Α.Ε.Ι. ΠΕΙΡΑΙΑ Τ.Τ.

ΣΧΟΛΗ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΕΦΑΡΜΟΓΩΝ

ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΤΕ

«ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ. ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΣΤΟ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ MATLAB»

Επιβλέπων Καθηγητής:	ΝΙΚΟΛΑΟΣ ΜΑΝΟΥΣΑΚΗΣ		
Σπουδαστής:	ΕΛΙΣ ΖΥΚΑ	**AM**	38370

ΑΙΓΑΛΕΩ, Μάρτιος 2018

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

ΣΤΗΝ ΟΙΚΟΓΕΝΙΑ ΜΟΥ

ΣΕ ΟΛΟΥΣ ΤΟΥΣ ΚΑΘΗΓΗΤΕΣ ΙΔΡΥΜΑΤΟΣ

ΣΤΟΝ ΚΩΣΤΑΝΤΙΝΟ ΚΟΡΟΜΗΛΑ

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Κεφάλαιο 4ο

Κεφάλαιο 1ο

1.1 ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ ΙΣΤΟΡΙΑ

Η Στατιστική ως έννοια εμφανίζεται από τους μυθικούς χρόνους από της πρώτης δημιουργίας οργανωμένων κοινωνιών. Μια πρώτη γραφή στατιστικής μορφής με αριθμητικά δεδομένα είναι ο νεών κατάλογος (κατάλογος των πλοίων) των Αχαιών στον Τρωικό πόλεμο από τον Όμηρο [4]. Από τον κατάλογο αυτό οι ιστορικοί απέσπασαν σημαντικές εκτιμήσεις της οικονομικής ευρωστίας και του πληθυσμού των πόλεων-κρατών που σημετείχαν καθώς και σημαντικά στοιχεία για την τότε ναυπηγική, ναυτιλία και ναυτική τέχνη. Πρώτη ιστορική συλλογή καθαρά στατιστικών στοιχείων θεωρείται η απογραφή πληθυσμού από τον Αυτοκράτορα της Κίνας Γιάο (Yao) το 2238 π.Χ. Στοιχειώδεις τέτοιες απογραφές είχαν πραγματοποιήσει και άλλοι αρχαίοι λαοί όπως οι αρχαίοι Αιγύπτιοι, οι Βαβυλώνιοι, οι Πέρσες οι αρχαίοι Έλληνες και οι Ρωμαίοι με χαρακτηριστικότερη την απογραφή του Οκταβιανού του Αυγούστου. Στην αρχαιότητα πρώτος στόχος συλλογής στατιστικών στοιχείων ήταν η στράτευση και η φορολόγηση τόσο των πολιτών όσο και ολόκληρων πόλεων, π.χ. των σατραπειών της Περσίας, πόλεων της "Αθηναϊκής Συμμαχίας" κ.λπ. Χαρακτηριστική ήταν και η κοινωνική διάρθρωση της αρχαίας Αθήνας στην Αρχαϊκή εποχή λαμβάνοντας υπόψη ως στατιστικά στοιχεία τον μέδιμνο και τον ίππο. Αλλά και η εκπροσώπηση των φυλών και Δήμων της Αθήνας στην Εκκλησία του Δήμου, οι ψηφοφορίες ακόμα και ο εξοστρακισμός στηρίζονταν σε στατιστικά δεδομένα. Αργότερα με βάση στατιστικών στοιχείων προχώρησαν οι Ρωμαίοι στη διοικητική διαίρεση της Αυτοκρατορίας τους και ακολούθως η Βυζαντινή Αυτοκρατορία δημιουργώντας τα βυζαντινά θέματα.

Η συστηματική όμως συλλογή δεδομένων για πληθυσμό και οικονομία (δημογραφική στατιστική) άρχισε στη διάρκεια της Αναγέννησης και ειδικότερα στη Βενετία και την Φλωρεντία όπου και γρήγορα επεκτάθηκε σ΄ όλα τα τότε Βασίλεια της Ευρώπης. Περί το τέλος του 11ου αιώνα, επί εποχής Γουλιέλμου του Κατακτητή, πραγματοποιήθηκε μια σπουδαία στατιστική απογραφή που αφορούσε μονάδες παραγωγής της Αγγλίας, όπως μεταλλεία, ιχθυοτροφεία κ.λπ. Οι μεγάλοι όμως ρυθμοί θνησιμότητας που άρχισαν να παρατηρούνται λίγο αργότερα, από επιδημικές ασθένειες, πολέμους και λιμοκτονίες έδωσαν ιδιαίτερη ώθηση στη στατιστική έρευνα καταγράφοντας αιτίες και απώλειες. Έτσι το 1348 ξεκίνησαν οι καταγραφές θανάτων από την πανώλη, την φοβερή ασθένεια που κράτησε τέσσερις αιώνες. Στις καταγραφές αυτές προστέθηκαν και θάνατοι από άλλες αιτίες. Το 1620 ο Άγγλος έμπορος Τζον Γκράουντ ξεκίνησε πρώτος τη δειγματοληπτική έρευνα σε οικογένειες του Λονδίνου όπου και διαπίστωσε ότι σε κάθε 88 άτομα υπήρχαν τρεις θάνατοι. Από το στοιχείο αυτό και χρησιμοποιώντας τους εν λόγω καταλόγους που έδιναν 13.200 θανάτους εκτιμήθηκε ότι ο πληθυσμός του Λονδίνου το 1620 αριθμούσε 387.000 κατοίκους. Έτσι πολλοί επιστήμονες θέτουν αφετηρία της Στατιστικής το έτος 1663, με την έκδοση του βιβλίου *Φυσικές και Πολιτικές παρατηρήσεις της Θνησιμότητας* του John Graunt. Η ραγδαία ανάπτυξη του εμπορίου που σημειώθηκε από τον 16ο μέχρι τον 19ο αιώνα εξανάγκασε τις αρχές των κρατών στη μελέτη των νέων οικονομικών δεδομένων του εμπορίου των μεταφορών και των βιομηχανιών καθώς και του εργατικού δυναμικού. Σήμερα η στατιστική έρευνα από μαθηματική τεχνική έχει αναχθεί σε σπουδαία αυτοτελή επιστήμη ακολουθώντας ιδιαίτερες μεθόδους ανάλυσης.

1.2 ΕΤΥΜΟΛΟΓΙΑ

Ο όρος *στατιστική* είναι αρχαία ελληνική λέξη που ετυμολογείται από το αρχαίο ρήμα *ίστημι* και του εξ αυτού παραγώγου ρήματος *στατίζω* που σημαίνει τοποθετώ, ταξινομώ, συμπεραίνω. Παράγωγο δε και ο στατήρας. Τον όρο στατιστική αναφέρει ο Σωκράτης (Ξενοφώντας "Απομνημονεύματα") καθώς και ο Αριστοτέλης στο έργο του "Πολιτεία" απ΄ όπου και εισήλθε στη λατινική γλώσσα στη φράση *statisticum collegium* (διάλεξη για υποθέσεις της πολιτείας), από την οποία προήρθε με τη σειρά της η Ιταλική λέξη *statista*, που σημαίνει πολιτικός, και η Γερμανική λέξη *Statistik*, η οποία αρχικά αναφερόταν στην ανάλυση των δεδομένων για την πολιτεία. Τη σύγχρονη γενική έννοια της συλλογής και ταξινόμησης δεδομένων φέρεται να έλαβε στις αρχές του δεκάτου ένατου αιώνα.

1.3 ΟΡΙΣΜΟΣ

Γενικά ο όρος Στατιστική φέρεται με διττή σημασία, αφενός υποδηλώνοντας μαθηματικές μεθόδους χειρισμού δεδομένων που λήφθηκαν με απαρίθμηση ή μέτρηση και αφετέρου αυτά τα ίδια τα δεδομένα που έχουν υποστεί αυτούς τους χειρισμούς. Σύμφωνα με τον Α. Αλεξόπουλο εξετάζοντας τον ορισμό όπως αυτός καθορίστηκε στη δεκαετία του 1950 "Στατιστική είναι σύνολο μεθόδων που καθοδηγούν στη λήψη ορθών αποφάσεων σε περιπτώσεις αβεβαιότητας" τονίζει την εννοιολογική διάκριση του συνόλου των στοιχείων ενός φαινομένου και το σύνολο των μεθόδων που εξετάζουν αυτά προς τον κοινό σκοπό.

Σύμφωνα με το Λεξικό Οικονομικοτεχνικών Όρων του Ελληνικού Κέντρου Παραγωγικότητος "Στατιστική είναι α) τα αριθμητικά δεδομένα που αναφέρονται σε σύνολο ατόμων, (έμψυχων, άψυχων, φαινόμενα κ,λπ.) και β) επιστήμη συλλογής, ανάλυσης και ερμηνείας τούτων των δεδομένων".

Η Στατιστική έρευνα βασίζεται στη χρήση της στατιστικής θεωρίας, ενός κλάδου των εφαρμοσμένων μαθηματικών. Στη στατιστική, η τυχαιότητα και η απροσδιοριστία ορίζονται στα πλαίσια της θεωρίας πιθανοτήτων. Η πρακτική της στατιστικής περιλαμβάνει την σχεδίαση, συλλογή και ερμηνεία δεδομένων που προκύπτουν από αβέβαιες παρατηρήσεις. Επειδή η στατιστική αποσκοπεί στην εξαγωγή των «καλύτερων» πληροφοριών από τα διαθέσιμα δεδομένα, κατατάσσεται από μερικούς ως κλάδος της θεωρίας των αποφάσεων.

1.4 ΣΤΑΤΙΣΤΚΗ ΓΕΝΙΚΑ

Η Στατιστική ως ιδιαίτερος κλάδος των μαθηματικών στην ουσία προσφέρει δύο σπουδαίες δυνατότητες αφενός την περιγραφή αριθμητικών συνόλων δεδομένων έρευνας και στη συνέχεια την ανάλυση αυτών. Συνέπεια αυτών των δυνατοτήτων είναι και η βασική διάκρισή της σε περιγραφική στατιστική και σε αναλυτική στατιστική.

Στη Περιγραφική στατιστική περιγράφονται τα διάφορα στατιστικά στοιχεία μετά από συλλογή και ταξινόμηση κατά ομάδες των στατιστικών δεδομένων τα οποία ακολούθως παρουσιάζονται υπό μορφή ανάλυσης σε πίνακες, διαγράμματα με χαρακτηριστικές τιμές, ή ιδιότητες.
Στην Αναλυτική στατιστική, που είναι περισσότερο περίπλοκη, αναζητείται με διάφορες μεθόδους ο προσδιορισμός βαθμού εμπιστοσύνης στην εξαγωγή ασφαλών συμπερασμάτων μέσα όμως από κάποιο περιορισμένο δείγμα στοιχείων ενός γενικότερου συνόλου.

Συνέπεια των παραπάνω είναι η Στατιστική ν΄ αποτελεί σήμερα τον μεγάλο αρωγό στο ερευνητικό πεδίο όλων των επιστημών και όχι μόνο. Ακόμα και στη καθημερινή ζωή η στατιστική απαντάται σ΄ όλους τους χώρους της ανθρώπινης δραστηριότητας λαμβάνοντας έτσι επιμέρους ονομασίες π.χ. δημογραφική, τουριστική, συγκοινωνιακή, πολιτική, βιομηχανική, ναυτιλιακή, αγροτική, εκπαιδευτική, κ.ά. Ιδιαίτερη όμως σημαντική βοήθεια είναι αυτή που προσφέρει στις Συμπεριφορικές επιστήμες επιλύοντας ιδιαίτερα πολύπλοκα και σύνθετα προβλήματα της συμπεριφοράς, μετά από επεξεργασία κάθε είδους αντιδράσεων ή επιδόσεων που με στατιστικές μεθόδους λαμβάνουν μετρήσιμα μεγέθη, ως μεταβλητές, κατόπιν εφαρμογής διαφόρων τεχνικών (π.χ. τεστ, ερωτηματολόγια, κλίμακες μέτρησης, κ.ά.).

1.5 ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΝΟΙΕΣ

Επισημαίνεται ότι η στατιστική ως ιδιαίτερη μέθοδος έρευνας, σε αντίθεση με την παρατήρηση και το πείραμα, ερευνά πάντα πλήθος παρατηρημάτων. Έτσι γεννιέται η έννοια του στατιστικού πληθυσμού που αποτελεί ομάδα παρατηρημάτων, όπως π.χ. μπορεί να είναι ένα σύνολο φοιτητών, ή σύνολο ψηφοφόρων, ή σύνολο παραγομένων οχημάτων κ.ά. Κάθε ένα μέρος αυτής της ομάδας (φοιτητής, ψηφοφόρος, όχημα) αποτελεί στατιστική μονάδα του αντίστοιχου στατιστικού πληθυσμού. Επειδή όμως εκ των πραγμάτων η εξέταση της καθεμιάς στατιστικής μονάδας χωριστά είναι και ιδιαίτερα χρονοβόρα αλλά και οικονομικά ασύμφορη, ακολουθείται η μελέτη ενός μόνο μέρους του συνόλου το οποίο και καλείται στατιστικό δείγμα που λαμβάνεται κατά τη δειγματοληψία με διάφορους τρόπους - μεθόδους.
Η ιδιότητα ή το χαρακτηριστικό με το οποίο εξετάζεται ένας στατιστικός πληθυσμός ονομάζεται μεταβλητή, που αποτελεί μετρήσιμο μέγεθος σχέσης, ή αξίας. Οι μεταβλητές (δηλαδή οι εξεταζόμενες ιδιότητες ή χαρακτήρες) διακρίνονται σε διάφορα είδη.

Μετά τη συλλογή των στατιστικών στοιχείων, που επιτελείται με διάφορες διαδικασίες, ακολουθεί η επεξεργασία, η ταξινόμηση, και η παρουσίασή τους σε πίνακες, ή διαγράμματα.

1.5.1 ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΟΣ ΠΛΗΘΥΣΜΟΣ

Με τον όρο στατιστικός πληθυσμός χαρακτηρίζεται οποιοδήποτε σύνολο - ομάδα: ατόμων, αντικειμένων, φαινομένων, ή συμπεριφορών της στατιστικής έρευνας. Τέτοιες ομάδες μπορεί να είναι το εκλογικό σώμα επικείμενων εκλογών, το σύνολο φοιτητών μιας σχολής, τα ετήσια αλιεύματα μιας περιοχής ή χώρας, η ημερήσια παραγωγή οχημάτων μιας αυτοκινητοβιομηχανίας, κ.λπ. Ο Στατιστικός πληθυσμός μπορεί επίσης να είναι ένα σύνολο επαναλαμβανόμενων μετρήσεων που έχουν προηγηθεί με παρατήρηση ή πείραμα, ή τιμών ή σχέσεων και ιδιοτήτων που αποκαλύπτονται στο στάδιο της στατιστικής επεξεργασίας τους.

Κάθε στατιστικός πληθυσμός αποτελείται από στατιστικές μονάδες, αυτές μπορεί να είναι ένας ψηφοφόρος ή φοιτητής, ή είδος αλιεύματος, ή όχημα αντίστοιχα των παραπάνω παραδειγμάτων. Πολλές φορές όμως συμβαίνει ένας στατιστικός πληθυσμός να είναι ιδιαίτερα πολυπληθής όπου και καθίσταται ανάγκη ο επιμερισμός του. Τότε γίνεται χρήση του λεγόμενου "στατιστικού υποπληθυσμού", ή "στατιστικού υποσυνόλου", όπως κατά αντιστοιχία παραδειγμάτων μπορεί να είναι οι ψηφοφόροι ανά περιοχή, ή κατά ηλικία, φοιτητές ανά έτος σχολής, αλιεύματα κατά παράλιο νομό ή κατά μήνα, οχήματα ανά τύπο. Στις περιπτώσεις αυτές ο επιμερισμός γίνεται με βάση συγκεκριμένες ιδιότητες ή σχέσεις που δεν θα πρέπει να διαφοροποιούνται κατά τον επιμερισμό. Οι σχέσεις αυτές - ιδιότητες καλούνται μεταβλητές, ή χαρακτήρες. Εκτός της περίπτωσης του πολυπληθούς στατιστικού πληθυσμού ο επιμερισμός μπορεί να καθίσταται αναγκαίος στις περιπτώσεις που αυτός τυγχάνει ετερογενής με διαφορετικές ιδιότητες των μονάδων του, π.χ. άνδρες - γυναίκες, επαγγελματίες και ερασιτέχνες αλιείς, αξιωματικοί - υπαξιωματικοί - στρατιώτες κ.λπ. οπότε ο επιμερισμός ακολουθεί ορισμένα πρότυπα των μεταβλητών.

1.5.2 ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ ΜΟΝΑΔΑ

Η Στατιστική ως μονάδα και εξ αυτού στατιστική μονάδα χαρακτηρίζεται κάθε μέλος - οντότητα ενός στατιστικού πληθυσμού, ή στατιστικού δείγματος. Έτσι στατιστική μονάδα μπορεί να είναι πρόσωπο, ζώο, φυτό, αντικείμενο, φαινόμενο, επιχείρηση, μέτρηση που επαναλαμβάνεται, (π.χ. θερμομετρική, σφυγμομετρική κ.λπ.), αλλά και σε ευρύτερη έρευνα γεωγραφικός χώρος (π.χ. νήσος, λιμένας, αεροδρόμιο κ.ά.), επαγγελματική δραστηριότητα, λαός, ήπειρος ακόμα και γαλαξίας σε συμπαντική αστρονομική έρευνα.

