

ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΙΔΡΥΜΑ ΠΕΙΡΑΙΑ



Τ.Ε.Ι ΠΕΙΡΑΙΑ

Αυτόματη πλοήγηση μη επανδρωμένου αεροσκάφους με την χρήση AHS

Φοιτητής: ΣΑΡΛΑΝΗΣ ΜΗΝΑΣ

Επιβλέποντες: ΓΡΗΓΟΡΗΣ ΝΙΚΟΛΑΟΥ

ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ ΑΛΑΦΟΔΗΜΟΣ

ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΣΧΟΛΗ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΕΦΑΡΜΟΓΩΝ

ΤΜΗΜΑ ΑΥΤΟΜΑΤΙΣΜΟΥ

ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΣ 2013

ΤΜΗΜΑ ΑΥΤΟΜΑΤΙΣΜΟΥ

Π.Ράλλη & Θηβών 250, 12244 Αιγάλιω, Αθήνα – Ελλάδα

Τηλ.210-5381488

Copyright © Μηνάς Σαρλάνης, 2013

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται στην εργασία αυτή, εκφράζουν το συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν επίσημες θέσεις του Ανώτατου Τεχνολογικού Ιδρύματος Πειραιά.

“Η επιστήμη μας δίνει τα εργαλεία....

....το πώς θα τα χειριστούμε επαφίεται στην ηθική και τα πιστεύω μας....”

Περίληψη

Η πτυχιακή αυτή εργασία πραγματεύεται τη θεωρητική προσέγγιση και τη δημιουργία ενός αλγόριθμου AHRS, που θα επιτρέπει σε ένα αεροσκάφος να γνωρίζει που βρίσκεται στο χώρο και ποια κατεύθυνση έχει. Ξεκινάει με μια ιστορική αναδρομή και μια περιγράφει το πρόβλημα. Στη συνέχεια, αναλύει τις εξισώσεις κίνησης που εκφράζουν την πτήση ενός αεροσκάφους και τη συσχετίσή τους με το σύστημα αναφοράς το οποίο ορίζεται η γη. Περιγράφονται οι τρόποι με τους οποίους μπορούν οι εξισώσεις να γραμμικοποιηθούν, και να οργανωθούν ώστε να μπορεί να γίνει υπολογισμός των δεδομένων, και βήμα βήμα εξηγεί την υλοποίηση του AHRS. Συνεχίζει κάνοντας αναφορά και παρουσιάζοντας τους αισθητήρες και τον μικροεπεξεργαστή που χρησιμοποιήθηκαν για την εκπόνησή της. Παρέχει ένα δείγμα του προγραμματισμού που έγινε για τη μοντελοποίηση και την αναπαράσταση του αλγόριθμου στον υπολογιστή. Καταλήγει με μια νύξη στις ενδεχόμενες προεκτάσεις που θα μπορούσε η εργασία αυτή να πάρει αν εφαρμοστεί η θεωρητική αυτή προσέγγιση.

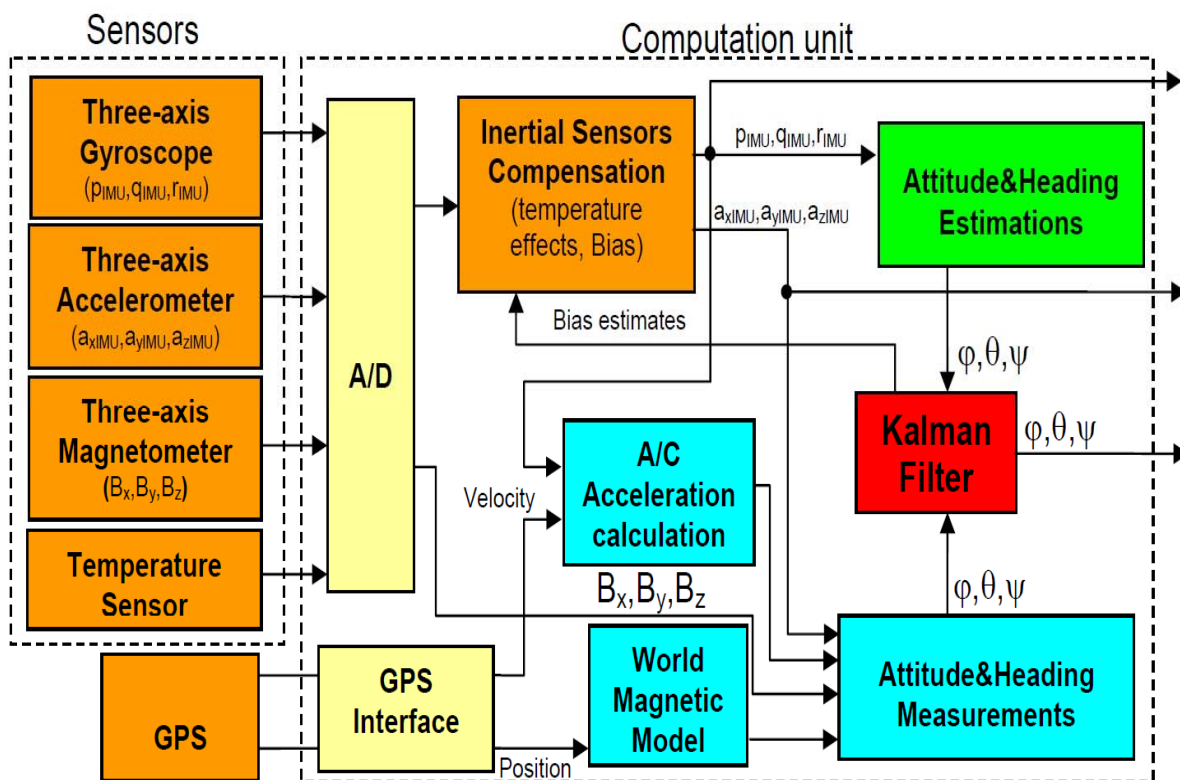
Abstract

This thesis deals with the theoretical approach of the creation of an AHRS algorithm which enables an aircraft to be aware of its Attitude and Heading. It starts with a historical recursion and a description of the issue that will be addressed. Then, this paper analyses the movement equations that describe the flight of an aircraft and its relation to the reference system, the earth. This thesis tries to give an account of the ways in which the equations can be linearized and organized so the data can be estimated. That leads to a step by step guide of the AHRS implementation. Supplementary, there is a vast presentation of the sensors and microcontroller used in the experimental part. The study also provides a representational specimen of the code composed for the modelization of the algorithm. Finally, it concludes with some ideas where further study could take place as an implementation of the theoretical approach.

Πίνακας περιεχομένων

Περίληψη	3
Abstract.....	3
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1	7
Εισαγωγή	7
1.1 Περιγραφή της πτυχιακής.....	7
1.2 Γενικά στοιχεία, ορισμός και ονομασία	8
1.3 Ιστορική αναδρομή.....	10
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2	13
Κινηματική και δυναμική αεροσκαφών.....	13
2.1 Εισαγωγή.....	13
2.2 Συστήματα αξόνων και εξισώσεις κίνησης.....	14
2.2.1 Γήινοι άξονες.....	14
2.2.2 Σωματόδετοι άξονες αεροσκάφους	16
2.3 Υπολογισμός εξισώσεων.....	20
2.3.1 Οι εξισώσεις κίνησης του στερεού συμμετρικού αεροσκάφους	20
2.3.2 Οι συνιστώσες της αδρανειακής επιτάχυνσης	22
2.3.3 Οι εξισώσεις της γενικευμένης δύναμης.....	25
2.3.4 Οι εξισώσεις της γενικευμένης Ροπής.....	27
2.4 Η στάση (attitude) του αεροσκάφους ως προς το γήινο σύστημα αξόνων	29
2.5 Ο μετασχηματισμός των γωνιακών ταχυτήτων.....	31
2.6 Γενικές παρατηρήσεις για τις εξισώσεις κίνησης	33
2.7 Σταθερή-μόνιμη πτήση (Steady State Flight).....	34
Κεφάλαιο 3	35
Μέθοδοι επεξεργασίας των εξισώσεων κίνησης.....	35
3.1 Τρόποι επεξεργασίας.....	35
3.2 Χώροι κατάστασης.....	37
3.2.1 Εξισώσεις εσωτερικής κατάστασης.....	38
3.2.2 Εσωτερική δομή ενός συστήματος.....	39
3.3 Τετραδόνια.....	42
3.3.1 Τετραδόνια ως γενικευμένη μορφή μιγαδικών αριθμών	43
3.2.2 Μορφή τετραδονίων τανυστών.....	46

3.2.2 Τετραδόνια στον τρισδιάστατο χώρο	48
3.2.3 AHRS με χρήση quaternions	49
Κεφάλαιο 4	50
Αισθητήρες	50
4.1 Επιταχυνσιόμετρο (Accelerometer).....	51
4.2 Γυροσκόπιο (Gyroscope).....	52
4.3 Μαγνητόμετρο (Magnetometer).....	56
4.3 Σφάλματα στους αισθητήρες	57
4.4 Αισθητήρας MinIMU-9 (L3GD20 and LSM303DLHC Carrier)	59
Κεφάλαιο 5	62
Μικροεπεξεργαστής.....	62
Κεφάλαιο 6	64
Αλγόριθμος και προγραμματισμός του AHRS	64
6.1 Κώδικας calibration αισθητήρα	65
6.2 Κώδικας I ² C	67
6.3 Κώδικας Πυξίδας/μαγνητόμετρο.....	70
6.4 Κώδικας DCM	71
6.5 Κώδικας AHRS	75
6.6 Κώδικας Ρυθμον για την απεικόνιση.....	80
Κεφάλαιο 7	86
Φίλτρο Κάλμαν (Kalman Filter)	86
Ένα δείγμα κωδικοποίησης του αλγόριθμου του καλμαν φίλτρου σε matlab είναι η εξής:	90
Κεφάλαιο 8	96
Επίλογος- Συμπεράσματα-Μελλοντική έρευνα	96
Εικόνες.....	97
Βιβλιογραφία	98



Εικόνα 1.0

Μπορούμε να διακρίνουμε το block διάγραμμα ενός AHRS συστήματος το οποίο έχει ως εισόδους τις τιμές από τους αισθητήρες (Γυροσκόπιο, Επιταχυνσιόμετρο, Μαγνητόμετρο) Θερμόμετρο και από το GPS. Μας δίνει έξοδο μέσω υπολογισμού από ένα φίλτρο κάλμαν.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

Εισαγωγή

1.1 Περιγραφή της πτυχιακής

Στο πόνημα αυτό θα προσπαθήσουμε να δώσουμε μια απλή, πλην επιστημονική προσέγγιση στο κομμάτι της πλοήγησης ενός μη επανδρωμένου αεροσκάφους, θα εισάγουμε την έννοια της αυτονομίας στην πλοήγηση με την χρήση ενός Συστήματος Αναφοράς “Συμπεριφοράς” και Κατεύθυνσης (Attitude Heading Reference System AHRS) και θα εμβαθύνουμε στους μηχανισμούς της. Τέλος, θα προσαρμόσουμε έναν έλεγχο που θα δίνει τη δυνατότητα υπολογισμού για μελλοντικές θέσεις του αεροσκάφους με τη χρήση ελεγκτών και αλγορίθμων όπως το φίλτρο Kalman. Έτσι, σε συνδυασμό με ένα σύστημα GPS θα είμαστε σε θέση να ορίζουμε μια αφετηρία και έναν προορισμό που το αυτόνομο μη επανδρωμένο αεροσκάφος θα ακολουθεί πιστά.

Στο σημείο αυτό, για να γίνουν ξεκάθαρες οι έννοιες, και οι ονομασίες να αντιστοιχίζονται με εικόνες και γνώση, θα δώσουμε τον ορισμό των κυριότερων στοιχείων και θα διευκρινιστούν όροι και ορολογίες.

1.2 Γενικά στοιχεία, ορισμός και ονομασία

Αρχικά, τι ονομάζουμε μη επανδρωμένο αυτόνομο όχημα;



Εικόνα 1.1

Ένα μη επανδρωμένο όχημα μπορεί να είναι από ένα αυτοκίνητο, πλεούμενο, αεροπλάνο μέχρι και διαστημικό σκάφος το χαρακτηριστικό του είναι πως δεν υπάρχει κάποιος πιλότος, οδηγός μέσα σε αυτό αλλά η πλοήγησή του γίνεται είτε ασύρματα ή αυτόματα. Δηλαδή, υπάρχει κάποιος υπολογιστής, είτε μέσα στο όχημα ή σε κάποιο απομακρυσμένο σημείο, που σε αυτόν είναι καταχωρημένη εκ των προτέρων η διαδρομή και οι οδηγίες που πρέπει να ακολουθήσει προκειμένου να φέρει εις πέρας την αποστολή του ή μέσω αυτού πραγματοποιείται η πλοήγησή του. (Μπορούμε να δούμε ένα μη επανδρωμένο αεροσκάφος που χρησιμοποιείται κυρίως για στρατιωτικούς σκοπούς και είναι τηλεκατευθυνόμενο, στην εικόνα 1.1).

Όταν κάποιο όχημα όμως λέγεται αυτόνομο, αυτό υπονοεί κάτι περισσότερο από αυτόματο.

Εδώ είναι καλό να κάνουμε μια παρένθεση για να διευκρινίσουμε ότι όταν μιλάμε περί αυτόνομου, δεν εννοούμε ενεργειακά, που και αυτό μπορεί να καταστεί εφικτό με την υπάρχουσα τεχνολογία.

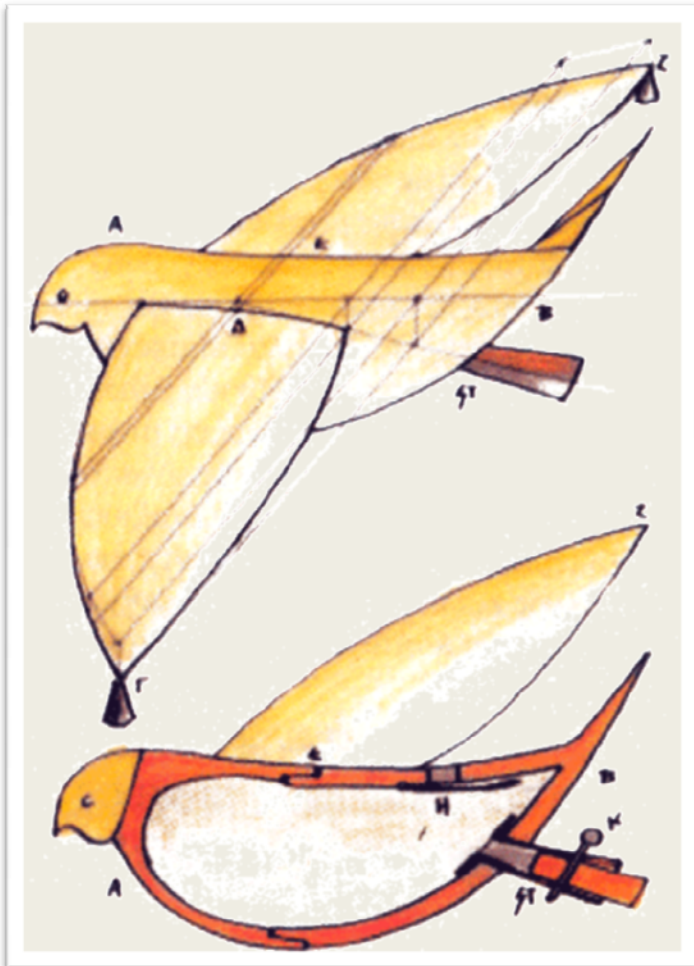
Αυτόνομο σε αυτήν την περίπτωση, σημαίνει ότι μπορεί να φέρει εις πέρας την αποστολή του χωρίς την ανάγκη τηλεκατεύθυνσης ακόμη και χωρίς την ανάγκη εξωτερικού προγραμματισμού της διαδρομής. Αρκεί δηλαδή η καταχώρηση της αφετηρίας και του προορισμού. Εδώ, εισάγεται η έννοια της τεχνητής νοημοσύνης που πλέον είναι απαραίτητη σε μια μηχανή για να μπορεί να ανταπεξέλθει στην αποστολή της. Η αυτονομία και επομένως η τεχνητή νοημοσύνη, που για μας εδώ είναι συνυφασμένες έννοιες πλέον, δίνει τη δυνατότητα στη μηχανή να μπορεί να πάρει τις δικές τις αποφάσεις. Έχει δηλαδή τη δυνατότητα να βρει τον καταλληλότερο δρόμο και τρόπο για να διεκπεραιώσει το έργο της και αυτό μπορεί να γίνει με κριτήριο την κατανάλωση ενέργειας, τον χρόνο κ.λπ. Η ανάγκη για υπερπήδηση εμποδίων ή αντίξωων συνθηκών ή ακόμη απρόσμενων καταστάσεων καθιστά την ύπαρξη της τεχνητής νοημοσύνης, δηλαδή της αυτονομίας, απαραίτητη.

Η πλοήγηση των αεροσκαφών είναι ένα θέμα που απασχολεί πολύ τους μηχανικούς και τους ειδικούς με τον στρατό να έχει από καιρό εισάγει τα μη επανδρωμένα αεροσκάφη (Unmanned Air Vehicles UAV) στον στόλο του για σκοπούς ανίχνευσης κυρίως αλλά και εμπλοκής σε μάχη. Τελευταία, έχουν αρχίσει συζητήσεις για την εισαγωγή αυτόνομου πιλότου σε πολιτικά αεροσκάφη με τις αντιπαραθέσεις να έγκεινται στο κατά πόσο σημαντικό είναι να εκμηδενιστεί το ανθρώπινο λάθος, επομένως η απουσία πιλότου.

1.3 Ιστορική αναδρομή

Η έννοια του αυτομάτου είχε απασχολήσει από τα αρχαία χρόνια τους ανθρώπους. Πρώτη ιστορική αναφορά ενός τεχνικά άρτιου αυτόματου μηχανισμού βρίσκουμε στις περιγραφές του Ρωμαίου Αυλού Γέλλιου (γύρω στο 143 μ.Χ.) και του σύγχρονου του Έλληνα φιλοσόφου Φαβωρίνου. Κατ' αυτούς ο φίλος του Πλάτωνα Αρχύτας, από τον Τάραντα της Σικελίας (430-350 π.χ.), καινοτόμος στα μαθηματικά και ιδρυτής της επιστημονικής μηχανικής, κατασκεύασε «ξύλινην πετομένην αυτομάτην περιστεράν/ξύλινο ομοίωμα περιστεριού που πετούσε εξαιτίας ενός ρεύματος αέρος που περιείχε και έχοντας τόσο καλά ζυγιασμένα τα βάρη του» (Αυλός Γέλλιος, Ατάκες Νύχτες 10, 12, 9, Φαβωρίνος, Παντοδαπή Ιστορία, αποσπάσματα).

Η μηχανή αυτή είχε τη δυνατότητα να κινείται αφ' εαυτής, να πετά, αξιοποιώντας ως εσωτερική της ενέργεια την τάση εκτόνωσης που διέθετε ο πεπιεσμένος στο εσωτερικό της αέρας. Η κατεύθυνση της πορείας της καθοριζόταν από την κλίση του ακροφύσιου, που αποτελούσε τη διέξοδο εκτόνωσης του πεπιεσμένου αέρα.



Εικόνα 1.2

Η ιδέα αυτή του Αρχύτα όπως και πολλών άλλων επιστημόνων και ανθρώπων που προσπαθούσαν να κάνουν τα όνειρά τους πραγματικότητα σε εκείνη την εποχή και στη διάρκεια των αιώνων, αν και πολύ απλή είχε ένα σημαντικό στοιχείο. Καταδείκνυε την αναζήτηση του ανθρώπου να δημιουργήσει κάτι που θα μπορούσε αυτόνομα να λειτουργεί.

Πραγματοποιώντας ένα νοητό άλμα στον 20^ο αιώνα ερχόμαστε κάπου στο 1915 όπου ο Nikola Tesla, περιέγραψε έναν στόλο από μη επανδρωμένα αεροσκάφη. Το 1916 έγινε η πρώτη προσπάθεια να πετάξει το μη επανδρωμένο αεροσκάφος του A.M. Low “Aerial Target”. Από κει κι έπειτα τα μη επανδρωμένα αεροσκάφη, άρχισαν να εξελίσσονται και να γίνονται μέρος του στόλου των πολεμικών αεροποριών. Ενδεικτικά η Αμερικάνικη αεροπορία έχει περί τα 156 μη επανδρωμένα στρατιωτικά αεροπορικά οχήματα. Η χρήση τους είναι κυρίως για κατασκοπεία και ιχνηλασία. Πολλές φορές όμως χρησιμοποιούνται και για μάχη, αν και αυτό αντιβαίνει στη νομοθεσία και την ηθική. Γιατί υπάρχει ασυμμετρία στη μάχη ανθρώπων με μηχανές που έχουν το περιθώριο να πάρουν ρίσκα χωρίς επιπτώσεις.

Βέβαια όπως και κάθε άλλο τεχνολογικό επίτευγμα, έτσι και τα μη επανδρωμένα αεροσκάφη μπορούν να χρησιμοποιηθούν και για σκοπούς που λειτουργούν για το καλό της ανθρωπότητας. Έτσι τα μη επανδρωμένα αεροσκάφη μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να φτάσουν σε σημεία που είναι αδύνατο να φτάσει άνθρωπος και να βοηθήσουν σε περιπτώσεις φυσικών καταστροφών όπως σεισμοί ή ακόμη και σε ατυχήματα, όπως αυτό της Φουκουσίμα.



Στην εικόνα 1.3 μπορούμε να διακρίνουμε ένα σμήνος quad copters.

Εικόνα 1.3

Στην εικόνα 1.4 μπορούμε να διακρίνουμε ένα σμήνος UAV τα λεγόμενα drones.



Εικόνα 1.4

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

Κινηματική και δυναμική αεροσκαφών

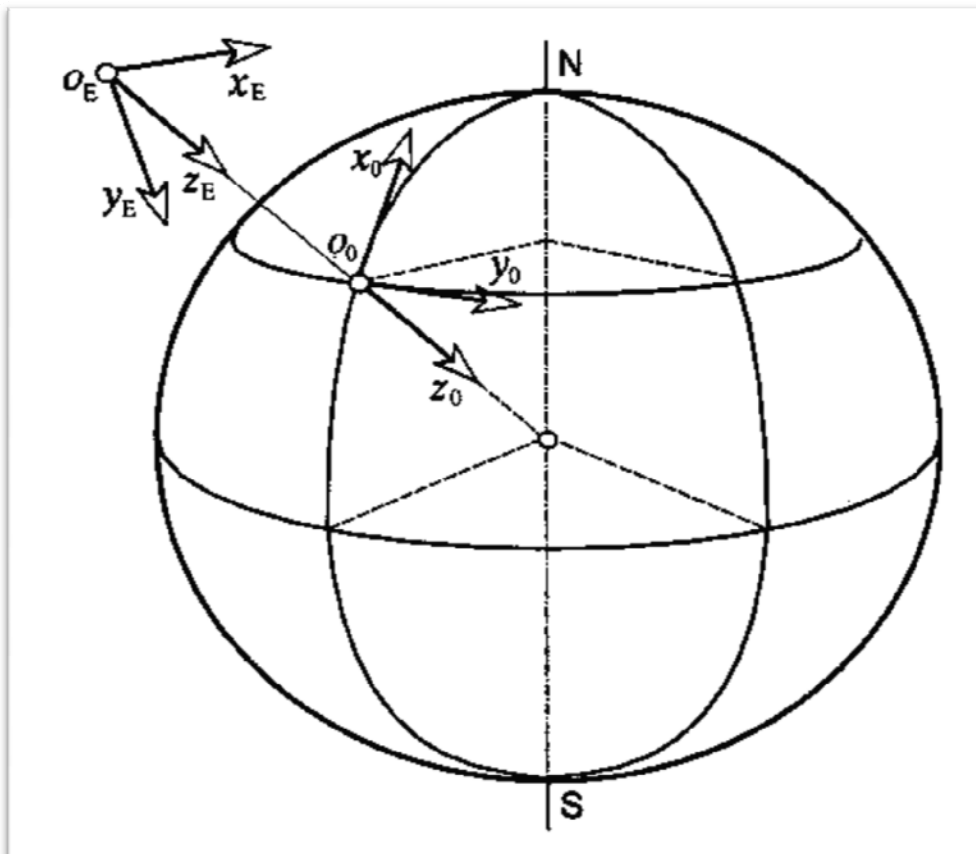
2.1 Εισαγωγή

Ο σκοπός του κεφαλαίου αυτού είναι η παρουσίαση της κινηματικής και της δυναμικής οχημάτων με έξι βαθμούς ελευθερίας που κινούνται στον τρισδιάστατο χώρο. Για τον σκοπό αυτόν, εξάγονται οι εξισώσεις κίνησης και αναλύεται η μέθοδος προσομοίωσης της κίνησης. Η παρουσίαση της μαθηματικής μοντελοποίησης της κίνησης γίνεται ώστε να γίνει κατανοητή η προσομοίωση της κίνησης των αεροσκαφών. Στο πρώτο μέρος παρουσιάζεται η κινηματική ανάλυση με τους ορισμούς συστημάτων αναφοράς και των μετασχηματισμών ταχύτητας. Στη συνέχεια, αναλύονται οι δυνάμεις και οι ροπές που ασκούνται στα αεροσκάφη και εξάγονται οι εξισώσεις κίνησης. Τέλος, αναπτύσσεται η μεθοδολογία προσομοίωσης της κίνησης των αεροσκαφών.

