίωσαν ότι τα διαπλεγμένα κβαντικά συστήματα παρουσιάζουν τέτοια συμπεριφορά, η οποία είναι αδύνατη στον κλασικό

κόσμο. Αδύνατη, ακόμη και αν κάποιος άλλαζε τους νόμους της φυσικής προσπαθώντας να εξομοιώσει τις κβαντικές προβλέψεις με ένα σύνολο κλασικών νόμων οποιουδήποτε είδους!

Στις αρχές της δεκαετίας του 1990 η ιδέα ότι η διεμπλοκή βγαίνει τελείως έξω από τη θεώρηση της κλασικής φυσικής, έκανε τους ερευνητές ν' αναρωτηθούν αν η διεμπλοκή θα μπορούσε να φανεί χρήσιμη ως πηγή επίλυσης διαφόρων προβλημάτων επεξεργασίας πληροφορίας, με νέους τρόπους. Η απάντηση ήταν καταφατική. Η πληθώρα των παραδειγμάτων άρχισε το 1991, όταν ο Artur K. Ekert του πανεπιστημίου του Cambridge έδειξε πως να χρησιμοποιήσουμε τη διεμπλοκή για να διαμοιράσουμε κρυπτογραφικά κλειδιά που δεν μπορούν να υποκλαπούν. Το 1992 ο Charles H. Bennett στην IBM και ο Stephen Wiesner του πανεπιστημίου του Tel Aviv, έδειξαν πως η διεμπλοκή θα μπορούσε να βοηθήσει στην αποστολή κλασικής πληροφορίας από ένα τόπο σ' έναν άλλο (μια διαδικασία που λέγεται υπέρ-πυκνή κωδικοποίηση, στην οποία δύο μπιτ μεταφέρονται από ένα σωματίδιο το οποίο φαινομενικά έχει χώρο για να μεταφέρει μόνο ένα). Το 1993 μια διεθνής ομάδα με 6 συνεργάτες εξήγησε πως να τηλεμεταφέρουμε μια κβαντική κατάσταση από ένα τόπο σ' έναν άλλο, χρησιμοποιώντας τη διεμπλοκή.

Τα ποσοτικά μέτρα της διεμπλοκής αποδεικνύονται εξαιρετικά χρήσιμα στην ενοποίηση των εννοιών που χρειάζονται για την περιγραφή μιας μεγάλης σειράς φαινομένων. Τα μέτρα της διεμπλοκής βελτιώνουν τον τρόπο που οι ερευνητές μπορούν να αναλύουν εργασίες όπως η κβαντική τηλεμεταφορά αλλά και αλγόριθμους σε κβαντικούς υπολογιστές.

Οι άνθρωποι έχουν προσεγγίσει εξαιρετικά πολύπλοκα φαινόμενα, προχωρώντας από πάνω προς τα κάτω. Το πιο ονομαστό παράδειγμα είναι ένας αλγόριθμος εύρεσης των πρώτων παραγόντων ενός σύνθετου ακεραίου, σε ένα κβαντικό υπολογιστή. Τον αλγόριθμο αυτόν δημιούργησε το 1994 ο Peter W. Shor των εργαστηρίων AT&T Bell. Σε ένα κλασικό υπολογιστή, οι καλύτεροι αλγόριθμοι που γνωρίζουμε, απαιτούν εκθετικά αυξανόμενες πηγές για την παραγοντοποίηση όλο και μεγαλύτερων αριθμών. Ένας αριθμός με 500 ψηφία χρειάζεται 100 εκατομμύρια φορές περισσότερους υπολογισμούς απ' ότι ένας αριθμός με 250 ψηφία. Στον αλγόριθμο του Shor η αύξηση είναι μόνο πολυωνυμική. Ένας αριθμός με 500 ψηφία χρειάζεται μόνο 8 φορές περισσότερα βήματα απ' ότι ένας αριθμός με 250 ψηφία.

Ο αλγόριθμος του Shor είναι ένα ακόμη παράδειγμα του βασικού ζητήματος (πόσος χρόνος υπολογισμών απαιτείται για να βρούμε τους παράγοντες ενός ακεραίου με  $n$  ψηφία;), αλλά ο αλγόριθμος μοιάζει να είναι απομονωμένος από όλα σχεδόν τα άλλα αποτελέσματα της επιστήμης της κβαντικής πληροφορίας. Εκ πρώτης όψεως φαίνεται

απλώς σαν ένα έξυπνο υπολογιστικό τέχνασμα με μικρή θεμελιώδη αξία. Αυτό όμως είναι απατηλό. Οι ερευνητές έχουν δείξει ότι ο αλγόριθμος του Shor μπορεί να ερμηνευτεί ως μια περίπτωση της διαδικασίας για την εύρεση των ενεργειακών σταθμών ενός κβαντικού συστήματος, μιας διαδικασίας που η σημασία της είναι θεμελιώδης. Με την πάροδο του χρόνου, καθώς ο χάρτης των ζητημάτων της κβαντικής πληροφορίας συμπληρώνεται όλο και περισσότερο, θα είναι όλο και πιο εύκολο να συλλάβουμε τις αρχές που βρίσκονται κάτω από τον αλγόριθμο του Shor και από άλλους κβαντικούς αλγόριθμους.

Μια τελευταία εφαρμογή, η διόρθωση κβαντικών σφαλμάτων, μας δίνει την καλύτερη ένδειξη μέχρι σήμερα, ότι η επιστήμη της κβαντικής πληροφορίας είναι ένα χρήσιμο πλαίσιο για τη μελέτη του κόσμου. Οι κβαντικές καταστάσεις είναι ευπαθείς, καταστρέφονται εύκολα από τυχαίες αλληλεπιδράσεις ή από θόρυβο, κι έτσι οι τρόποι αντιμετώπισης αυτών των διαταραχών είναι μεγάλης σημασίας.

Οι κλασικοί τρόποι υπολογισμού και επικοινωνίας έχουν ήδη πετύχει ισχυρούς κώδικες διόρθωσης σφαλμάτων για να προστατέψουν την πληροφορία από την διείσδυση του θορύβου.

## 15.6 Η κβαντική διόρθωση σφαλμάτων

Αρχικά φάνηκε ότι είναι αδύνατον να αναπτύξουμε κώδικες για την διόρθωση κβαντικών σφαλμάτων, διότι η κβαντομηχανική μας απαγορεύει να μάθουμε με βεβαιότητα την άγνωστη κατάσταση ενός κβαντικού αντικειμένου – ξανά μπροστά μας το εμπόδιο στην προσπάθεια να έχουμε ως εξαγόμενο περισσότερα του ενός μπιτ από ένα qubit.

Ο κώδικας της απλής κλασικής τριπλέτας συνεπώς αποτυγχάνει διότι δεν μπορούμε να εξετάσουμε κάθε αντίγραφο ενός qubit χωρίς να καταστρέψουμε όλα τα αντίγραφα κατά την διαδικασία αυτή. Ακόμη χειρότερα, το να φτιάζουμε αντίγραφα στην αρχική μας θέση δεν είναι απλό. Η κβαντομηχανική μας απαγορεύει να πάρουμε ένα άγνωστο qubit και να φτιάζουμε με αξιοπιστία ένα αντίγραφό του. Το αποτέλεσμα αυτό είναι γνωστό ως θεώρημα της αδυναμίας κλωνοποίησης.

Η κβαντική διόρθωση σφαλμάτων θα μπορούσε να βελτιώσει την ακρίβεια των καλύτερων ρολογιών του κόσμου.