- Η στατιστική μονάδα δεν θα πρέπει να συγχέεται με το στατιστικό στοιχείο. Για παράδειγμα οι προθέσεις ενός ψηφοφόρου (στατ. μονάδας) είναι στατιστικά στοιχεία αυτής της μονάδας, ομοίως οι αφιξο-αναχωρήσεις πλοίων από ένα λιμένα, το γένος, η ηλικία και η επαγγελματική κατάρτιση των απασχολουμένων σε μία επιχείρηση κ.λπ.

1.5.3 ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΟ ΔΕΙΓΜΑ

Στη Στατιστική με τον όρο δείγμα και εξ αυτού στατιστικό δείγμα χαρακτηρίζεται ένα οποιοδήποτε αντιπροσωπευτικό μέρος ενός στατιστικού πληθυσμού.Ειδικότερα όταν πρόκειται για στατιστικούς πληθυσμούς ιδιαίτερα πολυπληθείς σε στατιστικές μονάδες όπου η συλλογή στατιστικών δεδομένων καθίσταται ιδιαίτερα χρονοβόρα αλλά και οικονομικά ασύμφορη, εκτός του ότι πολλές φορές καθίσταται και αδύνατη, τότε αντί πλήρους απογραφής των στατιστικών μονάδων όλου του πληθυσμού, η στατιστική έρευνα, δηλαδή ο στατιστικολόγος, περιορίζεται στην έρευνά του σ΄ ένα υποσύνολο του πληθυσμού που καλείται *στατιστικό δείγμα* όπου τα εξ αυτού λαμβανόμενα στατιστικά στοιχεία γενικεύονται συμπερασματικά για όλο τον στατιστικό πληθυσμό. Η συλλογή στατιστικών στοιχείων από στατιστικό δείγμα ονομάζεται δειγματοληψία. Τα δε συμπεράσματα που θα προκύψουν από το στατιστικό δείγμα προκειμένου να είναι αξιόπιστα θα πρέπει να ισχύουν με ικανοποιητική ακρίβεια για ολόκληρο τον πληθυσμό στον οποίο ανήκει.

Συνεπώς βασική προϋπόθεση για να συμβεί αυτό είναι η σωστή επιλογή του δείγματος, δηλαδή να είναι όπως λέγεται αντιπροσωπευτικό. Στη πράξη αντιπροσωπευτικό δείγμα χαρακτηρίζεται εκείνο που έχει επιλεγεί κατά τέτοιο τρόπο, ώστε κάθε στατιστική μονάδα του πληθυσμού να έχει την ίδια δυνατότητα, ή πιθανότητα, της επιλογής του στο δείγμα.

Μετά τα παραπάνω καθίσταται σαφές ότι η επιλογή του στατιστικού δείγματος δεν είναι τις περισσότερες φορές εύκολη υπόθεση αλλά αντίθετα μια ιδιαίτερα δύσκολη αλλά και σοβαρή διαδικασία, όπου το παραμικρό λάθος προσδιορισμού του αν συμβεί το βέβαιο θα είναι ολόκληρη η έρευνα όχι μόνο να χάσει την αξιοπιστία της, αλλά πολύ χειρότερο να οδηγήσει σε λανθασμένα συμπεράσματα με απρόβλεπτες εξελίξεις επί αποφάσεων που θα ληφθούν ένεκα αυτών, ιδιαίτερα σε θέματα οικονομικής πολιτικής.

1.5.4 ΔΕΙΓΜΑΤΟΛΗΨΙΑ

Δειγματοληψία στη στατιστική είναι η τεχνική της επιλογής ενός μέρους του πληθυσμού (το οποίο ονομάζεται δείγμα). Με την ορολογία *πληθυσμός* εννοούμε ένα πλήθος παρατηρήσεων ή μετρήσεων ο οποίος μπορεί να αποτελεί ένα πεπερασμένο ή άπειρο πλήθος στοιχείων (ονομάζεται *μέγεθος του πληθυσμού* και συμβολίζεται με N). Το πλήθος των στοιχείων ενός δείγματος ονομάζεται *μέγεθος του δείγματος* και συμβολίζεται με n. Όταν έχουμε ένα πληθυσμό μπορούμε κατά την δειγματοληψία είτε επανατοποθετώντας το στοιχείο πάλι πίσω στο πληθυσμό είτε χωρίς επανατοποθέτηση. Η πρώτη περίπτωση ονομάζεται *δειγματοληψία με επανατοποθέτηση* ενώ η δεύτερη περίπτωση ονομάζεται *δειγματοληψία χωρίς επανατοποθέτηση*. *Στην δειγματοληψία χωρίς επανατοποθέτηση* το κάθε στοιχείο του πληθυσμού μπορεί να επιλεγεί το πολύ μόνο μια φορά. Όταν η επιλογή του στοιχείου μέσα από το πληθυσμό γίνεται με τέτοιο τρόπο ώστε μα επιλέγεται με την ίδια πιθανότητα οποιοδήποτε στοιχείο του πληθυσμού τότε το δείγμα αυτό ονομάζεται *τυχαίο δείγμα*.

1.6 ΠΑΛΙΝΔΡΟΜΙΣΗ

Η παλινδρόμηση είναι μια ευρέως χρησιμοποιούμενη στατιστική τεχνική μοντελοποίησης για την έρευνα της συσχέτισης μεταξύ μίας εξαρτώμενης μεταβλητής και μιας ή περισσότερων ανεξάρτητων μεταβλητών. Χρησιμοποιείται με σκοπό την εκχώρηση δεδομένων σε μία πραγματική μεταβλητή πρόβλεψης, όπως ισχύει και στην περίπτωση της κατηγοριοποίησης όταν είναι διακριτή, αλλιώς καλείται παλινδρόμηση αν η μεταβλητή είναι συνεχής. Η παλινδρόμηση προϋποθέτει ότι τα σχετικά δεδομένα ταιριάζουν με μερικά γνωστά είδη συνάρτησης και μετά καθορίζει την καλύτερη συνάρτηση αυτού του είδους που μοντελοποιεί τα δεδομένα που έχουν δοθεΙ. Αποτέλεσμα της παλινδρόμησης όταν χρησιμοποιείται ως τεχνική εξόρυξης δεδομένων, αποτελεί ένα μοντέλο που χρησιμοποιείται αργότερα για να προβλέψει τις τιμές της κατηγορίας για τα νέα δεδομένα.Τέτοια παραδείγματα εφαρμογής της παλινδρόμησης αποτελεί η πρόβλεψη της ζήτησης για ένα νέο προϊόν ή υπηρεσία συναρτήσει των δαπανών διαφήμισης ή ο υπολογισμός της ταχύτητας του ανέμου σε σχέση με την θερμοκρασία, την υγρασία και την ατμοσφαιρική πίεση του περιβάλλοντος.

1.6.1 ΜΟΝΤΕΛΑ ΠΑΛΙΝΔΡΟΜΙΣΗΣ

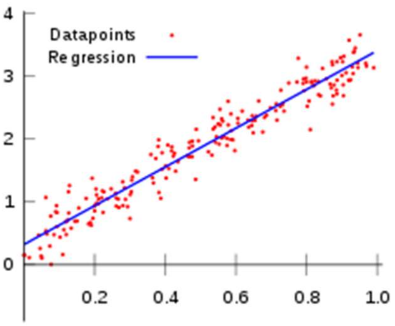
Όπως αναφέραμε και στην αρχή η Παλινδρόμηση (Regression) είναι μια στατιστική τεχνική μοντελοποίησης για την έρευνα της συσχέτισης μεταξύ μίας εξαρτώμενης μεταβλητής και μιας ή περισσότερων ανεξάρτητων μεταβλητών.Το Γενικευμένο Νευρωνικό Δίκτυο Παλινδρόμησης (Generalized Regression Neural Network - GRNN) μπορεί να εκτελέσει διεργασίες παλινδρόμησης για να κατασκευάσει ένα μοντέλο παλινδρόμησης. Τα μοντέλα παλινδρόμησης περιλαμβάνουν τις ακόλουθες μεταβλητές]:

- Οι άγνωστες παράμετροι συσχέτισης που δηλώνονται ως β (διάνυσμα).
- Οι ανεξάρτητες μεταβλητές X (διάνυσμα).
- Η εξαρτώμενη μεταβλητή Y.

Ένα μοντέλο παλινδρόμησης συσχετίζει το Y σε μία συνάρτηση παλινδρόμησης/*regression* των X και β, $f=(X,\beta)$. Ο συνήθης φορμαλισμός είναι η ανάλυση παλινδρόμησηςπου μας βοηθά να κατανοήσουμε την μεταβολή της εξαρτώμενης μεταβλητής Y όταν μμεταβάλλεται μία από τις ανεξάρτητες μμεταβλητές X, ενώ οι άλλες ανεξάρτητες μεταβλητές κρατιούνται σταθερές. Συνήθως, επιδιώκεται να εξακριβωθεί η αιτιώδης επίδραση μιας μεταβλητής επάνω σε άλλη. Για παράδειγμα, η επίδραση της αύξησης τιμών προϊόντων με την προσφορά/ζήτηση. Η επίδραση της παροχής χρημάτων στο ρυθμό πληθωρισμού. Για τέτοια ζητήματα, συγκεντρώνονται τα δεδομένα που αφορούν τις μμεταβλητές ενδιαφέροντος και υιοθετείται η παλινδρόμηση για να υπολογίσει την ποσοτική επίδραση των μμεταβλητών επάνω στη μμεταβλητή που επηρεάζουν. Αξιολογείται επίσης η "στατιστική σημασία" των κατ' εκτίμηση συσχετίσεων, δηλαδή ο βαθμός εμπιστοσύνης (confidence) ότι η αληθινή συσχέτιση είναι κοντά στην κατ' εκτίμηση. Η ανάλυση παλινδρόμησης για πρόβλεψη και πρόγνωση έχει ουσιαστική επικάλυψη με τον τομέα της μηχανικής μάθησης.

1.6.2 ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΠΑΛΙΝΔΡΟΜΙΣΗ

Η παλινδρόμηση είναι μια τεχνική που χρησιμοποιείται για την μοντελοποίηση και την ανάλυση αριθμητικών δεδομένων, μιας εξαρτημένης μεταβλητής και κάποιων ανεξάρτητων μεταβλητών. Το μοντέλο είναι μια συνάρτηση συσχέτισης της εξαρτημένης μεταβλητής από τις ανεξάρτητες. Η μοντελοποίηση μπορεί να γίνει χωρίς να είναι γνωστή απο πριν η γνώση για τον τρόπο με τον οποίο συνδέεται η εξαρτημένη μεταβλητή από τις ανεξάρτητες και τότε ονομάζεται εμπειρική μοντελοποίηση. Στην γραμμική παλινδρόμηση, η απαίτηση του μοντέλου που θα παραχθεί είναι η εξαρτημένη μεταβλητή y να είναι ένας γραμμικός συνδυασμός των ανεξαρτήτων μεταβλητών.



Στην απλή γραμμική παλινδρόμηση υπάρχει η ανεξάρτητη μεταβλητή x_i, και δύο παράμετροι β_0 και β_1. Το μοντέλο έχει τη μορφή $y_i=\beta_0+\beta_1 x_i+\sigma_i$ με i=1, όπου σ_i είναι το σφάλμα της πρόβλεψης.

1.7 ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ

Ως στατιστικά δεδομένα χαρακτηρίζονται γενικά οποιαδήποτε εμπειρικά δεδομένα παρατήρησης ή πειράματος που έχουν υποστεί στατιστική επεξεργασία. Τα δεδομένα των παρατηρήσεων και πειραμάτων στατιστικού ενδιαφέροντος συλλέγονται κατά διάφορους τρόπους και μεθόδους απαρίθμησης ή μέτρησης και στη συνέχεια ταξινομούνται σε ιδιαίτερα σύνολα ενδιαφέροντος που αποτελούν και τις στατιστικές βάσεις (δεδομένων). Μετά δε από σχετική επεξεργασία τους με διάφορες στατιστικές μεθόδους, ακολουθεί η παρουσία και η ανάλυσή τους ως στατιστικά στοιχεία.
Η συλλογή στατιστικών δεδομένων γίνεται με παρατήρηση, ή πείραμα καθώς και με απογραφή ή δειγματοληψία. Η δε παρουσία και δημοσίευσή τους γίνεται κατά διάφορους τρόπους είτε με σχετικές αναφορές, είτε με εκπόνηση στατιστικών πινάκων, είτε με γραφικές παραστάσεις.

1.8 ΜΕΣΗ ΤΙΜΗ

Μέσος όρος ή αλλιώς δειγματική μέση τιμή ενός συνόλου ν παρατηρήσεων αποτελεί το σπουδαιότερο και χρησιμότερο μέτρο της Στατιστικής και είναι ένα *μέτρο θέσης*, δηλαδή δείχνει σχετικά τις θέσεις των αριθμών στους οποίους αναφέρεται. Η μέση τιμή συμμετέχει σε αρκετούς τύπους της στατιστικής και εξετάζεται σε σχεδόν όλες τις στατιστικές κατανομές. Γενικά, ορίζεται ως το άθροισμα των παρατηρήσεων δια του πλήθους αυτών. Είναι δηλαδή η μαθηματική πράξη ανεύρεσης της «μέσης απόστασης» ανάμεσα σε δύο ή περισσότερους αριθμούς. Η μέση τιμή συμβολίζεται με $\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} t_i$,όπου t_i η i παρατήρηση και n το πλήθος των παρατηρήσεων.

1.9 ΣΦΑΛΜΑ

Η πραγματοποίηση μιας μέτρησης έχει μικρή αξία αν δεν έχουμε μια εκτίμηση του σφάλματος που μπορεί να προκύψει στη όλη διαδικασία. Η γνώση τους αποτελεί απαραίτητη προϋπόθεση για την επιτυχία κάποιας μέτρησης. Η δε προσπάθεια μείωσης της σημασίας τους μπορεί να οδηγήσει σε τεράστια αύξηση του κόστους ή ακόμη και σε αδιέξοδες καταστάσεις. Σ’ αυτό ακριβώς το πρόβλημα είναι αφιερωμένες οι σελίδες που ακολουθούν. Οι σημειώσεις αυτές δεν έχουν σκοπό να παρουσιάσουν τη θεωρία των σφαλμάτων που είναι αρκετά εκτεταμένη και μερικές φορές πολύπλοκη ιδιαίτερα για το επίπεδο του φοιτητή που μόλις ξεκινά την πορεία του στην Μηχανολογία. Εξάλλου οι βάσεις της πρέπει να διδαχτούν στο αντίστοιχο μάθημα των Μαθηματικών. Σαν σκοπό βάλαμε απλά να δώσουμε στους φοιτητές να καταλάβουν την έννοια των σφαλμάτων, τη σπουδαιότητά τους και την αναγκαιότητα υπολογισμού τους. Δίνονται επίσης οι βασικοί μαθηματικοί τύποι που επιτρέπουν στο φοιτητή να δουλεύει με τα σφάλματα τουλάχιστον στο επίπεδο των εργαστηρίων Μηχανολογικών Μετρήσεων. Παράλληλα παρουσιάζεται το κριτήριο του Chauvenet που κατά την γνώμη μας αποτελεί ένα χρήσιμο εφόδιο. Μέτρηση είναι η σύγκριση κάποιου μεγέθους με κάποιο άλλο "πρότυπο". Έτσι όταν μετρούμε το μήκος συγκρίνουμε το μήκος που μετράμε με ένα "πρότυπο" μέτρο, όταν μετρούμε την τάση ή την ένταση του ρεύματος τη συγκρίνουμε με γνωστές τάσεις ή εντάσεις που μας βοήθησαν να βαθμολογήσουμε το βολτόμετρο ή το αμπερόμετρο κ.τ.λ. Έτσι λοιπόν σε κάθε μέτρηση, πρέπει πάντα να φροντίζουμε ώστε το "πρότυπο" μέγεθος να είναι σωστό και να ανταποκρίνεται στις απαιτήσεις της μέτρησης.

Ας δούμε τώρα πως στην πράξη γίνεται μια μέτρηση και μάλιστα σ’ ένα πολύ απλό παράδειγμα. Ας υποθέσουμε ότι πρέπει να μετρήσουμε το ύψος ενός κουφώματος για να βάλουμε μια πόρτα. Αυτή η μέτρηση μπορεί να γίνει με διάφορους τρόπους. α) Ένας έμπειρος ξυλουργός κοιτάζοντας το κούφωμα (χρησιμοποιώντας δηλαδή σαν όργανο μέτρησης το μάτι του σε συνδυασμό με την εμπειρία που έχει) λέει ότι το ύψος είναι περίπου 210 cm. Ύστερα όμως από λίγη σκέψη προσθέτει ότι το ύψος της βρίσκεται ανάμεσα στα 205 cm και τα 215 cm. Δηλαδή έχουμε:

$$205 \; cm < h_1 < 215 \; cm \text{ ή αλλιώς } h_1 = (210 \pm 5) \; cm$$

β) Φυσικά ο ξυλουργός δεν είναι ικανοποιημένος μόνο απ' αυτό. Με το μέτρο του μετράει τώρα το κούφωμα και βρίσκει 211.3 cm. Εμείς όμως παίρνουμε υπ' όψη μας ότι στη μέτρηση αυτή μπορούν να επιδράσουν διάφοροι παράγοντες (π.χ. θερμική διαστολή, κατασκευή και τοποθέτηση του μέτρου, το γεγονός ότι ένα συνηθισμένο μέτρο δεν έχει υποδιαιρέσεις πιο συχνές από 0.1 cm κ.τ.λ.) και γι' αυτό για μεγαλύτερη σιγουριά γράφουμε:

$$211.25 \; cm < h_2 < 211.35 \; cm \text{ ή } h_2 = (211.30 \pm 0.05) \; cm.$$

γ) Ιδιοκτήτης όμως του διαμερίσματος είναι ένας φυσικός που θέλει να πάρει μια καλύτερη απάντηση στο ερώτημα πόσο είναι το ύψος του κουφώματος. Χρησιμοποιεί μια συσκευή ακριβείας (π.χ. ένα συμβολόμετρο) και κάνοντας μια μέτρηση βρίσκει ότι το ύψος είναι 211.300158 cm. Αλλά και πάλι δεν μπορεί να είναι σίγουρος τι συμβαίνει με τα επόμενα δεκαδικά ψηφία, γι' αυτό γράφει:

$$211.3001575 cm < h_3 < 211.3001585 cm \text{ ή } h_3 = (211.3001580 \pm 0.0000005) cm.$$

Ποια είναι λοιπόν η σωστή μέτρηση; Προφανώς σωστές είναι και οι τρεις. Μόνο που διαφέρουν ως προς την ακρίβειά τους, ή όπως αλλιώς λέμε ως προς το "σφάλμα" τους (δηλ. την ποσότητα που είναι μετά το ±).