2.2 Συστήματα αξόνων και εξισώσεις κίνησης

2.2.1 Γήινοι άξονες

Επειδή κατά κύριο λόγο θα αναφερθούμε στην πτήση εντός της ατμόσφαιρας, θα ορίσουμε την κίνηση του αεροσκάφους ως προς το γήινο πλαίσιο αναφοράς. Οι γήινοι άξονες (earth axis) ορίζονται με ένα σημείο αναφοράς O_0 στην επιφάνεια της γης, που είναι η αρχή των αξόνων ενός δεξιόστροφου ορθογωνίου συστήματος αναφοράς ($O_0X_0Y_0Z_0$). Ο άξονας O_0X_0 αυτού του συστήματος είναι προσανατολισμένος προς το βορά, ο άξονας O_0Y_0 είναι προσανατολισμένος προς την ανατολή και ο άξονας O_0Z_0 έχει φορά προς τα κάτω, παράλληλα με το διάνυσμα της βαρύτητας.



Εικόνα 2.1

Αυτοί οι γήινοι άξονες απεικονίζονται στο σχήμα 2.1. Το επίπεδο ($O_0X_0Y_0Z_0$) ορίζει το τοπικό οριζόντιο επίπεδο το οποίο είναι εφαπτόμενο στην επιφάνεια της γης. Επομένως το ίχνος πτήσης (flight path) ενός αεροσκάφους το οποίο πετά μέσα στην ατμόσφαιρα, στην περιοχή του σημείου αναφοράς O_0 , μπορεί να περιγραφεί πλήρως από τις συντεταγμένες του στο σύστημα αξόνων. Αυτή η πρόταση προϋποθέτει μια επίπεδη γη (flat earth) όπου η κατακόρυφη διεύθυνση είναι προσδεμένη στο άνυσμα της βαρύτητας. Αυτό το μοντέλο είναι επαρκές για πτήσεις τοπικού χαρακτήρα, ταιριάζει όμως καλύτερα σε εφαρμογές πλοήγησης και εφαρμογές επιδόσεων, εκεί όπου η μελέτη ίχνους πτήσης έχει πρωταρχικό ενδιαφέρον.

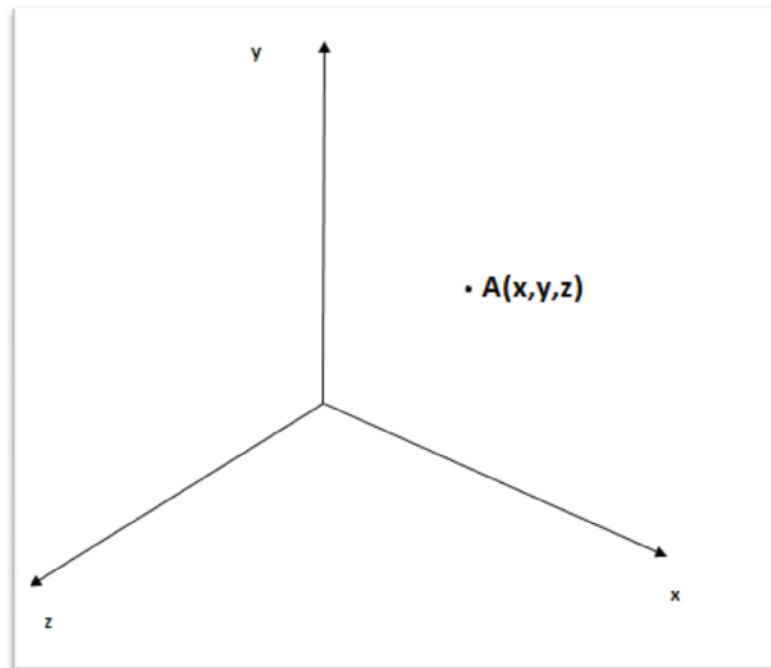
Για τις εφαρμογές της δυναμικής πτήσης προτιμάται ένας πιο απλοποιημένος ορισμός των γήινων αξόνων. Επειδή κυρίως ασχολούμαστε με την βραχυπρόθεσμη κίνηση (short term motion), μπορούμε να κάνουμε την παραδοχή ότι η πτήση πραγματοποιείται πάνω από μια επίπεδη γη. Η πιο κοινή μορφή πτήσης είναι εκείνη της ευθείας και οριζόντιας πτήσης (straight and level flight). Πρόκειται για την πτήση κατά το οριζόντιο επίπεδο σε σταθερό ύψος, ενώ ανεξάρτητα από τη μετέπειτα πτήση του αεροσκάφους, η στάση (attitude) του, ορίζεται σε σχέση με τον ορίζοντα. Στο σχήμα 2.1, το οριζόντιο επίπεδο ορίζεται από τους ($O_E X_E Y_E Z_E$) και είναι παράλληλο στο επίπεδο ($O_0 X_0 Y_0 Z_0$) στην επιφάνεια της γης. Η μοναδική διαφορά είναι ότι ο άξονας $O_E X_E$ έχει φορά προς την τυχαία διεύθυνση πτήσης του αεροσκάφους και όχι προς το βορά. Ο άξονας $O_E Z_E$ δείχνει προς τα κάτω όπως και προηγουμένως. Το μόνο που απομένει είναι να τοποθετήσουμε την αρχή O_E στο πιο κατάλληλο σημείο μέσα στην ατμόσφαιρα, το οποίο πολύ συχνά ταυτίζεται με την αρχή του σωματόδετου συστήματος του αεροσκάφους (aircraft body axis).

Οι γήινοι άξονες ($O_E X_E Y_E Z_E$) που ορίζονται με αυτό τον τρόπο ονομάζονται γήινοι άξονες αναφοράς (datum-path earth axis) είναι προσδεμένοι με τη γη μέσω του ανύσματος της βαρύτητας ενώ παρέχουν την αδρανειακή αναφορά για τη βραχυπρόθεσμη κίνηση του αεροσκάφους.

Τέλος, θα πρέπει να αναφέρουμε ότι θα θεωρήσουμε τη γη ως ένα στατικό σύστημα επομένως το σύστημα αναφοράς στο οποίο θα βρίσκεται το αεροσκάφος θα είναι, ως προς αυτό, ακίνητο.

2.2.2 Σωματόδετοι άξονες αεροσκάφους

Το πρώτο στοιχείο που συνιστά την αύξηση της δυσκολίας διαχείρισης του, έγκειται στην ύπαρξη του τρισδιάστατου μοντέλου. Συγκριτικά με την πλοήγηση ενός πλοίου ή αυτοκινήτου, παρουσιάζει την εξής δυσκολία: Η κίνηση πλέον δε γίνεται σε 2 άξονες x, y όπως στις δύο προηγούμενες περιπτώσεις, αλλά, σε 3 άξονες γιατί εισάγεται και ο άξονας των z που είναι το ύψος. Συνεπώς, η θέση π.χ. A του αεροσκάφους εξαρτάται από τρεις μεταβλητές $A(x,y,z)$.



Εικόνα 2.2

Επομένως, όλοι οι υπολογισμοί που θα χρειαστούν να γίνουν για την πλοήγηση του αεροσκάφους, πρέπει να εφαρμόζονται πάνω σε αυτούς τους τρεις άξονες.

Βέβαια, ο σωστός υπολογισμός των τριών αυτών συντεταγμένων μας δίνει απλά τη θέση του μέσα στο χώρο ως ένα σημείο. Έτσι, θα δουλέψουμε θεωρώντας τη μάζα του αεροσκάφους συγκεντρωμένη στο κέντρο βάρους του και συμπυκνωμένη σε ένα σημείο.

Το δεύτερο στοιχείο που δυσχεραίνει τους υπολογισμούς είναι το γεγονός ότι το αεροσκάφος έχει έξι (6) βαθμούς ελευθερίας (εάν θεωρηθεί ότι είναι άκαμπτο).

Έτσι, εισάγονται ακόμη τρεις άξονες που περνούν από το κέντρο του.

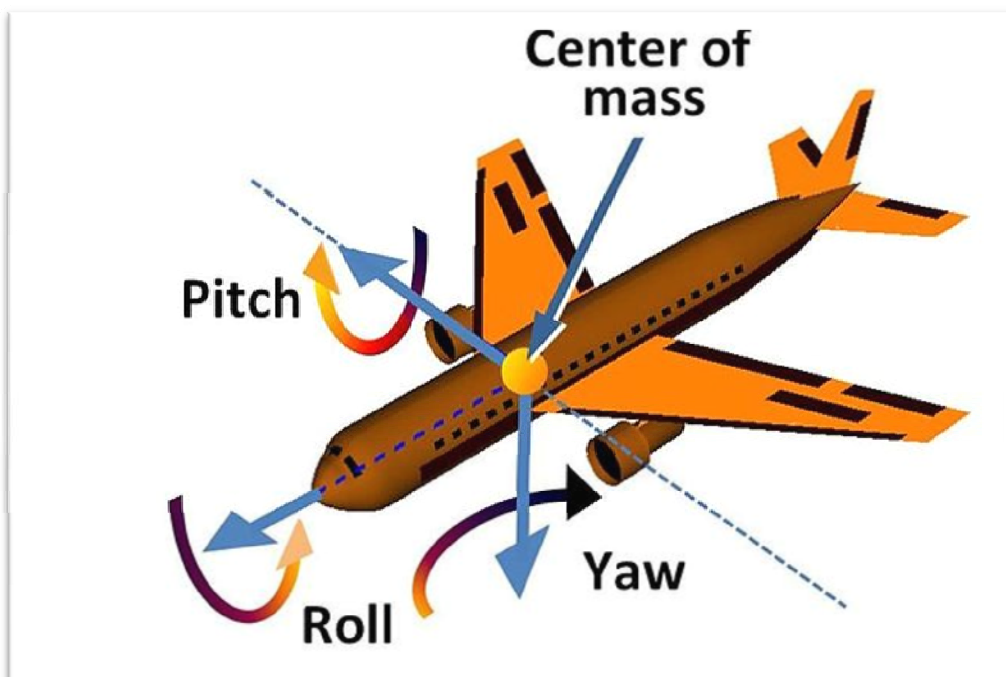
Ο πρώτος, είναι ο άξονας του **Yaw**, ο οποίος τέμνει κάθετα το κέντρο του και δίνει τη γωνία που κινείται το αεροσκάφος. Θεωρώντας το ρύγχος του αεροσκάφους ως αναφορικό σημείο, τότε το Yaw μας δίνει τις μοίρες δεξιά ή αριστερά που στρίβει.

Ο δεύτερος άξονας είναι ο άξονας του **Roll**. Ο άξονας αυτός, είναι κάθετος στον άξονα του yaw και τέμνει το αεροσκάφος οριζοντίως. Θεωρώντας πάλι ως αναφορικό σημείο το ρύγχος του αεροσκάφους, ο άξονας του Roll μας δίνει κατά πόσες μοίρες γέρνει το αεροσκάφος δεξιά ή αριστερά.

Τέλος, ο άξονας του **Pitch** είναι κάθετος στους δύο προηγούμενους και τέμνει οριζοντίως το κέντρο του αεροσκάφους. Αντίθετα με τον προηγούμενο κινείται όχι κατά μήκος του αλλά κατά πλάτος. Ο τελευταίος αυτός άξονας, μας δίνει την κλίση πάνω κάτω.

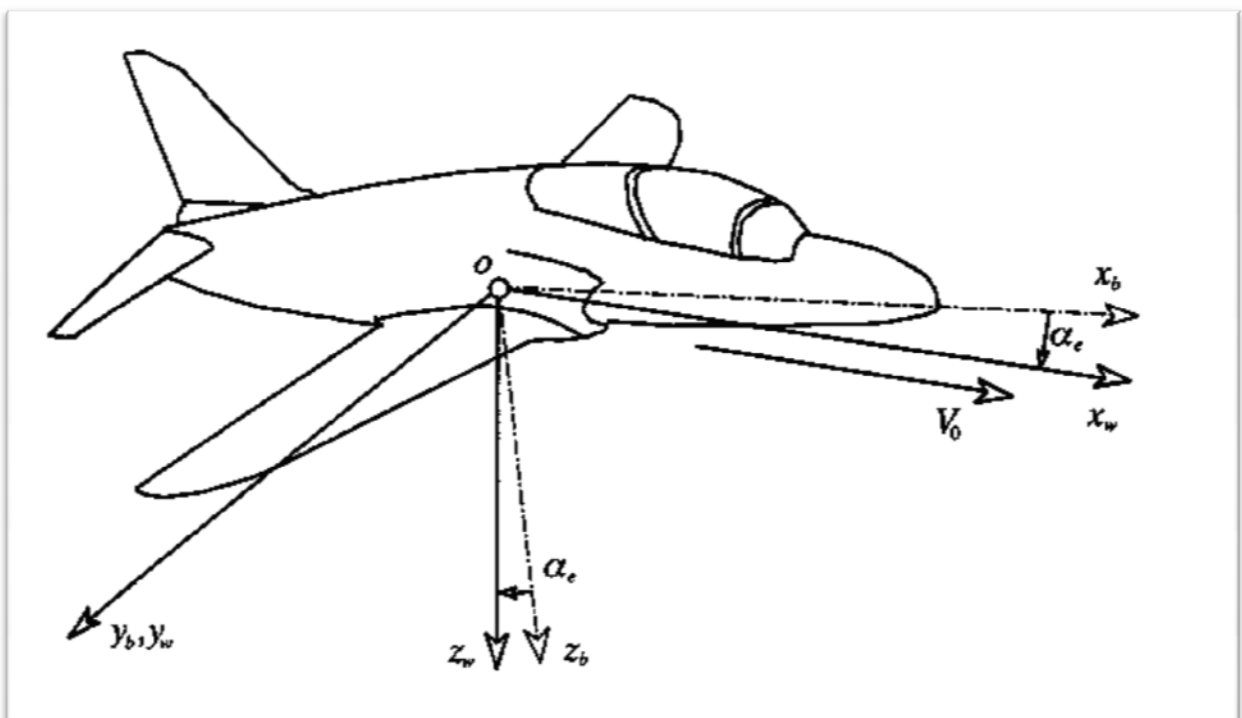
Οι δύο πρώτοι (Yaw, Roll), ευθύνονται για την αλλαγή κατεύθυνσης του αεροσκάφους ενώ ο τελευταίος (Pitch) καθορίζει εάν το αεροσκάφος βρίσκεται σε διαδικασία ανόδου ή καθόδου.

Η εισαγωγή αυτών των αξόνων σημαίνει ότι το αεροσκάφος μπορεί να ακολουθήσει έξι διαφορετικούς διαδρομές: Μπορεί να κινηθεί μπροστά, πλαγίως και κάτω ή μπορεί να περιστραφεί γύρω από τους τρεις αυτούς άξονες: Yaw, Roll και Pitch.



Εικόνα 2.3

Είναι κοινή πρακτική να ορίζουμε ένα δεξιόστροφο ορθογώνιο σύστημα αξόνων που είναι προσδεμένο (fixed) στο αεροσκάφος και κινείται μαζί με αυτό. Έτσι όταν το αεροσκάφος διαταράσσεται από τις αρχικές συνθήκες πτήσης οι άξονες κινούνται μαζί με αυτό και η κίνηση περιγράφεται ποσοτικά ως προς τις μεταβλητές της διαταραχής που αναφέρονται στο κινούμενο σύστημα. Ο τρόπος με τον οποίο οι άξονες είναι προσδεμένοι με το σκάφος είναι τυχαίος αν και είναι προτιμότερο να χρησιμοποιείται ένας καθορισμένος και γενικά αποδεκτός προσανατολισμός. Το πιο γενικευμένο τέτοιο σύστημα ονομάζεται σωματόδετο σύστημα αξόνων (body axis system) ($Ox_bY_bZ_b$) και είναι προσδεμένο στο αεροσκάφος όπως φαίνεται στο σχήμα 2.4



Εικόνα 2.4

Το επίπεδο (Ox_bZ_b) ορίζει το επίπεδο συμμετρίας του αεροσκάφους ενώ γενικά μας εξυπηρετεί ο άξονας Ox_b να είναι παράλληλος με τη γεωμετρική αναφορά της ατράκτου (horizontal fuselage datum). Έτσι σε κανονικές (δηλ. όχι ανάστροφη πτήση κλπ) στάσεις του αεροσκάφους κατά την πτήση ο άξονας OY_b έχει φορά προς τα δεξιά και ο άξονας OZ_b προς τα κάτω.

Είναι επίσης πολύ βολικό να ορίζουμε ένα σύστημα αξόνων με τέτοιο τρόπο ώστε ο άξονας OX να είναι παράλληλος με το διάνυσμα της ολικής ταχύτητας V_0 όπως φαίνεται στο σχήμα 2.4. Αυτοί οι άξονες ονομάζονται αεροδυναμικοί, ή άξονες ανέμου (wind axis), ή άξονες ευστάθειας. Σε σταθερή-μόνιμη συμμετρική πτήση (steady symmetric flight) οι άξονες του ανέμου ($OX_w Y_w Z_w$) δεν είναι τίποτα άλλο παρά ένας τύπος του σωματόδετου συστήματος αξόνων, το οποίο έχει περιστραφεί γύρω από τον άξονα OY_b κατά τη σταθερή γωνία πρόσπτωσης του σώματος α_e (body incidence) έως ότου ο άξονας OX_w ευθυγραμμιστεί με το άνυσμα της ταχύτητας. Έτσι το επίπεδο ($OX_w Z_w$) παραμένει το επίπεδο συμμετρίας του αεροσκάφους ενώ οι άξονες OY_w και OY_b ταυτίζονται. Επιπλέον επειδή υπάρχει μια και μοναδική τιμή της γωνίας πρόσπτωσης α_e που αντιστοιχεί σε κάθε συνθήκη πτήσης, ο προσανατολισμός των αξόνων του ανέμου στην άτρακτο είναι διαφορετικός για κάθε συνθήκη πτήσης. Όμως για κάθε μια δεδομένη συνθήκη πτήσης, ο προσανατολισμός των αξόνων του ανέμου είναι εξ' αρχής καθορισμένος και σταθερός σε σχέση με το αεροσκάφος, ενώ κινείται με αυτό σε κάθε διαταραχή. Οι τυπικές τιμές για τη γωνία πρόσπτωσης του σκάφους ποικίλουν στο $-10^\circ \leq \alpha_e \leq 20^\circ$ στο εύρος του κανονικού φακέλου πτήσης.

Για να συνοψίσουμε δεν είναι ιδιαίτερα σημαντικό ποιο σύστημα αξόνων θα επιλέξουμε με την προϋπόθεση ότι η επιλογή μας μοντελοποιεί την κατάσταση πτήσης που εξετάζουμε. Όταν χρησιμοποιούμε δεδομένα για τις εξισώσεις κίνησης, είναι πολύ συνηθισμένο κάποια από αυτά να αναφέρονται στους άξονες του ανέμου ενώ κάποια άλλα να αναφέρονται στο σωματόδετο σύστημα. Επιβάλλεται επομένως να είμαστε ικανοί να εκτελέσουμε τους απαραίτητους μετασχηματισμούς από το ένα στο άλλο σύστημα.

2.3 Υπολογισμός εξισώσεων

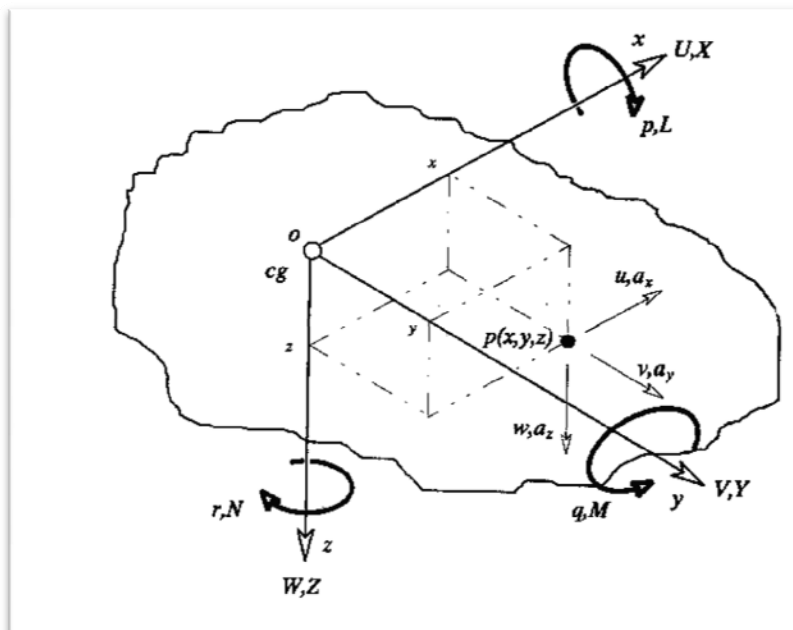
2.3.1 Οι εξισώσεις κίνησης του στερεού συμμετρικού αεροσκάφους

Σε αυτό το στάδιο ο αντικειμενικός σκοπός είναι να εφαρμοστεί ο δεύτερος νόμος του Νεύτωνα σε καθέναν από τους έξι βαθμούς ελευθερίας, δηλαδή :

Μάζα x επιτάχυνση = Δύναμη

$$F=ma \quad (2.1)$$

Για τους βαθμούς ελευθερίας που υποδηλώνουν περιστροφή, η μάζα και η επιτάχυνση εκφράζονται ως ροπή αδρανείας και γωνιακή επιτάχυνση αντίστοιχα ενώ η διαταραγμένη δύναμη εκφράζεται ως ροπή διαταραχής. Το πρώτο βήμα είναι να ορίσουμε τις συνιστώσες της αδρανειακής επιτάχυνσης που προκύπτουν από την εφαρμογή των διαταραγμένων δυνάμεων στο αεροσκάφος.



Εικόνα 2.5

Θεωρούμε την κίνηση που αναφέρεται σε ένα σώμα, όχι κατά ανάγκη, απολύτως στερεό. Σε αυτό το σώμα, όπως περιγράφηκε προηγουμένως, ορίζουμε ένα σύστημα ορθογωνίων αξόνων $(oxyz)$ του οποίου η αρχή ταυτίζεται με το κέντρο βάρους του (CG) (βλ. σχ. 2.5). Το σώμα και επομένως το σύστημα κινείται σε σχέση με ένα γήινο-αδρανειακό σύστημα αξόνων. Οι συνιστώσες της ταχύτητας και της εξωτερικά εφαρμοζόμενης συνολικής δύναμης αναλύονται πάνω στο σύστημα $(OXYZ)$ και ορίζονται ως (U,V,W) και (X,Y,Z) στους 3 άξονες αντίστοιχα. Οι συνιστώσες της γωνιακής ταχύτητας και η ροπή ως προς τον ανάλογο άξονα συμβολίζονται ως (p,q,r) και (L,M,N) αντίστοιχα. Το σημείο p είναι ένα τυχαίο σημείο μέσα στο σώμα με συντεταγμένες (x,y,z) . Οι τοπικές συνιστώσες της ταχύτητας και της επιτάχυνσης στο σημείο p σε σχέση με το σωματόδετο σύστημα συντεταγμένων συμβολίζονται με (u,v,w) και (a_x,a_y,a_z) αντίστοιχα.

2.3.2 Οι συνιστώσες της αδρανειακής επιτάχυνσης

Από τις γνώσεις της κινηματικής προκύπτουν οι συνιστώσες της ταχύτητας στο σημείο $p(x,y,z)$ σε σχέση με το σημείο (O) :

$$\begin{cases} u = \dot{x} - ry + qz \\ v = \dot{y} - pz + rx \\ w = \dot{z} - qx + py \end{cases} \quad (2.2)$$

Επειδή αναφερόμαστε στο αεροσκάφος το οποίο είναι ένα απολύτως στερεό σώμα (ένα σώμα του οποίου όλες οι απειροστές μάζες διατηρούνε τις αποστάσεις μεταξύ τους) και υποθέτοντας ότι δεν υπάρχουν ρότορες (πχ έλικες ή στροβιλοκινητήρες) προκύπτει:

$$\dot{x} = \dot{y} = \dot{z} = \ddot{x} = \ddot{y} = \ddot{z} = 0 \quad (2.3)$$

Έτσι οι εξισώσεις (2.2) γίνονται:

$$\begin{cases} u = qz - ry \\ v = rx - pz \\ w = py - qx \end{cases} \quad (2.4)$$

Ανάλογα για τις συνιστώσες της επιτάχυνσης στο σημείο $p(x,y,z)$ σε σχέση με το O:

$$\begin{cases} a_x = \dot{u} - ru + qw \\ a_y = \dot{v} - rw + ru \\ a_z = \dot{w} - qu + pv \end{cases} \quad (2.5)$$

Οι απόλυτες ή διαφορετικά οι αδρανειακές ταχύτητες (u', v', w') του σημείου $p(x, y, z)$ θα προκύψουν σαν άθροισμα δύο όρων: Των ταχυτήτων του κέντρου βάρους (U, V, W) και των τοπικών ταχυτήτων (u, v, w) που προκύπτουν από τη σχέση (2.4).

$$\begin{cases} u' = U + u = U - ry + qz \\ v' = V + v = V - pz + rx \\ w' = W + w = W - qx + py \end{cases} \quad (2.6)$$

Κατ' αντιστοιχία οι συνιστώσες της αδρανειακής επιτάχυνσης (a'_x, a'_y, a'_z) στο σημείο $p(x, y, z)$ προκύπτουν με την αντικατάσταση των ταχυτήτων (u', v', w') της σχέσεως (2.6) στη θέση των (u, v, w) της σχέσης (2.5) :

$$\begin{cases} a'_x = \dot{u}' - ru' + qw' \\ a'_y = \dot{v}' - rw' + ru' \\ a'_z = \dot{w}' - qu' + pv' \end{cases} \quad (2.7)$$

Παραγωγίζοντας την (2.6) ως προς το χρόνο και λαμβάνοντας υπόψη ότι επειδή αναφερόμαστε σε απολύτως στερεό σώμα ισχύει η (2.3), προκύπτει:

$$\begin{cases} \dot{u}' = \dot{U} - \dot{r}u' + \dot{q}w' \\ \dot{v}' = \dot{V} - \dot{r}w' + \dot{r}u' \\ \dot{w}' = \dot{W} - \dot{q}u' + \dot{p}v' \end{cases} \quad (2.8)$$

Έτσι χρησιμοποιώντας τις σχέσεις (2.6) και (2.8) και αντικαθιστώντας στη σχέση (2.7) παίρνουμε τις τρεις συνιστώσες της αδρανειακής επιτάχυνσης του τυχαίου σημείου $p(x,y,z)$ του στερεού σώματος, οι οποίες μπορούν να γραφούν :

$$\begin{cases} a'_x = \dot{U} - rV + qW - x(q^2 + r^2) + y(pq + \dot{r}) - z(pr + \dot{q}) \\ a'_y = \dot{V} - qW + rU + x(pq + \dot{r}) - y(p^2 + r^2) + z(qr - \dot{p}) \\ a'_z = \dot{W} - qU + pV + x(pr - \dot{q}) + y(qr + \dot{p}) - z(p^2 + q^2) \end{cases} \quad (2.9)$$

2.3.3 Οι εξισώσεις της γενικευμένης δύναμης

Ας θεωρήσουμε στη συνέχεια μια απειροστή (incremental mass) μάζα dm στο σημείο $p(x,y,z)$ μέσα στο στερεό σώμα. Εφαρμόζοντας το δεύτερο νόμο του Newton (εξ. 2.1) στην απειροστή μάζα, οι απειροστές συνιστώσες της δύναμης που εφαρμόζονται σε αυτή τη μάζα θα δίνονται από τις $(\delta ma'_x, \delta ma'_y, \delta ma'_z)$. Αθροίζοντας αυτές τις απειροστές δυνάμεις σε όλο το σώμα παίρνουμε τις συνιστώσες της συνολικής δύναμης (X, Y, Z) . Στο σημείο αυτό πρέπει να υποθέσουμε ότι $\frac{dm}{dt} = 0$ δηλαδή, η συνολική μάζα του αεροσκάφους παραμένει σταθερή με τη μεταβολή του χρόνου. Αυτή η υπόθεση είναι αρκετά ακριβής εφόσον η μεταβολή της μάζας είναι σχετικά μικρή (της τάξης του 5%) για μια περίοδο 30-60 sec, χρόνος μέσα στον οποίο συνήθως εξετάζεται η δυναμική απόκριση του αεροσκάφους. Κάτι τέτοιο βέβαια δεν μπορεί να είναι ακριβές εφόσον εξετάζουμε την περίπτωση ενός πυραύλου του οποίου η κατανάλωση καυσίμων είναι εντυπωσιακά μεγάλη. Αντιθέτως, σε ένα μη επανδρωμένο μικρό αεροσκάφος, το οποίο κινείται με ηλεκτρική ενέργεια, δεν έχουμε καμία διαφοροποίηση στη μάζα του και ως εκ τούτου το $dm=0$.