Η κατάσταση έμοιαζε αδιέξοδη στα μέσα της δεκαετίας του 1990 όταν σπουδαίοι φυσικοί όπως ο Rolf Landauer της IBM έγραφαν κάποια κριτικά άρθρα που έλεγαν ότι η κβαντική διόρθωση σφαλμάτων θα ήταν αναγκαία για τους κβαντικούς

υπολογιστές, αλλά οι κλασικοί κώδικες δεν μπορούσαν να χρησιμοποιηθούν στον κβαντικό κόσμο. Το πεδίο αυτό οφείλει πολλά στην κριτική του Rolf Landauer επειδή υπέδειξε συγκεκριμένα προβλήματα αυτού του τύπου που έπρεπε να ξεπεραστούν. Βλέπε το άρθρο του Gary Stix στο Scientific American, του Σεπτεμβρίου 1998 με τίτλο: "Riding the Back of Electrons".

Ευτυχώς, έξυπνες ιδέες που αναπτύχθηκαν ανεξάρτητα από τον Shor και τον Andrew M. Steane του πανεπιστημίου της Οξφόρδης το 1995, έδειξαν πως μπορούμε να κάνουμε κβαντική διόρθωση σφαλμάτων, χωρίς να μάθουμε ποτέ τις καταστάσεις των qubits ή να χρειαστεί να τις κλωνοποιήσουμε.

Όπως και με τον κώδικα της τριπλέτας, κάθε τιμή παριστάνεται με ένα σύνολο από qubits. Τα qubits αυτά περνάνε μέσα από ένα κύκλωμα ( το κβαντικό ανάλογο των λογικών πυλών ) το οποίο βρίσκει με επιτυχία ένα σφάλμα στα qubits χωρίς να "διαβάσει" πραγματικά ποιες είναι οι ξεχωριστές καταστάσεις.

Μέρος III  
Κβαντικό Χάος

## 16 | Η έννοια του Κβαντικού Χάους

### 16.1 Εισαγωγή

Το κβαντικό χάος είναι ο κλάδος εκείνος της φυσικής που μελετά τον τρόπο με τον οποίο συμπεριφέρεται ένα κβαντικό σύστημα του οποίου το κλασικό όριο είναι Χαοτικό. Ένα τέτοιο κβαντικό σύστημα λέμε ότι έχει κλασικό ανάλογο το οποίο εμφανίζει χάος. Σε πρώτη προσέγγιση του ζητήματος αντιλαμβάνεται κανείς ότι δεν υπάρχει κβαντικό χάος με την έννοια της εκθετικής ευαισθησίας στις αρχικές συνθήκες και αυτό συμβαίνει λόγω της γραμμικότητας της εξίσωσης του Schrödinger. Είναι όμως γνωστό ότι το κβαντικό σύστημα μπορεί να αντιλαμβάνεται την παρουσία του χάους, όταν αυτό εμφανίζεται στο κλασικό του ανάλογο.

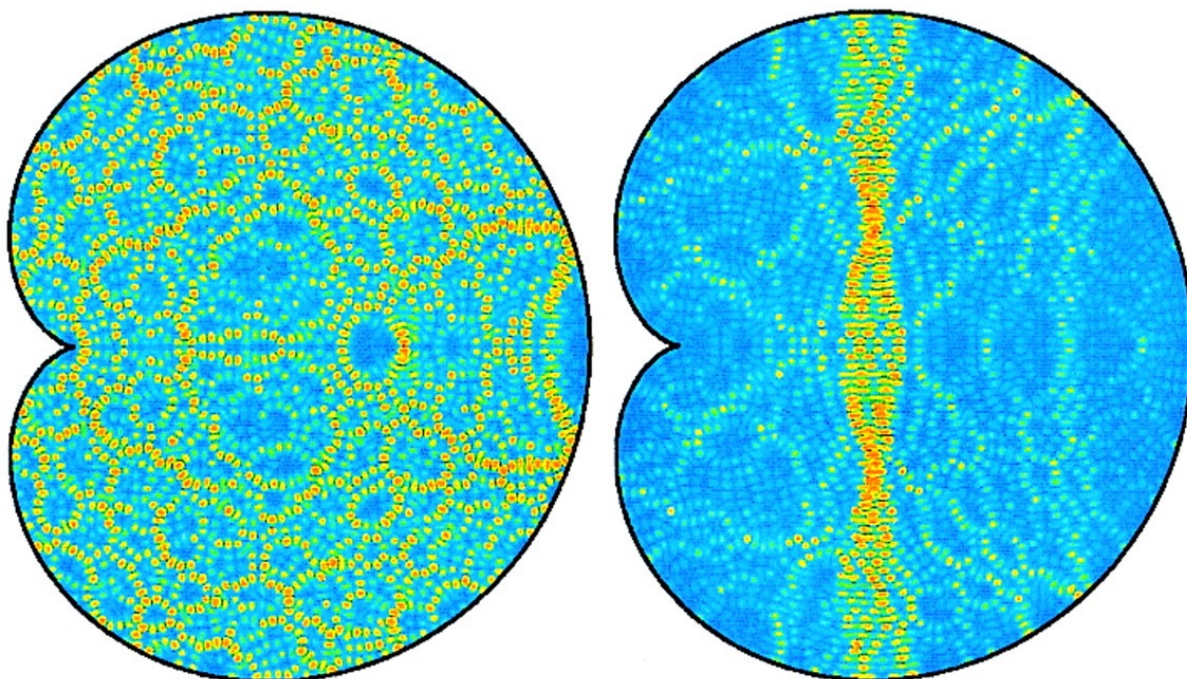
Η διασαφήνιση του ερωτήματος του πως εκδηλώνεται τελικά το κβαντικό χάος έχει να κάνει με την γενικότερη σχέση του κβαντικού με τον κλασικό κόσμο. Εάν η αρχή της αντιστοιχίας πραγματικά ισχύει και εάν η κλασική μηχανική αποτελεί όριο της κβαντομηχανικής (το κλασικό όριο) τότε θα πρέπει κάπου μέσα στην κβαντομηχανική να ελλοχεύει το χάος. Στην αντίθετη περίπτωση θα σημαίνει ότι η μετάβαση από τον κβαντικό κόσμο στον κλασικό δεν γίνεται με ομαλό τρόπο.

Εφόσον τα κβαντικά συστήματα δεν εμφανίζουν εκθετική ευαισθησία στις αρχικές συνθήκες ο ορισμός του χάους δεν μπορεί να γίνει με απευθείας μεταφορά εννοιών όπως οι εκθέτες Lyapunov<sup>[13]</sup> στην κβαντική περιοχή. Άλλωστε στην κβαντομηχανική ακόμα και ο ορισμός της τροχιάς ενός σώματος είναι προβληματικός. Τα φυσικά συστήματα δεν αναπαρίστανται με σημεία στον χώρο των φάσεων αλλά με ανύσματα στον χώρο Hilbert. Λόγω της γραμμικότητας της εξίσωσης του Schrödinger η δυναμική των συστημάτων δεν εξαρτάται από την εκάστοτε αρχική κυματοσυνάρτηση. Εάν δούμε το πρόβλημα της υπερευαισθησίας στις αρχικές συνθήκες στο επίπεδο της κυματοσυνάρτησης προκύπτει ότι η απόσταση μεταξύ δυο γειτονικών κβαντικών καταστάσεων αποτελεί σταθερά της κίνησης γιατί η χρονική εξέλιξη είναι μοναδιαία.

Στην κβαντομηχανική στοιχεία εκθετικής απόκλισης υπάρχουν με την έννοια των ελαφρά διαταραγμένων συστημάτων. Εάν διαφοροποιήσουμε ελαφρά τον τελεστή Χάμιλτον ενός κβαντικού συστήματος με χαοτικό κλασικό ανάλογο τότε μπορούμε να δούμε ότι, με τις ίδιες αρχικές συνθήκες, τα δυο γειτονικά συστήματα εμφανίζουν εκθετικές αποκλίσεις ως προς την συμπεριφορά τους. Αντίθετα εάν το κλασικό



ανάλογο του συστήματος εμφανίζει κανονικότητα συνήθως οι αποκλίσεις σε μικρές διαταραχές εμφανίζουν συμπεριφορά ύψωσης σε δύναμη. Το γεγονός αυτό συνιστά το κβαντικό φαινόμενο της πεταλούδας.