Αν τώρα το ερώτημα τεθεί διαφορετικά: Ποιο είναι το ύψος του κουφώματος; Εδώ και πάλι από μια άποψη θα μπορούσαμε ν' απαντήσουμε: και το h_1 και το h_2 και το h_3. Όμως η ερώτηση αυτή αποκτάει συγκεκριμένο νόημα αν ξέρουμε για ποιο λόγο μας χρειάζεται το ύψος αυτό. Έτσι π. χ. στη συγκεκριμένη περίπτωση, για την τοποθέτηση της πόρτας αρκεί να ξέρουμε το h_2. Αν μας έχει δοθεί μόνο το h_1 πιθανόν η πόρτα που θα φτιάξουμε να μην ταιριάζει ενώ το h_3 περιέχει πολλές πληροφορίες που για τον ξυλουργό είναι περιττές πολυτέλειες πολύ δε περισσότερο επειδή είναι σίγουρο πως με τα εργαλεία που διαθέτει είναι αδύνατο να πετύχει τέτοια ακρίβεια στην κατασκευή της πόρτας. Συνοψίζοντας λοιπόν μπορούμε να πούμε ότι ο όρος "σφάλμα" στην επιστημονική γλώσσα σημαίνει την αναπόφευκτη, αριθμητικά εκφρασμένη, έλλειψη ακρίβειας που υπάρχει στη μέτρηση ενός μεγέθους που οφείλεται στις ατέλειες ή ελαττωματικότητες των οργάνων και των μεθόδων μέτρησης. Ορισμένα σφάλματα (τα λεγόμενα συστηματικά, τα οποία θα δούμε παρακάτω) μπορούν ν' αποφευχθούν. Είναι αδύνατον όμως να κάνουμε μέτρηση χωρίς σφάλμα. Μπορούμε βέβαια να "ελαχιστοποιήσουμε" τα σφάλματα της μέτρησης. Κάτι τέτοιο έγινε στην περίπτωση "γ" του παραδείγματός μας. Αυτό όμως δεν μας χρειαζόταν και θα μπορούσαμε να το είχαμε αποφύγει. Έτσι στις μετρήσεις πρέπει πάντα να ξέρουμε:

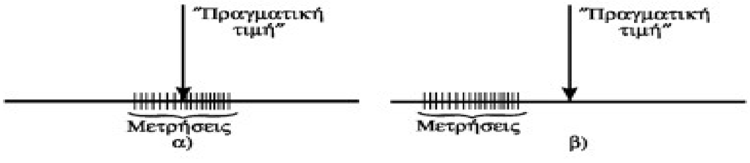
* Τι ακρίβεια μπορούμε να πετύχουμε και

* Τι ακρίβεια εμείς επιθυμούμε.

Με αυτό τον τρόπο και ανεπιθύμητα προβλήματα μπορούμε ν' αποφύγουμε, και πολυδάπανες αλλά άχρηστες στην ουσία εγκαταστάσεις και περιττό κόπο να γλυτώσουμε.

1.9.1 ΣΥΣΤΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΤΥΧΑΙΑ ΣΦΑΛΜΑΤΑ

Ας υποθέσουμε ότι με ένα χρονόμετρο μετρούμε πολλές φορές το χρόνο που κάνει να διανύσει μια απόσταση ένα κινητό στο εργαστήριο. Είναι τότε σίγουρο, ότι, αν το χρονόμετρο που χρησιμοποιούμε μπορεί να μετρά π.χ. εκατοστά του δευτερολέπτου, σχεδόν όλες οι μετρήσεις μας θα είναι διαφορετικές. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι είναι αντικειμενικά αδύνατο να έχουμε κάθε φορά όλες τις συνθήκες ίδιες κατά τη διεξαγωγή του πειράματος. Για παράδειγμα πάντα θα υπάρχουν μετακινήσεις αέρα, σκόνη που δημιουργεί πρόσθετες τριβές, η στιγμή που θέτουμε σε λειτουργία το χρονόμετρο, η στιγμή που το σταματούμε και πολλοί άλλοι παράγοντες, τους οποίους μάλιστα δεν είναι τόσο εύκολο να τους βρούμε. Μπορεί όμως να έχουμε και άλλα προβλήματα, πολλά από τα οποία δύσκολα τα ανακαλύπτουμε. Για παράδειγμα το χρονόμετρο που χρησιμοποιούμε ίσως να μη λειτουργεί κανονικά και να τρέχει ή να πηγαίνει πιο αργά. Ίσως πάλι κατά τη διάρκεια του πειράματος να έχουμε διαρκή αύξηση της θερμοκρασίας του περιβάλλοντος, η οποία αν και ανεπαίσθητη επίσης επιδρά στα αποτελέσματα που βρίσκουμε. Σε κάποια άλλη περίπτωση, όταν π.χ. θέλουμε να προσδιορίσουμε τη μάζα ενός ογκώδους, αλλά ελαφρού σώματος ζυγίζοντάς το, ίσως να ξεχνούμε να συνυπολογίσουμε την άνωση του ατμοσφαιρικού αέρα. Τα αποτελέσματα που παίρνουμε και τα οποία οφείλονται σ' όσα είπαμε στις δυο προηγούμενες παραγράφους μας δείχνουν τα σφάλματα. Η πρώτη παράγραφος αναφέρεται στα τυχαία και η δεύτερη στα συστηματικά σφάλματα. Είναι εύκολο να καταλάβει κανείς από τα παραπάνω, ότι τα τυχαία σφάλματα υπάρχουν πάντα, ενώ τα συστηματικά όχι. Πάντως αν έχουμε τα δεύτερα αυτάσυνυπάρχουν με τα τυχαία. Σύμφωνα μ' όσα είπαμε γίνεται κατανοητό ότι το συστηματικό σφάλμα μένει σχεδόν πάντα σταθερό σ' όλη τη διάρκεια της μέτρησης. Το τυχαίο σφάλμα μεταβάλλεται και μπορεί να είναι και θετικό και αρνητικό. Τα τυχαία σφάλματα πάντα υπάρχουν στις μετρήσεις. Αν δεν έχουμε συστηματικά σφάλματα οι μετρήσεις μας βρίσκονται γύρω από την πραγματική τιμή (Σχ. 1α). Ενώ αν υπάρχουν συστηματικά οι μετρήσεις μας είναι όλες μετατοπισμένες (και διασκορπισμένες) προς μια κατεύθυνση, θετική ή αρνητική σε σχέση με την πραγματική τιμή (Σχ. 1β).



Σχήμα 1.

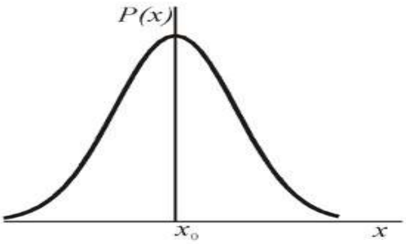
Ενώ όπως είδαμε παραπάνω τα τυχαία σφάλματα είναι αναπόφευκτα, οφείλονται κύρια σε αντικειμενικές αιτίες και σε τελευταία ανάλυση δεν επιδρούν στα αποτελέσματα των μετρήσεων μας παρά μόνο στην ακρίβειά τους, τα συστηματικά σφάλματα οφείλονται κύρια σε κακή λειτουργία και ρύθμιση των οργάνων μας ή της μεθόδου που χρησιμοποιούμε, κάνουν τα αποτελέσματά μας λαθεμένα, μπορούν και πρέπει να αποφεύγονται στο βαθμό που τα ανακαλύπτουμε. Τα τυχαία σφάλματα φαίνονται αν μετρήσουμε πολλές φορές π.χ. την ίδια ποσότητα, αλλά και από τα όργανα που χρησιμοποιούμε και μπορούν να υπολογισθούν με την βοήθεια στατιστικών μεθόδων, που έχουν τη βάση τους στη θεωρία των πιθανοτήτων. Αυτό δεν μπορεί να γίνει για τα συστηματικά.

1.9.2 Οι βασικές αρχές της θεωρίας των τυχαίων σφαλμάτων

Τυχαία σφάλματα: πρόκειται για σφάλματα που σχετίζονται με την ακρίβεια μιας μέτρησης και δείχνουν τις διακυμάνσεις που έχουν οι μετρήσεις ενός επαναλαμβανόμενου πειράματος που γίνεται κάτω από τις ίδιες φαινομενικά συνθήκες και τα οποία οδηγούν στην κατανομή των αποτελεσμάτων γύρω από μία μέση τιμή. Μπορεί να οφείλονται στην έλλειψη ευαίσθητης απόκρισης του οργάνου ή στον παρατηρητή (σφάλματα ανάγνωσης), στον εξωτερικό «θόρυβο», ή σε στατιστικές διαδικασίες (όπως είναι η ρίψη ενός ζαριού). Τα τυχαία σφάλματα είναι αναπόφευκτα και περιγράφονται με τη στατιστική θεωρία.

Η συνάρτηση $P(x)$ είναι πυκνότητα πιθανότητας και αυτό σημαίνει πως το ολοκλήρωμα:

$$\boldsymbol{P(a,b)=\int_a^b P(x)dx}$$



Σχ.2.

δίνει την πιθανότητα το αποτέλεσμα μιας μέτρησης να βρίσκεται στην περιοχή $\alpha \leq x \leq b$.

Από τον ορισμό αυτό γίνεται προφανές πως θα ισχύει η σχέση:

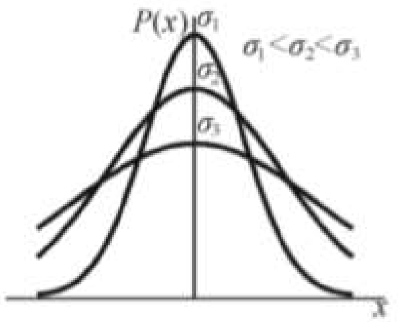
$$\boldsymbol{\int_{-\infty}^{\infty} P(x)dx = 1}$$

Η σχέση αυτή ονομάζεται και συνθήκη κανονικοποίησης και υποδηλώνει πως το αποτέλεσμα της μέτρησης οπωσδήποτε βρίσκεται μέσα στην περιοχή $-\infty \leq x \leq \infty$. Μ’ άλλα λόγια, το εμβαδόν της

περιοχής που βρίσκεται ανάμεσα στην καμπύλη $P(x)$ και τον άξονα των x είναι πάντα ίσο με τη μονάδα.
Αποδεικνύεται επίσης πως η συνάρτηση $P(x)$, η μορφή της οποίας παριστάνεται στο Σχ. 2 είναι μια πολύ γνωστή συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας, ή αλλιώς κατανομή, που ονομάζεται κανονική κατανομή ή κατανομή του Gauss δίνεται από τη σχέση:

$$\boldsymbol{P(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-(x-x_0)^2/2\sigma^2}}$$

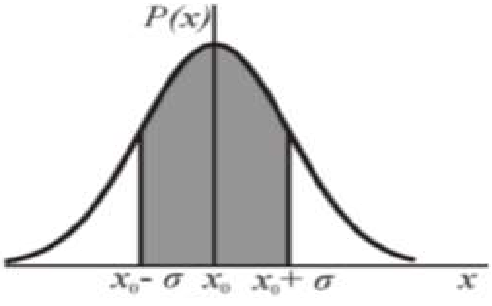
Στον τύπο (2.3) εμφανίζεται ένα μέγεθος, το σ , το οποίο ονομάζεται τυπική απόκλιση και είναι πολύ σημαντικό για το χαρακτηρισμό της κατανομής και της καμπύλης $P(x)$.
Έτσι το σ καθορίζει τόσο το πλάτος, όσο και το ύψος της καμπύλης. Αύξηση του σημαίνει αύξηση του πλάτους και, κατά συνέπεια μείωση του ύψους (βλ. Σχ. 3). Μ' άλλα λόγια το σ μας δείχνει πόση είναι η διασπορά των τιμών γύρω από την τιμών γύρω από την πραγματική τιμή του μετρούμενου μεγέθους.



Σχ.3

Ένα άλλο χαρακτηριστικό γνώρισμα της τυπικής απόκλισης είναι ότι το ολοκλήρωμα

$$\boldsymbol{P(-\sigma, \sigma) = \int_{x_0-\sigma}^{x_0+\sigma} P(x)dx}$$



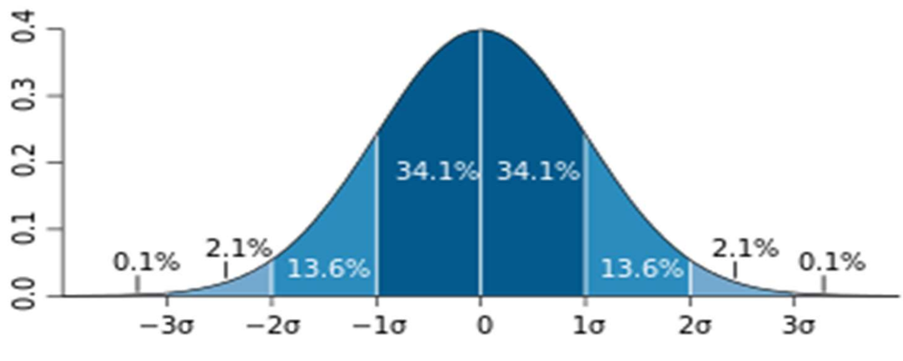
Σχ.4

Στο Σχ.4, το εμβαδόν της γραμμοσκιασμένης περιοχής είναι ίσο περίπου με 0,68. Βέβαια για το εργαστήριο πρέπει να παίρνουμε υπόψη μας πως δεν έχουμε, ούτε είναι δυνατόν να έχουμε, άπειρες μετρήσεις. Άρα δεν μπορούμε να βρούμε την πραγματική τιμή απλά από καμπύλες, όπως αυτές που δείξαμε πιο πάνω. Σ’ αυτό ακριβώς συνίσταται και η ουσία της θεωρίας των σφαλμάτων, η οποία μας δίνει σε τελική ανάλυση μια περιοχή, στην οποία με μεγάλη (συγκεκριμένη) πιθανότητα βρίσκεται η ζητούμενη τιμή.

1.10 ΤΥΠΙΚΗ ΑΠΟΚΛΙΣΗ

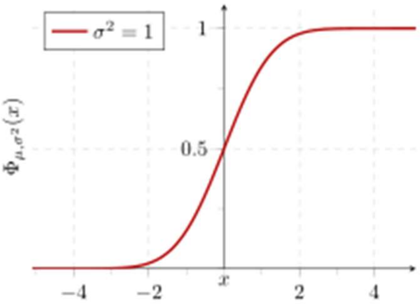
Στη στατιστική, η **τυπική απόκλιση** (SD, εκπροσωπούμενη επίσης από το ελληνικό γράμμα σίγμα σ ή s) είναι ένα μέτρο που χρησιμοποιείται για να υπολογιστεί το ποσό της μεταβολής ή της διασποράς ενός συνόλου τιμών δεδομένων. Μια χαμηλή τυπική απόκλιση υποδηλώνει ότι τα σημεία των δεδομένων τείνουν να είναι κοντά στο μέσο όρο (που ονομάζεται επίσης η αναμενόμενη τιμή) του συνόλου, ενώ μία υψηλή τυπική απόκλιση υποδεικνύει ότι τα στοιχεία απλώνονται πάνω από ένα ευρύτερο φάσμα των τιμών.

Η τυπική απόκλιση μιας τυχαίας μεταβλητής, ενός στατιστικού πληθυσμού, ενός συνόλου δεδομένων, ή της κατανομής πιθανότητας είναι η τετραγωνική ρίζα της διακύμανσης της(ή αλλιώς διασποράς). Είναι αλγεβρικά απλούστερη, αν και στην πράξη λιγότερο ισχυρή από τη μέση απόλυτη απόκλιση. Μία χρήσιμη ιδιότητα της τυπικής απόκλισης είναι ότι, σε αντίθεση με την διακύμανση, εκφράζεται στις ίδιες μονάδες με τα δεδομένα. Υπάρχουν επίσης άλλα μέτρα απόκλισης από τον κανόνα, συμπεριλαμβανομένων της μέσης απόλυτης απόκλισης, η οποία παρέχει διαφορετικές μαθηματικές ιδιότητες από την τυπική απόκλιση.



Γράφημα κανονικής κατανομής (ή κωδωνοειδής καμπύλη), όπου κάθε ζώνη έχει πλάτος 1 τυπική απόκλιση.