Μια άλλη υπόθεση η οποία πρέπει να σημειωθεί σε αυτό το σημείο είναι ότι η κατανομή μάζας είναι επίσης σταθερή μέσα στο σώμα. Έτσι δεν εξετάζονται τα φαινόμενα της μετατόπισης του κέντρου βάρους από τη μετατόπιση των καυσίμων, επιβατών, άφηση φορτίων κλπ. Έτσι :

$$\begin{cases} \sum \delta ma'_x = X \\ \sum \delta ma'_y = Y \\ \sum \delta ma'_z = Z \end{cases} \quad (2.10)$$

Για τα δεξιά μέλη της ισότητας στη σχέση (2.10) μπορούμε να αναφέρουμε ότι οι εξωτερικά εφαρμοζόμενες δυνάμεις διαταραχής και ανάλογα ροπές σε ένα αεροσκάφος είναι ένα άθροισμα των αεροδυναμικών δυνάμεων (X_a), των δυνάμεων λόγω εφαρμογής της ισχύος (X_p), των δυνάμεων που προκύπτουν από την κίνηση των πηδαλίων (X_c), των δυνάμεων που προκύπτουν από τη βαρύτητα (X_g). και βέβαια των επιδράσεων των ατμοσφαιρικών διαταραχών (X_d). Η παραπάνω προσέγγιση προέρχεται από τον Bryan (1911). Αν και περιορισμένης εμβλείας, αυτή η ανάλυση δίνει κατά πρώτον πολύ καλά αποτελέσματα για τα κλασσικά αεροσκάφη και κατά δεύτερον προσφέρει μια ξεκάθαρη εικόνα για τους φυσικούς παράγοντες που επηρεάζουν τη δυναμική συμπεριφορά του αεροσκάφους.

Αντικαθιστώντας την έκφραση για τις συνιστώσες της αδρανειακής επιτάχυνσης ($\alpha'x$, $\alpha'y$, $\alpha'z$) από την εξίσωση (2.9) στην (2.10) και παρατηρώντας ότι η αρχή των αξόνων συμπίπτει με το κέντρο βάρους έχουμε :

$$\sum \delta mx = \sum \delta my = \sum \delta mz = 0 \quad (2.11)$$

Ενώ οι συνιστώσες της συνολικής δύναμης που επιδρά στο στερεό σώμα δίνονται από:

$$\begin{cases} m(\dot{U} - rV + qW) = X \\ m(\dot{V} - pW + rU) = Y \\ m(\dot{W} - qU + pV) = Z \end{cases} \quad (2.12)$$

Όπου m είναι η ολική μάζα του σώματος.

Η εξίσωση (2.12) περιγράφει την κίνηση του κέντρου βάρους του σώματος αφού η αρχή των αξόνων συμπίπτει με το κέντρο βάρους. Σε μερικές εφαρμογές πχ στο αερόστατο είναι βολικότερο να τοποθετηθεί η αρχή των αξόνων σε κάποιο σημείο διαφορετικό από το CG. Σε αυτήν φυσικά την περίπτωση η συνθήκη που περιγράφεται από την εξίσωση (2.11) δεν ισχύει και η εξίσωση (2.12) θα πρέπει να περιλαμβάνει περισσότερους όρους.

2.3.4 Οι εξισώσεις της γενικευμένης Ροπής

Ας θεωρήσουμε στη συνέχεια τις ροπές που δημιουργούνται από την εφαρμογή των δυνάμεων που εφαρμόζονται στην απειροστή μάζα δm στο σημείο $p(x,y,z)$. Οι απειροστές συνιστώσες της δύναμης προκαλούν απειροστές συνιστώσες ροπής σε καθένα από τους τρεις σωματόδετους άξονες. Αθροίζοντας τις τελευταίες πάνω σε όλο το σώμα προκύπτει η εξίσωση της ροπής, η οποία δεν είναι τίποτα άλλο παρά μια μορφή του δεύτερου νόμου του Νεύτωνα που ισχύει ειδικά για την περιστροφή. Για παράδειγμα η συνολική ροπή L ως προς τον άξονα ox προκύπτει αθροίζοντας τις απειροστές ροπές πάνω σε όλο το σώμα :

$$\sum \delta m (y a'_z - z a'_y) = L \quad (2.13)$$

Αντικαθιστώντας στην παραπάνω σχέση τις εκφράσεις για τα a'_y και a'_z από την (2.9) και παρατηρώντας ότι ισχύει η (2.11), η (2.13) μπορεί να γραφτεί ως εξής:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{p} \sum \delta m (y^2 + z^2) + qr \sum \delta m (y^2 - z^2) + \\ +(r^2 + q^2) \sum \delta m yz - (pq + \dot{r}) \sum \delta m xz + (pr - \dot{q}) \sum \delta m xy = L \end{array} \right. \quad (2.14)$$

Οι όροι που περιέχονται στο άθροισμα στην εξίσωση (2.14) έχουν τις μονάδες της ροπής αδρανείας. Κατ' αυτόν τον τρόπο η πιο πάνω εξίσωση μπορεί να γραφεί :

$$I_x \dot{p} - (I_y - I_z)qr + I_{xy}(pr - \dot{q}) - I_{xz}(pq + \dot{r}) + I_{yz}(r^2 - q^2) = L \quad (2.15)$$

Οι ροπές M και N ως προς τους άξονες Oy και Oz αντίστοιχα προκύπτουν:

$$\begin{cases} \sum \delta m(z a'_x - x a'_z) = M \\ \sum \delta m(x a'_y - y a'_x) = N \end{cases} \quad (2.16)$$

Επαναλαμβάνοντας τους πιο πάνω συλλογισμούς, παίρνουμε και τις ακόλουθες εκφράσεις:

$$I_y \dot{q} - (I_x - I_z)qr + I_{yz}(pr - \dot{r}) - I_{xy}(pr + \dot{p}) + I_{zx}(p^2 - r^2) = M \quad (2.17)$$

$$I_z \dot{r} - (I_x - I_y)pq - I_{yz}(pr - \dot{q}) + I_{xz}(pr - \dot{p}) + I_{xy}(q^2 - p^2) = N \quad (2.18)$$

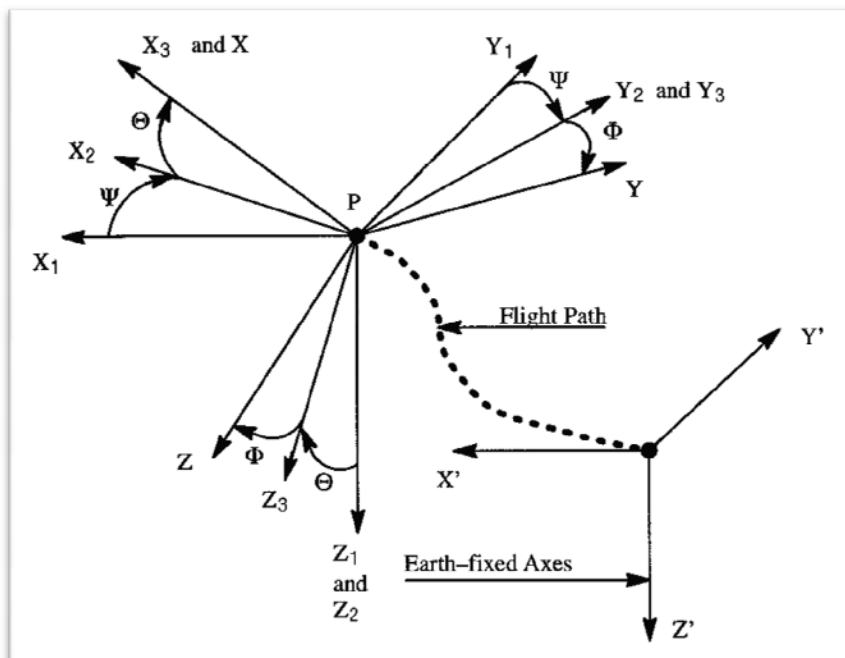
Οι σχέσεις (2.15), (2.17) και (2.18) αντιπροσωπεύουν τις εξισώσεις ροπών ενός στερεού σώματος και περιγράφουν την περιστροφική κίνηση γύρω από τους ορθογώνιους άξονες που περνούν από το κέντρο βάρους του, αφού όπως ήδη έχουμε σημειώσει η αρχή των αξόνων συμπίπτει με το κέντρο βάρους του σώματος αυτού.

Στο σημείο αυτό προσπαθώντας να απλοποιήσουμε τις τρεις παραπάνω σχέσεις παρατηρούμε ότι τα περισσότερα αεροσκάφη είναι συμμετρικά ως προς το επίπεδο oxz . και ότι η μάζα είναι ομοιόμορφα κατανεμημένη, επομένως μπορούμε να θεωρήσουμε ότι $I_{xy} = I_{yz} = 0$.

Οι εξισώσεις (2.15, 2.17, 2.18) περιγράφουν τις κινήσεις διατοιχισμού (rolling), πρόνευσης (pitching) και εκτροπής (yawing) αντίστοιχα.

2.4 Η στάση (attitude) του αεροσκάφους ως προς το γήινο σύστημα αξόνων

Στη συνέχεια θα προσπαθήσουμε να ορίσουμε τον προσανατολισμό του αεροσκάφους σε σχέση με το γήινο σύστημα αξόνων κάτι που ως τώρα-θα παρατηρήσουμε ότι-δεν έχει γίνει. Για αυτήν την εργασία αρκεί να ορίσουμε κάποιες γωνίες που θα συσχετίσουν το προσδεμένο στο αεροσκάφος σύστημα (xyz) (το οποίο μπορεί να είναι το σωματόδετο σύστημα $(x_b y_b z_b)$) ή και το σύστημα $(x_w y_w z_w)$ έτσι όπως ορίστηκαν στην §2.2.2) με το γήινο σύστημα $(x_0 y_0 z_0)$. Γενικά η διαδικασία συσχετισμού ενός μεγέθους ή μεταβλητής από ένα σύστημα αξόνων σε ένα άλλο γίνεται με πολύ συγκεκριμένο τρόπο και μάλιστα με τη βοήθεια κάποιων γωνιών που ονομάζονται γωνίες Euler.



Εικόνα 2.6

Το σχήμα 2.6 απεικονίζει το γήινο σύστημα $(x_0 y_0 z_0)$ το οποίο έχει μετακινηθεί παράλληλα με τον εαυτό του έως ότου η αρχή του ταυτιστεί με το κέντρο μάζας του αεροσκάφους P. Σε αυτό το σημείο το μετονομάζουμε $(x_1 y_1 z_1)$. Ο προσανατολισμός του σωματόδετου συστήματος (xyz) σε σχέση με το $(x_1 y_1 z_1)$ θα γίνει με τη βοήθεια τριών διαδοχικών περιστροφών ως προς τις γωνίες ψ , θ και ϕ .

Περιστροφή 1

Το σύστημα $(x_1y_1z_1)$ περιστρέφεται γύρω από τον άξονα z_1 με γωνία ψ η οποία ονομάζεται γωνία πορείας (heading angle). Η θετική φορά αυτής της γωνίας φαίνεται στο σχήμα. Το νέο σύστημα που προκύπτει μετονομάζεται $(x_2y_2z_2)$.

Περιστροφή 2

Το σύστημα $(x_2y_2z_2)$ περιστρέφεται γύρω από τον άξονα y_2 με γωνία θ η οποία ονομάζεται γωνία πρόνευσης (ανόδου/καθόδου-pitch attitude angle). Η θετική φορά αυτής της γωνίας φαίνεται στο σχήμα. Το νέο σύστημα που προκύπτει μετονομάζεται $(x_3y_3z_3)$.

Περιστροφή 3

Το σύστημα $(x_3y_3z_3)$ περιστρέφεται γύρω από τον άξονα x_3 με γωνία ϕ η οποία ονομάζεται γωνία διατοιχισμού ή γωνία κλίσης των πτερύγων (roll angle). Η θετική φορά αυτής της γωνίας φαίνεται επίσης στο σχήμα. Το νέο σύστημα που προκύπτει μετονομάζεται σε (xyz) , δηλαδή σε αυτό το σημείο πετύχαμε την ταύτιση του γήινου με το προσδεμένο σύστημα στο αεροσκάφος. Πρέπει να τονιστεί ότι για αυτές τις πεπερασμένες γωνιακές περιστροφές δεν ισχύει ό,τι ισχύει για τα διανύσματα, δηλαδή η ιδιότητα $A+B = B+A$, όπου A και B διανύσματα. Έτσι ο ορισμός των αξόνων γύρω από τους οποίους γίνεται η περιστροφή, η φορά της περιστροφής αλλά και η σειρά με την οποία γίνεται η περιστροφή έχει πράγματι σημασία. Αντίθετα εάν θεωρήσουμε απειροστά μικρές γωνιακές περιστροφές τότε ισχύει η

πιο πάνω ιδιότητα. Επίσης όταν η στάση του αεροσκάφους αναφέρεται ως προς τους γήινους άξονες τότε οι άξονες $(ox_0y_0z_0)$ και $(oX_EY_EZ_E)$ προφανώς θα ταυτίζονται. Σε γωνία $\theta = 90^\circ$ η γωνία ϕ χάνει το νόημα της. Για να ξεπεραστεί αυτό το πρόβλημα σε εφαρμογές εξομοίωσης (simulation), όπου το αεροσκάφος πρέπει να είναι ικανό να εκτελέσει έναν πλήρες ελιγμό ανακύκλωσης (loop), έχουν αναπτυχθεί κάποιες μαθηματικές μέθοδοι που δίνουν αποδεκτές λύσεις.

2.5 Ο μετασχηματισμός των γωνιακών ταχυτήτων

Πολύ συχνά είναι απαραίτητο να μετασχηματίσουμε κάποιες κινηματικές μεταβλητές από ένα σύστημα αξόνων σ' ένα άλλο. Σ' αυτή την ενότητα θα προσπαθήσουμε να σχετίσουμε τις γωνιακές ταχύτητες p, q, r του προσδεμένου συστήματος του αεροσκάφους με τις γωνιακές ταχύτητες, $\dot{\varphi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}$ οι οποίες αντιπροσωπεύουν το ρυθμό αλλαγής της στάσης (attitude rates) του αεροσκάφους σε σχέση με το γήινο σύστημα αξόνων. Σύμφωνα με την εικόνα **2.6**, το σύστημα (xyz) μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να περιγράψει τις συνιστώσες της γραμμικής ταχύτητας του σημείου P στο προσδεμένο σύστημα και το $(x_0y_0z_0)-(x_1y_1z_1)$ μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να περιγράψει τις συνιστώσες της γραμμικής ταχύτητας του σημείου P στο γήινο σύστημα. Τότε οι γωνίες Euler ψ, θ και φ θα περιγράφουν το γωνιακό προσανατολισμό του ενός συστήματος αξόνων σε σχέση με το άλλο. Ο πιο πάνω υπολογισμός μπορεί να πραγματοποιηθεί εύκολα απεικονίζοντας όλα τα μεγέθη με τη μορφή διανυσμάτων πάνω στους άξονες του σχήματος. Μετά την εκτέλεση των απαραίτητων υπολογισμών μπορούμε να καταλήξουμε στις ακόλουθες σχέσεις :

$$p = \dot{\varphi} - \dot{\psi} \sin \theta \quad (2.19)$$

$$q = \dot{\theta} \cos \varphi + \dot{\psi} \sin \varphi \cos \theta \quad (2.20)$$

$$r = \dot{\psi} \cos \varphi \cos \theta - \dot{\theta} \sin \varphi \quad (2.21)$$

ή σε μορφή πίνακα:

$$\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin \theta \\ 0 & \cos \varphi & \sin \varphi \cos \theta \\ 0 & -\sin \varphi & \cos \varphi \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\varphi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

Σε αυτό το σημείο πρέπει να σημειωθεί ότι:

Ο ρυθμός περιστροφής (roll rate) ως προς το προσδεμένο σύστημα δεν ταυτίζεται με το ρυθμό αλλαγής της κλίσης (bank angle) $\dot{\phi}$. Ο ρυθμός πρόνευσης (pitch rate) ως προς το προσδεμένο σύστημα δεν ταυτίζεται με το ρυθμό αλλαγής της γωνίας ανόδου-καθόδου (pitch angle) $\dot{\theta}$. Ο ρυθμός εκτροπής (yaw rate) ως προς το προσδεμένο σύστημα δεν ταυτίζεται με το ρυθμό αλλαγής της πορείας (heading angle) $\dot{\psi}$. Όταν οι διαταραχές του αεροσκάφους είναι μικρές έτσι ώστε τα (ϕ, θ, ψ) να μπορούν να αντιμετωπιστούν σαν μικρές γωνίες οι εξισώσεις (2.19, 2.20, 2.21) μπορούν να προσεγγιστούν από τις σχέσεις:

$$\begin{cases} p = \dot{\phi} \\ q = \dot{\theta} \\ r = \dot{\psi} \end{cases} \quad (2.23)$$

2.6 Γενικές παρατηρήσεις για τις εξισώσεις κίνησης

Σε αυτό το σημείο θα ήταν χρήσιμο να συνοψίσουμε τις εξισώσεις κίνησης όπως έχουν προκύψει έως αυτή τη στιγμή. Υπάρχουν λοιπόν τρία σετ εξισώσεων, οι εξισώσεις των δυνάμεων (2.12), οι εξισώσεις των ροπών (2.15), (2.17), (2.18), και οι κινηματικές εξισώσεις (2.19), (2.20), (2.21).

Οι εξισώσεις αυτές ονομάζονται γενικευμένες εξισώσεις κίνησης του αεροσκάφους, παρόλο που για την παρουσίαση τους έχουν χρησιμοποιηθεί αρκετές παραδοχές.

Οι εξισώσεις (2.12), (2.15), (2.17) και (2.18) είναι ακόμη ατελείς : Οι αεροδυναμικές δυνάμεις, οι δυνάμεις λόγω της ώσης τους αεροσκάφους καθώς και οι αντίστοιχες ροπές πρέπει να εκφραστούν συναρτήσει των μεταβλητών κίνησης.

Από καθαρά μαθηματική σκοπιά οι παραπάνω εξισώσεις σχηματίζουν ένα σύστημα εννέα μη γραμμικών διαφορικών εξισώσεων με εννέα μεταβλητές: Τις συνιστώσες της ταχύτητας U, V, W τους βαθμούς περιστροφής p, q, r και τις γωνίες Euler ϕ, θ, ψ . Με κατάλληλες αντικαταστάσεις μπορούμε να καταλήξουμε σε ένα σύστημα έξι διαφορικών εξισώσεων με έξι μεταβλητές, είτε τις U, V, W και p, q, r είτε τις U, V, W και ϕ, θ, ψ .

Σε κάθε περίπτωση, έως σήμερα λύση στο παραπάνω σύστημα μπορεί να δοθεί μόνο μέσω αριθμητικών μεθόδων, Παρά ταύτα και σε σχέση με τα χαρακτηριστικά ευκολίας χειρισμού (handling qualities) υπάρχουν δύο συνθήκες πτήσης για τις οποίες οι λύσεις έχουν μεγάλη σημασία :

Τις μόνιμες συνθήκες πτήσης (steady state flight conditions) και τις διαταραγμένες συνθήκες πτήσης (perturbed state flight conditions).

Στη διπλωματική αυτή εργασία, δε θα αναφερθούμε στις διαταραγμένες συνθήκες πτήσης (perturbed state flight conditions), για λόγους απλοποίησης, αλλά θα προσπαθήσουμε να επεξεργαστούμε τις μόνιμες συνθήκες πτήσης (steady state flight conditions), ούτως ώστε να καταλήξουμε στο θεωρητικό μοντέλο.

2.7 Σταθερή-μόνιμη πτήση (Steady State Flight)

Σταθερή ή μόνιμη κατάσταση πτήσης ονομάζεται εκείνη η κατάσταση κατά την οποία ΟΛΕΣ οι κινηματικές μεταβλητές παραμένουν σταθερές συναρτήσει του χρόνου, σε σχέση με το προσδεμένο σύστημα αξόνων. Από μαθηματικής σκοπιάς αυτό υποδηλώνει ότι :

$$\vec{V}_0 = 0 \text{ και } \vec{\omega} = 0 \quad (2.24)$$

Όπου: $(\vec{V}_0 = iU + jV + kW \text{ και } \vec{\omega} = ip + jq + kr)$

Θα πρέπει να παρατηρήσουμε ότι ο πιο πάνω ορισμός ισχύει μόνο σε ατμόσφαιρα σταθερής πυκνότητας. Στην πραγματικότητα η πυκνότητα της ατμόσφαιρας μεταβάλλεται με το ύψος, επομένως ο πιο πάνω ορισμός μπορεί να ικανοποιηθεί μόνο εφόσον το αεροσκάφος πετά σε σταθερό ύψος. Ο λόγος είναι το γεγονός ότι οι αεροδυναμικές δυνάμεις και ροπές είναι όλες ανάλογες της δυναμικής πίεσης $(\frac{1}{2}\rho V_0^2)$. Καθώς μεταβάλλεται η πυκνότητα μεταβάλλονται οι αεροδυναμικές δυνάμεις και ροπές και αυτό παραβιάζει την (2.24).

Στην πραγματικότητα εφόσον η πυκνότητα δεν μεταβάλλεται πάνω από περίπου 5% μέσα σε 30-60 sec, είναι αποδεκτό να πούμε ότι η σταθερή ευθύγραμμη πτήση σε σταθερό επίπεδο, η σταθερή στροφή στο ίδιο ύψος καθώς και η συμμετρική απαγκίστρωση (pull-up) ταξινομούνται ως πτήσεις μόνιμης κατάστασης.

Κεφάλαιο 3

Μέθοδοι επεξεργασίας των εξισώσεων κίνησης

3.1 Τρόποι επεξεργασίας

Όπως είδαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο, οι εξισώσεις κίνησης του αεροσκάφους, μας παρέχουν αρκετές πληροφορίες σχετικά με την κίνησή και τη θέση του. Γνωρίζοντας τις γωνιακές ταχύτητες κάθε άξονα, την κλίση και τη μετατόπισή του μπορούμε με ακρίβεια να προσδιορίσουμε τη θέση του στο χώρο.

Έτσι, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε ως πρότυπο ένα σημείο των αξόνων της γης, το οποίο παραμένει σταθερό και αμετάβλητο (εικόνα 2.1). Εδώ αξίζει να σημειωθεί πως για λόγους ευκολίας και απλούστευσης της συγκεκριμένης εργασίας, θεωρούμε τη γη ως ένα ακίνητο σύστημα αναφοράς. Επίσης, για λόγους απλοποίησης, θεωρούμε ότι ο ορίζοντας είναι επίπεδος και δεν έχει καμπυλότητα.

Με βάση αυτό το σημείο O_0 λοιπόν, το οποίο ορίζουμε ως αρχή των αξόνων του συστήματος αναφοράς της γης, μπορούμε να προσδιορίσουμε τη θέση και την κατεύθυνση του αεροσκάφους. Συγκρίνοντας ανά πάσα στιγμή τους άξονες του συστήματος της γης με αυτούς της κίνησης του αεροσκάφους μπορούμε να γνωρίζουμε την κλίση και την κατεύθυνση του.