Το κλασικό χάος ορίζεται με την βοήθεια της έννοιας της τροχιάς. Δυο γειτονικά σημεία στον χώρο των φάσεων αποκλίνουν εκθετικά. Πως όμως θα μπορούσαμε να ορίσουμε την έννοια της τροχιάς ενός κβαντικού σωματιδίου; Στην κλασική φυσική η θέση και η ορμή του σωματιδίου μπορεί να ορίζεται ακριβώς σε κάθε χρονική στιγμή και έτσι λέμε ότι το σωματίδιο είναι απόλυτα εντοπισμένο. Και στην κβαντομηχανική όμως μπορούμε να κατασκευάσουμε καταστάσεις οι οποίες είναι εντοπισμένες σε μια στενή περιοχή του χώρου των φάσεων, στον βαθμό βέβαια που μας επιτρέπει η αρχή της αβεβαιότητας του Heisenberg. Από την άλλη το θεώρημα του Ehrenfest καταδεικνύει μια πολύ σημαντική ιδιότητα αντιστοιχίας μεταξύ της κβαντικής και της κλασικής δυναμικής. Το θεώρημα αυτό μας λέει ότι η μέση θέση και η μέση ορμή του κβαντικού σωματιδίου θα υπακούει τον νόμο του Νεύτωνα εφόσον ως δύναμη θεωρήσουμε την μέση δύναμη που ασκείται στο κβαντικό σωματίδιο. Αυτή η μέση δύναμη (ενεργός δύναμη) ορίζεται στο προκείμενο ως  $\langle y(t)F(x)y(t) \rangle$  όπου θεωρούμε εξάρτηση μόνο από την θέση.

Είναι λογικό ότι μια αρχικά, καλά εντοπισμένη, κβαντική κατάσταση θα παρακολουθήσει, για το χρονικό διάστημα που παραμένει εντοπισμένη, την κλασική τροχιά. Κατά την διάρκεια της πορείας ο μη τοπικός χαρακτήρας της κβαντικής

φυσικής θα εξαναγκάσει την κβαντική κατάσταση να «νιώσει» όλο και μεγαλύτερο μέρος του φασικού χώρου και έτσι να απεντοπιστεί.

Αν υπολογίζουμε την ενεργό δύναμη γύρω από τα σημεία που ορίζει η κλασική τροχιά, λόγω απεντοπισμού πρέπει να συμμετέχουν όροι μεγαλύτερης τάξης, και έτσι τελικά η κβαντική κατάσταση θα αποκλίνει δραματικά της κλασικής τροχιάς. Ο κρίσιμος χρόνος μετά από τον οποίο μπορούμε να διακρίνουμε την κλασική από την κβαντική δυναμική είναι γνωστός σαν Χρόνος Διαχωρισμού του Ehrenfest (Ehrenfest Break Time) και σχετίζεται με τον χρόνο απεντοπισμού. Ο ίδιος ο Ehrenfest, σε μια προσπάθεια να προσεγγίσει το πρόβλημα της σχέσης κλασικού-κβαντικού, είχε οδηγηθεί στην διαπίστωση ότι ο χρόνος αυτός προκύπτει από το χαρακτηριστικό μέγεθος της δράσης του συστήματος, εκπεφρασμένο σε μονάδες σταθεράς του Planck ( $h = 10^{-34} \text{J} \times \text{s}$ ), υψωμένο σε κάποια μικρή δύναμη (power law). Με βάση τον υπολογισμό του Χρόνου Διαχωρισμού του Ehrenfest προκύπτει μια πρώτη σοβαρή ερμηνεία για τον χρόνο διαφοροποίησης της κβαντικής από την κλασική συμπεριφορά (quantum-classical break time) για τα μακροσκοπικά αντικείμενα. Έτσι η αρχή της αντιστοιχίας δείχνει να εξηγείται με βάση αυτή την προσέγγιση.

Νεότερες προσεγγίσεις του ερωτήματος έδειξαν ότι η λογική αυτή δεν αποκλείει μακροσκοπικές κβαντικές καταστάσεις, έτσι κάτι άλλο θα πρέπει να συμβαίνει, όμως δεν θα αναφερθούμε σε αυτό στην εισαγωγή. Στην πραγματικότητα λεπτομερείς υπολογισμοί και πειραματικά δεδομένα έχουν αποδείξει ότι ο νόμος ύψωσης σε δύναμη δεν ισχύει πάντα. Σε κβαντικά συστήματα με χαοτικό κβαντικό ανάλογο φαίνεται ότι ο Χρόνος Διαχωρισμού του Ehrenfest δεν σχετίζεται με τις δράσεις του συστήματος ως ύψωση σε δύναμη αλλά ακολουθεί άλλους νόμους. Κατά κύριο λόγο στα χαοτικά συστήματα ο Χρόνος Διαχωρισμού σχετίζεται με την δράση λογαριθμικά. Ο Χρόνος Διαχωρισμού του Ehrenfest είναι θεμελιώδης όσον αφορά την κατανόηση της σχέσης κβαντικού-κλασικού, έτσι το γεγονός ότι το χάος εκδηλώνεται, έστω και έμμεσα, στον νόμο υπολογισμού του έχει από μόνο του ξεχωριστή σημασία.

Το πέρασμα από την ευαισθησία στις αρχικές συνθήκες στην ευαισθησία στις διαταραχές του συστήματος καθώς και η σχέση του Χρόνου Διαχωρισμού του Ehrenfest με το χάος είναι ουσιαστικά προσπάθεια μεταφοράς των εννοιών του κλασικού χάους απευθείας στον κβαντικό κόσμο. Δυστυχώς όμως, ακριβής αντιστοιχία μεταξύ εννοιών και φαινομένων δεν υπάρχει ανάμεσα στην κλασική και την κβαντική θεωρία. Γνωρίζουμε πλέον ότι το χάος έχει εκδηλώσεις στα κβαντικά συστήματα με χαοτικό κλασικό όριο. Όμως οι εκδηλώσεις αυτές δεν προκύπτουν ως αντικατοπτρισμός μεταξύ ανάλογων όρων της κλασικής μηχανικής. Για τον λόγο αυτό μιλάμε για εκδηλώσεις του χάους στην κβαντομηχανική και όχι για χάος με την αυστηρή έννοια. Άποψη μας είναι ότι μια συστηματική προσέγγιση του κβαντικού

χάους, ίσως και ένας επαναπροσδιορισμός του, προϋποθέτει την εισαγωγή όρων κβαντικής πληροφορίας στην περιγραφή του φαινομένου. Από την βιβλιογραφία των τελευταίων είκοσι ετών προκύπτει ότι το κβαντικό χάος εκδηλώνεται με τρόπους που δύσκολα κανείς αναμένει. Κάθε ένας από αυτούς τους τρόπους συχνά οδηγεί και σε μια άλλη οπτική για το κβαντικό χάος.

Η έννοια του κβαντικού χάους προσεγγίζεται κυρίως με τους ακόλουθους τρόπους:

1. Με απευθείας εφαρμογή της αρχής της αντιστοιχίας.  
Εφαρμόζοντας την αρχή της αντιστοιχίας, κατά περίπτωση, μπορούν να βγουν συμπεράσματα όσον αφορά τον τρόπο μετάβασης, ενός κβαντικού συστήματος, στο κλασικό χάος.
2. Με την θεωρία των διαταραχών στο όριο των μεγάλων κβαντικών αριθμών.  
Αφορά το κβαντικό φαινόμενο πεταλούδας. Ο τελεστής Χάμιλτον διαταράσσεται ελαφρά, σε κάποιο κβαντικό σύστημα, και εξετάζεται η δυναμική του διαταραγμένου συστήματος σε σχέση με το αδιατάρακτο.
3. Συσχέτιση των στατιστικών ιδιοτήτων των ιδιοενεργειών του κβαντικού τελεστή Χάμιλτον με τις ιδιότητες του κλασικού ανάλογου.  
Αφορά την δυνατότητα κατάταξης των κβαντικών συστημάτων σε σχέση με τις στατιστικές ιδιότητες του φάσματος του. Έχει πειραματικές εφαρμογές καθώς το φάσμα μπορεί να μετρηθεί. Φαίνεται ότι υπάρχουν Παγκόσμιες κλάσεις όσον αφορά τις στατιστικές ιδιότητες των ιδιοτιμών του τελεστή Χάμιλτον.