Εκτός από την έκφραση της μεταβλητότητας του πληθυσμού, η τυπική απόκλιση συνήθως χρησιμοποιείται για τη μέτρηση της εμπιστοσύνης στα στατιστικά συμπεράσματα. Για παράδειγμα, το περιθώριο λάθους σε δεδομένα δημοσκοπήσεων προσδιορίζεται με τον υπολογισμό της αναμενόμενης τυπικής απόκλισης στα αποτελέσματα, αν η ίδια δημοσκόπηση έπρεπε να διεξαχθεί πολλές φορές. Αυτή η εξαγωγή της τυπικής απόκλισης συχνά αποκαλείται «τυπικό σφάλμα» της εκτίμησης ή «τυπικό σφάλμα της μέσης τιμής» όταν αναφέρεται σε μια μέση τιμή. Υπολογίζεται ως η τυπική απόκλιση όλων των μέσων τιμών που θα υπολογίζεται από τον εν λόγω πληθυσμό, εάν καταρτίστει ένας άπειρος αριθμός δειγμάτων και μια μέση τιμή για κάθε δείγμα που υπολογίζεται. Είναι πολύ σημαντικό να σημειωθεί ότι η τυπική απόκλιση ενός πληθυσμού και το τυπικό σφάλμα μιας στατιστικής που προέρχεται από τον εν λόγω πληθυσμό (όπως τη μέση τιμή) είναι αρκετά διαφορετικές αλλά σχετικές (σε σχέση με το αντίστροφο της τετραγωνικής ρίζας του αριθμού των παρατηρήσεων) . Το αναφερόμενο περιθώριο λάθους σε μια δημοσκόπηση υπολογίζεται από το τυπικό σφάλμα της μέσης τιμής (ή εναλλακτικά από το γινόμενο της τυπικής απόκλισης του πληθυσμού και του αντίστροφου της τετραγωνικής ρίζας του μεγέθους του δείγματος, το οποίο είναι το ίδιο πράγμα) και είναι τυπικά περίπου διπλάσια της τυπικής απόκλισης-του μισού πλάτους ενός διαστήματος εμπιστοσύνης 95 τοις εκατό. Στην επιστήμη, οι ερευνητές συνήθως αναφέρουν την τυπική απόκλιση των πειραματικών δεδομένων, και μόνο αποτελέσματα που πέφτουν πολύ μακρύτερα από δύο τυπικές αποκλίσεις μακριά από ό, τι θα αναμενόταν θεωρούνται στατιστικά σημαντικές- κανονικό τυχαίο σφάλμα ή διακύμανση των μετρήσεων με αυτό τον τρόπο διακρίνονται από τυχαίες μεταβολές. Η τυπική απόκλιση είναι επίσης σημαντική στα οικονομικά, όπου η τυπική απόκλιση στο ποσοστό απόδοσης της επένδυσης είναι ένα μέτρο της μεταβλητότητας της επένδυσης.



Αθροιστική πιθανότητα μιας κανονικής κατανομής με αναμενόμενη τιμή 0 και τυπική απόκλιση ίση με 1.

Όταν μόνο ένα δείγμα των δεδομένων από έναν πληθυσμό είναι διαθέσιμο, ο όρος τυπική απόκλιση του δείγματος ή δείγμα τυπικής απόκλισης μπορεί να αναφέρεται είτε στην ανωτέρω ποσότητα, όπως εφαρμόζεται στα εν λόγω δεδομένα είτε σε μία τροποποιημένη ποσότητα που είναι μια καλύτερη εκτίμηση του πληθυσμού της τυπικής απόκλισης (η τυπική απόκλιση του συνόλου του πληθυσμού).

1.10.1 ΔΙΟΡΘΩΜΕΝΗ ΤΥΠΙΚΗ ΑΠΟΚΛΙΣΗ ΤΟΥ ΔΕΙΓΜΑΤΟΣ

Αποδεικνύεται ότι αν χρησιμοποιήσουμε τον τύπο για την τυπική απόκλιση "ως έχει" για μικρά δείγματα, θα τείνει να υποεκτιμήσει το σ σε σχέση με την πραγματική τιμή του. Αντί γι' αυτόν χρησιμοποιούμε μια τροποποιημένη μορφή όπου ο παρονομαστής έχει n-1 αντί για n. Όταν το δείγμα είναι πολύ μεγάλο, τότε η διαφορά τείνει να εξαλειφθεί.

1.10.2 ΑΜΕΡΟΛΗΠΤΗ ΤΥΠΙΚΗ ΑΠΟΚΛΙΣΗ ΤΟΥ ΔΕΙΓΜΑΤΟΣ

Για την αμερόληπτη εκτίμηση της τυπικής απόκλισης, δεν υπάρχει τύπος που να λειτουργεί σε όλες τις κατανομές, σε αντίθεση με τη μέση τιμή και τη διασπορά. Αντ' αυτού, το s χρησιμοποιείται ως βάση, και κλιμακώνεται με ένα συντελεστή διόρθωσης για να παραχθεί μια αμερόληπτη εκτίμηση. Για την κανονική κατανομή, μια αμερόληπτη εκτίμηση δίνεται από τον τύπο s/C_4, όπου ο συντελεστής διόρθωσης (ο οποίος εξαρτάται από το N) δίνεται από την συνάρτηση γάμμα, και ισούται με:

$$c_4(N) = \sqrt{\frac{2}{N-1}}\,\frac{\Gamma\left(\frac{N}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{N-1}{2}\right)}.$$

Αυτό προκύπτει επειδή η δειγματοληπτική κατανομή της τυπικής απόκλισης του δείγματος ακολουθεί μια (κλίμακα), κατανομή-x, και ο συντελεστής διόρθωσης είναι ο μέσος όρος της κατανομής αυτής.

Μια προσέγγιση που μπορεί να δοθεί αντικαθιστώντας το N-1 με N-1,5, είναι:

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{N-1.5}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}$$

Το σφάλμα σε αυτή την προσέγγιση διασπάται τετραγωνικά (όπως το $1/N^2$), και είναι κατάλληλο για όλα εκτός από τα μικρότερα δείγματα ή για υψηλή ακρίβεια: για n = 3 η μεροληψία είναι ίση με 1,3%, και για n = 9, η μεροληψία είναι ήδη λιγότερο από 0,1%.

Για άλλες κατανομές, ο σωστός τύπος εξαρτάται από τη κατανομή, αλλά ένας εμπειρικός κανόνας είναι να χρησιμοποιήσετε την περαιτέρω βελτίωση της προσέγγισης:

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{n - 1.5 - \frac{1}{4}\gamma_2} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}$$

όπου το γ_2 δηλώνει τον πληθυσμό της υπερβολικής κύρτωσης. Η υπερβολική κύρτωση μπορεί να είναι είτε γνωστή εκ των προτέρων για ορισμένες κατανομές, ή που εκτιμώνται από τα δεδομένα.

1.10.3 ΔΙΑΣΤΗΜΑ ΕΜΠΙΣΤΟΣΥΝΗΣ ΤΗΣ ΤΥΠΙΚΗΣ ΑΠΟΚΛΙΣΗΣ ΕΝΟΣ ΔΕΙΓΜΑΤΟΣ

Η συνήθης απόκλιση που παίρνουμε από την δειγματοληψία μιας κατανομής δεν είναι από μόνη της απολύτως ακριβής, τόσο για μαθηματικούς λόγους (εξηγούνται εδώ από το διάστημα εμπιστοσύνης) όσο και για πρακτικούς λόγους μέτρησης (σφάλμα μέτρησης). Το μαθηματικό αποτέλεσμα μπορεί να περιγραφεί από το διάστημα εμπιστοσύνης ή CI. Για να δούμε πώς ένα μεγαλύτερο δείγμα θα κάνει το διάστημα εμπιστοσύνης πιο στενό, ας εξεταστούν τα ακόλουθα παραδείγματα. Για ένα μικρό πληθυσμό N=2, το 95% του CI της SD είναι από 0,45 * SD σε 31,9 * SD. Με άλλα λόγια, η τυπική απόκλιση της κατανομής στο 95% των περιπτώσεων μπορεί να είναι μεγαλύτερη κατά έναν συντελεστή 31 ή μικρότερο κατά ένα συντελεστή 2. Για ένα μεγαλύτερο πληθυσμό N=10, το CI είναι 0.69 * SD έως 1,83 * SD. Έτσι, ακόμη και με έναν πληθυσμό των 10, η πραγματική SD μπορεί ακόμα να είναι σχεδόν κατά έναν συντελεστή 2 υψηλότερη από ό, τι SD του δείγματος. Για έναν πληθυσμό δείγματος N=100, αυτό μειώνεται στο 0,88 * SD έως 1,16 * SD. Για να είμαστε πιο σίγουροι ότι η SD του δείγματος είναι κοντά στην πραγματική SD πρέπει να δοκιμάσουμε ένα μεγάλο αριθμό σημείων.

1.11 ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗ

Στη θεωρία πιθανοτήτων και τη στατιστική, η διακύμανση είναι η αναμενόμενη τιμή της τετραγωνικής απόκλισης της τυχαίας μεταβλητής από τη μέση τιμή, και άτυπα μετρά πόσο μακριά ένα σύνολο (τυχαίων) αριθμών απλώνεται από τη μέση τιμή του. Η διακύμανση έχει κεντρικό ρόλο στη στατιστική. Χρησιμοποιείται στην περιγραφική στατιστική, στη στατιστική συμπερασματολογία, στον έλεγχο υποθέσεων, στον έλεγχο καλής προσαρμογής και στην Μόντε Κάρλο δειγματοληψία, μεταξύ πολλών άλλων. Αυτό την καθιστά μία κεντρική ποσότητα σε πολλά πεδία όπως η Φυσική, Βιολογία, Χημεία, Οικονομικά, και Χρηματοοικονομικά. Η διακύμανση είναι το τετράγωνο της τυπικής απόκλισης, η δεύτερη κεντρική ροπή της κατανομής, και η συνδιασπορά της τυχαίας μεταβλητής με τον εαυτό της, και συχνά συμβολίζεται σ^2 ή Var(X).

Η διακύμανση μιας τυχαίας μεταβλητής X είναι η αναμενόμενη τιμή της τετραγωνικής απόκλισης από τη μέση τιμή του X, μ = E[X]:

$$\operatorname{Var}(X) = \operatorname{E}\left[(X-\mu)^2\right].$$

Ο ορισμός αυτός περιλαμβάνει τυχαίες μεταβλητές που δημιουργούνται από διαδικασίες που είναι διακριτές, συνεχείς, ούτε διακριτές ούτε συνεχείς, ή μικτές. Η διακύμανση μπορεί επίσης να θεωρηθεί ως η συνδιασπορά μιας τυχαίας μεταβλητής με τον εαυτό της:

$$\operatorname{Var}(X) = \operatorname{Cov}(X, X).$$

Η διακύμανση είναι επίσης ισοδύναμη με το δεύτερο αθροιστικό από μια κατανομή πιθανότητας που παράγει την X. Η διακύμανση τυπικά συμβολίζεται Var(X), ή απλά σ^2 (προφέρεται "σίγμα στο τετράγωνο"). Ο τύπος για τη διασπορά μπορεί να αναπτυχθεί:

$$\begin{aligned}\operatorname{Var}(X) &= \operatorname{E}\left[(X-\operatorname{E}[X])^2\right] \\ &= \operatorname{E}\left[X^2 - 2X\operatorname{E}[X] + (\operatorname{E}[X])^2\right] \\ &= \operatorname{E}\left[X^2\right] - 2\operatorname{E}[X]\operatorname{E}[X] + (\operatorname{E}[X])^2 \\ &= \operatorname{E}\left[X^2\right] - (\operatorname{E}[X])^2\end{aligned}$$

Ένα μνημονικό για τον παραπάνω τύπο είναι το "μέσο του τετραγώνου μείον το τετράγωνο του μέσου". Στην υπολογιστική αριθμητική κινητής υποδιαστολής, η εξίσωση αυτή δεν πρέπει να χρησιμοποιείται, γιατί πάσχει από έλλειψη σημασίας αν τα δύο μέρη της εξίσωσης είναι παρόμοια σε μέγεθος. Υπάρχουν αριθμητικά σταθερές εναλλακτικές λύσεις

1.12 ΣΥΝΕΧΗΣ ΤΥΧΑΙΑ ΜΕΤΑΒΛΗΤΗ

Αν η τυχαία μεταβλητή X αντιπροσωπεύει δείγματα που παράγονται από μια συνεχή κατανομή με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας f(x),τότε η διακύμανση του πληθυσμού δίνεται από την σχέση:

$$\operatorname{Var}(X) = \sigma^2 = \int (x-\mu)^2\, f(x)\, dx = \int x^2\, f(x)\, dx - \mu^2$$

,

$$\mu = \int x\, f(x)\, dx$$

και όπου τα ολοκληρώματα είναι ορισμένα ολοκληρώματα που που κυμαίνονται πάνω στο εύρος τιμών του X.

Αν μια συνεχής κατανομή δεν έχει αναμενόμενη τιμή, όπως στην περίπτωση της Κωσύ κατανομής, δεν έχει ούτε διακύμανση. Πολλές άλλες κατανομές, για τις οποίες η αναμενόμενη τιμή δεν υπάρχει, επίσης, δεν έχουν πεπερασμένη διακύμανση, επειδή το ολοκλήρωμα στον ορισμό της διακύμανσης αποκλίνει.

Ένα παράδειγμα είναι μια κατανομή Παρέτο της οποίας ο δείκτης k ικανοποιεί την $1 < k \leq 2$.

1.13 ΔΙΑΚΡΙΤΉ ΤΥΧΑΊΑ ΜΕΤΑΒΛΗΤΉ

Αν η γεννήτρια της τυχαίας μεταβλητής X είναι διακριτή με συνάρτηση μάζας πιθανότητας $x_1 \mapsto p_1, \ldots, x_n \mapsto p_n$, τότε:

$$\operatorname{Var}(X) = \sum_{i=1}^{n} p_i \cdot (x_i - \mu)^2,$$

$$\operatorname{Var}(X) = \sum_{i=1}^{n} p_i x_i^2 - \mu^2,$$

όπου μ είναι η αναμενόμενη τιμή, δηλαδή:

$$\mu = \sum_{i=1}^{n} p_i \cdot x_i.$$

Όταν μια διακριτά σταθμισμένη διακύμανση καθορίζεται από βάρη των οποίων το άθροισμα δεν είναι 1, τότε το άθροισμα των βαρών διαιρείται με μονάδα.

Η διακύμανση ενός συνόλου n ισοπίθανων τιμών μπορεί να γραφεί ως:

$$\operatorname{Var}(X) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \mu)^2.$$

όπου μ είναι η αναμενόμενη τιμή, δηλ.

$$\mu = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

Η διακύμανση ενός συνόλου *n* ισοπίθανων τιμών μπορεί να εκφράζεται ισοδύναμα, χωρίς να αναφέρεται άμεσα η μέση τιμή,με τους όρους των τετραγώνων των αποκλίσεων όλων των σημείων, του ενός από του άλλου.

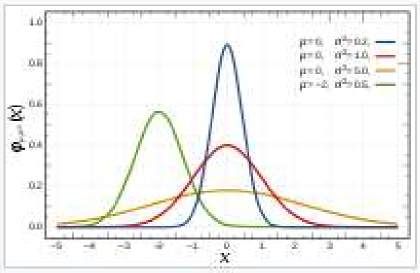
$$\operatorname{Var}(X) = \frac{1}{n^2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\frac{1}{2}(x_i - x_j)^2 = \frac{1}{n^2}\sum_{i}\sum_{j>i}(x_i - x_j)^2.$$

1.14 ΚΑΝΟΝΙΚΉ ΚΑΤΑΝΟΜΉ

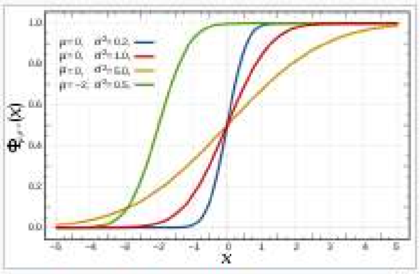
Η κανονική κατανομή (γνωστή και ως *Γκαουσιανή κατανομή*) αναφέρεται σε συνεχείς μεταβλητές αποτελώντας μία συνεχή συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας. Χρησιμοποιείται ως μία πρώτη προσέγγιση για να περιγραφούν τυχαίες μεταβλητές πραγματικών τιμών, οι οποίες τείνουν να συγκεντρώνονται γύρω από μια μέση τιμή. Η κανονική κατανομή αποτελεί την πιο σημαντική κατανομή της στατιστικής μεθοδολογίας για τους εξής βασικούς λόγους:

- Την κανονική κατανομή ακολουθούν είτε με ακρίβεια είτε με μεγάλη προσέγγιση τα περισσότερα συνεχή φαινόμενα.
- Πολλές ασυνεχείς κατανομές πιθανοτήτων μπορούν να προσεγγιστούν μέσω της κανονικής κατανομής. Για παράδειγμα πολλά πληθυσμιακά χαρακτηριστικά, όπως το ύψος, το βάρος η βαθμολογία σε διαγώνισμα, κ.λπ.
- Η κανονική κατανομή αποτελεί σύμφωνα με το κεντρικό οριακό θεώρημα (το άθροισμα ενός ικανοποιητικά μεγάλου αριθμού ανεξάρτητων και ισόνομων τυχαίων μεταβλητών προσεγγίζεται από την κανονική κατανομή) τη βάση της στατιστικής συμπερασματολογίας ή επαγωγικής στατιστικής.
- Τυχαία σφάλματα που εμφανίζονται σε διάφορες μετρήσεις έχουν κανονική κατανομή. Γι' αυτό το λόγο η Κανονική κατανομή αναφέρεται πολλές φορές και ως κατανομή σφαλμάτων.