Συνεπώς, όταν γνωρίζουμε τις εξισώσεις κίνησης, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε ως είσοδο στις μεταβλητές των εξισώσεων, τα στοιχεία που διαβάζουν οι αισθητήρες (βλέπε κεφάλαιο 6). Τα στοιχεία αυτά των αισθητήρων, φυσικά παρέχονται σε ψηφιακή μορφή.

Επομένως, χρειάζεται να βρεθεί ένας τρόπος, μια μεθοδολογία, για να μεταφραστούν αυτά τα ψηφιακά δεδομένα σε μορφή κατάλληλη ούτως ώστε να συμπληρώνουν τις εξισώσεις.

Στη συνέχεια, πρέπει αυτές οι εξισώσεις να μπορούν να προσομοιωθούν σε υπολογιστή και σε προγράμματα με σκοπό την επεξεργασία των δεδομένων. Αφού το αεροσκάφος βρίσκεται σε κίνηση, αυτά τα δεδομένα αλλάζουν διαρκώς. Έτσι θα πρέπει να δημιουργηθούν δυναμικές εξισώσεις οι οποίες θα πραγματοποιούν τους υπολογισμούς των τιμών σε πραγματικό χρόνο.

Ειδικότερα, οι γραμμικοποιημένες δυναμικές συναρτήσεις που χρειάζεται να δημιουργηθούν για την επεξεργασία των δεδομένων, μπορούν να προσεγγιστούν με διάφορους τρόπους και μεθοδολογίες. Ένας μεγάλος αριθμός μηχανικών, μαθηματικών φυσικών και άλλων επιστημόνων ασχολούνται με τη δημιουργία τέτοιων αλγορίθμων.

Είναι λοιπόν προφανές, ότι δε θα χρειαστεί να “ανακαλύψουμε ξανά τον τροχό” προσπαθώντας να δημιουργήσουμε εξισώσεις που να κάνουν αυτή τη μετάβαση από τη θεωρία στην επεξεργασία των δεδομένων.

Φυσικά, οι αλγόριθμοι που αναπτύχθηκαν έχουν εφαρμογές σε υπολογιστικά προγράμματα υπολογιστών. Προγράμματα τα οποία προσομοιώνουν την πτήση και την κίνηση του αεροσκάφους και δίνουν τη δυνατότητα της επεξεργασίας των δεδομένων. Το πρόγραμμα με το οποίο θα ασχοληθούμε, είναι το Matlab. Είναι μια μαθηματική υπολογιστική πλατφόρμα εξομοίωσης που χρησιμοποιείται και για εκπαιδευτικούς σκοπούς αλλά παράλληλα μπορεί να υλοποιήσει την προσομοίωση επαγγελματικών συστημάτων. Ειδικά, με την χρήση προγραμμάτων εξομοίωσης όπως το Matlab, μπορούμε με πάρα πολύ μεγάλη ακρίβεια να ελέγξουμε ένα σύστημα προτού αρχίσουμε την κατασκευή του. Να το προσομοιάσουμε σε καταστάσεις και συνθήκες πραγματικές και να δούμε να μελετήσουμε και να αξιολογήσουμε τη συμπεριφορά του. Μπορούμε επίσης να χρησιμοποιήσουμε τις δυνατότητες που παρέχει το πρόγραμμα ούτως ώστε να ελέγξουμε το αεροσκάφος σε πραγματικό χρόνο.

Έτσι, σε αυτό το κεφάλαιο θα παρουσιαστούν δύο βασικές μεθοδολογίες που χρησιμοποιούνται ευρέως για την επεξεργασία των δεδομένων. Δύο τρόποι προσέγγισης του προβλήματος βασισμένοι σε διαφορετικές θεωρίες. Προσεγγίζουν το πρόβλημα της ψηφιοποίησης και επεξεργασίας των δεδομένων από διαφορετικές οπτικές αλλά στην ουσία επιτελούν το ίδιο έργο. Είναι εύκολα κατανοητό ότι κάθε τρόπος έχει κάποια στοιχεία τα οποία του δίνουν προβάδισμα αλλά, και μειονεκτήματα τα οποία εισάγουν περιορισμούς στη χρήση τους.

3.2 Χώροι κατάστασης

Η πρώτη μεθοδολογία που παρουσιάζεται στη συνέχεια, είναι οι χώροι κατάστασης. Το απόσταγμα από τον αριθμό των εισόδων των εξόδων και των καταστάσεων. Οι μεταβλητές εκφράζονται ως διανύσματα. Επιπλέον, εάν το δυναμικό σύστημα είναι γραμμικό και χρονικά αναλλοίωτο, οι διαφορικές και αλγεβρικές εξισώσεις μπορούν να γραφούν με τη μορφή πινάκων. Η αναπαράσταση του χώρου καταστάσεων (επίσης γνωστή ως η “προσέγγιση στο πεδίο του χρόνου”) παρέχει ένα βολικό εύκολα διαχειρίσιμο και συμπαγή περιεκτικό τρόπο να μοντελοποιηθούν και να αναλυθούν τα συστήματα με πολλαπλές εισόδους και εξόδους.

Με p εισόδους και q εξόδους, θα χρειαζόμασταν αλλιώς να υπολογίσουμε $p \times q$ εξισώσεις μετασχηματισμού Laplace για να κωδικοποιηθούν όλες οι πληροφορίες ενός συστήματος. Σε αντίθεση με την προσέγγιση του πεδίου των συχνοτήτων, με τη χρήση των χώρων κατάστασης, η παρουσίασή και καταγραφή των δεδομένων δεν υπόκειται σε περιορισμούς και όρια. Όταν πρόκειται για συστήματα γραμμικά και με μηδενικές αρχικές συνθήκες.

Οι “χώροι κατάστασης” αναφέρονται στα συστήματα που οι άξονές τους μπορούν να παρουσιαστούν ως μεταβλητές. Οι χώροι κατάστασης ενός συστήματος μπορούν να παρουσιαστούν ως διανύσματα μέσα στο χώρο κατάστασης.

3.2.1 Εξισώσεις εσωτερικής κατάστασης

Η εξωτερική συμπεριφορά ενός συστήματος ορίζεται από μια σχέση εισόδου- εξόδου. Η μαθηματική παράσταση της σχέσης εισόδου-εξόδου ενός συστήματος είναι:

- Στο επίπεδο του χρόνου t μία διαφορική εξίσωση:

$$\frac{d^n y}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y(t) = b_0 u(t) + \dots + b_m \frac{d^m u}{dt^m} \quad (3.1)$$

- Στο μιγαδικό επίπεδο s μια συνάρτηση μεταφοράς:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_m s^m + \dots + b_1 s^1 + b_0}{s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0} \quad \mu\epsilon \quad m \leq n \quad (3.2)$$

Η εσωτερική κατάσταση (state) ενός συστήματος εκφράζει εκτός από την εξωτερική σχέση εισόδου-εξόδου και δύο επιπρόσθετα εσωτερικά χαρακτηριστικά του συστήματος:

- τα εσωτερικά μεγέθη (inner magnitudes) και
- την εσωτερική δομή (inner structure) του συστήματος.

Τα εσωτερικά μεγέθη ενός συστήματος n -οστής τάξης είναι:

οι n ανεξάρτητες μεταβλητές x_1, x_2, \dots, x_n , που ονομάζονται μεταβλητές εσωτερικής κατάστασης (state variables)

ή το $(n \times 1)$ διάνυσμα μεταβλητών εσωτερικής κατάστασης (state vector):

$$\underline{x}(t) = [x_1(t) \ x_2(t) \ \dots \ x_n(t)]^T \quad (3.3)$$

3.2.2 Εσωτερική δομή ενός συστήματος

Η εσωτερική δομή ενός συστήματος περιγράφεται μαθηματικά από τις εξισώσεις εσωτερικής κατάστασης (state equations):

$$\dot{\underline{x}}(t) = \underline{A} \underline{x}(t) + \underline{B}u(t) \Big|_{\underline{x}_0} \quad (3.4)$$

$$\underline{y}(t) = \underline{C} \underline{x}(t) + Du(t) \quad (3.5)$$

Η μετάβαση από τις εξισώσεις εσωτερικής κατάστασης στη σχέση εισόδου-εξόδου είναι μονοσήμαντη. Σε δεδομένες εξισώσεις κατάστασης αντιστοιχεί μία συνάρτηση μεταφοράς:

$$G(s) = \underline{C}(s \underline{I} - \underline{A})^{-1} \underline{B} + D \quad (3.6)$$

Η κίνηση, ή διαφορετικά η κατάσταση οποιουδήποτε γραμμικού δυναμικού συστήματος μπορεί να περιγραφεί από ένα ελάχιστο σύνολο από τις μεταβλητές που ονομάζονται μεταβλητές κατάστασης. Ο αριθμός των μεταβλητών που απαιτείται ώστε να περιγραφεί πλήρως η κίνηση του συστήματος εξαρτάται από τους βαθμούς ελευθερίας που έχει το σύστημα. Έτσι η κίνηση του συστήματος περιγράφεται από ένα πολυδιάστατο διάνυσμα που ονομάζεται χώρος κατάστασης και στο οποίο ο αριθμός των μεταβλητών κατάστασης ισούται με το αριθμό των διαστάσεων. Παραπάνω είδαμε τις εξισώσεις κατάστασης ενός αμετάβλητου συστήματος ή αλλιώς τις εξισώσεις κίνησης του.

Όπου:

$x(t)$ είναι το διάνυσμα στήλη των n μεταβλητών κατάστασης που ονομάζεται διάνυσμα κατάστασης (state vector).

$u(t)$ είναι το διάνυσμα στήλη των m μεταβλητών κατάστασης που ονομάζεται διάνυσμα εισόδου (input vector).

A είναι ο $(n \times m)$ πίνακας κατάστασης (state matrix).

B είναι ο $(n \times m)$ πίνακας εισόδου (input matrix).

Οι πίνακες **A** και **B** του γραμμικού και χρονικά αμετάβλητου συστήματος έχουν σταθερά στοιχεία. Η εξίσωση (3.4) είναι το ισοδύναμο σε μορφή πίνακα ενός συστήματος n γραμμικών διαφορικών εξισώσεων.

Για πολλά συστήματα ορισμένες από τις μεταβλητές κατάστασης μπορεί να μην είναι δυνατόν να καθοριστούν άμεσα. Έτσι απαιτείται η δεύτερη εξίσωση (3.5) ώστε να καθοριστούν οι μεταβλητές εξόδου του συστήματος.

Όπου:

$y(t)$ είναι το διάνυσμα στήλη των r μεταβλητών εξόδου που ονομάζεται διάνυσμα εξόδου (output vector).

C είναι ο $(r \times n)$ πίνακας εξόδου (output matrix).

D είναι ο $(r \times m)$ πίνακας εξωτερικών μεταβολών (direct matrix).

Τυπικά ισχύει $r \leq n$, ενώ για γραμμικά χρονικά αμετάβλητα συστήματα οι πίνακες **C** και **D** έχουν σταθερά στοιχεία. Οι εξισώσεις 3.4 και 3.5 όταν χρησιμοποιηθούν συγχρόνως, περιγράφουν πλήρως το σύστημα.

Για τα περισσότερα προβλήματα που αφορούν τα αεροσκάφη, μας διευκολύνει να επιλέξουμε τις μεταβλητές εξόδου ως μεταβλητές κατάστασης, δηλαδή:

$y(t)=x(t)$ και $r=n$ και επομένως:

$C= I$ ($n \times m$) μοναδιαίος πίνακας

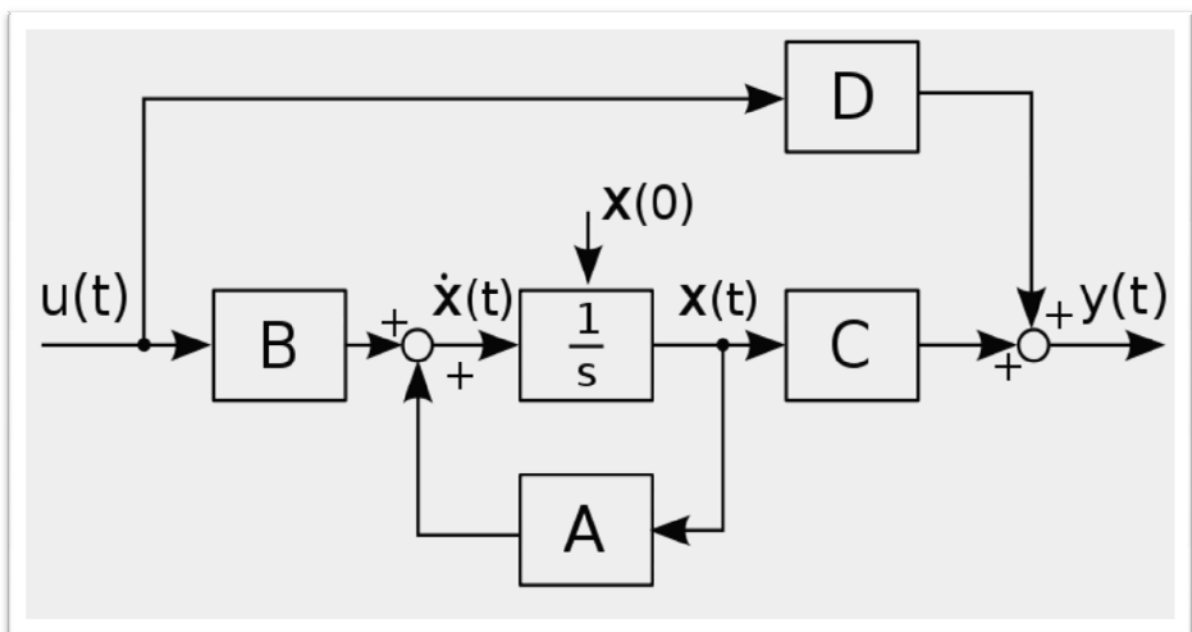
$D= 0$ ($n \times m$) μηδενικός πίνακας

Έτσι η εξίσωση εξόδου απλοποιείται στην ακόλουθη:

$$y(t)= I x(t)=x(t) \quad (3.7)$$

Έχοντας καταλήξει στις εξισώσεις κατάστασης, απομένει να εξάγουμε τις εξισώσεις κίνησης του αεροσκάφους, στις εξισώσεις κατάστασης. Κατέχοντας λοιπόν τις τιμές των τιμών των αξόνων, μπορούν να συμπληρωθούν οι πίνακες A και B.

Συμπερασματικά, μπορούμε εύκολα πλέον να ελέγξουμε το αεροσκάφος με έναν έξυπνο αλγόριθμο αναγνώρισης σφαλμάτων και σύγκρισης των τιμών με το σύστημα αναφοράς που έχει τοποθετηθεί στη γη.



Εικόνα 3.1

3.3 Τετραδόνια

Μια άλλη μεθοδολογία που προσεγγίζει το θέμα επίλυσης των εξισώσεων είναι αυτή των τετραδονίων (quaternions).

Στα μαθηματικά, τα τετραδόνια (quaternions) αποτελούν μία μη-αντιμεταθετική επέκταση της θεωρίας των μιγαδικών αριθμών. Παρουσιάστηκαν για πρώτη φορά από τον Ιρλανδό μαθηματικό Ουίλιαμ Ρόουαν Χάμιλτον το 1843. Όμως, τον προηγούμενο αιώνα ο Euler και ο Gauss συνεισέφεραν στη μαθηματική διατύπωση των αντικειμένων Q-τύπου. Επιπροσθέτως, ο Rodriguez εισήγαγε κανόνες πολλαπλασιασμού για στοιχεία παρόμοιας άλγεβρας.

Όμως, η ενεργός αντιπαράθεση του Gibbs και Heaviside στις αρχές του Hamilton πυροδότησε την απαρχή της σύγχρονης διανυσματικής άλγεβρας. Έτσι τα τετραδόνια σταμάτησαν πρακτικά να χρησιμοποιούνται σαν εργαλείο των μαθηματικών της φυσικής, παρά της ιδιαιτερότητας και συγκεκριμένης φύσης της άλγεβράς τους, η οποία επιβεβαιωνόταν από το θεώρημα του Frobenius.

Παρά την παύση της χρήσης τους, τα τετραδόνια επανεμφανίστηκαν μετά τις αρχές του 20^{ου} αιώνα ως ένα μαθηματικό εργαλείο για εναλλακτική περιγραφή των ήδη γνωστών φυσικών μοντέλων. Λόγω της εκπληκτικής απλότητας και ευκολίας που παρείχαν, χρησιμοποιήθηκαν για τη λύση σωματόδετων προβλημάτων κινηματικής. Το ενδιαφέρον για τα τετραδόνια αυξήθηκε ουσιαδώς τις τελευταίες τρεις δεκαετίες όπου καινούριες γενιές θεωρητικών άρχισαν να νιώθουν τις μεγάλες ανεκμετάλλευτες δυνατότητες τους.

Συνεπώς, λόγω της φύσης τους, εφαρμόστηκαν στη μηχανική μέσα στον τρισδιάστατο χώρο. Η αρχική διατύπωση των εξισώσεων του Maxwell για τον ηλεκτρομαγνητισμό ήταν σε μορφή τετραδονίων. Σήμερα, στις περισσότερες εφαρμογές έχουν αντικατασταθεί από την απλούστερη διανυσματική θεωρία. Παρόλα αυτά, συναντώνται ακόμη σε εφαρμογές όπως στα τρισδιάστατα γραφικά ηλεκτρονικών υπολογιστών και η χρήση τους καταστεί πιο εύκολη την επεξεργασία των δεδομένων για υπολογισμούς.

3.3.1 Τετραδόνια ως γενικευμένη μορφή μιγαδικών αριθμών

Τα τετραδόνια αποτελούν γενικευμένη μορφή των μιγαδικών αριθμών, που προκύπτουν από την πρόσθεση των βασικών στοιχείων i, j και k σε πραγματικούς αριθμούς.

Σύμφωνα με τον Hamilton το τετραδόνιο είναι ένα μαθηματικό αντικείμενο της μορφής

$$Q \equiv a + bi + cj + dk, \quad (3.8)$$

όπου a, b, c, d είναι πραγματικοί αριθμοί. Το a είναι ο συντελεστής της πραγματικής μονάδας «1» και τα i, j, k είναι τρία φανταστικά τετραδόνια. Ο κανόνας πολλαπλασιασμού των μονάδων αυτών δίνεται από τον Hamilton και ικανοποιούν τις εξής σχέσεις:

$$1i = i1 \equiv i, \quad 1j = j1 \equiv j, \quad 1k = k1 \equiv k, \quad (3.9)$$

$$i^2 = j^2 = k^2 = -1, \quad (3.10)$$

$$ij = -ji = k, \quad jk = -kj = i, \quad ki = -ik = j \quad (3.11)$$

Λόγω των ιδιοτήτων αυτών, ο πολλαπλασιασμός δεν έχει αντιμεταθετική ιδιότητα. Επομένως ισχύει:

$$Q_1 Q_2 \neq Q_2 Q_1 \quad (3.12)$$

Δύο διαφορετικά αλγεβρικά χαρακτηριστικά είναι φυσικά διαχωρισμένα σε ένα τετραδόνιο. Το ένα ορίζεται ως scalar που είναι το πραγματικό του μέρος

$$\text{scal}Q = a$$

το άλλο είναι το vector που είναι το φανταστικό του μέρος

$$\text{vect}Q = bi + cj + dk$$

Συνεπάγεται, η αφαίρεση ή η πρόσθεση μεταξύ τετραδονίων να γίνεται ως προς τα φανταστικά και πραγματικά μέρη τους. Επομένως, το πραγματικό προστίθεται με το πραγματικό και το φανταστικό με το φανταστικό. Εδώ, συνυπολογίζεται και ο περιορισμός της μη αντιμεταθετικότητας των τετραδονίων

Η σύζευξη των τετραδονίων μιγαδικών αριθμών γράφεται ως:

$$\bar{Q} \equiv \text{scal}Q - \text{vect}Q = a - bi - cj - dk, \quad (3.13)$$

Το μέτρο ενός τετραδονίου ορίζεται ως εξής:

$$|Q| \equiv \sqrt{Q\bar{Q}} = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 + d^2} \quad (3.14)$$

Με το συγκεκριμένο ορισμό του μέτρου, μπορεί να υλοποιηθεί η τετραδονική διαίρεση ως πολλαπλασιασμός προς «δεξιά» ή «αριστερά»

$$Q_L = \frac{Q_1\bar{Q}_2}{|Q_2|^2}, \quad Q_R = \frac{\bar{Q}_2Q_1}{|Q_2|^2} \quad (3.15)$$

Ο ορισμός του μέτρου του Q ενισχύει την διάσημη ταυτότητα των τεσσάρων τετραγώνων

$$|Q_1Q_2|^2 = |Q_1|^2|Q_2|^2 \quad (3.16)$$

Τα μιγαδικά στοιχεία των τετραδονίων μπορούν να παρουσιαστούν υπό τη μορφή 2 X 2 πινάκων

$$\mathbf{i} = -i \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \mathbf{j} = -i \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \mathbf{k} = -i \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (3.17)$$

Η παρουσίαση αυτή ως έχει, δεν είναι μοναδική. Αν στις παραπάνω μορφές των στοιχείων η μιγαδική μονάδα i παρουσιαστεί σαν ένας πίνακας πραγματικών στοιχείων 2 X 2 τότε έχουμε

$$i = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.18)$$

ως αποτέλεσμα, τα τρία διανύσματα Q καταλήγουν πλέον να παρουσιάζονται ως πραγματικοί πίνακες 4 X 4 μορφής. Η διαδικασία του διπλασιασμού του βαθμού του πίνακα μπορεί προφανώς να συνεχιστεί περαιτέρω.

3.2.2 Μορφή τετραδονίων τανυστών

Για να καταστεί δυνατή η εισαγωγή, στα μιγαδικά αυτά στοιχεία, πολλών διαφορετικών τιμών πρέπει να παρουσιαστεί η μορφή των “Tensors” (τανυστών) ή αλλιώς πινάκων μέσα στους πίνακες.

Εάν κάθε Q στοιχείο περιέχει την κανονική του μορφή ως μεταβλητή του tensor

$$(\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}) \rightarrow (q_1, q_2, q_3) = \mathbf{q}, \quad i, k, j, l, m, n \dots = 1, 2, 3,$$

τότε ο πολλαπλασιαστικός κανόνας των τετραδονίων παίρνει την εξής συμπαγή μορφή

$$\mathbf{1} \mathbf{q}_k = \mathbf{q}_k \mathbf{1} = \mathbf{q}_k, \quad \mathbf{q}_j \mathbf{q}_k = -\delta_{jk} + \varepsilon_{jkn} \mathbf{q}_n \quad (3.19)$$

όπου δ_{jk} και ε_{jkn} είναι τα τρισδιάστατα (3D) σύμβολα Kronecker και Levi-Chivita.

Είναι εύκολο να αποδειχτεί ότι ο αριθμός από τετραδόνια της παραπάνω μορφής με την απλούστερη μορφή του πίνακα 2×2 είναι άπειρος. Συγκεκριμένα για όποιον πίνακα 2×2 με ιδιότητες

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & -a \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} d & e \\ f & -d \end{pmatrix}, \quad \text{Tr}A = \text{Tr}B = 0, \quad (3.20)$$

τα δύο πρώτα Q στοιχεία μπορούν να κατασκευαστούν ως εξής

$$q_1 = \frac{A}{\sqrt{\det A}}, \quad q_2 = \frac{B}{\sqrt{\det B}} \quad (3.21)$$

ενώ το τρίτο

$$q_3 = q_1 q_2 = \frac{AB}{\sqrt{\det A \det B}}, \text{ υπό την προϋπόθεση ότι } Tr(AB) = 0 \quad (3.22)$$

Ο μοναδιαίος πίνακας είναι αμετάβλητος πάντα

$$1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.23)$$

3.2.2 Τετραδόνια στον τρισδιάστατο χώρο

Είναι γνωστό, ότι σε κάθε N-διαστάσεων διαφορικό πολλαπλάσιο U_N με συντεταγμένες $\{y^A\}$ μπορεί κανείς να κατασκευάσει έναν εφαπτόμενο χώρο T_N με συντεταγμένες $\{X^{(A)}\}$ ούτως ώστε να ισχύει

$$dX^{(A)} = g_B^{(A)} dy^B \quad (3.24)$$

όπου $g_B^{(A)}$ είναι ο συντελεστής Lamé. Με μια επιπλέον πράξη μπορεί να κατασκευαστεί ένας τετραδονικός εφαπτόμενος χώρος $T(U, q)$ με συντεταγμένες $\{x_k\}$, $k=1,2,3$, που είναι συσχετισμένοι με τα τετραδονικά διανύσματα.

$$dx_k = h_{k(A)} dX^{(A)} = h_k g_B^{(A)} dy^B, \quad (3.25)$$

Όπου $h_{k(A)}$ είναι γενικευμένοι μη τετραγωνικοί πίνακες απλοποιημένοι με προβολή του βασικού χώρου σε 3D και αντίστροφα.

Συνεπώς, κατάλληλος τετραδονικός χώρος U_3 ορίζεται ως τρισδιάστατος 3D χώρος που είναι τοπικά όμοιος με το δικό του εφαπτόμενο χώρο $T(U_3, q)$. Ο τετραδονικός τρισδιάστατος χώρος έχει τα παρακάτω βασικά χαρακτηριστικά. Μπορεί να παρουσιαστεί υπό το πρίσμα διανυσμάτων του τετραδονικού μετρικού τα οποία είναι αποτελούν μέρος του πολλαπλασιαστικού κανόνα $\mathbf{q}_j \mathbf{q}_k = -\delta_{jk} + \varepsilon_{jkn} \mathbf{q}_n$. Είναι ασύμμετρος και το μη συμμετρικό μέρος του είναι ο τετραδονικός πίνακας χειρισμού, που είναι κατασκευασμένος με τέτοιο τρόπο, ούτως ώστε κάθε σημείο του U_3 να έχει μια εσωτερική τετραδονική δομή.