Συνήθως τα συμπεράσματα προκύπτουν από τον υπολογισμό της κατανομής των αποστάσεων μεταξύ των ενεργειακών καταστάσεων και από την στατιστική συσχέτιση (correlation) μεταξύ των διαφορετικών ιδιοτιμών της ενέργειας.

4. Με εφαρμογή ημικλασικών μεθόδων.  
Ξεκινάμε από το κλασικό σύστημα και προσθέτουμε σε αυτό διαδοχικές κβαντικές διορθώσεις. Η προσέγγιση του κβαντικού χάους γίνεται με την βοήθεια των κλασικών τροχιών.
5. Με εφαρμογή της μηχανικής του Bohm.  
Η μηχανική του Bohm είναι μια εναλλακτική θεώρηση της κβαντομηχανικής. Η κυματοσυνάρτηση θεωρείται ενδιάμεσο θεωρητικό κατασκεύασμα χρήσιμο στην κατασκευή τροχιών. Ονομάζεται δε Πιλοτική κυματοσυνάρτηση (Pilot wave function). Οι τροχιές του Bohm αναπαράγουν τα συμπεράσματα της κβαντομηχανικής. Ωστόσο μας προσφέρουν μια κλασική εικόνα η οποία κάνει

περισσότερο απτή την μεταφορά των εννοιών του μακρόκοσμου στην κβαντική θεωρία.

6. Με εφαρμογή εννοιών της θεωρίας της κβαντικής πληροφορίας.  
Οι εκδηλώσεις του κβαντικού χάους εμφανίζονται στις τιμές μεγεθών όπως η Εντροπία von Neumann, το Entropy of Formation κ.α. Η δυνατότητα μεταγωγής της πληροφορίας διαμέσου ενός κβαντικού συστήματος (quantum channel) αλλάζει όταν, το κλασικό του όριο, εμφανίζει χάος. Αν σκεφτούμε ότι και το κλασικό χάος μπορεί να ιδωθεί από την πληροφοριακή οπτική γωνία βλέπουμε ότι η προσέγγιση του κβαντικού χάους με έννοιες πληροφορίας μπορεί να οδηγήσει σε ενδιαφέροντα συμπεράσματα.
7. Με εφαρμογή της στοχαστικής μηχανικής του Nelson.  
Η στοχαστική μηχανική του Nelson αποτελεί μια ακόμη εναλλακτική θεώρηση της κβαντομηχανικής. Δεν μας απαλλάσσει από την κυματοσυνάρτηση αλλά μας δίνει την δυνατότητα να ορίσουμε τροχιές. Από την οπτική γωνία του Nelson το κβαντικό σωματίδιο εκτελεί κίνηση Brown στον Θεσεογραφικό χώρο.
8. Με την θεωρία των Τυχαίων Πινάκων.  
Η φασματοσκοπική παρατήρηση συστημάτων αποτελούμενων από πολλά σώματα οδηγεί στο συμπέρασμα ότι, ανάλογα με τις συμμετρίες που υπάρχουν, οι ιδιοενέργειες ακολουθούν συγκεκριμένες στατιστικές κατανομές. Από την άλλη, οι ίδιες κατανομές μπορούν να αναπαραχθούν με την βοήθεια πινάκων στα μαθηματικά. Οι πίνακες αυτοί, που έχουν πολύ συγκεκριμένες ιδιότητες, ονομάζονται Τυχαίοι Πίνακες (Random Matrices). Η Θεωρία των Τυχαίων Πινάκων μας βοηθάει πολύ στην συστηματική κατηγοριοποίηση των εκδηλώσεων του κβαντικού χάους. Οι Τυχαίοι Πίνακες εφαρμόστηκαν αρχικά στην έρευνα των πυρηνικών φασμάτων.
9. Με θεωρίες κρυφών μεταβλητών.  
Σύμφωνα με τις θεωρίες αυτές η φύση συμπεριφέρεται κλασικά και έτσι οι μη γραμμικότητες μπορούν να υπάρχουν φυσικά. Η εξίσωση του Schrödinger είναι φαινομενολογική και την χρησιμοποιούμε επειδή μας λείπουν στοιχεία όσον αφορά τους παράγοντες που επιδρούν στον μικρόκοσμο.
10. Μη γραμμικές εξισώσεις του Schrödinger.  
Είναι φαινομενολογικά παραγόμενες εξισώσεις που προκύπτουν από τη εξίσωση του Schrödinger με την εισαγωγή μη γραμμικών όρων. Ιστορικά εφαρμόστηκαν στην περιγραφή κλασικών συστημάτων. Παρά ταύτα, κάτω από προϋποθέσεις, μπορούν να περιγράψουν και κβαντικά συστήματα.

11. Αναπαράσταση στον χώρο των φάσεων με συναρτήσεις ψευδο-πιθανότητας.  
Η κατάσταση ενός κβαντικού σωματιδίου μπορεί να αναπαρασταθεί στον χώρο των φάσεων με συναρτήσεις της μορφής  $f(q, p)$ . Οι συναρτήσεις αυτές μοιάζουν σε πολλά σημεία με κλασικές συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας αλλά στην πραγματικότητα δεν είναι. Έτσι έχουμε την δυνατότητα ορισμού κίνησης στον χώρο των φάσεων με ταυτόχρονη μεταφορά εννοιών της κλασικής μηχανικής στον κβαντικό κόσμο. Οι κατανομές Wigner και Husimi είναι δυο παραδείγματα τέτοιων συναρτήσεων.
12. Με παρατήρηση της δυναμικής των ιδιοενεργειών και των ιδιοκαταστάσεων.  
Έστω ότι ο τελεστής Hamilton ενός κβαντικού συστήματος εξαρτάται από μια παράμετρο ελέγχου. Μεταβάλλοντας την παράμετρο αυτό μεταβάλλεται τόσο το φάσμα του τελεστή όσο και οι ιδιοκαταστάσεις του. Το χάος εκδηλώνεται στον τρόπο μεταβολής του φάσματος συναρτήσει της παραμέτρου με διάφορους τρόπους Απωθημένες Διασταυρώσεις (Avoided Crossings), καθολική άπωση καταστάσεων μέσα στο φάσμα κ.α. Η δυναμική των ιδιοενεργειών μπορεί να αναπαρασταθεί με όρους κλασικών δυναμικών συστημάτων. Ένα τέτοιο μοντέλο είναι αυτό των Pechukas-Yukawa.

Πολλές από τις θεωρητικές προβλέψεις σχετικά με το κβαντικό χάος έχουν επιβεβαιωθεί και πειραματικά. Ενδεικτικά αναφέρουμε ότι έχουν γίνει πειράματα στις περιοχές της φυσικής που αφορούν κοιλότητες μικροκυμάτων (microwave cavities), φάσματα πυρήνων, φάσματα ατόμων και μορίων σε μαγνητικό πεδίο, σκέδαση, πυρηνικό μαγνητικό συντονισμό, κβαντικές παγίδες (quantum traps), κβαντικές τελείες (quantum dots), laser cooling κ.α.