Η γραφική παράσταση της σχετιζόμενης συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας έχει σχήμα "καμπάνας", και είναι γνωστή ως Γκαουσιανή συνάρτηση ή κωδωνοειδής καμπύλη.



Συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας για διάφορες παραμέτρους



Συνάρτηση κατανομής για διάφορες παραμέτρους

Η κανονική κατανομή με παραμέτρους μ και σ είναι μια συνεχής κατανομή της οποίας η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας δίνεται από τον τύπο:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

Σε αυτή την κατανομή ισχύει $E(X) = \mu$ και η διακύμανση $Var(X)$ σχετίζεται με το σ μέσω της σχέσης:

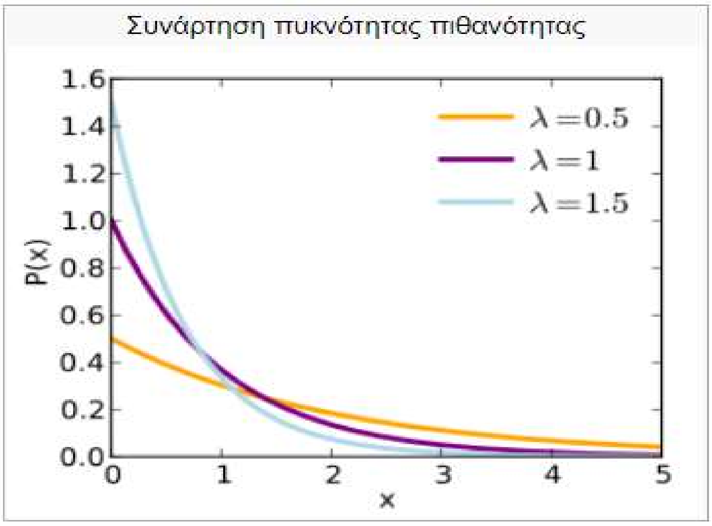
$$\mathrm{Var}(X) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x-\mu)^2}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}\, dx = \sigma^2.$$

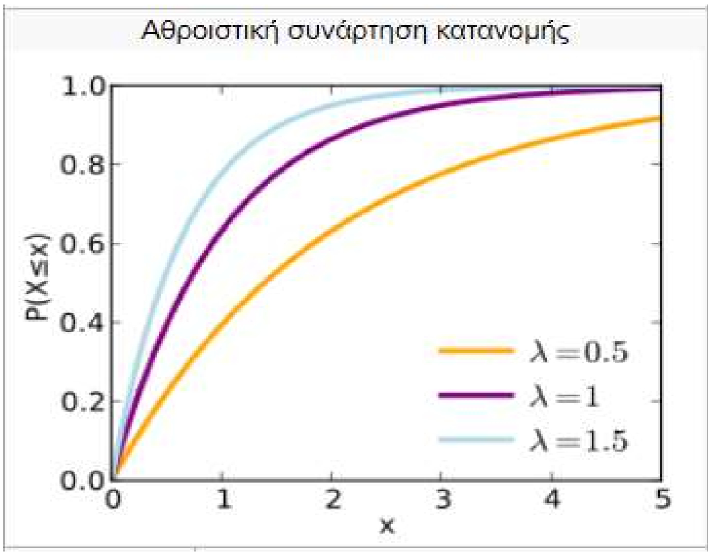
Ο ρόλος της κανονικής κατανομής στο κεντρικό οριακό θεώρημα είναι εν μέρει υπεύθυνος για την επικράτηση της διακύμανσης στις πιθανότητες και τη στατιστική.

1.15 ΕΚΘΕΤΙΚΉ ΚΑΤΑΝΟΜΉ

Στην θεωρία πιθανοτήτων και στην στατιστική, η εκθετική κατανομή (ή αρνητική εκθετική κατανομή) είναι μια οικογένεια συνεχών κατανομών πιθανότητας. Περιγράφει τον χρόνο μεταξύ γεγονότων σε μια διαδικασία Πουασόν (Poisson), δηλαδή μια διαδικασία στην οποία γεγονότα συμβαίνουν συνεχώς και ανεξάρτητα με ένα σταθερό μέσο ρυθμό.

Η εκθετική κατανομή ανήκει στην ευρύτερη εκθετική οικογένεια, η οποία είναι μια κλάση κατανομών πιθανότητας που περιλαμβάνει ακόμα την κανονική κατανομή, την διωνυμική κατανομή, την κατανομή γάμμα, την κατανομή Πουασόν, και άλλες.





Η εκθετική κατανομή με παράμετρο λ είναι μια συνεχής κατανομή η υποστήριξη της οποίας είναι το ημι-άπειρο διάστημα $[0,\infty)$. Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας δίνεται από τον τύπο:

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x},$$

και έχει αναμενόμενη τιμή $\mu = \lambda^{-1}$. Η διακύμανση είναι ίση με:

$$\mathrm{Var}(X) = \int_0^\infty (x - \lambda^{-1})^2 \, \lambda e^{-\lambda x} dx = \lambda^{-2}.$$

Έτσι, για μία εκθετικά κατανεμημένη τυχαία μεταβλητή ισχύει $\sigma^2 = \mu^2$.

Κεφάλαιο 2ο

2.1 ΓΕΝΙΚΑ

Το MATLAB (MATrix LABoratory) (εργαστήριο μητρών) είναι ένα αριθμητικό υπολογιστικό περιβάλλον και μια γλώσσα προγραμματισμού τέταρτης γενιάς. Αναπτύχθηκε από το MathWorks, και επιτρέπει την επεξεργασία μητρών, τη σχεδίαση των συναρτήσεων και των δεδομένων, την υλοποίηση των αλγορίθμων, δημιουργία διεπαφών με τον χρήστη, καθώς και διασύνδεσή τους με προγράμματα που είναι γραμμένα σε άλλες γλώσσες, συμπεριλαμβανομένων των C, C + +, Java, και Fortran. Αν και το MATLAB προορίζεται κυρίως για αριθμητικούς υπολογισμούς, μια μη δεσμευτική εργαλειοθήκη χρησιμοποιεί την συμβολική μηχανή MuPAD, επιτρέπο- ντας την πρόσβαση σε συμβολικές υπολογιστικές δυνατότητες. Ένα πρόσθετο πακέτο, το Simulink, το οποίο προσθέτει γραφικά σε πολλούς τομείς προσομοίωσης και Βασικά Μοντέλα Σχεδιασμού (Model-BasedDesign) για δυναμικά και ενσωματωμένα συστήματα

Το 2004, το MATLAB είχε περίπου ένα εκατομμύριο χρήστες σε όλη τη βιομηχανία και τον ακαδημαϊκό κόσμο. Οι χρήστες του MATLAB προέρχονται κυρίως από διάφορους κλάδους της μηχανικής, της επιστήμης, και της οικονομίας. Το MATLAB χρησιμοποιείται ευρέως σε ακαδημαϊκά και ερευνητικά ιδρύματα καθώς και βιομηχανικές επιχειρήσεις.

2.2 ΙΣΤΟΡΙΑ

Ο Cleve Moler, ο πρόεδρος του τμήματος πληροφορικής-επιστήμης στο Πανεπι- στήμιο του Νέου Μεξικού, άρχισε να αναπτύσσει το MATLAB στα τέλη της δεκαε- τίας του 1970. Αυτός το σχεδίασε για να δώσει την δυνατότητα στους φοιτητές του να έχουν πρόσβαση στα προγράμματα LINPACK και EISPACK χωρίς να χρειάζεται να μάθουν Fortran. Σύντομα εξαπλώθηκε και σε άλλα πανεπιστήμια και βρήκε ένα ισχυρό ακροατήριο μέσα στην κοινότητα των εφαρμοσμένων μαθηματικών. Ο Jack Little, ένας μηχανικός, γνώρισε το MATLAB κατά τη διάρκεια μιας επίσκεψής του που έκανε στον Moler στο Πανεπιστήμιο του Στάνφορντ το 1983. Αναγνωρίζοντας την εμπορική αξία του, άρχισε να εργάζεται με τον Moler και τον Steve Bangert. Αυτοί ξαναέγραψαν το MATLAB σε C και το 1984 ίδρυσαν την MathWorks για να συνεχίσει την ανάπτυξή του. Αυτοί ξαναέγραψαν βιβλιοθήκες οι οποίες είναι γνωστές σαν JACKPAC. Το 2000, το MATLAB ξαναγράφτηκε χρησιμοποιώντας μια νεότερη σειρά από βιβλιοθήκες για τον χειρισμό των μητρών, LAPACK.

2.3 ΤΟ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ ΤΟΥ MATLAB

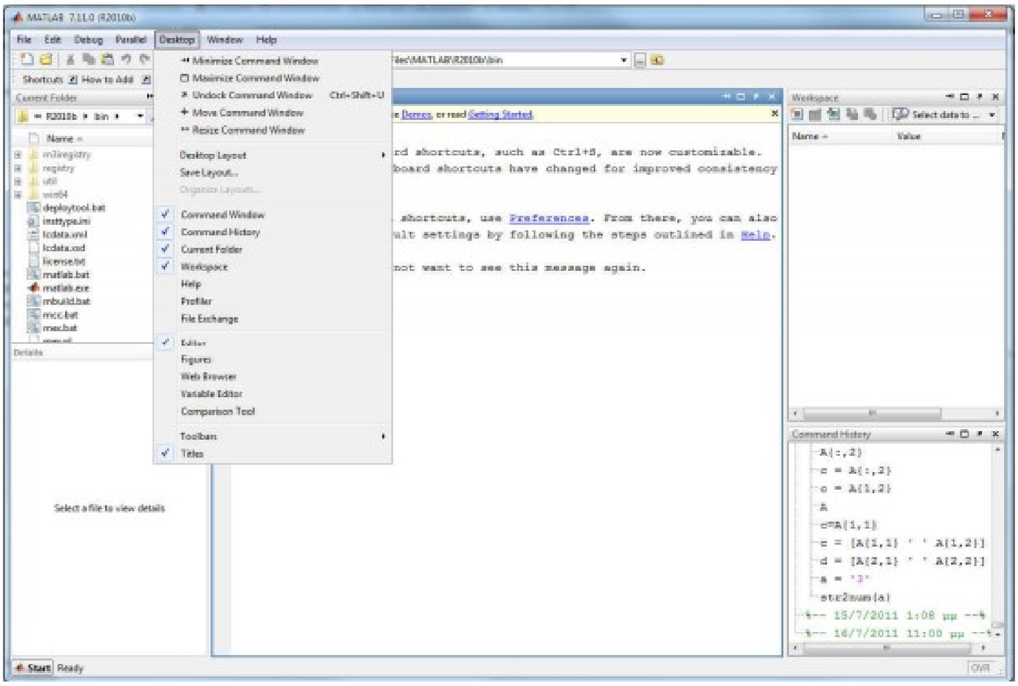
Το MATLAB είναι μια αντικειμενοστρεφής γλώσσα προγραμματισμού ανώτερου επιπέδου, με εγγενείς ιδιαίτερες δυνατότητες χειρισμού πινάκων και απεικόνισης γραφικών. Ταυτόχρονα, περιέχει μια σειρά από έτοιμες συναρτήσεις που μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε προγράμματα διάφορων εφαρμογών. Το MATLAB χρησιμοποιείται παγκοσμίως για ανάπτυξη ακόμη και ιδιαιτέρως απαιτητικών ερευνητικών, τεχνικών και μηχανολογικών εφαρμογών. Όσα αναφέρονται στη συνέχεια βασίζονται στην έκδοση 7.11 του MATLAB, αν και τα περισσότερα ισχύουν και για τις προηγούμενες εκδόσεις. Υπάρχει μεγάλη βιβλιογραφία και άπειρες σημειώσεις στο Internet για τις βασικές χρήσεις λειτουργίας του MATLAB. Δεν υπάρχει όμως στην Ελληνική βιβλιογραφία μεγάλη ποικιλία για τον τμήμα προγραμματισμού του MATLAB. Γι’ αυτό σ’ αυτή την εργασία θα αναφερθώ συνοπτικά στο περιβάλλον και στην λειτουργία των μεταβλητών, πινάκων και μητρών και θα εστιάσω περισσότερο στο μέρος του προγραμματισμού με τα GUIs

2.3.1 Το περιβάλλον του MATLAB

Μετά την εγκατάσταση και εκτέλεση του MATLAB, εμφανίζεται το γραφικό περιβάλλον αλληλεπίδρασης με το χρήστη, που ονομάζεται Επιφάνεια Εργασίας (Desktop) του MATLAB, όπως φαίνεται στην Εικόνα 1. Στο Desktop του MATLAB μπορούν να βρίσκονται τα εξής τμήματα (παράθυρα), που μπορούμε να επιλέξουμε την εμφάνισή τους ή όχι από την επιλογή Desktop του μενού, όπως φαίνεται στην παραπάνω εικόνα:

- Command Window

- Command History
- Current Folder
- Workspace
- Profiler
- File Exchange
- Editor
- Figures
- Web Browser
- Variable Editor
- Comparison Tools



Εικόνα 1: Επιφάνεια Εργασίας (Desktop) του MATLAB

Τα παραπάνω παράθυρα μπορούν επίσης να είναι ανοικτά είτε σε ξεχωριστό είτε στο ίδιο Desktop.

Περιγραφή παραθύρων του Desktop

Παρακάτω περιγράφονται εν συντομία τα πιο σημαντικά παράθυρα που μπορεί να βρίσκονται ανοικτά ή όχι στο Desktop του MATLAB.

Command Window

Κύρια χρήση: (α) Εμφάνιση αποτελεσμάτων εκτύπωσης κειμένου στην οθόνη (όπου στη συνέχεια αναφέρεται «εκτύπωση στην οθόνη» θα εννοείται «εκτύπωση στο Command Window»). (β) Άμεση εκτέλεση εντολών. Με τον τρόπο αυτό μπορεί να δοκιμάζεται ο τρόπος λειτουργίας μιας εντολής πριν χρησιμοποιηθεί σε πρόγραμμα.

Άλλες χρήσεις: Συνδυάζοντας τα δύο προηγούμενα μπορεί να γίνει αποσφαλμάτωση των προγραμμάτων. Επίσης, γράφοντας help εντολή δίνεται μια σύντομη περιγραφή λειτουργίας της συγκεκριμένης εντολής (ενώ με doc εντολή εμφανίζεται το παράθυρο Help με πολύ περισσότερες δυνατότητες βοήθειας για την εντολή αυτή).

Editor

Χρησιμοποιείται για την συγγραφή και επεξεργασία κώδικα προγράμματος. Στον Editor μπορούν να βρίσκονται «ανοιχτά» ένα ή περισσότερα παράθυρα με προγράμματα. Ένα νέο παράθυρο για συγγραφή κώδικα δημιουργείται με την επιλογή New/Script του μενού File ή με την συντόμευση Control-N

Help

Εμφάνιση βοήθειας για όλο το περιβάλλον, τις εντολές, τις συναρτήσεις και τα toolbox του MATLAB. Η έννοια για την οποία θέλουμε βοήθεια είτε ανευρίσκεται στην καρτέλα Contents, είτε γράφεται σε κατάλληλο πεδίο που βρίσκεται στην καρτέλα Search Results. Ιδιαιτέρως σημαντικό είναι το τμήμα Getting Started, ακολουθώντας τα βήματα του οποίου μπορεί κάποιος να μάθει εύκολα τις δυνατότητες του MATLAB. Το παράθυρο του Help μπορεί να εμφανιστεί και από το μενού Help.

Workspace

Εμφανίζονται οι μεταβλητές του MATLAB που βρίσκονται στη μνήμη του υπολογιστή. Έτσι μπορούμε να δούμε συνεχώς τις τιμές τους, ακόμα και κατά την διάρκεια εκτέλεσης ενός προγράμματος, διότι το παράθυρο αυτό ενημερώνεται σε πραγματικό χρόνο. Current Folder Εκεί εμφανίζονται όλα τα αρχεία που βρίσκονται στο Current Directory. Command History Εμφανίζονται όλες οι προηγούμενες εντολές που έχουμε δώσει στο Command Window. Αυτό χρησιμεύει όταν εργαζόμαστε κυρίως από το Command Window (αντί του Editor).

Profiler

Πρόκειται για το παράθυρο μιας ενσωματωμένης εφαρμογής η οποία μας δίνει το χρόνο που απαιτείται για την εκτέλεση κάθε εντολής και συνάρτησης σε ένα πρόγραμμα. Είναι μια πολύ χρήσιμη εφαρμογή όταν θέλουμε να βρούμε τα σημεία στα οποία υπάρχουν καθυστερήσεις. Όλα τα παραπάνω παράθυρα και τα υπόλοιπα περιγράφονται βεβαίως λεπτομερέ- στερα στη βοήθεια (help) που παρέχει το MATLAB.