Συμπερασματικά, με τη βοήθεια των τετραδονίων μπορούμε να μεταφέρουμε, όπως και με τους χώρους κατάστασης, τις τιμές των αισθητήρων στις εξισώσεις. Έτσι μπορούμε να επεξεργαστούμε τα δεδομένα με ακρίβεια. Αξίζει να σημειωθεί, ότι η χρήση της μεθοδολογίας των τετραδονίων από υπολογιστικά προγράμματα, υπερτερεί έναντι των περισσότερων αλγορίθμων γιατί καταναλώνει λιγότερη υπολογιστική ισχύ.

3.2.3 AHRS με χρήση quaternions

Το μπλοκ διάγραμμα της εικόνας 1.1 εμπεριέχει την εξής διαφορική εξίσωση:

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_0 \\ \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & -p & -q & -r \\ p & 0 & r & -q \\ q & -r & 0 & p \\ r & q & -p & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} + \varepsilon \begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

$$\varepsilon = 1 - (q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2) \quad (3.27)$$

Όπου, q_0, q_1, q_2, q_3 είναι τα τέσσερα στοιχεία του τετραδόνιου το οποίο περιγράφει την περιστροφική ευθυγράμμιση του κάθετου άξονα στο σώμα. p, q και r είναι τα τρία στοιχεία του διανύσματος της γωνιακής ταχύτητας των αξόνων του σώματος ως προς τους κάθετους άξονες. Το ε είναι η διορθωτική μεταβλητή που υπεισέρχεται για να αποκλείει την περίπτωση που το τετραδόνιο γίνει ίσο με 1 εξαιτίας αριθμητικών λαθών. Οι γωνίες Euler που είδαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο, εδώ ορίζονται ως εξής:

$$\begin{cases} \varphi = \arctan \frac{2(q_0q_1 + q_2q_3)}{q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2} \\ \theta = \arcsin [2(q_0q_2 - q_1q_3)] \\ \psi = \arctan \frac{2(q_0q_3 - q_1q_2)}{q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2} \end{cases} \quad (3.28)$$

Κεφάλαιο 4

Αισθητήρες

Όπως ειπώθηκε στα προηγούμενα κεφάλαια, η συλλογή των δεδομένων γίνεται με τη χρήση αισθητήρων. Σε αυτό το κεφάλαιο λοιπόν θα παρουσιαστούν τα είδη των αισθητήρων που χρησιμοποιήθηκαν για τη λήψη των δεδομένων και θα περιγραφούν οι βασικές λειτουργίες τους.

Οι αισθητήρες που χρησιμοποιήθηκαν για τη συλλογή των δεδομένων είναι τρεις. Επιταχυνσιόμετρο, μαγνητόμετρο και γυροσκόπιο. Αυτοί οι τρεις, σε συνδυασμό με ένα θερμόμετρο και ένα GPS μας δίνουν το ολοκληρωμένο σύστημα AHRS.

Η αρχιτεκτονική του AHRS που φαίνεται σχηματικά στην εικόνα 1.1, αποτελείται από μια μονάδα επεξεργασίας, η θεωρία που βασίζεται αυτή η μονάδα εξηγήθηκε, αναλύθηκε και παρουσιάστηκε στα προηγούμενα κεφάλαια, η οποία λαμβάνει τα σήματα από τους αισθητήρες και το GPS. Ο αισθητήρας θερμοκρασίας χρησιμοποιείται για την αντιστάθμιση των επιπτώσεων της αλλαγής της θερμοκρασίας στις μετρήσεις με βάση τους νόμους που παρέχονται από τους κατασκευαστές των αισθητήρων.

Η αρχή λειτουργίας του AHRS στηρίζεται στο φίλτρο Kalman το οποίο καθορίζει τον ιδανικό υπολογισμό των γωνιών Euler του roll, pitch και yaw (θ , ϕ , ψ), που περιγράφονται στην ενότητα 2.5, χρησιμοποιώντας δύο ανεξάρτητες πηγές εισόδου: η πρώτη, το τμήμα “Attitude and Heading Estimations” (Υπολογισμοί συμπεριφοράς και κατεύθυνσης), παρέχει τις τιμές υψηλής συχνότητας για τις άγνωστες μεταβλητές με την χρήση της εισαγωγής των γωνιακών ταχυτήτων που προέρχονται από το γυροσκόπιο. Το δεύτερο είναι το τμήμα “Attitude and Heading Measurements” (Μετρήσεις συμπεριφοράς και κατεύθυνσης), το οποίο παρέχει τιμές χαμηλής συχνότητας με την χρήση ενός υπολογιστικού μοντέλου βασισμένου στις τιμές που δίνουν το επιταχυνσιόμετρο και το μαγνητόμετρο, τις τιμές του GPS και το παγκόσμιο μαγνητικό μοντέλο (World Magnetic Model WMM).

4.1 Επιταχυνσιόμετρο (Accelerometer)

Ένας από τους πλέον συνηθισμένους αδρανειακούς αισθητήρες είναι το επιταχυνσιόμετρο, ένας δυναμικός αισθητήρας με ικανότητα αίσθησης μεγάλου εύρους. Τα επιταχυνσιόμετρα μπορούν να μετρήσουν την επιτάχυνση σε έναν, δύο ή και τρεις ορθογώνιους άξονες. Χρησιμοποιούνται συνήθως σε μια από τις τρεις εφαρμογές:

- Ως αδρανειακή μέτρηση της ταχύτητας και της θέσης
- Ως αισθητήριο κλίσης ροπής ή προσανατολισμού σε δύο ή τρεις διαστάσεις όπως δίνεται από την επιτάχυνση της βαρύτητας ($1g = 9,8m/s^2$)
- Ως αισθητήρας δονήσεων ή κρούσης (shock)

Αρχές λειτουργίας του επιταχυνσιομέτρου

Τα περισσότερα επιταχυνσιόμετρα είναι μικρό-ηλεκτρομηχανικοί αισθητήρες (Micro-Electro-Mechanical Sensors MEMS). Η βασική αρχή που διέπει τη λειτουργία του είναι η μετατόπιση μια πολύ μικρής μάζας η οποία βρίσκεται σε χαραγμένη περιοχή επιφάνειας σιλικόνης ενός ολοκληρωμένου κυκλώματος και η οποία συγκρατείται από μικρές ακτίνες. Συναφές με το δεύτερο νόμο της κίνησης του Newton ($F=ma$), όταν μια επιτάχυνση εφαρμόζεται στη συσκευή, μια δύναμη αναπτύσσεται ή οποία μετατοπίζει τη μάζα. Οι υποστηρικτικές ακτίνες λειτουργούν ως πηγή, και το υγρό (συνήθως αέρας) εγκλωβίζεται μέσα στο ολοκληρωμένο κύκλωμα και λειτουργεί ως αποσβεστήρας, με αποτέλεσμα τη δημιουργία ενός συστήματος δεύτερης τάξης. Αυτός είναι ο λόγος του περιορισμού που τίθεται στο εύρος λειτουργίας και την ανομοιόμορφη απόκριση συχνότητας των επιταχυνσιόμετρων.

Υπάρχουν πολλές διαφορετικές αρχές με βάση τις οποίες ένα αναλογικό επιταχυνσιόμετρο μπορεί να κατασκευαστεί. Δύο πολύ κοινοί τύποι είναι ο χωρητικός και ο πιεζοηλεκτρικός. Αυτοί αντίστοιχα εκμεταλλεύονται τα φαινόμενα του πιεζοηλεκτρισμού και της χωρητικής μετατόπισης για να αισθανθούν τη μετατόπιση της μάζας η οποία είναι ανάλογη της εφαρμοζόμενης επιτάχυνσης.

Η έξοδος που δίνει ένα επιταχυνσιόμετρο είναι μια κλιμακωτή απόκριση του μέτρου του διανύσματος της επιτάχυνσης. Η πιο κοινή μορφή επιτάχυνσης, στην οποία είμαστε συνεχώς εκτεθειμένοι, είναι η επιτάχυνση που είναι αποτέλεσμα της βαρυτικής έλξης της Γης. Η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι μια τιμή που χρησιμοποιείται ως σημείο αναφοράς με βάση το οποίο μετρώνται οι υπόλοιπες επιταχύνσεις.

4.2 Γυροσκόπιο (Gyroscope)

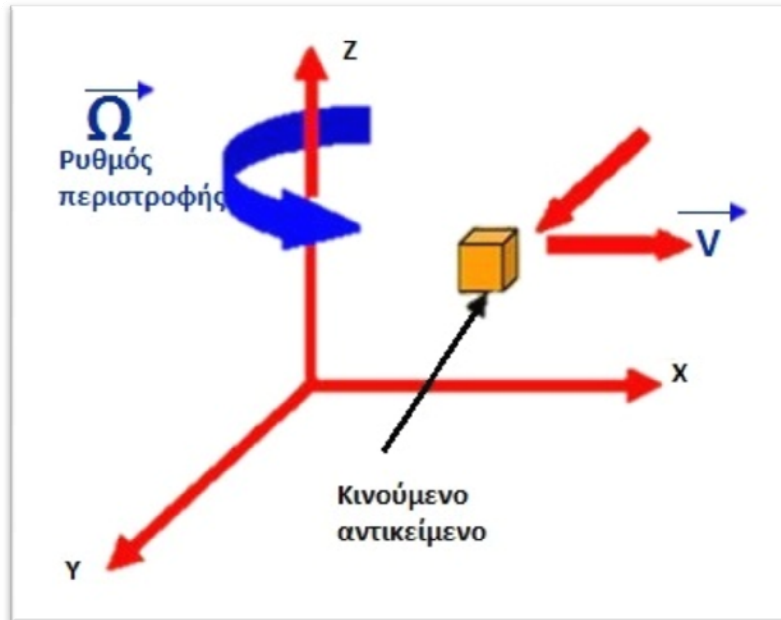
Το γυροσκόπιο είναι συσκευή που μπορεί να μετρήσει γωνιακή επιτάχυνση. Τα γυροσκόπια είναι έτσι φτιαγμένα ώστε να μπορούν να μετρούν την περιστροφική επιτάχυνση σε μια δύο ή τρεις κατευθύνσεις. Στις περισσότερες εφαρμογές τους, τα γυροσκόπια τριών αξόνων (3-axis gyroscopes) συνδυάζονται με την χρήση επιταχυνσιόμετρων τριών αξόνων (3-axis accelerometer), παρέχουν ένα πλήρες σύστημα ανίχνευσης έξι βαθμών ελευθερίας (6 degree-of-freedom DOF).

Τα γυροσκόπια εξελίχθηκαν από μηχανικά αδρανειακές συσκευές αποτελούμενες από στροφέα (rotors), άξονες και αναρτήρες σε διάφορες μορφές ηλεκτρονικών και οπτικών σύγχρονες συσκευές. Κάθε δομή εκμεταλλεύεται κάποια φυσική ιδιότητα του συστήματος που του επιτρέπει να ανιχνεύσει περιστροφική επιτάχυνση σε κάποιον άξονα. Υπάρχουν τρεις βασικοί τύποι γυροσκοπίων:

- Περιστροφικό (rotary)
- Δόνησης (vibrating structure)
- Οπτικό (Optical)

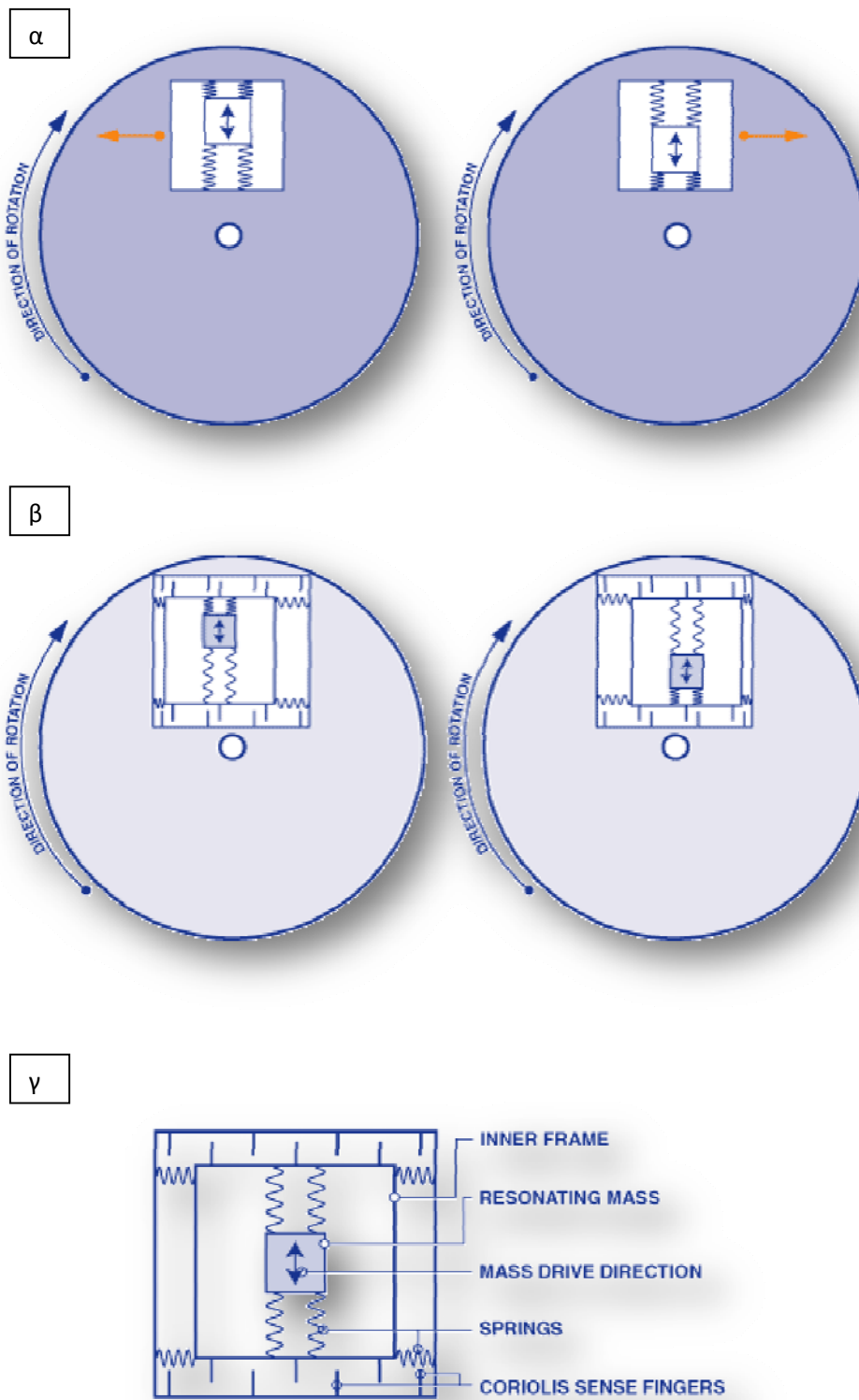
Όπως και τα επιταχυνσιόμετρα, έτσι και τα γυροσκόπια δόνησης, είναι MEMS δηλαδή συσκευές που είναι εύκολα διαθέσιμες εμπορικά, οικονομικές και πολύ μικρές σε μέγεθος. Βασική προϋπόθεση κατανόησης της λειτουργίας ενός vibrating structure gyroscope είναι η κατανόηση της δύναμης Coriolis. Σε ένα περιστρεφόμενο σύστημα, κάθε σημείο περιστρέφεται με την ίδια περιστροφική ταχύτητα. Όσο το σημείο πλησιάζει τον άξονα της κίνησης του συστήματος, η περιστροφική ταχύτητα παραμένει σταθερή, αλλά η ταχύτητα κάθετα στην κατεύθυνση του άξονα περιστροφής, μειώνεται. Έτσι, για να κινηθεί προς τον άξονα ή από τον άξονα περιστροφής όταν το σύστημα περιστρέφεται, η πλευρική ταχύτητα πρέπει να μειωθεί ή να αυξηθεί ανάλογα, προκειμένου να διατηρήσει την ίδια σχετική γωνιακή θέση (γεωγραφικό μήκος) στο σώμα. Η ενέργεια που μειώνει ή αυξάνει την ταχύτητα είναι η επιτάχυνση και η δύναμη Coriolis είναι αυτή η επιτάχυνση πολλαπλασιασμένη επί τη μάζα του αντικειμένου του οποίου το γεωγραφικό μήκος πρέπει να παραμείνει σταθερό. Η δύναμη Coriolis είναι ανάλογη της γωνιακής ταχύτητας του περιστρεφόμενου αντικειμένου και στην ταχύτητα με την οποία το αντικείμενο κινείται από ή προς τον άξονα περιστροφής.

$$\vec{a}_{cor} = 2\vec{V} \times \vec{\Omega} \quad (4.1)$$



Εικόνα 4.1

Αυτού του τύπου τα γυροσκόπια περιέχουν μια μικρομηχανική μάζα που είναι συνδεδεμένη σε ένα εξωτερικό σημείο με ένα σετ από ελατήρια. Αυτό το εξωτερικό σημείο είναι συνδεδεμένο με τη σειρά του σε μια πλακέτα μέσω ενός δεύτερου συστήματος ορθογώνιων ελατηρίων. Αυτή η μάζα συνεχώς οδηγείται ημιτονοειδώς κατά μήκος των ελατηρίων. Κάθε περιστροφή του συστήματος μπορεί να δημιουργήσει την επιτάχυνση Coriolis στη μάζα, σπρώχνοντας την στην κατεύθυνση του δεύτερου σετ ελατηρίων. Όταν η μάζα οδηγείται μακριά από τον άξονα περιστροφής θα σπρώχνεται κάθετα προς μια κατεύθυνση. Όπως θα οδηγείται προς τον άξονα της περιστροφής, θα ωθείται προς την αντίθετη κατεύθυνση, εξαιτίας της επίδρασης της δύναμης Coriolis πάνω της.



Εικόνα 4.2

Στην εικόνα 4.2 στο α) διακρίνεται η μετατόπιση του εσωτερικού σετ ελατηρίων στο β) η μετατόπιση του εξωτερικού σετ ελατηρίων και στο γ) το σύστημα μάζας-ελατηρίων σε μεγέθυνση.

Η δύναμη Coriolis λοιπόν, ανιχνεύεται με χωρητικά αισθητικά άκρα που βρίσκονται διαμήκους του περιβλήματος της μάζας και της άκαμπτης δομής της συσκευής. Καθώς η μάζα ωθείται από τη δύναμη Coriolis, μια διαφορετική χωρητικότητα ανιχνεύεται καθώς τα χωρητικά άκρα συγκλίνουν. Όταν η μάζα ωθείται προς την αντίθετη κατεύθυνση, ένα άλλο σετ αισθητήριων άκρων συγκλίνει. Με τον τρόπο αυτόν ο αισθητήρας μπορεί να ανιχνεύσει, τόσο το μέγεθος όσο και την κατεύθυνση της γωνιακής ταχύτητας του συστήματος.

4.3 Μαγνητόμετρο (Magnetometer)

Τα μαγνητόμετρα είναι συσκευές που μετρούν τη δύναμη ή/και την κατεύθυνση του μαγνητικού πεδίου. Επειδή τα μαγνητικά πεδία ορίζονται με το συνυπολογισμό της δύναμης και της κατεύθυνσης (διανυσματικά πεδία), τα μαγνητόμετρα τα οποία μετρούν μόνο τη δύναμη ή μόνο την κατεύθυνση, ονομάζονται βαθμιδωτά μαγνητόμετρα. Αυτά που μετράνε και τα δύο ονομάζονται ανυσματικά μαγνητόμετρα. Στις μέρες μας, και οι δύο τύποι είναι ευρέως διαδεδομένοι και μπορούν να βρεθούν ως στοιχεία ηλεκτρονικών συσκευών όπως κινητά ή tablets. Στις περισσότερες περιπτώσεις, τα μαγνητόμετρα χρησιμοποιούνται για τη συλλογή πληροφοριών που αφορούν την κατεύθυνση σε τρεις διαστάσεις και είναι συνδυασμένα με επιταχυνσιόμετρα και γυροσκόπια. Μια τέτοια συσκευή ονομάζεται μονάδα αδρανειακής μέτρησης (inertial measurement unit IMU).

Η πυξίδα είναι ένα όργανο πλοήγησης που είναι ευαίσθητο στο μαγνητικό πεδίο της γης. Μια τυπική συνηθισμένη πυξίδα έχει μια μαγνητική ράβδο η οποία ευθυγραμμίζεται με τον μαγνητικό βορά. Με αυτόν τον τρόπο, ο προσανατολισμός μπορεί να καθορισθεί επακριβώς. Επειδή, η πυξίδα μπορεί να εντοπίσει μόνο την κατεύθυνση του μαγνητικού πεδίου, θεωρείται βαθμιδωτό μαγνητόμετρο.

Τα ανυσματικά μαγνητόμετρα, όπως ειπώθηκε παραπάνω, μπορούν να μετρήσουν περισσότερα στοιχεία που αφορούν στο μαγνητικό πεδίο ηλεκτρονικά. Με τη χρήση τριών μαγνητομέτρων τοποθετημένα ορθογώνια, τόσο το αζιμούθιο όσο και η κλίση μπορούν να μετρηθούν. Παίρνοντας την τετραγωνική ρίζα του αθροίσματος των τετραγώνων των στοιχείων της συνολικής μαγνητικής δύναμης του πεδίου που καλείται συνολική μαγνητική ένταση (total magnetic intensity, TMI) μπορεί να υπολογιστεί από το πυθαγόρειο θεώρημα.

4.3 Σφάλματα στους αισθητήρες

Όπως κάθε όργανο μέτρησης, έτσι και οι αισθητήρες, είναι επιρρεπείς σε σφάλματα. Υπάρχουν πολλοί διαφορετικοί λόγοι που μπορούν να συντείνουν στην παρουσία λάθους. Τα σφάλματα των μετρήσεων είναι ένα άθροισμα διάφορων παραγόντων που εξαρτώνται από την αρχή λειτουργίας του κάθε οργάνου, της μετάδοσης του σήματος και των κατασκευαστικών ατελειών τους. Η ανάλυση του σφάλματος καταστεί δυνατό τον προσδιορισμό του τύπου του σφάλματος σε κάθε σύστημα. Ο πίνακας 1 δείχνει τα συνήθη λάθη των MEMS επιταχυνσιόμετρων και γυροσκοπίων και των μαγνητόμετρων.

Οι κυριότερες πηγές λάθους είναι οι εξής:

- *Ευθυγράμμιση*. Προκαλείται από το γεγονός ότι οι τριάδες των αισθητήρων δεν είναι ποτέ τέλεια ορθογωνισμένες εξαιτίας ατελειών συναρμολόγησης και θερμικών παραμορφώσεων. Ως εκ τούτου, κάθε αισθητήρας παρέχει δεδομένα εξαρτώμενα όχι μόνο από την κατά μήκος του άξονά του εισαγωγή που είναι κανονικά ευθυγραμμισμένος, αλλά και από τις εισαγωγές δεδομένων από τις άλλες ορθογώνιες κατευθύνσεις:
- *Bias*. Θεωρητικά, η έξοδος του αισθητήρα πρέπει να είναι μηδενική για καμία είσοδο. Στην πράξη, η έξοδος διαφέρει από το μηδέν προς μια τιμή η οποία ονομάζεται bias και χαρακτηρίζεται από τέσσερις συνιστώσες:
 - Σταθερή απόκλιση (Constant value).
 - Μια τιμή η οποία εκπροσωπεί την ποικιλομορφία της απόκλισης σε κάθε έναρξη λειτουργίας η οποία οφείλεται επίσης και στην σταδιακή φθορά. (Long term bias stability)
 - Μια τιμή που εκπροσωπεί την ταλάντωση σε μικρό χρόνο περίπου 100 δευτερόλεπτα (Short term bias stability)
 - Μια τιμή που εξαρτάται από τη θερμοκρασία λειτουργίας τους αισθητήρα (Bias temperature Shift)
- *Θόρυβος*. Είναι αποτέλεσμα πολλών μικρών πηγών διαταραχής οι οποίες προκαλούν ταχείς και απρόβλεπτες διακυμάνσεις της εξόδου του σήματος. Η κύριες πηγές θορύβου είναι ηλεκτρικές και μηχανικές. Η τελευταία υπάρχει εξαιτίας κλασμάτων και δονήσεων. Συνήθως, αυτού του τύπου το σφάλμα είναι ονομάζεται λευκός θόρυβος.
- *Παράγοντας βαθμίδας*. Τέτοιου τύπου το λάθος εκπροσωπεί τη μεταβολή της καμπύλης βαθμονόμησης και κυρίως εξαρτάται από τη θερμοκρασία λειτουργίας του αισθητήρα.
- *Ευαισθησία G και G^2* . Από τις βασικές αρχές λειτουργίας των αισθητήρων, μπορούν να είναι περισσότερο ή λιγότερο ευαίσθητοι στην επιτάχυνση με γραμμικούς ή τετραγωνικούς νόμους.