## 16.2 Κβαντικά Μπιλιάρδα

Στην θεωρία των δυναμικών συστημάτων με τον όρο μπιλιάρδο εννοούμε το σύστημα εκείνο όπου ένα σωματίδιο εναλλάσσεται μεταξύ ελεύθερης κίνησης και ανάκλασης σε ένα ακλόνητο σύνορο. Η ανάκλαση θεωρείται ελαστική, υπάρχει δηλαδή αλλαγή της διεύθυνσης της κίνησης και όχι απώλεια κινητικής ενέργειας. Τα μπιλιάρδα ορίζονται σε χώρους δύο, τριών ή και περισσότερων διαστάσεων. Επίσης υπάρχουν μπιλιάρδα που είναι ανοιχτά όπου επιτρέπουν την διαφυγή του σωματιδίου και μπιλιάρδα που η κίνηση συμβαίνει στην εξωτερική πλευρά του συνόρου.

Εκτός από τα κλασικά μπιλιάρδα υπάρχουν και τα κβαντικά τα οποία είναι πολύ χρήσιμα στην έρευνα του κβαντικού χάους για τους παρακάτω λόγους:

1. Η μαθηματική κατασκευή τους είναι καλά ορισμένη

2. Το κλασικό τους όριο είναι γνωστό με κάθε λεπτομέρεια
3. Μπορούν να υλοποιηθούν πειραματικά
4. Εμφανίζουν σχεδόν όλη την συμπτωματολογία του κβαντικού χάους
5. Χρησιμεύουν στην πειραματική επαλήθευση των αρχών της κβαντομηχανικής
6. Υπάρχουν ομοειδή κλασικά μοντέλα

Η κίνηση ενός σωματιδίου σε ένα κβαντικό μπιλιάρδο βρίσκεται από την εξίσωση του Schrödinger σε συνδυασμό με τις συνοριακές συνθήκες στο σύνορο  $S$ .

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi = i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t}$$

$$\psi_{\text{στο σύνορο } S} = 0$$

Και ακολουθώντας μια διαδικασία καταλήγουμε στον τύπο του Helmholtz:

$$(\nabla^2 + k_n^2)\psi_n(x) = 0$$

$$\omega_n = \frac{\hbar}{2m}k_n^2$$

Το πόσο κοντά βρισκόμαστε στο κλασικό όριο εξαρτάται από τον λόγο  $\hbar/m$ .

Μέρος IV  
Προσωπικότητες



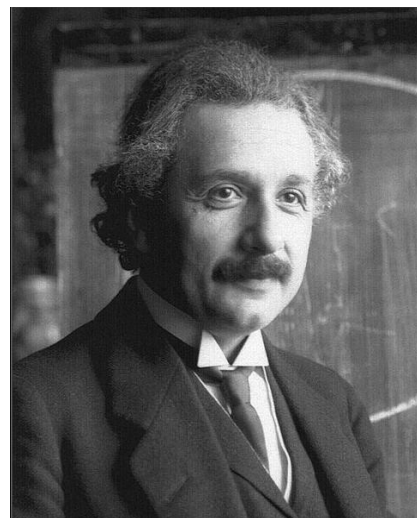
## Albert Einstein (Άλμπερτ Αϊνστάιν)

1879 - 1955

Γερμανός φυσικός, τιμημένος με Νόμπελ Φυσικής το 1921. Υπήρξε μία από τις πιο δημιουργικές διάνοιες στην ιστορία της ανθρωπότητας και άνοιξε νέους δρόμους στην επιστήμη.

Είναι ο θεμελιωτής της Θεωρίας της Σχετικότητας και από πολλούς θεωρείται ο σημαντικότερος επιστήμονας του 20ού αιώνα.

Άτακτο παιδί στο σχολείο. Και στα μαθήματα επιεικώς μέτριος. Όχι από τεμπελιά. Από «άποψη». Έλεγε και ζανάλεγε ότι το σχολείο δεν είναι τίποτε άλλο παρά «ένα στρατιωτικό καφόνι για ανεγκέφαλους».



*“Αν θες να ζήσεις μια ευτυχισμένη ζωή, εξάρτησέ την από ένα στόχο, όχι από ανθρώπους ή αντικείμενα.”*

## Werner Karl Heisenberg (Βέρνερ Καρλ Χάιζενμπεργκ)

1901 - 1976



Γερμανός φυσικός, με σπουδαία συμβολή στη θεμελίωση της Κβαντομηχανικής, για την οποία τιμήθηκε με το Βραβείο Νόμπελ Φυσικής του 1932.

Το 1927 διατύπωσε την «Αρχή της απροσδιοριστίας», μετά από στενή συνεργασία με τον Niels Bohr. Η αρχή της απροσδιοριστίας έδινε μια τελείως νέα ερμηνεία για τον φυσικό κόσμο, όπως ότι κύμα και σωματίδιο είναι διαφορετικές θεωρήσεις του ίδιου πράγματος, καθώς και την ουσιαστική εξήγηση της σταθερότητας της ύλης. Στη θέση της αιτιότητας της Κλασικής Φυσικής, μπήκε η τυχαιότητα των γεγονότων.

*“Είναι ολέθριο να επαναπαύεται κανείς πάνω στις δάφνες του. Είναι σαν να κοιμάσαι πάνω στο χόνι. Σε παίρνει ο ύπνος και πεθαίνεις.”*



## Erwin Schrödinger (Έρβιν Σχρέντινγκερ)

1887 - 1961

Αυστριακός φυσικός και ένας από τους πιο καταξιωμένους επιστήμονες στον τομέα της Θεωρητικής Φυσικής.

Τιμήθηκε μαζί με τον Paul Dirac το 1933, με το βραβείο Νόμπελ Φυσικής για τις εργασίες του πάνω στην ατομική θεωρία.

Στη διάρκεια της πανεπιστημιακής καριέρας του ασχολήθηκε με τη Στατιστική φυσική, τη Θερμοδυναμική, την Ηλεκτροδυναμική, την Κοσμολογία, τη Βιολογία, τη Φιλοσοφία, αλλά κυρίως με την Κβαντική φυσική.

Το σημαντικότερο επίτευγμα του Schrödinger ήταν η ανακάλυψη της περίφημης κυματικής εξίσωσης.

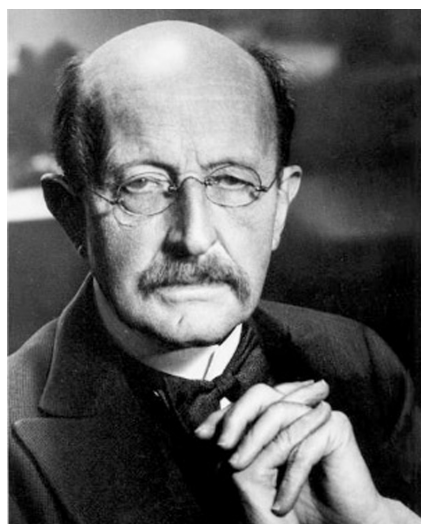
Η εξίσωση Schrödinger προτάθηκε από τον ίδιο το 1925, για να περιγράψει τη χρονική και χωρική εξάρτηση κβαντομηχανικών συστημάτων.



*“Η πολλαπλότητα είναι φαινομενική, στην πραγματικότητα υπάρχει μόνο ένα μυαλό.”*

## Max Karl Ernst Ludwig Planck (Μαξ Πλανκ)

1858 - 1947



Γερμανός φυσικός και κάτοχος Βραβείου Νόμπελ Φυσικής (1918). Θεωρείται ως ο πατέρας της Κβαντικής Θεωρίας και ένας από τους πιο σημαντικούς φυσικούς του εικοστού αιώνα.

Ξεκίνησε να σπουδάζει οικονομικές επιστήμες, αλλά γύρισε στη Φυσική και πήρε στα 21 του χρόνια το διδακτορικό τίτλο με μια εργασία σχετική με το δεύτερο θερμοδυναμικό αξίωμα.

Στην προσπάθεια να εξηγήσει θεωρητικά το φάσμα ακτινοβολίας μαύρων σωμάτων, διαπίστωσε ότι η ενέργειά τους δεν αποδίδεται με συνέχεια αλλά κατά τμήματα (κβάντα) και διατύπωσε το νόμο θερμικής ακτινοβολίας των μαύρων σωμάτων, θεμελιώνοντας έτσι ένα κλάδο της Φυσικής με ασύλληπτες

προεκτάσεις, την κβαντική Φυσική.

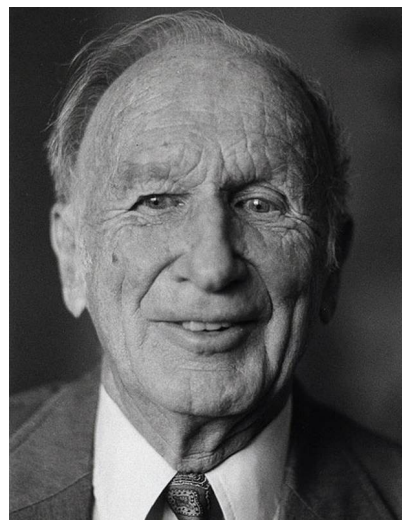
*“Η επιστημονική ανακάλυψη και η επιστημονική γνώση έχουν επιτευχθεί από ανθρώπους που την έχουν επιδιώξει χωρίς να έχουν στο μυαλό τους κανέναν απολύτως πρακτικό λόγο.”*

## Edward Lorenz (Έντουαρντ Λόρεντζ)

1917 - 2008

Αμερικανός μετεωρολόγος, που ανέπτυξε τη «θεωρία του χάους» και εισήγαγε τον όρο «το σύνδρομο της πεταλούδας». Οι ανακαλύψεις του άνοιξαν τον δρόμο σε ένα νέο πεδίο έρευνας με μεγάλο αντίκτυπο, όχι μόνο στα Μαθηματικά, αλλά και στη Βιολογία, στη Φυσική, ακόμη και στις Κοινωνικές Επιστήμες.

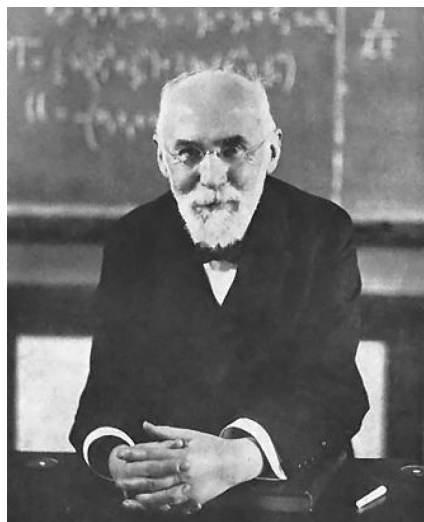
Το 1991 τιμήθηκε με το βραβείο Κιότο «για την καθοριστική επίδρασή του σε ένα ευρύ πεδίο της βασικής επιστήμης, που επέφερε τις πιο δραματικές αλλαγές στην άποψη της ανθρωπότητας για τη φύση από την εποχή του Νεύτωνα».



*“Το χτύπημα των φτερών μιας πεταλούδας στη Βραζιλία, μπορεί να προκαλέσει τυφώνα στο Τέξας.”*

## Hendrik Antoon Lorentz (Χέντρικ Λόρεντζ)

1853 - 1928



Ολλανδός φυσικός, γνωστός για τη θεωρία των ηλεκτρονίων και τους ομώνυμους μετασχηματισμούς (μετασχηματισμοί Lorentz) που περιέγραφε και εφαρμόζονται στην Ειδική Θεωρία της Σχετικότητας. Ασχολήθηκε με τον Ηλεκτρισμό, αλλά και με τη Θερμοδυναμική και τη Στατιστική Φυσική.

Μαζί με τον Pieter Zeeman (Πιέτερ Ζέεμαν) ερμήνευσε το Φαινόμενο Zeeman, για το οποίο τιμήθηκαν με το Βραβείο Νόμπελ Φυσικής το 1902.

## Jules Henri Poincaré (Ζυλ Ανρί Πουανκαρέ)

1854-1912

Ένας από τους κορυφαίους Γάλλους μαθηματικούς και θεωρητικούς φυσικούς, καθώς και φιλόσοφος της επιστήμης. Ο Poincaré γεννήθηκε στις 29 Απριλίου 1854 στην πόλη Νανσύ της Γαλλίας και πέθανε στις 17 Ιουλίου 1912 στο Παρίσι. Συχνά περιγράφεται ως πολυμαθής, και στον κόσμο των μαθηματικών είναι γνωστός ως ο «τελευταίος πανεπιστήμονας», καθώς διέπρεπε σε όλα τα επιστημονικά πεδία τα οποία υπήρχαν στη διάρκεια της ζωής του.

Συνολικά συνέγραψε τουλάχιστον 30 βιβλία και 500 ερευνητικές εργασίες. Ίσως ήταν ο τελευταίος μαθηματικός με ευρύτατο πεδίο ενασχόλησης, ώστε οι διαλέξεις του στη Σορβόνη να ποικίλλουν σε ευρύτατη γκάμα θεμάτων. Ο Poincaré, εκτός από τη σημαντική του προσφορά στο αμιγώς μαθηματικό πεδίο, συνεισέφερε στην οπτική, τον ηλεκτρισμό, την ελαστικότητα, τη θερμοδυναμική, την κβαντική θεωρία τη σχετικότητα και την κοσμολογία.



*“Το μυαλό του κυρίου Αϊνστάιν είναι ένα από τα πιο πρωτότυπα που έχω συναντήσει. Από τη στιγμή όμως που οι αναζητήσεις του στρέφονται προς κάθε κατεύθυνση ορισμένα από τα μονοπάτια που ακολουθεί θα οδηγούν αναπόφευκτα σε αδιέξοδο.”*

## William Rowan Hamilton (Σερ Γουίλιαμ Ρόουαν Χάμιλτον)

1805 - 1865



Ιρλανδός φυσικός, αστρονόμος και μαθηματικός, ο οποίος έκανε σημαντικές συνεισφορές στην κλασική μηχανική, την οπτική και την άλγεβρα. Η μεγαλύτερη συμβολή του είναι ίσως η αναδιατύπωση της Νευτώνειας μηχανικής, που σήμερα ονομάζεται Χαμιλτονιανή μηχανική. Η εργασία του αυτή έχει αποδειχθεί κεντρικής σημασίας για την σύγχρονη μελέτη των θεωριών των κλασικών πεδίων όπως του ηλεκτρομαγνητισμού, καθώς και για την ανάπτυξη της κβαντομηχανικής. Στα μαθηματικά, είναι ίσως πιο γνωστός ως ο εφευρέτης των "τετραδόνιων".

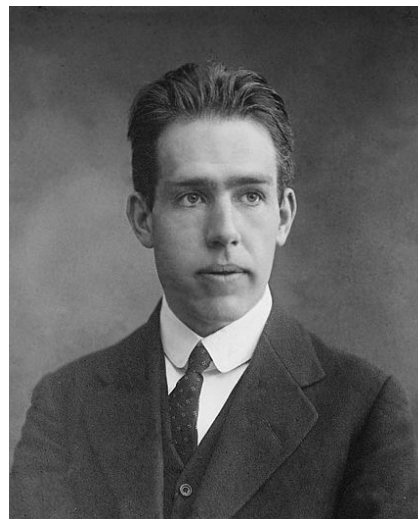
*“Ποιος δε θα προτιμούσε τη φήμη του Αρχιμήδη από του κατακτητή του Μάρκελλου;”*

## Niels Henrik David Bohr (Νιλς Μπορ)

1885 - 1962

Δανός φυσικός που τιμήθηκε με Νόμπελ Φυσικής το 1922.