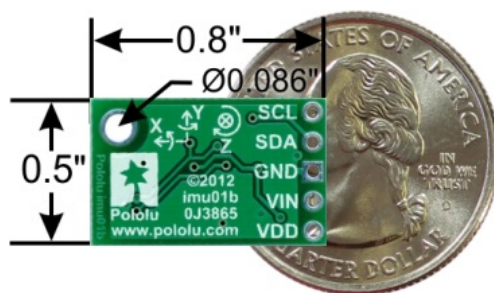
	Γυροσκόπιο	Επιταχυνσιόμετρο	Μαγνητόμετρο
Input Range	± 1000 [$^{\circ}/s$]	$\pm 70 \cdot 9.81$ [m/s^2]	$2e5$ [nT]
Bandwidth	50 [Hz]	50 [Hz]	50 [Hz]
Constant and Long Term Bias Stability (σ)	$15/3600$ [$^{\circ}/s$]	$9.81e-3$ [m/s^2]	20 [nT]
Short Term Bias Stability (τ_{STBS})	$5/3600$ [$^{\circ}/s$] (300 s)	$9.81e-3$ [m/s^2] (300 s)	4 [nT] (300 s)
Bias Temperature Shift	$2e-4$ [$(^{\circ}/s)/^{\circ}C$] (25 $^{\circ}C$)	$9.81e-4$ [$(m/s^2)/^{\circ}C$] (25 $^{\circ}C$)	$20e-4$ [$nT/^{\circ}C$] (25 $^{\circ}C$)
Scale Factor	150 [ppm]	300 [ppm]	500 [ppm]
G Sensitivity	$3/3600$ [$(^{\circ}/s)/g$]	0	0
G ² Sensitivity	$0.6/3600$ [$(^{\circ}/s)/g^2$]	0	0
Noise (S_w)	$(0.1/60)^2$ [$(^{\circ}/s)^2/Hz$]	$(0.22/60)^2$ [$(m/s^2)^2/Hz$]	$(0.7)^2$ [nT^2/Hz]
Misalignment	$50/\sqrt{2}$ [μrad]	$100/\sqrt{2}$ [μrad]	$12000/\sqrt{2}$ [μrad]

Πίνακας 1. Παράμετροι σφαλμάτων γυροσκοπίων μαγνητόμετρων και επιταχυνσιόμετρων

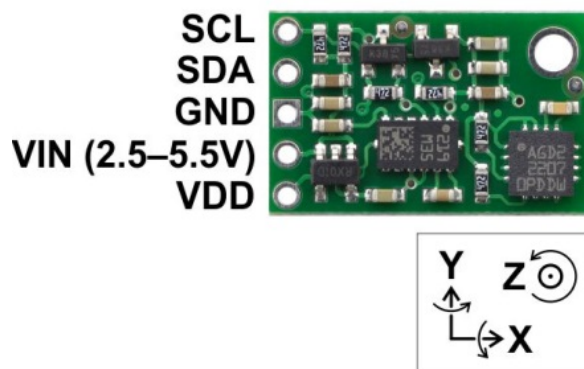
4.4 Αισθητήρας MiniIMU-9 (L3GD20 and LSM303DLHC Carrier)

Ο αισθητήρας που χρησιμοποιήθηκε για την πτυχιακή αυτή άσκηση είναι ο MiniIMU-9 v1 ο οποίος είναι ένα μονάδα αδρανειακής μέτρησης (IMU), όπως αναπτύχθηκε και αναλύθηκε στις προηγούμενες παραγράφους. Αποτελείται από το L3GD20 3-αξόνων γυροσκόπιο, LSM303DLHC 3-αξόνων επιταχυνσιόμετρο και 3-αξόνων μαγνητόμετρο τα οποία περιέχονται σε μια μικροσκοπική πλακέτα 0.8 x 0.5 ίντσες. Το πρωτόκολλο που χρησιμοποιεί είναι I²C και παρέχει δεδομένα που προέρχονται από εννιά ανεξάρτητες μετρήσεις περιστροφής, επιτάχυνσης και μαγνήτισης, οι οποίες μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τον υπολογισμό του απόλυτου και συγκεκριμένου προσανατολισμού.

Με αυτές τις 9 μετρήσεις που μπορούν να παρθούν από τον αισθητήρα που εν συντομία ονομάζονται (nine degrees of freedom 9DOF) όλα τα δεδομένα και οι τιμές που είναι απαραίτητα για τη δημιουργία ενός AHRS, είναι διαθέσιμα. Με τον κατάλληλο αλγόριθμο, ένας μικροεπεξεργαστής ή υπολογιστής μπορεί να χρησιμοποιήσει τα δεδομένα αυτά για να υπολογίσει τον προσανατολισμό της πλακέτας MiniIMU-9. Το γυροσκόπιο μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να υπολογίσει με μεγάλη ακρίβεια την περιστροφή με τη χρήση ενός μικρού χρονοδιαγράμματος. Το επιταχυνσιόμετρο και το μαγνητόμετρο, το οποίο λειτουργεί ως πυξίδα, υποβοηθούν στην εξομάλυνση και αντιστάθμιση της χρονικής ολίσθησης του γυροσκοπίου παρέχοντας ένα απόλυτο χρονοδιάγραμμα αναφοράς. Τα δύο ολοκληρωμένα που βρίσκονται πάνω στην πλακέτα ευθυγραμμίζουν τους άξονές τους ούτως ώστε οι αισθητήρες να συνδυάζουν τους υπολογισμούς τους.



Εικόνα 4.3 Διακρίνεται το μέγεθος της πλακέτας και οι διαστάσεις της

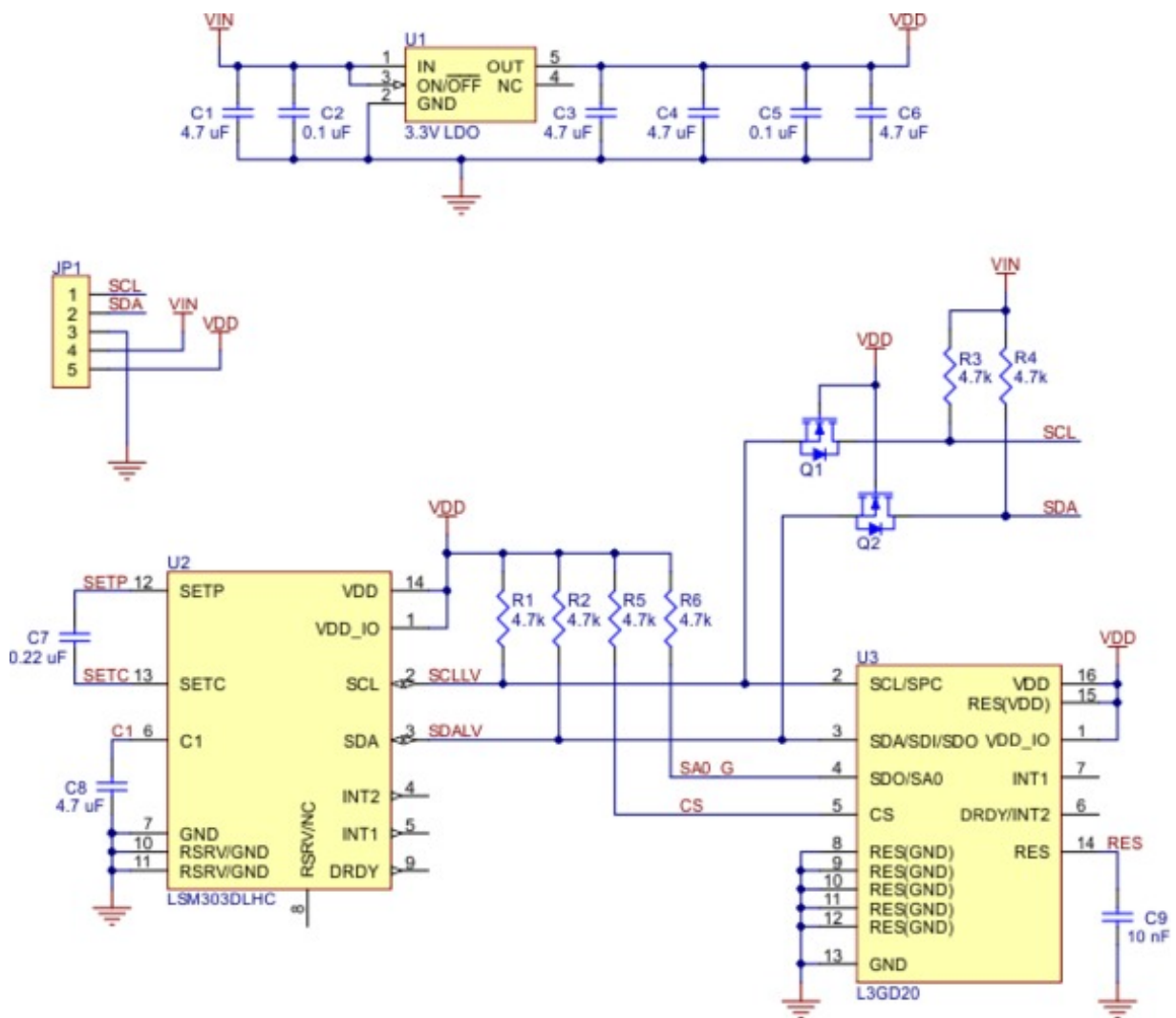


Εικόνα 4.4

Στην εικόνα 4.4 φαίνονται τα δύο ολοκληρωμένα που περιέχουν τους αισθητήρες και οι ακροδέκτες (Pins)

PIN	Περιγραφή
SCL	Ακροδέκτης του παλμού I ² C clock line: High= VIN, LOW= 0V
SDA	Ακροδέκτης της γραμμής δεδομένων I ² C data line: High= VIN, LOW= 0V
GND	Η γείωση (0V)
VIN	Η κύρια πηγή ενέργειας 2.5-5.5V. Τα high bits των SDL και SCL δέχονται αυτές τις τιμές
VDD	3.3V έξοδος ρυθμιστή τάσης ή χαμηλής τάσης τροφοδοσίας, ανάλογα με το VIN.

Οι ακροδέκτες συνδέονται σε ένα μικροεπεξεργαστή και με την κατάλληλη τροφοδοσία παλμού και τάσης δίνουν έξοδο τις τιμές των αισθητήρων μέσω του πρωτοκόλλου I²C.



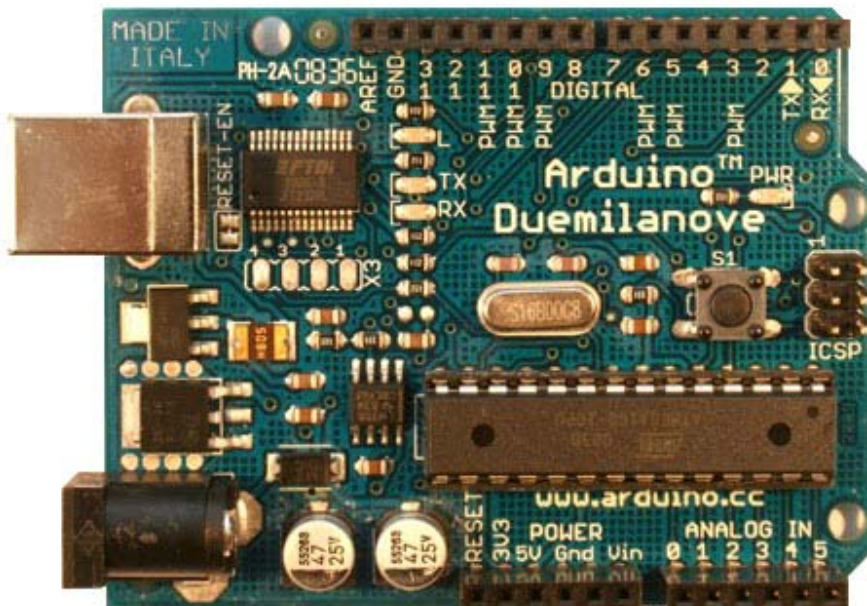
Εικόνα 4.5

Στην εικόνα 4.5 διακρίνεται το σχηματικό διάγραμμα της πλακέτας MiniIMU-9. Διακρίνονται τα επιπλέον στοιχεία της πλακέτας τα οποία είναι απαραίτητα για τη λειτουργία των δύο ολοκληρωμένων κυκλωμάτων LSM303DLHC και L3GD20

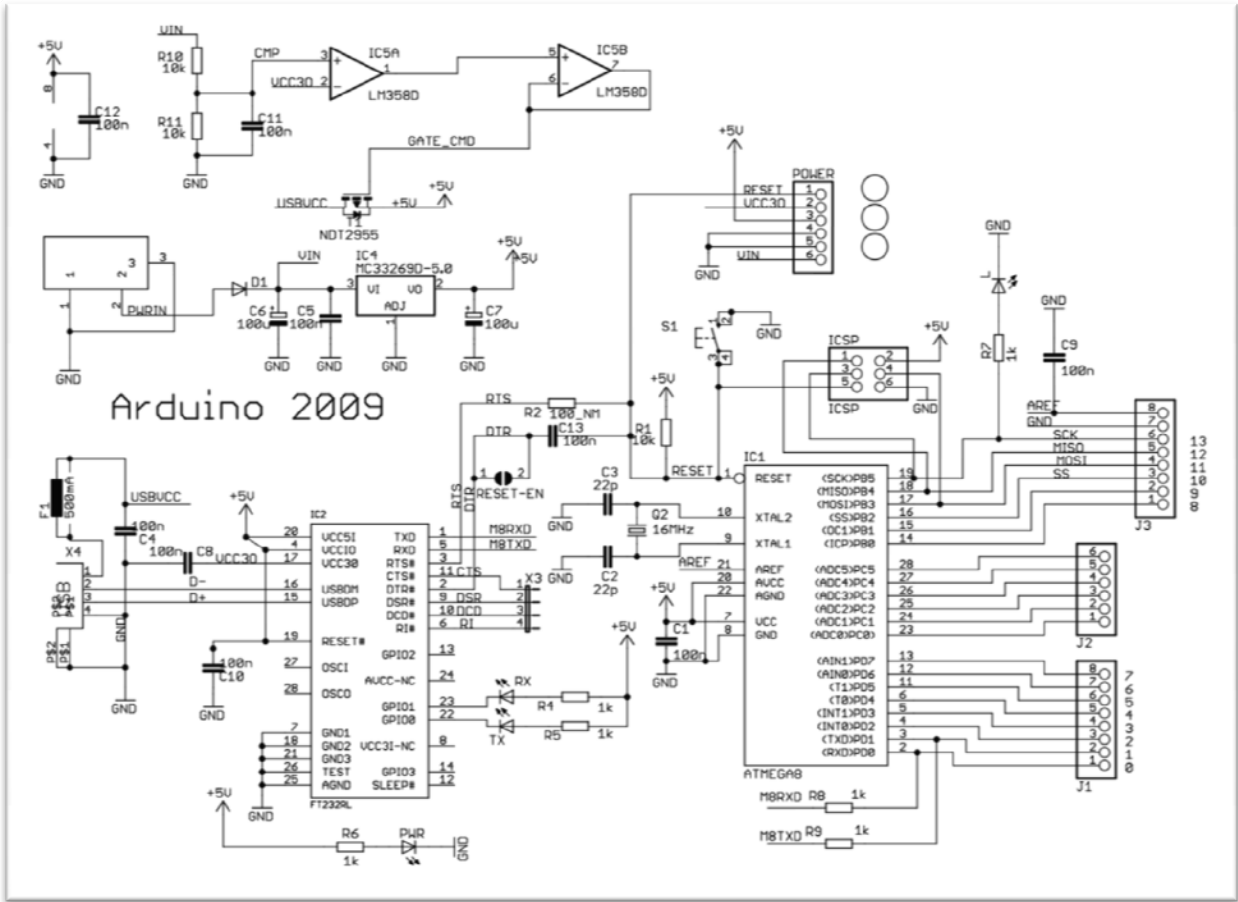
Κεφάλαιο 5

Μικροεπεξεργαστής

Για να μπορέσει κάποιος αισθητήρας να δουλέψει, όπως ο MiniIMU-9, χρειάζεται με κάποιον τρόπο να λαμβάνει χρονισμό μέσω του ρολογιού ενός επεξεργαστή και να δίνει τα δεδομένα. Για τον σκοπό αυτό λοιπόν, χρησιμοποιήθηκε ένας μικροεπεξεργαστής της Atmel ο Ατμεγα168. Επειδή ο μικροεπεξεργαστής από μόνος του δεν μπορεί να λειτουργήσει, αλλά χρειάζεται πολλά περιφερειακά συστήματα όπως εισόδους εξόδους, τροφοδοσία κ.λπ., ο επεξεργαστής περιέχεται σε μια πλακέτα που έμπεριέχει και τα υπόλοιπα περιφερειακά. Η πλακέτα που περιέχει τον επεξεργαστή αυτόν και τα περιφερειακά ονομάζεται Arduino. Για την εργασία αυτή, χρησιμοποιήθηκε το Arduino Duemilanove που φαίνεται στην εικόνα 5.1. Το interface του χρησιμοποιεί μια γλώσσα βασισμένη στη C. Ο επεξεργαστής είναι 16-bit και επομένως δεν έχει μεγάλη επεξεργαστική ισχύ, αλλά για τους ερευνητικούς σκοπούς της εργασίας αυτής, ήταν επαρκής.



Εικόνα 5.1



Εικόνα 5.2 διακρίνεται το schematic της πλακέτας.

Κεφάλαιο 6

Αλγόριθμος και προγραμματισμός του AHRS

Η σύνδεση του αισθητηρίου MiniIMU-9 μέσω των ακροδεκτών (κεφάλαιο 4) με το Arduino (κεφάλαιο 5) πραγματοποιήθηκε ως εξής:

Συνδέθηκε το VIN του αισθητήρα με το VIN του arduino και το Ground με το ground αντίστοιχα για να τροφοδοτείται με τάση ο αισθητήρας. Ο ακροδέκτης SCL που δέχεται τον παλμό, συνδέθηκε στο analog pin A5 και ο ακροδέκτης SDA στο analog pin A4.

Όπως περιγράφηκε στα προηγούμενα κεφάλαια, το AHRS είναι ένα σύστημα που λαμβάνει ως εισόδους τις τιμές από το μαγνητόμετρο, επιταχυνσιόμετρο και γυροσκόπιο και μας δίνει ως έξοδο την κατεύθυνση του σώματος και τη θέση του στο χώρο. Έτσι για να μπορέσουμε να καταλήξουμε στον τελικό αλγόριθμο χρειάστηκε να προγραμματιστούν το πρωτόκολλο I²C τα διανύσματα η πυξίδα, δηλαδή το μαγνητόμετρο, και το γυροσκόπιο με το επιταχυνσιόμετρο.

Αφού έγινε ο προγραμματισμός αυτός μέσω του interface του Arduino, στη συνέχεια δημιουργήθηκε ο αλγόριθμος που περιέχει την επεξεργασία των δεδομένων και το data fusion ούτως ώστε να καταστεί ικανή η εισαγωγή των δεδομένων σε έναν πίνακα 9 x 9. Για το σκοπό αυτό δημιουργήθηκε ακόμη μια συνάρτηση που πολλαπλασιάζει δύο 3 x 3 πίνακες. Επίσης, αναπτύχθηκε ένας αλγόριθμος για το calibration των αξόνων του αισθητήρα.

Τέλος, προγραμματίστηκε ο αλγόριθμος της εξόδου που δίνει το Arduino ούτως ώστε με σειριακή σύνδεση σε υπολογιστή να μπορούν τα αποτελέσματα να περάσουν σε Matlab για την επεξεργασία τους ή σε γλώσσα Python για την απεικόνιση.

6.1 Κώδικας calibration αισθητήρα

```
#include <Wire.h>
#include <LSM303.h>

LSM303 compass;

LSM303::vector running_min = {2047, 2047, 2047}, running_max = {-2048, -2048, -2048};

void setup() {
  Serial.begin(9600);
  Wire.begin();
  compass.init();
  compass.enableDefault();
}

void loop() {
  compass.read();
  running_min.x = min(running_min.x, compass.m.x);
  running_min.y = min(running_min.y, compass.m.y);
  running_min.z = min(running_min.z, compass.m.z);
  running_max.x = max(running_max.x, compass.m.x);
  running_max.y = max(running_max.y, compass.m.y);
  running_max.z = max(running_max.z, compass.m.z);
}
```

```
Serial.print("M min ");
Serial.print("X: ");
Serial.print((int)running_min.x);
Serial.print(" Y: ");
Serial.print((int)running_min.y);
Serial.print(" Z: ");
Serial.print((int)running_min.z);
Serial.print(" M max ");
Serial.print("X: ");
Serial.print((int)running_max.x);
Serial.print(" Y: ");
Serial.print((int)running_max.y);
Serial.print(" Z: ");
Serial.println((int)running_max.z);
  delay(100);
}
```

6.2 Κώδικας I²C

```
#include <L3G.h>
#include <LSM303.h>

L3G gyro;
LSM303 compass;

void I2C_Init()
{
    Wire.begin();
}

void Gyro_Init()
{
    gyro.init();

    gyro.writeReg(L3G_CTRL_REG1, 0x0F); // normal power mode, όλοι οι άξονες
ενεργοποιημένοι, 100 Hz

    gyro.writeReg(L3G_CTRL_REG4, 0x20); // 2000 dps full scale
}

void Read_Gyro()
{
    gyro.read();

    AN[0] = gyro.g.x;
    AN[1] = gyro.g.y;
    AN[2] = gyro.g.z;

    gyro_x = SENSOR_SIGN[0] * (AN[0] - AN_OFFSET[0]);
    gyro_y = SENSOR_SIGN[1] * (AN[1] - AN_OFFSET[1]);
    gyro_z = SENSOR_SIGN[2] * (AN[2] - AN_OFFSET[2]);
}
```

```

}

void Accel_Init()
{
    compass.init();
    if (compass.getDeviceType() == LSM303DLHC_DEVICE)
    {
        compass.writeAccReg(LSM303_CTRL_REG1_A, 0x47); // normal power mode, όλοι οι
        // άξονες ενεργοποιημένοι, 50 Hz
        compass.writeAccReg(LSM303_CTRL_REG4_A, 0x08); // output mode υψηλής ευκρίνειας
        compass.writeAccReg(LSM303_CTRL_REG4_A, 0x20);
    }
    else
    {
        compass.writeAccReg(LSM303_CTRL_REG1_A, 0x27);
        compass.writeAccReg(LSM303_CTRL_REG4_A, 0x30); }
    }

    // Διαβάζει τους x,y και z registers του επιταχυνσιόμετρου
}

void Read_Accel()
{
    compass.readAcc();

    AN[3] = compass.a.x;
    AN[4] = compass.a.y;
    AN[5] = compass.a.z;

    accel_x = SENSOR_SIGN[3] * (AN[3] - AN_OFFSET[3]);
    accel_y = SENSOR_SIGN[4] * (AN[4] - AN_OFFSET[4]);
    accel_z = SENSOR_SIGN[5] * (AN[5] - AN_OFFSET[5]);
}

```

```
}  
void Compass_Init()  
{  
    compass.writeMagReg(LSM303_MR_REG_M, 0x00);  
}  
void Read_Compass()  
{  
    compass.readMag();  
    magnetom_x = SENSOR_SIGN[6] * compass.m.x;  
    magnetom_y = SENSOR_SIGN[7] * compass.m.y;  
    magnetom_z = SENSOR_SIGN[8] * compass.m.z;  
}
```

6.3 Κώδικας Πυξίδας/μαγνητόμετρο

```
void Compass_Heading()
{
    float MAG_X;
    float MAG_Y;
    float cos_roll;
    float sin_roll;
    float cos_pitch;
    float sin_pitch;
    cos_roll = cos(roll);
    sin_roll = sin(roll);
    cos_pitch = cos(pitch);
    sin_pitch = sin(pitch);
    c_magnetom_x = (float)(magnetom_x - SENSOR_SIGN[6]*M_X_MIN) / (M_X_MAX -
M_X_MIN) - SENSOR_SIGN[6]*0.5;
    c_magnetom_y = (float)(magnetom_y - SENSOR_SIGN[7]*M_Y_MIN) / (M_Y_MAX -
M_Y_MIN) - SENSOR_SIGN[7]*0.5;
    c_magnetom_z = (float)(magnetom_z - SENSOR_SIGN[8]*M_Z_MIN) / (M_Z_MAX -
M_Z_MIN) - SENSOR_SIGN[8]*0.5;
    MAG_X =
c_magnetom_x*cos_pitch+c_magnetom_y*sin_roll*sin_pitch+c_magnetom_z*cos_roll*sin_pit
ch;
    MAG_Y = c_magnetom_y*cos_roll-c_magnetom_z*sin_roll;
    // Κατεύθυνση
    MAG_Heading = atan2(-MAG_Y,MAG_X); }
```

6.4 Κώδικας DCM

```
void Normalize(void)
{
    float error=0;
    float temporary[3][3];
    float renorm=0;
    error= -Vector_Dot_Product(&DCM_Matrix[0][0],&DCM_Matrix[1][0])* .5;
    Vector_Scale(&temporary[0][0], &DCM_Matrix[1][0], error);
    Vector_Scale(&temporary[1][0], &DCM_Matrix[0][0], error);
    Vector_Add(&temporary[0][0], &temporary[0][0], &DCM_Matrix[0][0]);
    Vector_Add(&temporary[1][0], &temporary[1][0], &DCM_Matrix[1][0]);
    Vector_Cross_Product(&temporary[2][0],&temporary[0][0],&temporary[1][0]);
    renorm= .5 *(3 - Vector_Dot_Product(&temporary[0][0],&temporary[0][0]));
    Vector_Scale(&DCM_Matrix[0][0], &temporary[0][0], renorm);
    renorm= .5 *(3 - Vector_Dot_Product(&temporary[1][0],&temporary[1][0]));
    Vector_Scale(&DCM_Matrix[1][0], &temporary[1][0], renorm);
    renorm= .5 *(3 - Vector_Dot_Product(&temporary[2][0],&temporary[2][0]));
    Vector_Scale(&DCM_Matrix[2][0], &temporary[2][0], renorm);
}
```



```

/*****/

void Drift_correction(void)
{
    float mag_heading_x;
    float mag_heading_y;
    float errorCourse;
    static float Scaled_Omega_P[3];
    static float Scaled_Omega_I[3];
    float Accel_magnitude;
    float Accel_weight;

    /****Roll και Pitch***/

    Accel_magnitude = sqrt(Accel_Vector[0]*Accel_Vector[0] +
    Accel_Vector[1]*Accel_Vector[1] + Accel_Vector[2]*Accel_Vector[2]);
    Accel_magnitude = Accel_magnitude / GRAVITY; // Scale to gravity.
    Accel_weight = constrain(1 - 2*abs(1 - Accel_magnitude),0,1);

    Vector_Cross_Product(&errorRollPitch[0],&Accel_Vector[0],&DCM_Matrix[2][0]);
    Vector_Scale(&Omega_P[0],&errorRollPitch[0],Kp_ROLLPITCH*Accel_weight);
    Vector_Scale(&Scaled_Omega_I[0],&errorRollPitch[0],Ki_ROLLPITCH*Accel_weight);
    Vector_Add(Omega_I,Omega_I,Scaled_Omega_I);

    /****YAW***/

    mag_heading_x = cos(MAG_Heading);
    mag_heading_y = sin(MAG_Heading);
    errorCourse=(DCM_Matrix[0][0]*mag_heading_y) - (DCM_Matrix[1][0]*mag_heading_x);

    Vector_Scale(errorYaw,&DCM_Matrix[2][0],errorCourse);
    Vector_Scale(&Scaled_Omega_P[0],&errorYaw[0],Kp_YAW);
    Vector_Add(Omega_P,Omega_P,Scaled_Omega_P);

    Vector_Scale(&Scaled_Omega_I[0],&errorYaw[0],Ki_YAW);