Σπούδασε στο Πανεπιστήμιο της Κοπεγχάγης και είχε θεμελιώδεις συνεισφορές στην κατανόηση της ατομικής δομής και της κβαντικής μηχανικής. Θεωρείται ο μεγαλύτερος μετά τον Άλμπερτ Αϊνστάιν θεωρητικός φυσικός του 20ου αιώνα. Εργάστηκε για την κατασκευή της ατομικής βόμβας και ήταν υπέρμαχος της ειρηνικής χρήσης της πυρηνικής ενέργειας. Δημιουργός της πρώτης κβαντικής θεωρίας του ατόμου και από τους θεμελιωτές της κβαντικής φυσικής,



*“Ειδικός είναι αυτός που έχει διαπράξει όλα τα λάθη που ήταν δυνατόν να γίνουν σε ένα πολύ μικρό πεδίο.”*

## Paul Dirac (Πολ Άντριεν Μορίς Ντιράκ)

1902 - 1984



Βρετανός θεωρητικός φυσικός. Μοιράστηκε το βραβείο Νόμπελ Φυσικής το 1933 με τον Έρβιν Σρέντινγκερ «για την ανακάλυψη νέων, παραγωγικών μορφών της ατομικής θεωρίας».

Η συμβολή του Dirac στα αρχικά στάδια της Κβαντομηχανικής και της Κβαντικής Ηλεκτροδυναμικής θεωρείται πολύ σημαντική.

Μεταξύ άλλων ανακαλύψεων, διατύπωσε την εξίσωση Ντιράκ, η οποία περιγράφει την συμπεριφορά των φερμιονίων, και προέβλεψε την ύπαρξη αντιύλης.

*“Ο θεός χρησιμοποίησε όμορφα μαθηματικά για τη δημιουργία του κόσμου.”*

## Max Born (Μαξ Μπορν)

1882 - 1970

Γερμανός μαθηματικός και φυσικός που συνέβαλε στη θεμελίωση της κβαντομηχανικής. Το 1954 του απονεμήθηκε το Βραβείο Νόμπελ Φυσικής για την ερμηνεία που έδωσε στην κυματοσυνάρτηση του Erwin Schrödinger.

Υπήρξε ένας εκ των 11 που υπέγραψαν το Μανιφέστο Russell - Einstein, το οποίο υπογράμμιζε τους κινδύνους της χρήσης πυρηνικών όπλων.

Ήταν προσωπικός φίλος με τον Einstein, με τον οποίο διαφωνούσαν για την ισχύ της κβαντομηχανικής. Σε ένα γράμμα του Einstein προς τον Born αναφέρεται η γνωστή φράση:



*«Ο θεός δεν παίζει ζάρια.»*

## John Archibald Wheeler (Τζον Γουίλερ)

1911 - 2008



Αμερικανός θεωρητικός φυσικός που εισήγαγε την S-MATRIX (scattering matrix) η οποία συνδέει την αρχική και την τελική κατάσταση σε μία αλληλεπίδραση σωματιδίων και έγινε απαραίτητο εργαλείο για τη κβαντική θεωρία πεδίου.

Ήταν ένας από τους πρωτοπόρους στη διαμόρφωση μιας θεωρίας για το φαινόμενο «πυρηνική σχάση» σε συνεργασία με τον Niels Bohr και τον Enrico Fermi, ενώ συνεργάστηκε με τον Bohr στην πρόταση για τη δομή του ατομικού πυρήνα. Κατά τη διάρκεια του πολέμου διέκοψε την ακαδημαϊκή του καριέρα για να ασχοληθεί στο σχέδιο Μανχάταν (Manhattan Project) για την κατασκευή της Ατομικής βόμβας, καθώς και στο πρόγραμμα Hanford Site για την κατασκευή πυρηνικού αντιδραστήρα.

Το 1957, ερευνώντας προεκτάσεις της Γενικής Σχετικότητας εισήγαγε τον όρο Wormhole (Σκουληκότρυπα) για να περιγράψει τα υποθετικά τούνελ που είναι δυνατόν να δημιουργηθούν στον χωρόχρονο.

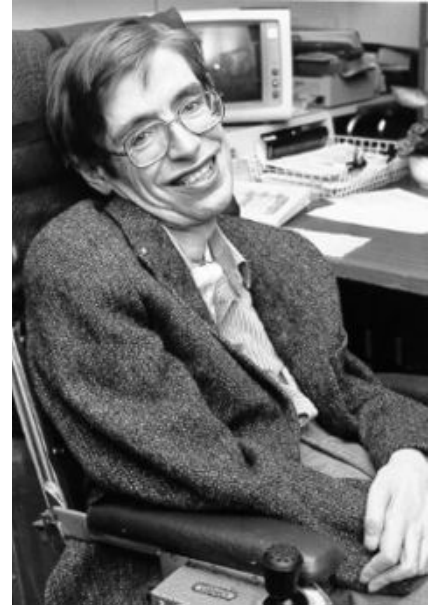
*“Σε οποιοδήποτε τομέα, βρες το πιο παράξενο πράγμα και εξερεύνησέ το.”*

## Stephen Hawking (Στίβεν Χώκινγκ)

1942-

Βρετανός θεωρητικός φυσικός, κοσμολόγος, συγγραφέας και Διευθυντής Ερευνών στο Κέντρο Θεωρητικής Κοσμολογίας στο Πανεπιστήμιο του Cambridge.

Μεταξύ των σημαντικών επιστημονικών εργασιών του ήταν μια συνεργασία με τον Roger Penrose (Ρότζερ Πένροουζ) επάνω σε θεωρήματα βαρυτικής μοναδικότητας στα πλαίσια της γενικής σχετικότητας και η θεωρητική πρόβλεψη ότι οι μαύρες τρύπες εκπέμπουν ακτινοβολία, που συχνά καλείται ακτινοβολία Hawking. Ο Hawking ήταν ο πρώτος που εξέθεσε μια κοσμολογία που εξηγήθηκε από μια ένωση της γενικής θεωρίας της σχετικότητας και της κβαντικής μηχανικής. Είναι φανατικός υποστηρικτής της ερμηνείας πολλών κόσμων της κβαντικής μηχανικής.



*«Ευφύια είναι η ικανότητα προσαρμογής στην αλλαγή.»*

Μέρος V  
Επεξηγήσεις

**[1] Ευρυθμία:**

Κατάσταση κανονικής λειτουργίας και εξέλιξης, ηρεμίας και νομιμότητας.

**[2] Χάσμα:**

Διάστημα, απόσταση που χωρίζει δύο πράγματα και ίσως τα κάνει να διαφέρουν.

**[3] Σταθερά Planck:**

Το 1900, ο Max Planck δούλευε πάνω στο πρόβλημα του πώς η ακτινοβολία που εκπέμπει ένα σώμα σχετίζεται με την θερμοκρασία του. Κατέληξε σε έναν τύπο που συμφωνούσε πάρα πολύ με τα πειραματικά δεδομένα, αλλά ο τύπος είχε νόημα μόνο αν υπέθετες ότι η ενέργεια ενός δονούμενου μορίου ήταν κβαντισμένη - δηλαδή, ότι μπορούσε να πάρει μόνο συγκεκριμένες τιμές. Η ενέργεια όφειλε να είναι ανάλογη της συχνότητας δόνησης και φαινόταν ότι προσφερόταν σε μικρές «μπουκιές» ίσες με την συχνότητα πολλαπλασιασμένη επί έναν σταθερό αριθμό. Ο αριθμός αυτός κατέληξε να γίνει γνωστός ως η σταθερά του Planck που χρησιμοποιείται για να περιγράψει το μέγεθος των κβάντων. Η τιμή του είναι:

$$h = 6.62606957 \times 10^{-34} \text{ joule}\cdot\text{second}$$

**[4] Δυϊσμός:**

Ο Δυϊσμός συνίσταται στο γεγονός ότι οι θεμελιώδεις οντότητες της φύσης παρουσιάζουν και κυματική και σωματιδιακή συμπεριφορά.

Η αρχή του κυματοσωματιδιακού δυϊσμού της ύλης: Όλα τα φυσικά σωματίδια έχουν και κυματική συμπεριφορά παράλληλα με τη σωματιδιακή.

**[5] Ποζιτρόνιο:**

Το ποζιτρόνιο, είναι το σωματίδιο της αντιύλης που αντιστοιχεί στο ηλεκτρόνιο. Έχει την ίδια ακριβώς μάζα με το ηλεκτρόνιο αλλά αντίθετο ηλεκτρικό φορτίο. Όταν κρατηθεί σε περιβάλλον μακριά από την συνηθισμένη ύλη, δεν διασπάται και επομένως είναι ένα σταθερό σωματίδιο όπως άλλωστε και το ηλεκτρόνιο. Ωστόσο, όταν ένα ποζιτρόνιο συναντήσει ένα ηλεκτρόνιο, τα δύο σωματίδια εξαϋλώνονται βίαια με παράλληλη έκλυση ενέργειας.

**[6] Εντροπία:**

Η εντροπία είναι η έννοια μέσω της οποίας μετράται η αταξία, της οποίας η μέγιστη τιμή αντικατοπτρίζει την πλήρη αποδιοργάνωση (ομογενοποίηση των πάντων) και ισοδυναμεί με την παύση της ζωής ή αλλιώς της εξέλιξης. Σε μια τέτοια κατάσταση δεν υπάρχει καμία διαδικασία και δε βρίσκεται «σε λήθαργο» (κρυμμένη) κανενός είδους πληροφορία που να επιτρέπει την εξέλιξη (ή τη ζωή) αν με κάποιο τρόπο γίνει εκ νέου παροχή μόνο ενέργειας.

**[7] Κβάντωση:**

Είναι η διαδικασία με την οποία το φάσμα των τιμών μιας φυσικής ποσότητας περιορίζεται από συνεχές σε διακριτό. Έτσι προκύπτουν συγκεκριμένες, μόνο, τιμές που μπορεί να πάρει το εν λόγω μέγεθος (οι λεγόμενες επιτρεπτές), ενώ



άλλες ενδιάμεσες αυτών απαγορεύονται. Το πιο χαρακτηριστικό παράδειγμα κ. είναι αυτό της στροφορμής του ηλεκτρονίου στο άτομο του υδρογόνου. Σύμφωνα με τον Bohr, επιτρέπονται για το ηλεκτρόνιο μόνο εκείνες οι κυκλικές τροχιές για τις οποίες η στροφορμή αυτού παίρνει διακριτές τιμές, οι οποίες είναι ακέραια πολλαπλάσια της σταθεράς του Planck.

**[8] Κύματα De Broglie:**

Η ύλη μπορεί να έχει κυματική συμπεριφορά (κυματοσωματιδιακός δυϊσμός) και επομένως τα υλικά σωματίδια συμπεριφέρονται σε ορισμένες περιπτώσεις ως κύματα, γνωστά και ως κύματα ντε Μπρολί ή Υλοκύματα.

**[9] Φορμαλισμός:**

Είναι η προτίμηση της μορφής και όχι του περιεχομένου, η τυπολατρία. Ο φορμαλισμός είναι προσήλωση στους τύπους, στους κανόνες, στη μορφή, η οποία αδιαφορεί για την ουσία των πραγμάτων και των αντικειμένων.

**[10] Ακτίνες Γ:**

Οι ακτίνες γ ανήκουν στο ηλεκτρομαγνητικό φάσμα. Αποτελούν τις ακτίνες με τη μεγαλύτερη συχνότητα, άρα και κατά φωτόνιο ενέργεια του φάσματος. Είναι εξαιρετικά επικίνδυνες γιατί διασπούν τις ουσίες των κυττάρων και μεταλλάσσουν το DNA προκαλώντας θάνατο σε όλους σχεδόν τους οργανισμούς που εκτίθενται σε αυτήν.

**[11] Υπέρθωση και Διεμπλοκή καταστάσεων:**

Η Υπέρθωση μας λέει ότι ένα σωματίδιο του μικρόκοσμου, που χρησιμοποιείται για την αποθήκευση, τη μεταφορά και την επεξεργασία πληροφορίας (φωτόνιο, αν χρησιμοποιείται το φως και ηλεκτρόνιο, αν χρησιμοποιείται ηλεκτρισμός) μπορεί να βρίσκεται σε περισσότερες από μία καταστάσεις ταυτόχρονα. Η Διεμπλοκή μας λέει ότι η κατάσταση ενός qubit επηρεάζει ακαριαία την κατάσταση ενός άλλου, απομακρυσμένου qubit. Το γεγονός αυτό επιτρέπει την αστραπιαία επεξεργασία ασύλληπτου όγκου πληροφοριών.

**[12] Κβαντική κουκκίδα:**

Οι κβαντικές κουκκίδες είναι φθορίζοντα νανοσωμάτια σε διάφορα χρώματα που αποτελούνται από ένα ημιαγώγιμο υλικό. Το μέγεθος αυτού του νανοκρυσταλλου είναι της τάξης μερικών έως εκατοντάδων νανόμετρων. Οι κβαντικές κουκκίδες περιορίζουν τα ηλεκτρόνια σε μια περιοχή της τάξης του μήκους κύματος de Broglie των ηλεκτρονίων. Οι κβαντικές κουκκίδες είναι ιδιαίτερα σημαντικές για τις οπτικές εφαρμογές λόγω της θεωρητικά υψηλής κβαντικής απόδοσης τους. Οι κβαντικές κουκκίδες έχουν προταθεί επίσης ως εφαρμογές ενός qubit για την κβαντική επεξεργασία των πληροφοριών.

**[13] Εκθέτης Lyapunov:**

Ο εκθέτης Lyapunov χαρακτηρίζει την έκταση της ευαισθησίας στις αρχικές συνθήκες.

**[14] Χώρος Hilbert:**

Επεκτείνει τις μεθόδους της γραμμικής άλγεβρας και του λογισμού από το δισδιάστατο Ευκλείδειο επίπεδο και τρισδιάστατο χώρο σε χώρους με κάθε πεπερασμένο ή άπειρο αριθμό διαστάσεων.

Μέρος VI  
Βιβλιογραφία

## Ελληνική βιβλιογραφία

Αντώνης Καραντώνης. “Εισαγωγή στα Μη-Γραμμικά Δυναμικά Συστήματα”. Σημειώσεις, Αθήνα, 2004

Οδυσσέας Β. Πανδής. “Ίχνη του Χάους στην Κβαντομηχανική - Το παράδειγμα των Κβαντικών Μπιλιάρδων”. Διπλωματική εργασία, Πανεπιστήμιο Πατρών, Πάτρα, 2009.

Γιώργος Σταματίου. “Μελέτη Ιδιοτήτων της Κβαντικής Πληροφορίας σε Κβαντικά συστήματα”, Διδακτορική διατριβή, Πανεπιστήμιο Πατρών, Πάτρα, 2010.

Κωνσταντίνος Δέρβος, Παναγιώτα Βασιλείου. “Εισαγωγή στα Υλικά”. Σημειώσεις, Εθνικό Μετσόβειο Πολυτεχνείο, Αθήνα, 2009.

## Ξενόγλωσση βιβλιογραφία

Hans-Jürgen Stöckmann. “Quantum Chaos: An Introduction”. Cambridge University Press, United Kingdom, 2007

Dominique Delande. “Quantum Chaos”. Université Pierre et Marie Curie, Presentation, Paris, 2004

G. Vattay. “Chaos: Classical and Quantum”. Niels Bohr Institute, 2010

Kip Thorne. “The Science of Interstellar”. W W Norton, 2014

## Πηγές από το διαδίκτυο

Predrag Cvitanovic, Roberto Artuso, Ronnie Mainieri, Gregor Tanner, Gabor Vattay. “Chaos: Classical and Quantum”. ChaosBook.org, 2014

“Scientific American”. <http://www.scientificamerican.com>

“Φυσική για όλους”. <http://physics4u.gr/blog>

“Wikipedia”. <https://www.wikipedia.org>