```

```

    Vector_Add(Omega_I,Omega_I,Scaled_Omega_I);
}

void Accel_adjust(void)
{
    Accel_Vector[1] += Accel_Scale(speed_3d*Omega[2]); Accel_Vector[2] -=
    Accel_Scale(speed_3d*Omega[1]);
}

void Matrix_update(void)
{
    Gyro_Vector[0]=Gyro_Scaled_X(gyro_x); //γυροσκόπιο x roll
    Gyro_Vector[1]=Gyro_Scaled_Y(gyro_y); //γυροσκόπιο y pitch
    Gyro_Vector[2]=Gyro_Scaled_Z(gyro_z); //γυροσκόπιο Z yaw

    Accel_Vector[0]=accel_x;
    Accel_Vector[1]=accel_y;
    Accel_Vector[2]=accel_z;

    Vector_Add(&Omega[0], &Gyro_Vector[0], &Omega_I[0]);
    Vector_Add(&Omega_Vector[0], &Omega[0], &Omega_P[0]);
#ifdef OUTPUTMODE==1
    Update_Matrix[0][0]=0;
    Update_Matrix[0][1]=-G_Dt*Omega_Vector[2];//-z
    Update_Matrix[0][2]=G_Dt*Omega_Vector[1];//y
    Update_Matrix[1][0]=G_Dt*Omega_Vector[2];//z
    Update_Matrix[1][1]=0;
    Update_Matrix[1][2]=-G_Dt*Omega_Vector[0];//-x
    Update_Matrix[2][0]=-G_Dt*Omega_Vector[1];//-y

```

```

Update_Matrix[2][1]=G_Dt*Omega_Vector[0];//x
Update_Matrix[2][2]=0;
#else
Update_Matrix[0][0]=0;
Update_Matrix[0][1]=-G_Dt*Gyro_Vector[2];//-z
Update_Matrix[0][2]=G_Dt*Gyro_Vector[1];//y
Update_Matrix[1][0]=G_Dt*Gyro_Vector[2];//z
Update_Matrix[1][1]=0;
Update_Matrix[1][2]=-G_Dt*Gyro_Vector[0];
Update_Matrix[2][0]=-G_Dt*Gyro_Vector[1];
Update_Matrix[2][1]=G_Dt*Gyro_Vector[0];
Update_Matrix[2][2]=0;
#endif

Matrix_Multiply(DCM_Matrix,Update_Matrix,Temporary_Matrix);
for(int x=0; x<3; x++)
{
    for(int y=0; y<3; y++)
    {
        DCM_Matrix[x][y]+=Temporary_Matrix[x][y];
    }
}

void Euler_angles(void)
{
    pitch = -asin(DCM_Matrix[2][0]);
    roll = atan2(DCM_Matrix[2][1],DCM_Matrix[2][2]);
    yaw = atan2(DCM_Matrix[1][0],DCM_Matrix[0][0]);
}
}
}

```

6.5 Κώδικας AHRS

```
#include <Wire.h>

// LSM303 accelerometer: 8 g ευαισθησία
// 3.8 mg/digit; 1 g = 256

#define GRAVITY 256 //ανάλογο του 1G στα δεδομένα που έρχονται από το επιταχυνσιόμετρο

#define ToRad(x) ((x)*0.01745329252) // *π/180
#define ToDeg(x) ((x)*57.2957795131) // *180/π

// L3G4200D gyro: 2000 dps full scale
// 70 mdps/digit; 1 dps = 0.07

#define Gyro_Gain_X 0.07 //X axis Gyro gain
#define Gyro_Gain_Y 0.07 //Y axis Gyro gain
#define Gyro_Gain_Z 0.07 //Z axis Gyro gain

#define Gyro_Scaled_X(x) ((x)*ToRad(Gyro_Gain_X)) //επιστροφή ADC δεδομένων του
γυροσκοπίου σε rad/sec

#define Gyro_Scaled_Y(x) ((x)*ToRad(Gyro_Gain_Y)) //επιστροφή ADC δεδομένων του
γυροσκοπίου σε rad/sec

#define Gyro_Scaled_Z(x) ((x)*ToRad(Gyro_Gain_Z)) //επιστροφή ADC δεδομένων του
γυροσκοπίου σε rad/sec

//Με calibration του LSM303 βρίσκουμε τις σταθερές

#define M_X_MIN -421
#define M_Y_MIN -639
#define M_Z_MIN -238
#define M_X_MAX 424
```

```

#define M_Y_MAX 295

#define M_Z_MAX 472

#define Kp_ROLLPITCH 0.02

#define Ki_ROLLPITCH 0.00002

#define Kp_YAW 1.2

#define Ki_YAW 0.00002

/*Για debugging*/

#define OUTPUTMODE 1

//define PRINT_DCM 0 //Θα εκτυπώσει τον πίνακα συννημιτόνου της κατεύθυνσης DCM

#define PRINT_ANALOGS 0 //Θα εκτυπώσει τα αναλογικά δεδομένα

#define PRINT_EULER 1 //Θα εκτυπώσει τις γωνίες Euler Roll, Pitch and Yaw

#define STATUS_LED 13

float G_Dt=0.02;

long timer=0;

long timer24=0; int AN[6];

int AN_OFFSET[6]={0,0,0,0,0,0};

int gyro_x;

int gyro_y;

int gyro_z;

int accel_x;

int accel_y;

int accel_z;

int magnetom_x;

int magnetom_y;

int magnetom_z;

```

```

float c_magnetom_x;
float c_magnetom_y;
float c_magnetom_z;
float MAG_Heading;
float Accel_Vector[3]= {0,0,0};
float Gyro_Vector[3]= {0,0,0};
float Omega_Vector[3]= {0,0,0};
float Omega_P[3]= {0,0,0};
float Omega_I[3]= {0,0,0};
float Omega[3]= {0,0,0};
//Γωνίες Euler
float roll;
float pitch;
float yaw;
float errorRollPitch[3]= {0,0,0};
float errorYaw[3]= {0,0,0};
unsigned int counter=0;
byte gyro_sat=0;
float DCM_Matrix[3][3]= {
    {
        1,0,0 }
    ,{
        0,1,0 }
    ,{
        0,0,1 }
}

```

```

};

float Update_Matrix[3][3]={{0,1,2},{3,4,5},{6,7,8}}; //Το γυροσκόπιο

float Temporary_Matrix[3][3]={

    {

        0,0,0 }

    ,{

        0,0,0 }

    ,{

        0,0,0 }

};

void setup()

{

    Serial.begin(115200);

    pinMode (STATUS_LED,OUTPUT);

    I2C_Init();

    Serial.println("Pololu MinIMU-9 + Arduino AHRS");

    digitalWrite(STATUS_LED,LOW);

    delay(1500);

    Accel_Init();

    Compass_Init();

    Gyro_Init();

    delay(20);

    for(int i=0;i<32;i++) // Παίρνουμε κάποιες μετρήσεις...

    {

        Read_Gyro();

```

```

Read_Accel();
for(int y=0; y<6; y++)
  AN_OFFSET[y] += AN[y];
delay(20);
}
for(int y=0; y<6; y++)
  AN_OFFSET[y] = AN_OFFSET[y]/32;
AN_OFFSET[5]-=GRAVITY*SENSOR_SIGN[5];
for(int y=0; y<6; y++)
  Serial.println(AN_OFFSET[y]);
delay(2000);
digitalWrite(STATUS_LED,HIGH);
timer=millis();
delay(20);
counter=0;
}
void loop() //Main Loop
{
  if((millis()-timer)>=20) // Ο κεντρικός αλγόριθμος στα 50Hz
  {
    counter++;
    timer_old = timer;
    timer=millis();
    if (timer>timer_old)
      G_Dt = (timer-timer_old)/1000.0;
  }
}

```



```

else
    G_Dt = 0;
Read_Gyro(); // Διαβάζει τα δεδομένα από το γυροσκόπιο
Read_Accel(); // Διαβάζει το επιταχυνσιόμετρο
if (counter > 5) // Διαβάζει τα δεδομένα της πυξίδας στα 10Hz... (5 κύκλοι loops)
{
    counter=0;
    Read_Compass(); // Διαβάζει το μαγνητόμετρο
    Compass_Heading();
}
// Υπολογισμοί...
Matrix_update();
Normalize();
Drift_correction();
Euler_angles();
printdata(); }}

```

6.6 Κώδικας Python για την απεικόνιση

Έχοντας ολοκληρώσει τον κώδικα που δίνει τις τιμές και τα δεδομένα, που μετά την κατάλληλη επεξεργασία μπορούν να δίνουν τη θέση και την κατεύθυνση του σώματος στο χώρο, χρησιμοποιήθηκε ένα εργαλείο οπτικής απεικόνισης του AHRS με τη γλώσσα Python. Μέρος του κώδικα θα παρουσιαστεί. Στην εικόνα 6.1 φαίνεται η απεικόνιση του yaw roll και pitch όπως και η τοποθέτηση στο χώρο του σώματος.

```
from visual import *

import serial

import string

import math

from time import time

grad2rad = 3.141592/180.0

ser = serial.Serial(port='COM3',baudrate=115200, timeout=1)

scene=display(title="Pololu MinIMU-9 + Arduino AHRS")

scene.range=(1.2,1.2,1.2)

scene.forward = (1,0,-0.25)

scene.up=(0,0,1)

scene2 = display(title='Pololu MinIMU-9 + Arduino AHRS',x=0, y=0, width=500,
height=200,center=(0,0,0), background=(0,0,0))

scene2.range=(1,1,1)

scene.width=500

scene.y=200

scene2.select()

#Roll, Pitch, Yaw

cil_roll = cylinder(pos=(-0.4,0,0),axis=(0.2,0,0),radius=0.01,color=color.red)

cil_roll2 = cylinder(pos=(-0.4,0,0),axis=(-0.2,0,0),radius=0.01,color=color.red)

cil_pitch = cylinder(pos=(0.1,0,0),axis=(0.2,0,0),radius=0.01,color=color.green)
```

```

cil_pitch2 = cylinder(pos=(0.1,0,0),axis=(-0.2,0,0),radius=0.01,color=color.green)
#cil_course = cylinder(pos=(0.6,0,0),axis=(0.2,0,0),radius=0.01,color=color.blue)
#cil_course2 = cylinder(pos=(0.6,0,0),axis=(-0.2,0,0),radius=0.01,color=color.blue)
arrow_course = arrow(pos=(0.6,0,0),color=color.cyan,axis=(-0.2,0,0), shaftwidth=0.02,
fixedwidth=1)

#Roll,Pitch,Yaw labels
label(pos=(-0.4,0.3,0),text="Roll",box=0,opacity=0)
label(pos=(0.1,0.3,0),text="Pitch",box=0,opacity=0)
label(pos=(0.55,0.3,0),text="Yaw",box=0,opacity=0)
label(pos=(0.6,0.22,0),text="N",box=0,opacity=0,color=color.yellow)
label(pos=(0.6,-0.22,0),text="S",box=0,opacity=0,color=color.yellow)
label(pos=(0.38,0,0),text="W",box=0,opacity=0,color=color.yellow)
label(pos=(0.82,0,0),text="E",box=0,opacity=0,color=color.yellow)
label(pos=(0.75,0.15,0),height=7,text="NE",box=0,color=color.yellow)
label(pos=(0.45,0.15,0),height=7,text="NW",box=0,color=color.yellow)
label(pos=(0.75,-0.15,0),height=7,text="SE",box=0,color=color.yellow)
label(pos=(0.45,-0.15,0),height=7,text="SW",box=0,color=color.yellow)
L1 = label(pos=(-0.4,0.22,0),text="-",box=0,opacity=0)
L2 = label(pos=(0.1,0.22,0),text="-",box=0,opacity=0)
L3 = label(pos=(0.7,0.3,0),text="-",box=0,opacity=0)

# Τα κύρια αντικείμενα
scene.select()

# Άξονας αναφοράς (x,y,z)
arrow(color=color.green,axis=(1,0,0), shaftwidth=0.02, fixedwidth=1)
arrow(color=color.green,axis=(0,-1,0), shaftwidth=0.02 , fixedwidth=1)

```

```

arrow(color=color.green,axis=(0,0,-1), shaftwidth=0.02, fixedwidth=1)

# Δημιουργία των labels
label(pos=(0,0,0.8),text="Pololu MinIMU-9 + Arduino AHRS",box=0,opacity=0)
label(pos=(1,0,0),text="X",box=0,opacity=0)
label(pos=(0,-1,0),text="Y",box=0,opacity=0)
label(pos=(0,0,-1),text="Z",box=0,opacity=0)

# IMU αντικείμενο
platform = box(length=1, height=0.05, width=1, color=color.blue)
p_line = box(length=1,height=0.08,width=0.1,color=color.yellow)
plat_arrow = arrow(color=color.green,axis=(1,0,0), shaftwidth=0.06, fixedwidth=1)
f = open("Serial"+str(time())+".txt", 'w')

roll=0
pitch=0
yaw=0

while 1:
    line = ser.readline()
    if line.find("!ANG:") != -1:
        line = line.replace("!ANG:", "")
        print line
        f.write(line)
        if len(words) > 2:
            try: roll = float(words[0])*grad2rad
                pitch = float(words[1])*grad2rad
                yaw = float(words[2])*grad2rad
            except:

```

```

    print "Invalid line"

    axis=(cos(pitch)*cos(yaw),-cos(pitch)*sin(yaw),sin(pitch))

    up=(sin(roll)*sin(yaw)+cos(roll)*sin(pitch)*cos(yaw),sin(roll)*cos(yaw)-
cos(roll)*sin(pitch)*sin(yaw),-cos(roll)*cos(pitch))

    platform.axis=axis

    platform.up=up

    platform.length=1.0

    platform.width=0.65

    plat_arrow.axis=axis

    plat_arrow.up=up

    plat_arrow.length=0.8

    p_line.axis=axis

    p_line.up=up

    cil_roll.axis=(0.2*cos(roll),0.2*sin(roll),0)

    cil_roll2.axis=(-0.2*cos(roll),-0.2*sin(roll),0)

    cil_pitch.axis=(0.2*cos(pitch),0.2*sin(pitch),0)

    cil_pitch2.axis=(-0.2*cos(pitch),-0.2*sin(pitch),0)

    arrow_course.axis=(0.2*sin(yaw),0.2*cos(yaw),0)

    L1.text = str(float(words[0]))

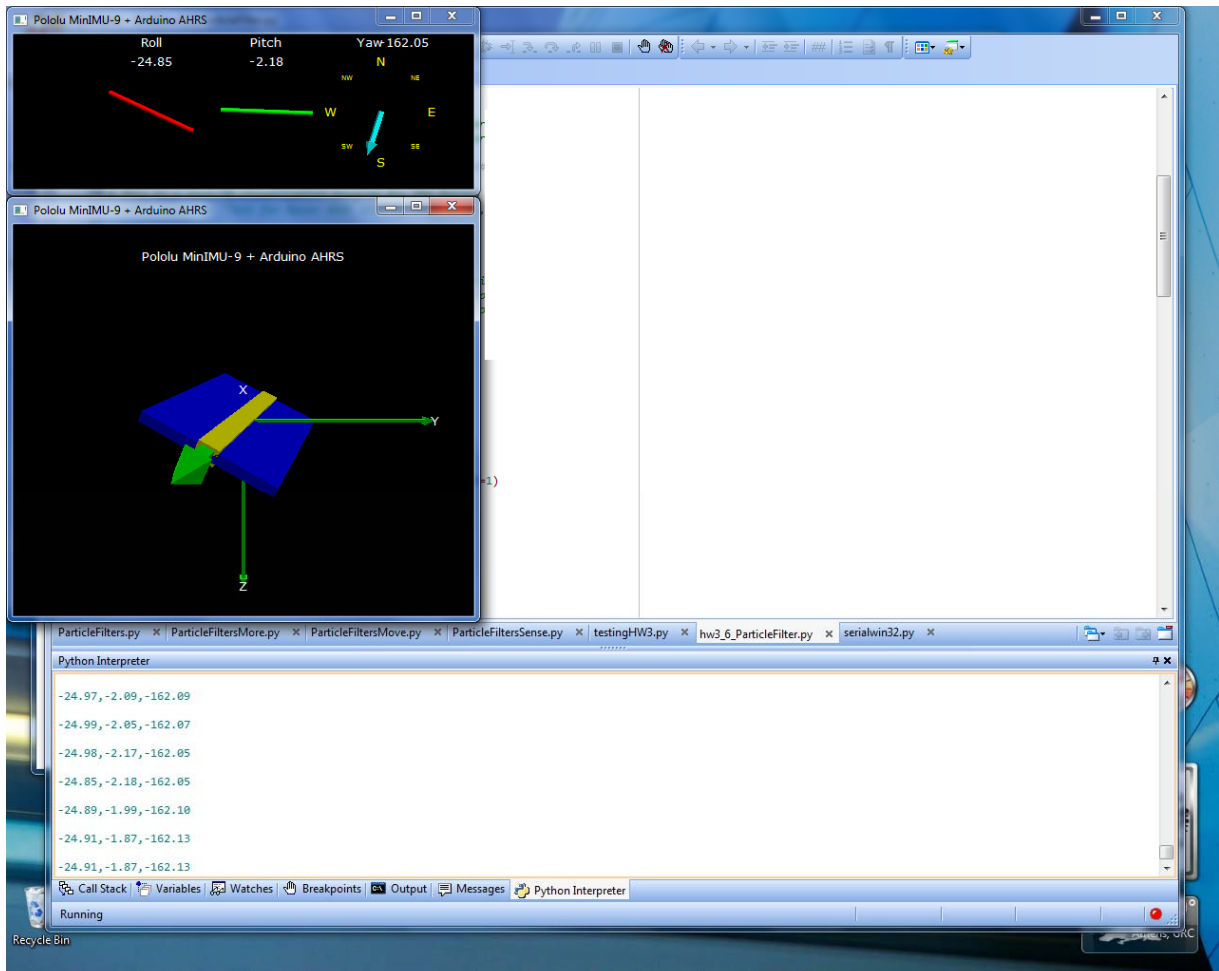
    L2.text = str(float(words[1]))

    L3.text = str(float(words[2]))

ser.close

f.close

```



Εικόνα 6.1

Κεφάλαιο 7

Φίλτρο Κάλμαν (Kalman Filter)

Ένα πρόβλημα που προστίθεται σε κάθε σύστημα το οποίο έχει πρακτική εφαρμογή, είναι ο θόρυβος που υπεισέρχεται και διαστρεβλώνει το αποτέλεσμα. Ο τρόπος με τον οποίο αντιμετωπίζεται ο θόρυβος σε αυτή την εργασία, είναι η χρήση ενός φίλτρου Καλμαν. Όπως διακρίνεται και στην εικόνα 1.1 τα επεξεργασμένα πια δεδομένα από τους αισθητήρες οδηγούνται ως είσοδος στο φίλτρο Καλμαν και από αυτό λαμβάνεται η τελική έξοδος.

Ο αλγόριθμος του Kalman στην αρχική του διατύπωση το 1960, στοχεύει στην εκτίμηση της κατάστασης του x ($x \in R^n$). Η κατάσταση του x είναι μια ελεγχόμενη διαδικασία διακριτού χρόνου, η οποία περιγράφεται από μια γραμμική στοχαστική εξίσωση:

$$X_k = AX_{k-1} + Bu_{k-1} + w_{k-1} \quad (7.1)$$

Για την οποία μια μέτρηση z ($z \in R^m$) και περιγράφεται από την εξίσωση,

$$Z_k = HX_k + v_k \quad (7.2)$$

Όπου οι τυχαίες μεταβλητές και αναπαριστούν το θόρυβο συστήματος και μέτρησης αντίστοιχα. Αυτές συνήθως θεωρούνται non-time relative και έτσι μπορούν να αποκαλεσθούν «λευκός θόρυβος».

Οι μεταβλητές αυτές είναι επίσης ασυσχέτιστες μεταξύ τους και μπορούν να εκφραστούν με κατανομές πιθανότητας $p(w)$ και $p(v)$ ως εξής:

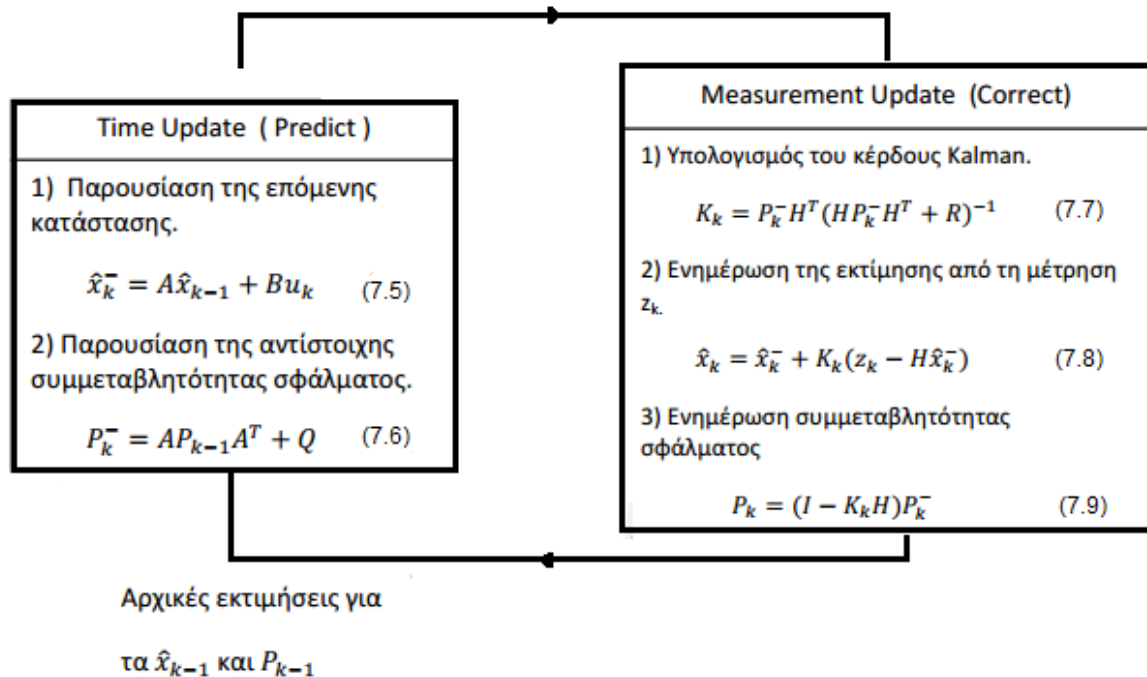
$$p(w) \sim N(0, Q) \quad (7.3)$$

$$p(v) \sim N(0, R) \quad (7.4)$$

Τα Q και R είναι οι πίνακες ασυμβατότητας και μέτρησης, αντίστοιχα. Ο $n \times n$ πίνακας A συσχετίζει την προηγούμενη κατάσταση κατά τη διακριτή τιμή $k-1$ με την παρούσα κατάσταση του συστήματος την στιγμή k χωρίς οθόρυβος του συστήματος να αποτελεί παράμετρο στην σχέση. Ο $n \times 1$ πίνακας B συσχετίζει την είσοδο ελέγχου u με την κατάσταση του συστήματος X και τέλος ο πίνακας H που είναι $n \times m$ συσχετίζει τη μέτρηση Z_k με την κατάσταση του συστήματος.

Ο αλγόριθμος του κάλμαν λοιπόν, στηρίζεται στην ανάδραση. Αρχικά το φίλτρο πραγματοποιεί μια πρώτη εκτίμηση της κατάστασης σε μια διακριτή χρονική στιγμή (πρόβλεψη) και εν συνεχεία εξασφαλίζει μια ενθόρυβη μέτρηση, μέσω ανάδρασης, (διόρθωση) για την βέλτιστη εκτίμηση της τρέχουσας κατάστασης.

Κατ'επέκταση, παρατηρείται ένας διαχωρισμός μεταξύ των εξισώσεων που απαρτίζουν το φίλτρο, διακρίνοντας εξισώσεις που ενημερώνονται για την μεταβολή του χρόνου (time update) και εξισώσεις που ενημερώνονται για μεταβολές μετρήσεων (measurement update). Συγκεκριμένα, οι time update εξισώσεις (7.5)-(7.6), (εικόνα 7.1 αριστερά), αναλαμβάνουν να προάγουν την τρέχουσα κατάσταση του συστήματος, που εκτιμήθηκε την στιγμή $k - 1$, καθώς και τις συμμεταβλητότητες των a priori και a posteriori εκτιμήσεων σφάλματος για τον υπολογισμό της a priori εκτίμησης της κατάστασης X , ώστε να χρησιμοποιηθεί σε επόμενο χρονικό βήμα k . Ενώ οι measurement update εξισώσεις (7.7)-(7.8), (εικόνα 7.1 δεξιά), αναλαμβάνουν να προωθήσουν κάθε καινούρια μέτρηση, λειτουργώντας ως σύστημα ανάδρασης, και ενσωματώνοντας την στην a priori εκτίμηση σφάλματος με σκοπό να υπολογιστεί μια βέλτιστη, a posteriori, εκτίμηση.



Σχηματική αναπαράσταση της διαδικασίας του αλγορίθμου Kalman

Εικόνα 7.1

Ο παραπάνω κύκλος λειτουργίας του αλγόριθμου εκτελείται επαναληπτικά, μπορούμε να διακρίνουμε ως πρώτο βήμα των διορθωτικών εξισώσεων τον υπολογισμό του κέρδους K_k . Ο $m \times m$ πίνακας K υπολογίζεται ώστε να ελαχιστοποιεί τη συμμεταβλητότητα (covariance) της a posteriori εκτίμησης σφάλματος P_k . Εν συνεχεία, καταγράφεται μια μέτρηση z_k και υπολογίζεται μια a posteriori εκτίμηση της κατάστασης με βάση τη νέα μέτρηση. Τέλος, υπολογίζεται η συμμεταβλητότητα της a posteriori εκτίμησης σφάλματος P_k . Μετά το τέλος, λοιπόν, κάθε κύκλου λειτουργίας, η διαδικασία επαναλαμβάνεται προωθώντας την τελευταία a posteriori εκτίμηση στις εξισώσεις πρόβλεψης ώστε να προκύψει μια νέα a priori εκτίμηση. Έτσι, εκτιμάται πως η αναδρομική φύση του αλγόριθμου Kalman και η ευρωστία που προσφέρει, καθιστούν το φίλτρο άρτια υλοποιήσιμο σε πρακτικά προβλήματα.

Στην προσπάθεια να διαβάστουν μετρήσεις από διάφορους αισθητήρες όπως επιταχυνσιόμετρα, μετρητές απόστασης και GPS αποδείχτηκε ότι τα δεδομένα περιείχαν πολύ θόρυβο για να χρησιμοποιηθούν ως έχουν. Για παράδειγμα ένα GPS έχει ακρίβεια 10m, άρα σε κάθε μέτρηση μπορεί να έχει πολύ μεγάλη απόκλιση από την πραγματική θέση. Μπορεί δηλαδή να είμαστε εντελώς ακίνητοι αλλά λόγω της διαφορετικής μέτρησης να φαίνεται σα να κινούμαστε. Πρέπει λοιπόν να βρεθεί ένας τρόπος να απορρίπτουμε τις απότομες αλλαγές (θόρυβο) αλλά ταυτόχρονα να αντιλαμβανόμαστε έγκαιρα τις πραγματικές αλλαγές.

Οι μαθηματικοί τύποι των φίλτρων kalman διαπιστώνουμε ότι απαιτούν πολλούς υπολογισμούς με πίνακες και διανυσματικά μαθηματικά. Αλλά Μπορούμε όμως με διάφορες απλοποιήσεις να καταλήξουμε σε ένα μονοδιάστατο φίλτρο το οποίο θα έδινε ικανά αποτελέσματα. Για να χρησιμοποιηθεί σε ένα accelerometer 3 αξόνων μπορούν να συνδυαστούν 3 μονοδιάστατα φίλτρα. Έτσι καταλήγουμε σε αυτόν το μικρο τύπο που μπορεί έτσι να προγραμματιστεί:

$$x = x;$$

$$p = p + q;$$

$$k = p / (p + r);$$

$$x = x + k * (\text{μέτρηση} - x);$$

$$p = (1 - k) * p;$$

Οι δύο πρώτοι τύποι αντιπροσωπεύουν την πρόβλεψη του Kalman Filter. Και δεδομένου ότι δεν υπάρχει καμία πληροφορία σχετικά με τις κινητήριες δυνάμεις είναι πολύ απλό. Οι υπόλοιποι τρεις τύποι, υπολογίζουν την ανανεωση των μετρήσεων. Οι μεταβλητές είναι x για το φιλτραρισμένο αποτέλεσμα, q για το θόρυβο της διεργασίας, r για το θόρυβο από τον αισθητήρα, p για το εκτιμώμενο σφάλμα και k για το κέρδος Kalman. Η κατάσταση του φίλτρου καθορίζεται από τις τιμές αυτών των μεταβλητών. Το φίλτρο εφαρμόζεται σε κάθε μέτρηση και αρχικοποιείται με τον θόρυβο της διεργασίας q, r θόρυβος του αισθητήρα, αρχική εκτίμηση λάθους p και η αρχική τιμή x. Η αρχική τιμή για το p δεν είναι πολύ σημαντική, δεδομένου ότι προσαρμόζεται κατά τη διάρκεια της διαδικασίας. Πρέπει να είναι όμως αρκετά υψηλή για να περιοριστεί αργότερα. Η αρχική τιμή για την μέτρηση δεν είναι επίσης πολύ σημαντική, δεδομένου ότι ανανεώνεται κατά τη διάρκεια της διαδικασίας. Αλλά η ρύθμιση των τιμών για το θόρυβο της διεργασίας και του θορύβου του αισθητήρα είναι απαραίτητη ούτως ώστε οι μετρήσεις να είναι σαφείς και με τον ελάχιστο θόρυβο. Συνοψίζοντας, η χρήση του φίλτρου μας βοηθά στην καλύτερη και αρτιότερη διήθηση των αποτελεσμάτων του AHRS. Η υλοποίηση του φίλτρου, δεδομένου της απαίτησης ισχύος για τον υπολογισμό των εξισώσεων, γίνεται μέσω υπολογιστή. Η χρήση του προγράμματος matlab για την υλοποίηση του αλγόριθμου αυτού είναι ένας σχετικά εύκολος και πρακτικός τρόπος.

Ένα δείγμα κωδικοποίησης του αλγόριθμου του καλμαν φίλτρου σε matlab είναι η εξής συνάρτηση:

```
function y = kalmanfilter(z)

%#Δημιουργία του κώδικα

dt=1;

% Πίνακας State transition

A=[ 1 0 dt 0 0 0;...      % [x  ]
    0 1 0 dt 0 0;...      % [y  ]
    0 0 1 0 dt 0;...      % [Vx]
    0 0 0 1 0 dt;...      % [Vy]
    0 0 0 0 1 0 ;...      % [Ax]
    0 0 0 0 0 1 ];        % [Ay]

H = [ 1 0 0 0 0 0; 0 1 0 0 0 0 ]; % Πίνακας μετρήσεων

Q = eye(6);

R = 1000 * eye(2);

persistent x_est p_est          % Αρχικές καταστάσεις

if isempty(x_est)
    x_est = zeros(6, 1);        % x_est=[x, y, Vx, Vy, Ax, Ay] '
    p_est = zeros(6, 6);
end

% Προβλεπόμενη στιγμή και διακύμανση

x_prd = A * x_est;

p_prd = A * p_est * A' + Q;

% Εκτίμηση

S = H * p_prd' * H' + R;

B = H * p_prd';
```

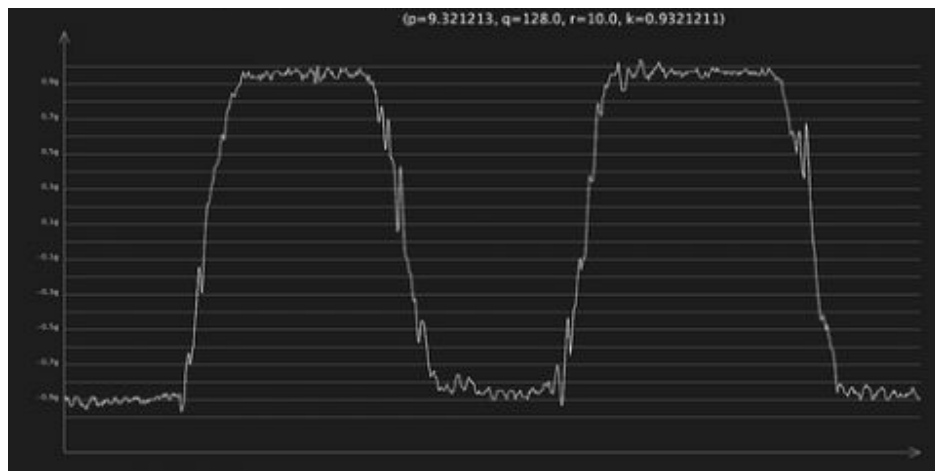
```

klm_gain = (S \ B)';
% Εκτιμώμενη στιγμή και διακύμανση
x_est = x_prd + klm_gain * (z - H * x_prd);
p_est = p_prd - klm_gain * H * p_prd;
% Υπολογισμός μετρήσεων
y = H * x_est;
end

```

Παρακάτω παρατίθενται κάποιες πειραματικές μετρήσεις που έγιναν με την χρήση του κώδικα και ως είσοδο ένα απλό επιταχυνσιόμετρο. Ήταν μια προσπάθεια να παρθεί μια εικόνα για το βέλτιστο των τιμών των διαφόρων παραμέτρων.

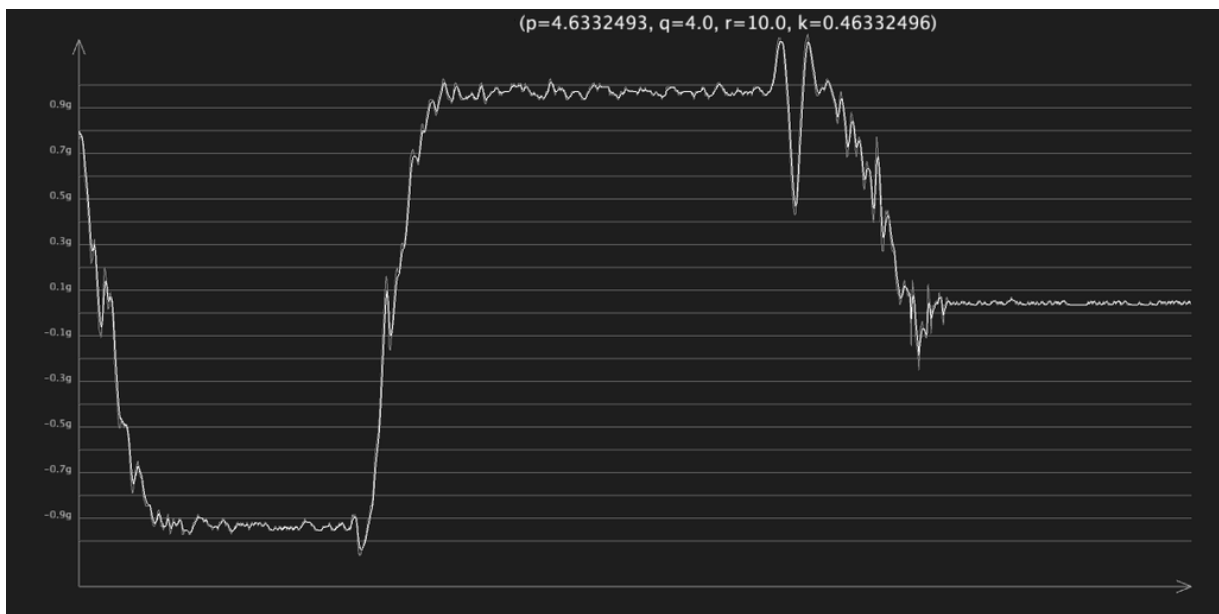
Πρώτη πειραματική τιμή ήταν μια υψηλή τιμή του θορύβου διεργασίας q των 128 που είναι και η μέγιστη απόδοση του επιταχυνσιόμετρου.



Εικόνα 7.2

Λόγω του υψηλού θορύβου, δεν υπάρχει διαφορά μεταξύ φιλτραρισμένων δεδομένων (λευκό χρώμα) και αρχικών δεδομένων (γκρί χρώμα).

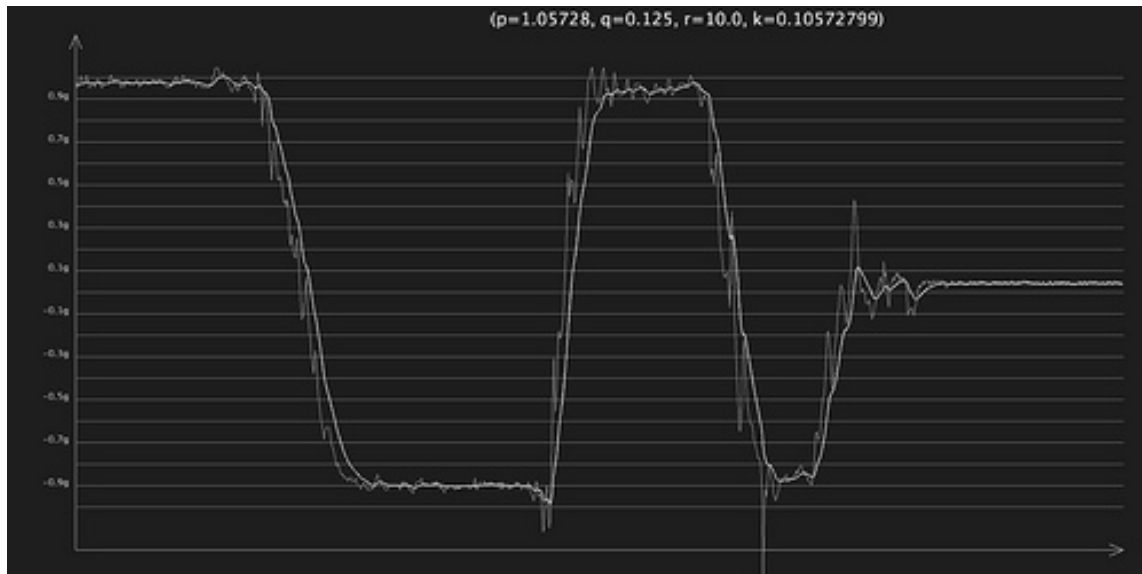
Χαμηλώνοντας το θόρυβο διεργασίας σε μια μικρή τιμή (4) εδώ, αρχίζει να μεταβάλλεται η εικόνα που είχαμε πριν. Κοιτώντας προσεκτικά μπορούμε να δούμε ότι τα δεδομένα του αισθητήρα συχνά υπερβαίνουν την τιμή του φίλτρου. Η φιλτραρισμένη τιμή είναι πολύ κοντά στην πραγματική τιμή, αλλά έχει πολύ θόρυβο ακόμη.



Εικόνα 7.3

Η έξοδος πρέπει να είναι πολύ πιο σταθερή για να μπορέσουμε να έχουμε ιδανικά αποτελέσματα χρησιμοποιώντας αυτό το φίλτρο στο AHRS. Χρειάζεται επομένως, να εξομαλύνουμε το θόρυβο με αποτέλεσμα να πάρουμε ένα καθαρό και σταθερό σήμα.

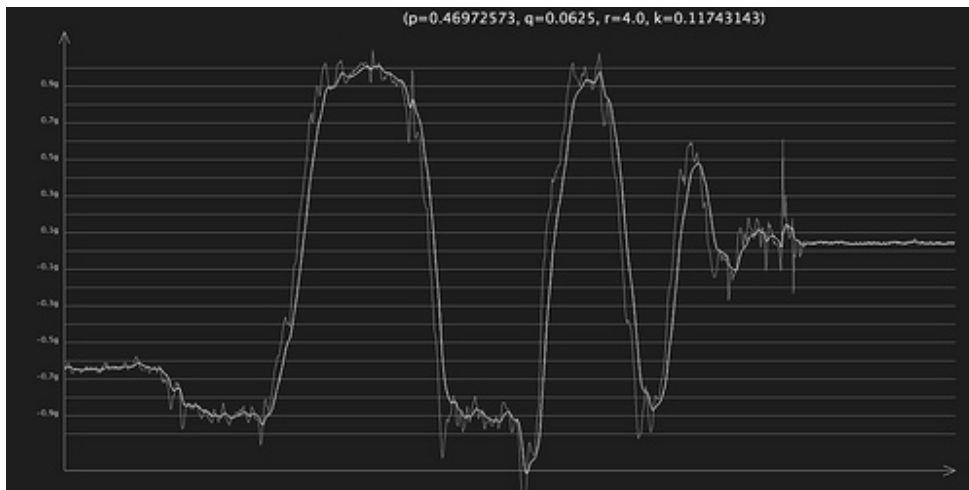
Χαμηλώνοντας την τιμή του θορύβου διεργασίας ακόμη περισσότερο σε 0,125 διαπιστώνουμε ότι το σήμα που παίρνουμε είναι πολύ πιο καθαρό αν και προέρχεται από μια πολύ θορυβώδη πηγή



Εικόνα 7.4

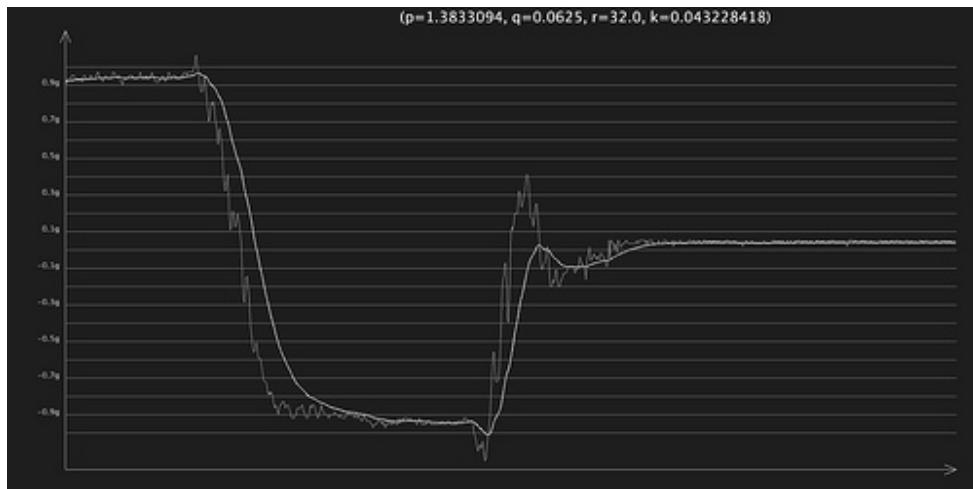
Υπάρχει μια μικρή καθυστέρηση από τα πραγματικά δεδομένα. Σε σύγκριση βέβαια με το ποσοστό μείωσης του θορύβου, είναι αρκετά γρήγορη απόκριση.

Για την ελάττωση του θορύβου του αισθητήρα, μειώνουμε τον συντελεστή θορύβου του αισθητήρα r σε 4 και έχουμε ένα σταθερό αποτέλεσμα το οποίο βασίζεται περισσότερο στα δεδομένα του αισθητήρα.



Εικόνα 7.5

Τέλος, μετά από διάφορες πειραματικές μετρήσεις, παίρνουμε μια ιδανική έξοδο. Η οποία υστερεί μεν, όπως ήταν επόμενο να γίνει, αλλά δίνει ένα καθαρό σήμα που ενδεχομένως να μπορεί να λειτουργήσει ως έξοδος του AHRS.



Εικόνα 7.6

Εν κατακλείδι, το καλύτερο δυνατό αποτέλεσμα θα παρθεί μετά από σωρεία πειραμάτων και επαληθεύσεων. Τα δεδομένα αλλάζουν φυσικά όταν ο αισθητήρας θα βρίσκεται πάνω στο αεροσκάφος και επομένως άλλες παράμετροι εισαγωγής θορύβου θα λάβουν χώρα και θα αλλοιώνουν τα αποτελέσματα. Συμπερνούμε τελικά ότι η εξάλειψη του θορύβου θα πρέπει να διακρίνεται τόσο από ενέργειες που αποτρέπουν το θόρυβο πριν τη δημιουργία του (μόνωση, καλύτερα μηχανήματα, μικρότερα ηλεκτρομαγνητικά πεδία) όσο και από τη διήθηση του μέσω κατάλληλων φίλτρων, όπως το φίλτρο κάλμαν που παρουσιάστηκε.

Κεφάλαιο 8

Επίλογος- Συμπεράσματα-Μελλοντική έρευνα

Η θεωρία απέχει από την πράξη. Η εργασία αυτή παρουσίασε τη θεωρητική ανάλυση της δημιουργίας ενός AHRS. Στην πράξη όμως, χρειάζεται να ληφθούν υπ'όψιν πολλές άλλες φυσικές παράμετροι που ενδεχομένως να επηρεάζουν τα θεωρητικά μοντέλα. Η εργασία αυτή ασχολείται ακρωθιγώς με το θέμα της αυτόνομης πλοήγησης ενός μη επανδρωμένου αεροσκάφους. Ως μελλοντική έρευνα λοιπόν, θα μπορούσε κανείς με βάση τη θεωρία που αναπτύχθηκε να δημιουργήσει και να υλοποιήσει έναν αυτόματο πιλότο. Στις μέρες μας έχει αρχίσει να απασχολεί τους μηχανικούς η ιδέα της αυτόματης πλοήγησης αυτοκινήτων. Ήδη εταιρίες έχουν λάβει τις σχετικές άδειες από τους δημόσιους φορείς για να μπορούν να κατασκευάσουν αυτοκίνητα αυτόνομα. Μια επέκταση της εργασίας αυτής θα μπορούσε να βρει ανταπόκριση στην αυτοκινητοβιομηχανία. δεδομένου ότι η απόλυτη γνώση της θέσης του οχήματος είναι ζωτικής σημασίας για ένα αυτοκινούμενο όχημα. Ο συνδυασμός της γνώσης της κατεύθυνσης με τα στοιχεία από ένα gps, μπορούν να δώσουν επαρκή δεδομένα για την ακριβή θέση του στο δρόμο. Βέβαια, επειδή ένα gps έχει μεγάλη απόκλιση, 10 μέτρα περίπου, όπως αναφέρθηκε θα πρέπει να υπάρξουν φίλτρα ούτως ώστε να εξαλειφθεί το λάθος. Το φίλτρο κάλμαν βοηθάει πολύ στον περιορισμό του λάθους. Συμπερένεται λοιπόν, ότι το AHRS που θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί στο αυτοκίνητο, θα είναι μεν πιο απλό γιατί ένα αμάξι δεν έχει pitch και roll μιας και κινείται σε 2 άξονες αλλά δε θα είναι καθόλου επαρκές για τη λειτουργία του αυτόματου πιλότου του αυτοκινήτου. Θα είναι ένα βασικό στοιχείο, αλλά ένα μέρος από τα συστήματα που θα καθοδηγούν ένα όχημα.

Εικόνες

1.1 UAV : predator military UAV

<http://aeroquad.com/content.php?s=0ab01efe27240f876b8ce4a127845eda>

1.2 το ιπτάμενο περιστέρι του Αρχύτα

1.3 http://thaiuavmaker.blogspot.gr/2011/04/blog-post_3554.html

1.4 <http://blog.executivebiz.com/2012/08/boeing-demonstrates-uav-swarm-technology-gabriel-santander-comments/>

1. Quadcopter: Aeroquad the open quadcopter/Multicopter

3.1 http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Typical_State_space_model.svg

4.2 http://sensorwiki.org/lib/exe/detail.php/sensors/gyro_vsg1.gif?id=sensors%3Agyroscope&cache=cache

5.1 <http://arduino.cc/en/Main/arduinoBoardDuemilanove>

5.2 <http://arduino.cc/en/uploads/Main/arduino-duemilanove-schematic.pdf>

Βιβλιογραφία

ΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΑ Του Δημητρίου Καλλιγερόπουλου

http://en.wikipedia.org/wiki/Unmanned_aerial_vehicle

http://en.wikipedia.org/wiki/State_space_representation

<http://el.wikipedia.org/wiki/%CE%A4%CE%B5%CF%84%CF%81%CE%B1%CE%B4%CF%8C%CE%BD%CE%B9%CE%BF>

Επισκόπηση δυναμικών χαρακτηριστικών και χαρακτηριστικών ελέγχου πτήσης αεροσκαφών
Δ.Ρόζης

Ανάπτυξη υβριδικής αρχιτεκτονικής πλοήγησης αυτόνομων υποβρυχίων οχημάτων με ασαφή λογική και γενετικούς αλγόριθμους Ευάγγελος Κανακάκης

Σεμινάριο αυτομάτου ελέγχου εξισώσεις εσωτερικής κατάστασης-ελεγχιμότητα και παρατηρησιμότητα Δ. Καλλιγερόπουλος

QUATERNIONS: ALGEBRA, GEOMETRY AND PHYSICAL THEORIES A. P. Yefremov Russian University of people friendship

<http://sensorwiki.org/doku.php/sensors/accelerometer>

<http://sensorwiki.org/doku.php/sensors/gyroscope>

http://sensorwiki.org/doku.php/sensors/compass_magnetoresistive

<http://en.wikipedia.org/wiki/Magnetometers>

<http://www.pololu.com/catalog/product/1268>

An AHRS based on a Kalman filter for the integration of inertial, magnetometric and GPS data
Eugenio Denti, Roberto Galatolo, Francesco Schettini University of Pisa, Italy– Department of Aerospace Engineering

<http://arduino.cc/en/Main/arduinoBoardDuemilanove>

<http://www.grobot.gr/index.php/2008-04-19-13-16-38/195-kalman>

Πλοήγηση οχήματος με αισθητήρα μέτρησης αδρανειακών μεγεθών και κωδικοποιητές ταχύτητας Ζαπάρτας Παναγιώτης, Φελεκίδης Νικόλαος

C Code Generation for a MATLAB Kalman Filtering Algorithm www.mathworks.com