2.3.2 Ο τρόπος λειτουργίας του MATLAB

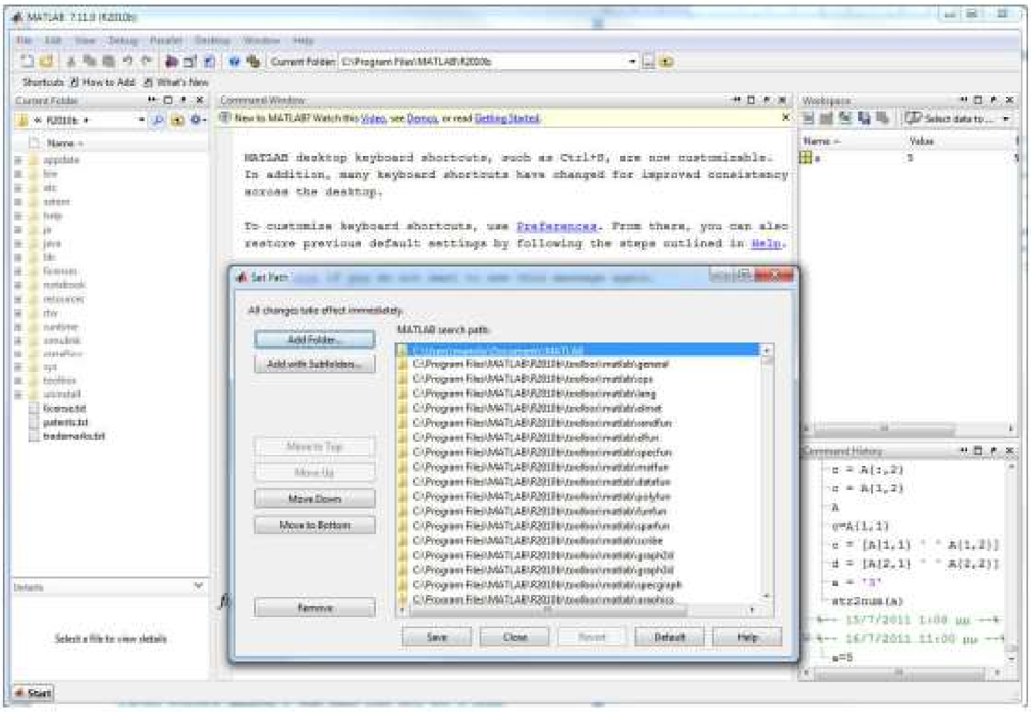
Εντολές: Το MATLAB λειτουργεί με εντολές, οι οποίες είτε δίνονται απ' ευθείας στο Command Window, είτε γράφονται σε κώδικα προγράμματος με τη βοήθεια του Editor.

Μεταβλητές και Workspace: Οι μεταβλητές είναι θέσεις στη μνήμη του υπολογιστή, οι οποίες περιέχουν τιμές που μεταβάλλονται με τη βοήθεια εντολών. Οι μεταβλητές βρίσκονται σε μια περιοχή της μνήμης του MATLAB που ονομάζεται Workspace.

Current Directory και Path: Για να μπορεί να εκτελεστεί ένα πρόγραμμα, πρέπει αυτό να βρίσκεται σ' ένα φάκελο που λέγεται Τρέχων Κατάλογος (Current Directory) (φαίνεται σ' έναν ειδικό χώρο κάτω από το μενού, βλ. παρακάτω εικόνα). Π.χ. το Current Directory μπορεί να είναι

C:\Program Files\MATLAB\R2010b\toolboxήC:\Users\ \Desktop\ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Για καλύτερη οργάνωση, τα προγράμματα που φτιάχνει ο χρήστης μπορούν να αποθηκευτούν και σε διαφορετικούς φακέλους (δηλαδή όχι μόνο στο Current Directory). Τότε, για να μπορούν να εκτελεστούν, πρέπει η διαδρομή αυτών των φακέλων να προστεθεί σε μια ειδική ομάδα που λέγεται Path (και βρίσκεται στο μενού File/SetPath). Το MATLAB ελέγχει αρχικά το Current Directory, και μετά ελέγχει το Path με τη σειρά προτεραιότητας όπως φαίνεται στο File/SetPath. Η σειρά προτεραιότητας μπορεί να αλλάξει με MoveUp ή MoveDown (βλ. παρακάτω εικόνα 2).



Εικόνα 2: Στο Set Path φαίνονται οι διαδρομές των φακέλων από τους οποίους το MATLAB εκτελεί τα προγράμματα

Προγράμματα στο MATLAB: Scriptsκαι Functions

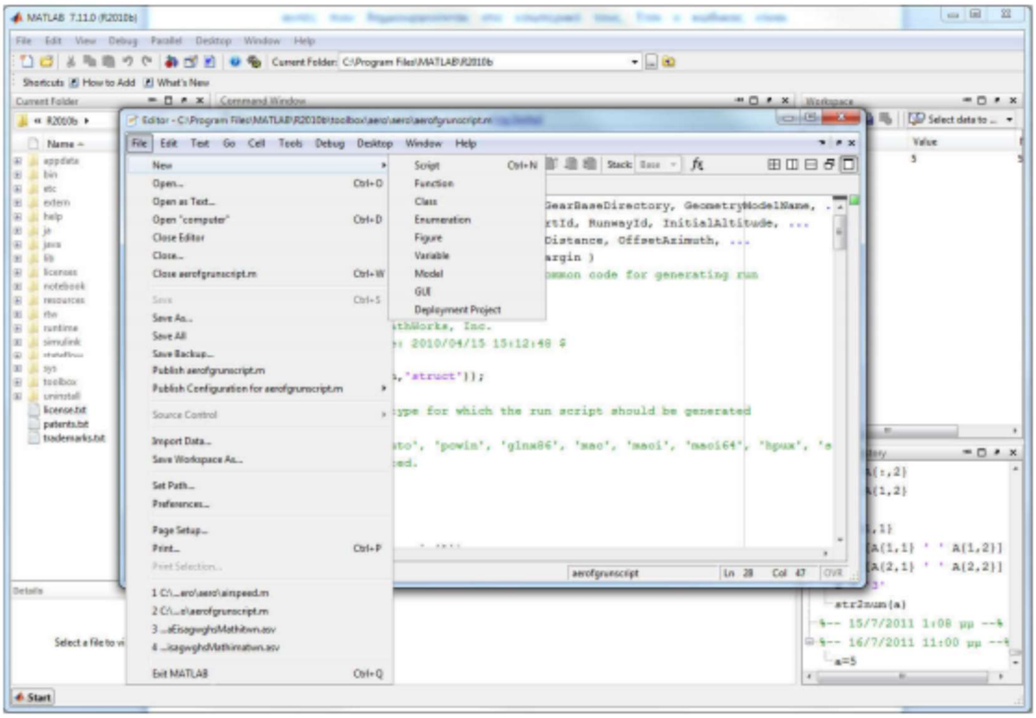
Τα αρχεία προγραμμάτων στο MATLAB ονομάζονται m-files, καθώς έχουν επέκταση .m. Το MATLAB διακρίνει δύο είδη m-files:Scripts (Προγράμματα) και functions (συναρτήσεις).

• **Scripts:** Ακολουθίες εντολών. Μοιράζονται το τρέχον workspace, δηλαδή μπορούν να χρησιμοποιήσουν μεταβλητές που ήδη υπάρχουν στο workspace, και οι μεταβλητές που δημιουργούν παραμένουν με τις τιμές τους στο workspace.

• **Functions:** Ακολουθίες εντολών, που όμως δεν «τρέχουν» από μόνες τους (όπως τα scripts) αλλά «καλούνται» με το όνομά τους από άλλα προγράμματα ή από το Command Window. Μπορούν να δεχθούν τιμές μεταβλητών ως είσοδο και να εξάγουν νέες τιμές ως έξοδο. Δημιουργούν το δικό τους ανεξάρτητο workspace, που είναι εντελώς απομονωμένο από του υπόλοιπου συστήματος, και «αντιλαμβάνονται» μόνο τις μεταβλητές που εισάγονται ως είσοδοι καθώς και αυτές που δημιουργούνται στο εσωτερικό τους. Έτσι ο κώδικας είναι «καθαρότερος» και τα σφάλματα λιγότερα.

Δημιουργία, αποθήκευση και εκτέλεση προγράμματος στο MATLAB

Ο κώδικας ενός προγράμματος στο MATLAB γράφεται με τη βοήθεια του Editor. Με τη βοήθεια της επιλογής File του μενού μπορούμε να δημιουργήσουμε ένα νέο αρχείο προγράμματος (File/New/Script), να το αποθηκεύσουμε (File/Saveή File/Save As…) ή να ανοίξουμε (File Open…) ένα υπάρχον αρχείο.



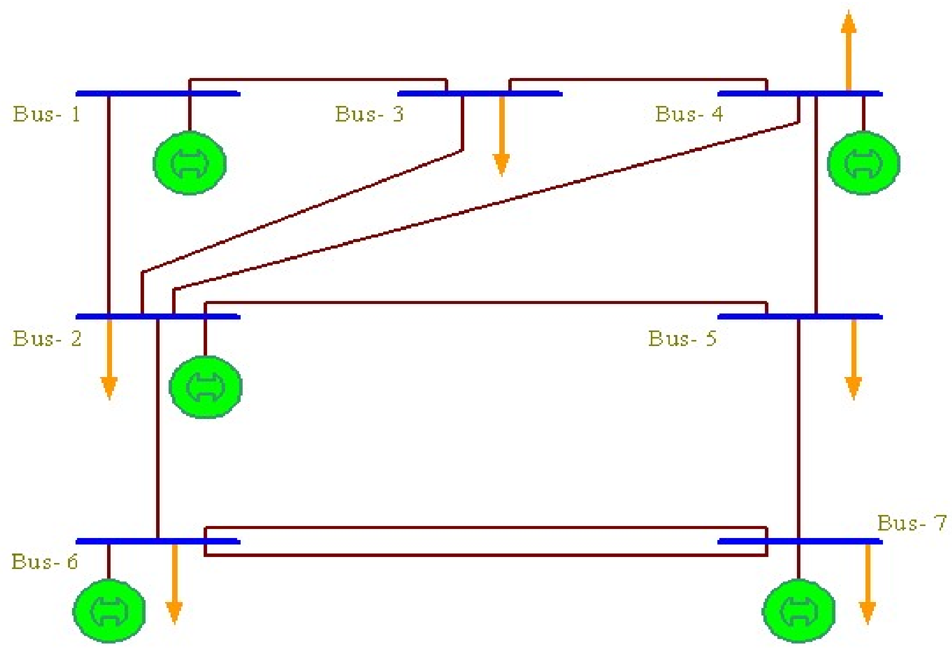
Εικόνα 3: Στον Editor μπορούμε να γράψουμε τον κώδικα για τα προγράμματα

Προσοχή: Οι εντολές αφορούν κάθε φορά το ενεργό παράθυρο. Για παράδειγμα, για αποθήκευση του προγράμματος πρέπει να είναι ενεργό το παράθυρο του Editor, και όχι π.χ. του Command Window Όταν γραφτεί ο κώδικας, το πρόγραμμα εκτελείται («τρέχει») με την επιλογή Run του μενού Debug (συντόμευση πληκτρολογίου: F5). Η αποθήκευση γίνεται τότε αυτόματα, εκτός από την πρώτη φορά, οπότε ζητείται το όνομα του αρχείου του προγράμματος. Το όνομα του αρχείου πρέπει να περιέχει μόνο λατινικά γράμματα (a…z, A…Z), αριθμητικά ψηφία (0…9) και κάτω παύλα (_, underscore), καθώς και ο πρώτος χαρακτήρας να είναι γράμμα (είναι οι ίδιοι περιορισμοί με αυτούς των ονομάτων των μεταβλητών). Σε αντίθετη περίπτωση, το αρχείο πιθανόν να αποθηκευτεί, αλλά δεν θα μπορεί να χρησιμοποιηθεί σωστά από το MATLAB. Κατά τη συγγραφή του, ο κώδικας πρέπει να αποθηκεύεται τακτικά (με την συντόμευση πληκτρολογίου: Ctrl+S, ή πατώντας το κατάλληλο εικονίδιο.

Κεφάλαιο 3ο

3.1 ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ ΜΕ ΤΟ MATLAB

Δϊνεται ένα ηλεκτρικό δίκτυο με τα ακόλουθα δεδομένα:



$$R := \begin{pmatrix} 0.02 \\ 0.08 \\ 0.06 \\ 0.06 \\ 0.04 \\ 0.02 \\ 0.01 \\ 0.08 \\ 0.02 \\ 0.08 \end{pmatrix} \quad X := \begin{pmatrix} 0.06 \\ 0.24 \\ 0.18 \\ 0.18 \\ 0.12 \\ 0.06 \\ 0.03 \\ 0.24 \\ 0.06 \\ 0.24 \end{pmatrix} \quad B := \begin{pmatrix} 0.06 \\ 0.05 \\ 0.04 \\ 0.04 \\ 0.03 \\ 0.03 \\ 0.02 \\ 0.05 \\ 0.04 \\ 0.05 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} g_{12} \\ g_{13} \\ g_{23} \\ g_{24} \\ g_{25} \\ g_{26} \\ g_{34} \\ g_{45} \\ g_{57} \\ g_{67} \end{pmatrix} := \overrightarrow{\left(\frac{R}{R^2 + X^2}\right)} \quad \begin{pmatrix} b_{12} \\ b_{13} \\ b_{23} \\ b_{24} \\ b_{25} \\ b_{26} \\ b_{34} \\ b_{45} \\ b_{57} \\ b_{67} \end{pmatrix} := \overrightarrow{\left(\frac{-X}{R^2 + X^2}\right)} \quad \begin{pmatrix} b_{s12} \\ b_{s13} \\ b_{s23} \\ b_{s24} \\ b_{s25} \\ b_{s26} \\ b_{s34} \\ b_{s45} \\ b_{s57} \\ b_{s67} \end{pmatrix} := \frac{1}{2} \cdot B$$

ΑΝΑΠΑΡΑΓΩΓΗ ΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ

$$\begin{pmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \\ \delta_4 \\ \delta_5 \\ \delta_6 \\ \delta_7 \\ V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \\ V_6 \\ V_7 \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} 7.111\,\mathrm{deg} \\ 5.161\,\mathrm{deg} \\ 1.821\,\mathrm{deg} \\ 2.231\,\mathrm{deg} \\ -0.411\,\mathrm{deg} \\ 4.121\,\mathrm{deg} \\ 0.001\,\mathrm{deg} \\ 1.0511 \\ 1.0411 \\ 0.9911 \\ 1.0011 \\ 1.0011 \\ 1.0411 \\ 1.0411 \end{pmatrix}$$

$$
\begin{pmatrix} \alpha_{12} \\ \alpha_{21} \\ \alpha_{13} \\ \alpha_{31} \\ \alpha_{23} \\ \alpha_{32} \\ \alpha_{24} \\ \alpha_{42} \\ \alpha_{25} \\ \alpha_{52} \\ \alpha_{26} \\ \alpha_{62} \\ \alpha_{34} \\ \alpha_{43} \\ \alpha_{45} \\ \alpha_{54} \\ \alpha_{57} \\ \alpha_{75} \\ \alpha_{67} \\ \alpha_{76} \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} g_{12}\cdot\cos(\delta_1-\delta_2)+b_{12}\cdot\sin(\delta_1-\delta_2) \\ g_{12}\cdot\cos(\delta_1-\delta_2)-b_{12}\cdot\sin(\delta_1-\delta_2) \\ g_{13}\cdot\cos(\delta_1-\delta_3)+b_{13}\cdot\sin(\delta_1-\delta_3) \\ g_{13}\cdot\cos(\delta_1-\delta_3)-b_{13}\cdot\sin(\delta_1-\delta_3) \\ g_{23}\cdot\cos(\delta_2-\delta_3)+b_{23}\cdot\sin(\delta_2-\delta_3) \\ g_{23}\cdot\cos(\delta_2-\delta_3)-b_{23}\cdot\sin(\delta_2-\delta_3) \\ g_{24}\cdot\cos(\delta_2-\delta_4)+b_{24}\cdot\sin(\delta_2-\delta_4) \\ g_{24}\cdot\cos(\delta_2-\delta_4)-b_{24}\cdot\sin(\delta_2-\delta_4) \\ g_{25}\cdot\cos(\delta_2-\delta_5)+b_{25}\cdot\sin(\delta_2-\delta_5) \\ g_{25}\cdot\cos(\delta_2-\delta_5)-b_{25}\cdot\sin(\delta_2-\delta_5) \\ g_{26}\cdot\cos(\delta_2-\delta_6)+b_{26}\cdot\sin(\delta_2-\delta_6) \\ g_{26}\cdot\cos(\delta_2-\delta_6)-b_{26}\cdot\sin(\delta_2-\delta_6) \\ g_{34}\cdot\cos(\delta_3-\delta_4)+b_{34}\cdot\sin(\delta_3-\delta_4) \\ g_{34}\cdot\cos(\delta_3-\delta_4)-b_{34}\cdot\sin(\delta_3-\delta_4) \\ g_{45}\cdot\cos(\delta_4-\delta_5)+b_{45}\cdot\sin(\delta_4-\delta_5) \\ g_{45}\cdot\cos(\delta_4-\delta_5)-b_{45}\cdot\sin(\delta_4-\delta_5) \\ g_{57}\cdot\cos(\delta_5-\delta_7)+b_{57}\cdot\sin(\delta_5-\delta_7) \\ g_{57}\cdot\cos(\delta_5-\delta_7)-b_{57}\cdot\sin(\delta_5-\delta_7) \\ g_{67}\cdot\cos(\delta_6-\delta_7)+b_{67}\cdot\sin(\delta_6-\delta_7) \\ g_{67}\cdot\cos(\delta_6-\delta_7)-b_{67}\cdot\sin(\delta_6-\delta_7) \end{pmatrix}
\qquad
\begin{pmatrix} \beta_{12} \\ \beta_{21} \\ \beta_{13} \\ \beta_{31} \\ \beta_{23} \\ \beta_{32} \\ \beta_{24} \\ \beta_{42} \\ \beta_{25} \\ \beta_{52} \\ \beta_{26} \\ \beta_{62} \\ \beta_{34} \\ \beta_{43} \\ \beta_{45} \\ \beta_{54} \\ \beta_{57} \\ \beta_{75} \\ \beta_{67} \\ \beta_{76} \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} g_{12}\cdot\sin(\delta_1-\delta_2)-b_{12}\cdot\cos(\delta_1-\delta_2) \\ -g_{12}\cdot\sin(\delta_1-\delta_2)-b_{12}\cdot\cos(\delta_1-\delta_2) \\ g_{13}\cdot\sin(\delta_1-\delta_3)-b_{13}\cdot\cos(\delta_1-\delta_3) \\ -g_{13}\cdot\sin(\delta_1-\delta_3)-b_{13}\cdot\cos(\delta_1-\delta_3) \\ g_{23}\cdot\sin(\delta_2-\delta_3)-b_{23}\cdot\cos(\delta_2-\delta_3) \\ -g_{23}\cdot\sin(\delta_2-\delta_3)-b_{23}\cdot\cos(\delta_2-\delta_3) \\ g_{24}\cdot\sin(\delta_2-\delta_4)-b_{24}\cdot\cos(\delta_2-\delta_4) \\ -g_{24}\cdot\sin(\delta_2-\delta_4)-b_{24}\cdot\cos(\delta_2-\delta_4) \\ g_{25}\cdot\sin(\delta_2-\delta_5)-b_{25}\cdot\cos(\delta_2-\delta_5) \\ -g_{25}\cdot\sin(\delta_2-\delta_5)-b_{25}\cdot\cos(\delta_2-\delta_5) \\ g_{26}\cdot\sin(\delta_2-\delta_6)-b_{26}\cdot\cos(\delta_2-\delta_6) \\ -g_{26}\cdot\sin(\delta_2-\delta_6)-b_{26}\cdot\cos(\delta_2-\delta_6) \\ g_{34}\cdot\sin(\delta_3-\delta_4)-b_{34}\cdot\cos(\delta_3-\delta_4) \\ -g_{34}\cdot\sin(\delta_3-\delta_4)-b_{34}\cdot\cos(\delta_3-\delta_4) \\ g_{45}\cdot\sin(\delta_4-\delta_5)-b_{45}\cdot\cos(\delta_4-\delta_5) \\ -g_{45}\cdot\sin(\delta_4-\delta_5)-b_{45}\cdot\cos(\delta_4-\delta_5) \\ g_{57}\cdot\sin(\delta_5-\delta_7)-b_{57}\cdot\cos(\delta_5-\delta_7) \\ -g_{57}\cdot\sin(\delta_5-\delta_7)-b_{57}\cdot\cos(\delta_5-\delta_7) \\ g_{67}\cdot\sin(\delta_6-\delta_7)-b_{67}\cdot\cos(\delta_6-\delta_7) \\ -g_{67}\cdot\sin(\delta_6-\delta_7)-b_{67}\cdot\cos(\delta_6-\delta_7) \end{pmatrix}
$$

ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΗΣ ΡΟΗΣ

$$
z_{\text{PflBus1}} := \begin{pmatrix} V_1{}^2\cdot g_{12} - V_1\cdot V_2\cdot\alpha_{12} \\ V_1{}^2\cdot g_{13} - V_1\cdot V_3\cdot\alpha_{13} \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} P_{12} \\ P_{13} \end{pmatrix}
$$

$$
z_{\text{PinjBus1}} := \left[V_1{}^2\cdot(g_{12}+g_{13}) - V_1\cdot(V_2\cdot\alpha_{12}+V_3\cdot\alpha_{13})\right]
$$

$$
z_{\text{PflBus2}} := \begin{pmatrix} V_2{}^2\cdot g_{12} - V_2\cdot V_1\cdot\alpha_{21} \\ V_2{}^2\cdot g_{23} - V_2\cdot V_3\cdot\alpha_{23} \\ V_2{}^2\cdot g_{24} - V_2\cdot V_4\cdot\alpha_{24} \\ V_2{}^2\cdot g_{25} - V_2\cdot V_5\cdot\alpha_{25} \\ V_2{}^2\cdot g_{26} - V_2\cdot V_6\cdot\alpha_{26} \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} P_{21} \\ P_{23} \\ P_{24} \\ P_{25} \\ P_{26} \end{pmatrix}
$$

$$
z_{\text{PinjBus2}} := \left[V_2{}^2\cdot(g_{12}+g_{23}+g_{24}+g_{25}+g_{26}) - V_2\cdot(V_1\cdot\alpha_{21}+V_3\cdot\alpha_{23}+V_4\cdot\alpha_{24}+V_5\cdot\alpha_{25}+V_6\cdot\alpha_{26})\right]
$$

$$
z_{\text{PflBus3}} := \begin{pmatrix} V_3{}^2\cdot g_{13} - V_3\cdot V_1\cdot\alpha_{31} \\ V_3{}^2\cdot g_{23} - V_3\cdot V_2\cdot\alpha_{32} \\ V_3{}^2\cdot g_{34} - V_3\cdot V_4\cdot\alpha_{34} \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} P_{31} \\ P_{32} \\ P_{34} \end{pmatrix}
$$

$$
z_{\text{PinjBus3}} := \left[V_3{}^2\cdot(g_{13}+g_{23}+g_{34}) - V_3\cdot(V_1\cdot\alpha_{31}+V_2\cdot\alpha_{32}+V_4\cdot\alpha_{34})\right]
$$

$$z_{PflBus4} := \begin{pmatrix} V_4^{\,2}\cdot g_{24} - V_4\cdot V_2\cdot \alpha_{42} \\ V_4^{\,2}\cdot g_{34} - V_4\cdot V_3\cdot \alpha_{43} \\ V_4^{\,2}\cdot g_{45} - V_4\cdot V_5\cdot \alpha_{45} \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} P_{42} \\ P_{43} \\ P_{45} \end{pmatrix}$$

$$z_{PinjBus4} := \left[V_4^{\,2}\cdot\left(g_{24} + g_{34} + g_{45}\right) - V_4\cdot\left(V_2\cdot\alpha_{42} + V_3\cdot\alpha_{43} + V_5\cdot\alpha_{45}\right)\right]$$

$$z_{PflBus5} := \begin{pmatrix} V_5^{\,2}\cdot g_{25} - V_5\cdot V_2\cdot \alpha_{52} \\ V_5^{\,2}\cdot g_{45} - V_5\cdot V_4\cdot \alpha_{54} \\ V_5^{\,2}\cdot g_{57} - V_5\cdot V_7\cdot \alpha_{57} \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} P_{52} \\ P_{54} \\ P_{57} \end{pmatrix}$$

$$z_{PinjBus5} := \left[V_5^{\,2}\cdot\left(g_{25} + g_{45} + g_{57}\right) - V_5\cdot\left(V_2\cdot\alpha_{52} + V_4\cdot\alpha_{54} + V_7\cdot\alpha_{57}\right)\right]$$

$$z_{PflBus7} := \begin{pmatrix} V_7^{\,2}\cdot g_{57} - V_7\cdot V_5\cdot \alpha_{75} \\ V_7^{\,2}\cdot g_{67} - V_7\cdot V_6\cdot \alpha_{76} \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} P_{75} \\ P_{76} \end{pmatrix}$$

$$z_{PinjBus7} := \left[V_7^{\,2}\cdot\left(g_{57} + g_{67}\right) - V_7\cdot\left(V_5\cdot\alpha_{75} + V_6\cdot\alpha_{76}\right)\right]$$

$$z_{PflBus7} := \begin{pmatrix} V_7^{\,2}\cdot g_{57} - V_7\cdot V_5\cdot \alpha_{75} \\ V_7^{\,2}\cdot g_{67} - V_7\cdot V_6\cdot \alpha_{76} \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} P_{75} \\ P_{76} \end{pmatrix}$$

$$z_{PinjBus7} := \left[V_7^{\,2}\cdot\left(g_{57} + g_{67}\right) - V_7\cdot\left(V_5\cdot\alpha_{75} + V_6\cdot\alpha_{76}\right)\right]$$

$$z_{PflBus6} := \begin{pmatrix} V_6^{\,2}\cdot g_{26} - V_6\cdot V_2\cdot \alpha_{62} \\ V_6^{\,2}\cdot g_{67} - V_6\cdot V_7\cdot \alpha_{67} \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} P_{62} \\ P_{67} \end{pmatrix}$$

$$z_{PinjBus6} := \left[V_6^{\,2}\cdot\left(g_{26} + g_{67}\right) - V_6\cdot\left(V_2\cdot\alpha_{62} + V_7\cdot\alpha_{67}\right)\right]$$

ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ ΑΕΡΓΗΣ ΡΟΗΣ

$$z_{QflBus1} := \begin{bmatrix} -V_1^{\,2}\cdot\left(b_{12} + b_{s12}\right) - V_1\cdot V_2\cdot\beta_{12} \\ -V_1^{\,2}\cdot\left(b_{13} + b_{s13}\right) - V_1\cdot V_3\cdot\beta_{13} \end{bmatrix} \qquad \begin{pmatrix} Q_{12} \\ Q_{13} \end{pmatrix}$$

$$z_{QinjBus1} := -V_1^{\,2}\cdot\left[\left(b_{12} + b_{s12}\right) + \left(b_{13} + b_{s13}\right)\right] - V_1\cdot\left(V_2\cdot\beta_{12} + V_3\cdot\beta_{13}\right)$$

$$z_{QflBus2} := \begin{bmatrix} -V_2^{\,2}\cdot\left(b_{12} + b_{s12}\right) - V_2\cdot V_1\cdot\beta_{21} \\ -V_2^{\,2}\cdot\left(b_{23} + b_{s23}\right) - V_2\cdot V_3\cdot\beta_{23} \\ -V_2^{\,2}\cdot\left(b_{24} + b_{s24}\right) - V_2\cdot V_4\cdot\beta_{24} \\ -V_2^{\,2}\cdot\left(b_{25} + b_{s25}\right) - V_2\cdot V_5\cdot\beta_{25} \\ -V_2^{\,2}\cdot\left(b_{26} + b_{s26}\right) - V_2\cdot V_6\cdot\beta_{26} \end{bmatrix} \qquad \begin{pmatrix} Q_{21} \\ Q_{23} \\ Q_{24} \\ Q_{25} \\ Q_{26} \end{pmatrix}$$

$$z_{QinjBus2} := -V_2^{\,2}\cdot\left[\left(b_{12}+b_{s12}\right)+\left(b_{23}+b_{s23}\right)+\left(b_{24}+b_{s24}\right)+\left(b_{25}+b_{s25}\right)+\left(b_{26}+b_{s26}\right)\right]-V_2\cdot\left(V_1\cdot\beta_{21}+V_3\cdot\beta_{23}+V_4\cdot\beta_{24}+V_5\cdot\beta_{25}+V_6\cdot\beta_{26}\right)$$

$$z_{QflBus3} := \begin{bmatrix} -V_3^{\,2}\cdot\left(b_{13}+b_{s13}\right)-V_3\cdot V_1\cdot\beta_{31} \\ -V_3^{\,2}\cdot\left(b_{23}+b_{s23}\right)-V_3\cdot V_2\cdot\beta_{32} \\ -V_3^{\,2}\cdot\left(b_{34}+b_{s34}\right)-V_3\cdot V_4\cdot\beta_{34} \end{bmatrix} \quad \begin{pmatrix} Q_{31} \\ Q_{32} \\ Q_{34} \end{pmatrix}$$

$$z_{QinjBus3} := -V_3^{\,2}\cdot\left[\left(b_{13}+b_{s13}\right)+\left(b_{23}+b_{s23}\right)+\left(b_{34}+b_{s34}\right)\right]-V_3\cdot\left(V_1\cdot\beta_{31}+V_2\cdot\beta_{32}+V_4\cdot\beta_{34}\right)$$

$$z_{QflBus4} := \begin{bmatrix} -V_4^{\,2}\cdot\left(b_{24}+b_{s24}\right)-V_4\cdot V_2\cdot\beta_{42} \\ -V_4^{\,2}\cdot\left(b_{34}+b_{s34}\right)-V_4\cdot V_3\cdot\beta_{43} \\ -V_4^{\,2}\cdot\left(b_{45}+b_{s45}\right)-V_4\cdot V_5\cdot\beta_{45} \end{bmatrix} \quad \begin{pmatrix} Q_{42} \\ Q_{43} \\ Q_{45} \end{pmatrix}$$

$$z_{QinjBus4} := -V_4^{\,2}\cdot\left[\left(b_{24}+b_{s24}\right)+\left(b_{34}+b_{s34}\right)+\left(b_{45}+b_{s45}\right)\right]-V_4\cdot\left(V_2\cdot\beta_{42}+V_3\cdot\beta_{43}+V_5\cdot\beta_{45}\right)$$

$$z_{QflBus5} := \begin{bmatrix} -V_5^{\,2}\cdot\left(b_{25}+b_{s25}\right)-V_5\cdot V_2\cdot\beta_{52} \\ -V_5^{\,2}\cdot\left(b_{45}+b_{s45}\right)-V_5\cdot V_4\cdot\beta_{54} \\ -V_5^{\,2}\cdot\left(b_{57}+b_{s57}\right)-V_5\cdot V_7\cdot\beta_{57} \end{bmatrix} \quad \begin{pmatrix} Q_{52} \\ Q_{54} \\ Q_{57} \end{pmatrix}$$

$$z_{QinjBus5} := -V_5^{\,2}\cdot\left[\left(b_{25}+b_{s25}\right)+\left(b_{45}+b_{s45}\right)+\left(b_{57}+b_{s57}\right)\right]-V_5\cdot\left(V_2\cdot\beta_{52}+V_4\cdot\beta_{54}+V_7\cdot\beta_{57}\right)$$

$$z_{QflBus6} := \begin{bmatrix} -V_6^{\,2}\cdot\left(b_{26}+b_{s26}\right)-V_6\cdot V_2\cdot\beta_{62} \\ -V_6^{\,2}\cdot\left(b_{67}+b_{s67}\right)-V_6\cdot V_7\cdot\beta_{67} \end{bmatrix} \quad \begin{pmatrix} Q_{62} \\ Q_{67} \end{pmatrix}$$

$$z_{QinjBus6} := -V_6^{\,2}\cdot\left[\left(b_{26}+b_{s26}\right)+\left(b_{67}+b_{s67}\right)\right]-V_6\cdot\left(V_2\cdot\beta_{62}+V_7\cdot\beta_{67}\right)$$

$$z_{QflBus7} := \begin{bmatrix} -V_7^{\,2}\cdot\left(b_{57}+b_{s57}\right)-V_7\cdot V_5\cdot\beta_{75} \\ -V_7^{\,2}\cdot\left(b_{67}+b_{s67}\right)-V_7\cdot V_6\cdot\beta_{76} \end{bmatrix} \quad \begin{pmatrix} Q_{75} \\ Q_{76} \end{pmatrix}$$

$$z_{QinjBus7} := -V_7^{\,2}\cdot\left[\left(b_{57}+b_{s57}\right)+\left(b_{67}+b_{s67}\right)\right]-V_7\cdot\left(V_5\cdot\beta_{75}+V_6\cdot\beta_{76}\right)$$

ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ ΜΕΤΡΟΥ ΚΑΙ ΓΩΝΙΑΣ ΤΑΣΗΣ

$$z_V := \begin{pmatrix} 1.0500 \\ 1.0400 \\ 0.9914 \\ 1.0000 \\ 1.0043 \\ 1.0400 \\ 1.0400 \end{pmatrix} \qquad z_\delta := \frac{\pi}{180}\begin{pmatrix} 7.1189 \\ 5.1634 \\ 1.8299 \\ 2.2353 \\ -0.4170 \\ 4.1282 \\ 0.0000 \end{pmatrix}$$

ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ ΜΕΤΡΟΥ ΡΕΥΜΑΤΟΣ

$$z_{IpmuBus1} := \begin{bmatrix} \sqrt{V_1^2\cdot\left[(g_{12})^2 + (b_{12} + b_{s12})^2\right] + V_2^2\cdot\left(g_{12}^2 + b_{12}^2\right) + 2\cdot V_1\cdot V_2\cdot\left[(b_{12} + b_{s12})\cdot\beta_{12} - g_{12}\cdot\alpha_{12}\right]} \\ \sqrt{V_1^2\cdot\left[(g_{13})^2 + (b_{13} + b_{s13})^2\right] + V_3^2\cdot\left(g_{13}^2 + b_{13}^2\right) + 2\cdot V_1\cdot V_3\cdot\left[(b_{13} + b_{s13})\cdot\beta_{13} - g_{13}\cdot\alpha_{13}\right]} \end{bmatrix} \qquad \begin{pmatrix} I_{12} \\ I_{13} \end{pmatrix}$$

$$z_{IpmuBus2} := \begin{bmatrix} \sqrt{V_2^2\cdot\left[(g_{12})^2 + (b_{12} + b_{s12})^2\right] + V_1^2\cdot\left(g_{12}^2 + b_{12}^2\right) + 2\cdot V_2\cdot V_1\cdot\left[(b_{12} + b_{s12})\cdot\beta_{21} - g_{12}\cdot\alpha_{21}\right]} \\ \sqrt{V_2^2\cdot\left[(g_{23})^2 + (b_{23} + b_{s23})^2\right] + V_3^2\cdot\left(g_{23}^2 + b_{23}^2\right) + 2\cdot V_2\cdot V_3\cdot\left[(b_{23} + b_{s23})\cdot\beta_{23} - g_{23}\cdot\alpha_{23}\right]} \\ \sqrt{V_2^2\cdot\left[(g_{24})^2 + (b_{24} + b_{s24})^2\right] + V_4^2\cdot\left(g_{24}^2 + b_{24}^2\right) + 2\cdot V_2\cdot V_4\cdot\left[(b_{24} + b_{s24})\cdot\beta_{24} - g_{24}\cdot\alpha_{24}\right]} \\ \sqrt{V_2^2\cdot\left[(g_{25})^2 + (b_{25} + b_{s25})^2\right] + V_5^2\cdot\left(g_{25}^2 + b_{25}^2\right) + 2\cdot V_2\cdot V_5\cdot\left[(b_{25} + b_{s25})\cdot\beta_{25} - g_{25}\cdot\alpha_{25}\right]} \\ \sqrt{V_2^2\cdot\left[(g_{26})^2 + (b_{26} + b_{s26})^2\right] + V_6^2\cdot\left(g_{26}^2 + b_{26}^2\right) + 2\cdot V_2\cdot V_6\cdot\left[(b_{26} + b_{s26})\cdot\beta_{26} - g_{26}\cdot\alpha_{26}\right]} \end{bmatrix} \qquad \begin{pmatrix} I_{21} \\ I_{23} \\ I_{24} \\ I_{25} \\ I_{26} \end{pmatrix}$$

$$z_{IpmuBus3} := \begin{bmatrix} \sqrt{V_3^2\cdot\left[(g_{13})^2 + (b_{13} + b_{s13})^2\right] + V_1^2\cdot\left(g_{13}^2 + b_{13}^2\right) + 2\cdot V_3\cdot V_1\cdot\left[(b_{13} + b_{s13})\cdot\beta_{31} - g_{13}\cdot\alpha_{31}\right]} \\ \sqrt{V_3^2\cdot\left[(g_{23})^2 + (b_{23} + b_{s23})^2\right] + V_2^2\cdot\left(g_{23}^2 + b_{23}^2\right) + 2\cdot V_3\cdot V_2\cdot\left[(b_{23} + b_{s23})\cdot\beta_{32} - g_{23}\cdot\alpha_{32}\right]} \\ \sqrt{V_3^2\cdot\left[(g_{34})^2 + (b_{34} + b_{s34})^2\right] + V_4^2\cdot\left(g_{34}^2 + b_{34}^2\right) + 2\cdot V_3\cdot V_4\cdot\left[(b_{34} + b_{s34})\cdot\beta_{34} - g_{34}\cdot\alpha_{34}\right]} \end{bmatrix} \qquad \begin{pmatrix} I_{31} \\ I_{32} \\ I_{34} \end{pmatrix}$$

$$z_{IpmuBus4} := \begin{bmatrix} \sqrt{V_4^2\cdot\left[(g_{24})^2 + (b_{24} + b_{s24})^2\right] + V_2^2\cdot\left(g_{24}^2 + b_{24}^2\right) + 2\cdot V_4\cdot V_2\cdot\left[(b_{24} + b_{s24})\cdot\beta_{42} - g_{24}\cdot\alpha_{42}\right]} \\ \sqrt{V_4^2\cdot\left[(g_{34})^2 + (b_{34} + b_{s34})^2\right] + V_3^2\cdot\left(g_{34}^2 + b_{34}^2\right) + 2\cdot V_4\cdot V_3\cdot\left[(b_{34} + b_{s34})\cdot\beta_{43} - g_{34}\cdot\alpha_{43}\right]} \\ \sqrt{V_4^2\cdot\left[(g_{45})^2 + (b_{45} + b_{s45})^2\right] + V_5^2\cdot\left(g_{45}^2 + b_{45}^2\right) + 2\cdot V_4\cdot V_5\cdot\left[(b_{45} + b_{s45})\cdot\beta_{45} - g_{45}\cdot\alpha_{45}\right]} \end{bmatrix} \qquad \begin{pmatrix} I_{42} \\ I_{43} \\ I_{45} \end{pmatrix}$$

$$z_{IpmuBus5} := \begin{bmatrix} \sqrt{V_5^2\cdot\left[(g_{25})^2 + (b_{25} + b_{s25})^2\right] + V_2^2\cdot\left(g_{25}^2 + b_{25}^2\right) + 2\cdot V_5\cdot V_2\cdot\left[(b_{25} + b_{s25})\cdot\beta_{52} - g_{25}\cdot\alpha_{52}\right]} \\ \sqrt{V_5^2\cdot\left[(g_{45})^2 + (b_{45} + b_{s45})^2\right] + V_4^2\cdot\left(g_{45}^2 + b_{45}^2\right) + 2\cdot V_5\cdot V_4\cdot\left[(b_{45} + b_{s45})\cdot\beta_{54} - g_{45}\cdot\alpha_{54}\right]} \\ \sqrt{V_5^2\cdot\left[(g_{57})^2 + (b_{57} + b_{s57})^2\right] + V_7^2\cdot\left(g_{57}^2 + b_{57}^2\right) + 2\cdot V_5\cdot V_7\cdot\left[(b_{57} + b_{s57})\cdot\beta_{57} - g_{57}\cdot\alpha_{57}\right]} \end{bmatrix} \qquad \begin{pmatrix} I_{52} \\ I_{54} \\ I_{57} \end{pmatrix}$$

$$z_{IpmuBus6} := \begin{bmatrix} \sqrt{V_6^2\cdot\left[(g_{26})^2 + (b_{26} + b_{s26})^2\right] + V_2^2\cdot\left(g_{26}^2 + b_{26}^2\right) + 2\cdot V_6\cdot V_2\cdot\left[(b_{26} + b_{s26})\cdot\beta_{62} - g_{26}\cdot\alpha_{62}\right]} \\ \sqrt{V_6^2\cdot\left[(g_{67})^2 + (b_{67} + b_{s67})^2\right] + V_7^2\cdot\left(g_{67}^2 + b_{67}^2\right) + 2\cdot V_6\cdot V_7\cdot\left[(b_{67} + b_{s67})\cdot\beta_{67} - g_{67}\cdot\alpha_{67}\right]} \end{bmatrix} \qquad \begin{pmatrix} I_{62} \\ I_{67} \end{pmatrix}$$

$$z_{IpmuBus7} := \begin{bmatrix} \sqrt{V_7^2\cdot\left[(g_{57})^2 + (b_{57} + b_{s57})^2\right] + V_5^2\cdot\left(g_{57}^2 + b_{57}^2\right) + 2\cdot V_7\cdot V_5\cdot\left[(b_{57} + b_{s57})\cdot\beta_{75} - g_{57}\cdot\alpha_{75}\right]} \\ \sqrt{V_7^2\cdot\left[(g_{67})^2 + (b_{67} + b_{s67})^2\right] + V_6^2\cdot\left(g_{67}^2 + b_{67}^2\right) + 2\cdot V_7\cdot V_6\cdot\left[(b_{67} + b_{s67})\cdot\beta_{76} - g_{67}\cdot\alpha_{76}\right]} \end{bmatrix} \qquad \begin{pmatrix} I_{75} \\ I_{76} \end{pmatrix}$$

ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ ΓΩΝΙΩΝ ΡΕΥΜΑΤΟΣ

$$z_{\Theta pmuBus1} := \begin{bmatrix} \mathrm{atan}\left[\dfrac{V_1\cdot\left[\left(b_{12}+b_{s12}\right)\cdot\cos(\delta_1)+g_{12}\cdot\sin(\delta_1)\right]-V_2\cdot\left(b_{12}\cdot\cos(\delta_2)+g_{12}\cdot\sin(\delta_2)\right)}{V_1\cdot\left[g_{12}\cdot\cos(\delta_1)-\left(b_{12}+b_{s12}\right)\cdot\sin(\delta_1)\right]-V_2\cdot\left(g_{12}\cdot\cos(\delta_2)-b_{12}\cdot\sin(\delta_2)\right)}\right] \\ \mathrm{atan}\left[\dfrac{V_1\cdot\left[\left(b_{13}+b_{s13}\right)\cdot\cos(\delta_1)+g_{13}\cdot\sin(\delta_1)\right]-V_3\cdot\left(b_{13}\cdot\cos(\delta_3)+g_{13}\cdot\sin(\delta_3)\right)}{V_1\cdot\left[g_{13}\cdot\cos(\delta_1)-\left(b_{13}+b_{s13}\right)\cdot\sin(\delta_1)\right]-V_3\cdot\left(g_{13}\cdot\cos(\delta_3)-b_{13}\cdot\sin(\delta_3)\right)}\right] \end{bmatrix} \qquad \begin{pmatrix} \Theta_{12} \\ \Theta_{13} \end{pmatrix}$$

$$z_{\Theta pmuBus2} := \begin{bmatrix} \mathrm{atan}\left[\dfrac{V_2\cdot\left[\left(b_{12}+b_{s12}\right)\cdot\cos(\delta_2)+g_{12}\cdot\sin(\delta_2)\right]-V_1\cdot\left(b_{12}\cdot\cos(\delta_1)+g_{12}\cdot\sin(\delta_1)\right)}{V_2\cdot\left[g_{12}\cdot\cos(\delta_2)-\left(b_{12}+b_{s12}\right)\cdot\sin(\delta_2)\right]-V_1\cdot\left(g_{12}\cdot\cos(\delta_1)-b_{12}\cdot\sin(\delta_1)\right)}\right] \\ \mathrm{atan}\left[\dfrac{V_2\cdot\left[\left(b_{23}+b_{s23}\right)\cdot\cos(\delta_2)+g_{23}\cdot\sin(\delta_2)\right]-V_3\cdot\left(b_{23}\cdot\cos(\delta_3)+g_{23}\cdot\sin(\delta_3)\right)}{V_2\cdot\left[g_{23}\cdot\cos(\delta_2)-\left(b_{23}+b_{s23}\right)\cdot\sin(\delta_2)\right]-V_3\cdot\left(g_{23}\cdot\cos(\delta_3)-b_{23}\cdot\sin(\delta_3)\right)}\right] \\ \mathrm{atan}\left[\dfrac{V_2\cdot\left[\left(b_{24}+b_{s24}\right)\cdot\cos(\delta_2)+g_{24}\cdot\sin(\delta_2)\right]-V_4\cdot\left(b_{24}\cdot\cos(\delta_4)+g_{24}\cdot\sin(\delta_4)\right)}{V_2\cdot\left[g_{24}\cdot\cos(\delta_2)-\left(b_{24}+b_{s24}\right)\cdot\sin(\delta_2)\right]-V_4\cdot\left(g_{24}\cdot\cos(\delta_4)-b_{24}\cdot\sin(\delta_4)\right)}\right] \\ \mathrm{atan}\left[\dfrac{V_2\cdot\left[\left(b_{25}+b_{s25}\right)\cdot\cos(\delta_2)+g_{25}\cdot\sin(\delta_2)\right]-V_5\cdot\left(b_{25}\cdot\cos(\delta_5)+g_{25}\cdot\sin(\delta_5)\right)}{V_2\cdot\left[g_{25}\cdot\cos(\delta_2)-\left(b_{25}+b_{s25}\right)\cdot\sin(\delta_2)\right]-V_5\cdot\left(g_{25}\cdot\cos(\delta_5)-b_{25}\cdot\sin(\delta_5)\right)}\right] \\ \mathrm{atan}\left[\dfrac{V_2\cdot\left[\left(b_{26}+b_{s26}\right)\cdot\cos(\delta_2)+g_{26}\cdot\sin(\delta_2)\right]-V_6\cdot\left(b_{26}\cdot\cos(\delta_6)+g_{26}\cdot\sin(\delta_6)\right)}{V_2\cdot\left[g_{26}\cdot\cos(\delta_2)-\left(b_{26}+b_{s26}\right)\cdot\sin(\delta_2)\right]-V_6\cdot\left(g_{26}\cdot\cos(\delta_6)-b_{26}\cdot\sin(\delta_6)\right)}\right] \end{bmatrix} \qquad \begin{pmatrix} \Theta_{21} \\ \Theta_{23} \\ \Theta_{24} \\ \Theta_{25} \\ \Theta_{26} \end{pmatrix}$$

$$z_{\Theta pmuBus3} := \begin{bmatrix} \mathrm{atan}\left[\dfrac{V_3\cdot\left[\left(b_{13}+b_{s13}\right)\cdot\cos(\delta_3)+g_{13}\cdot\sin(\delta_3)\right]-V_1\cdot\left(b_{13}\cdot\cos(\delta_1)+g_{13}\cdot\sin(\delta_1)\right)}{V_3\cdot\left[g_{13}\cdot\cos(\delta_3)-\left(b_{13}+b_{s13}\right)\cdot\sin(\delta_3)\right]-V_1\cdot\left(g_{13}\cdot\cos(\delta_1)-b_{13}\cdot\sin(\delta_1)\right)}\right] \\ \mathrm{atan}\left[\dfrac{V_3\cdot\left[\left(b_{23}+b_{s23}\right)\cdot\cos(\delta_3)+g_{23}\cdot\sin(\delta_3)\right]-V_2\cdot\left(b_{23}\cdot\cos(\delta_2)+g_{23}\cdot\sin(\delta_2)\right)}{V_3\cdot\left[g_{23}\cdot\cos(\delta_3)-\left(b_{23}+b_{s23}\right)\cdot\sin(\delta_3)\right]-V_2\cdot\left(g_{23}\cdot\cos(\delta_2)-b_{23}\cdot\sin(\delta_2)\right)}\right] \\ \mathrm{atan}\left[\dfrac{V_3\cdot\left[\left(b_{34}+b_{s34}\right)\cdot\cos(\delta_3)+g_{34}\cdot\sin(\delta_3)\right]-V_4\cdot\left(b_{34}\cdot\cos(\delta_4)+g_{34}\cdot\sin(\delta_4)\right)}{V_3\cdot\left[g_{34}\cdot\cos(\delta_3)-\left(b_{34}+b_{s34}\right)\cdot\sin(\delta_3)\right]-V_4\cdot\left(g_{34}\cdot\cos(\delta_4)-b_{34}\cdot\sin(\delta_4)\right)}\right] \end{bmatrix} \qquad \begin{pmatrix} \Theta_{31} \\ \Theta_{32} \\ \Theta_{34} \end{pmatrix}$$

$$z_{\Theta pmuBus4} := \begin{bmatrix} \mathrm{atan}\left[\dfrac{V_4\cdot\left[\left(b_{24}+b_{s24}\right)\cdot\cos(\delta_4)+g_{24}\cdot\sin(\delta_4)\right]-V_2\cdot\left(b_{24}\cdot\cos(\delta_2)+g_{24}\cdot\sin(\delta_2)\right)}{V_4\cdot\left[g_{24}\cdot\cos(\delta_4)-\left(b_{24}+b_{s24}\right)\cdot\sin(\delta_4)\right]-V_2\cdot\left(g_{24}\cdot\cos(\delta_2)-b_{24}\cdot\sin(\delta_2)\right)}\right] \\ \mathrm{atan}\left[\dfrac{V_4\cdot\left[\left(b_{34}+b_{s34}\right)\cdot\cos(\delta_4)+g_{34}\cdot\sin(\delta_4)\right]-V_3\cdot\left(b_{34}\cdot\cos(\delta_3)+g_{34}\cdot\sin(\delta_3)\right)}{V_4\cdot\left[g_{34}\cdot\cos(\delta_4)-\left(b_{34}+b_{s34}\right)\cdot\sin(\delta_4)\right]-V_3\cdot\left(g_{34}\cdot\cos(\delta_3)-b_{34}\cdot\sin(\delta_3)\right)}\right] \\ \mathrm{atan}\left[\dfrac{V_4\cdot\left[\left(b_{45}+b_{s45}\right)\cdot\cos(\delta_4)+g_{45}\cdot\sin(\delta_4)\right]-V_5\cdot\left(b_{45}\cdot\cos(\delta_5)+g_{45}\cdot\sin(\delta_5)\right)}{V_4\cdot\left[g_{45}\cdot\cos(\delta_4)-\left(b_{45}+b_{s45}\right)\cdot\sin(\delta_4)\right]-V_5\cdot\left(g_{45}\cdot\cos(\delta_5)-b_{45}\cdot\sin(\delta_5)\right)}\right] \end{bmatrix} \qquad \begin{pmatrix} \Theta_{42} \\ \Theta_{43} \\ \Theta_{45} \end{pmatrix}$$

$$z_{\Theta pmuBus5} := \begin{bmatrix} \operatorname{atan}\left[\dfrac{V_5\cdot\left[\left(b_{25}+b_{s25}\right)\cdot\cos(\delta_5)+g_{25}\cdot\sin(\delta_5)\right]-V_2\cdot\left(b_{25}\cdot\cos(\delta_2)+g_{25}\cdot\sin(\delta_2)\right)}{V_5\cdot\left[g_{25}\cdot\cos(\delta_5)-\left(b_{25}+b_{s25}\right)\cdot\sin(\delta_5)\right]-V_2\cdot\left(g_{25}\cdot\cos(\delta_2)-b_{25}\cdot\sin(\delta_2)\right)}\right] \\ \operatorname{atan}\left[\dfrac{V_5\cdot\left[\left(b_{45}+b_{s45}\right)\cdot\cos(\delta_5)+g_{45}\cdot\sin(\delta_5)\right]-V_4\cdot\left(b_{45}\cdot\cos(\delta_4)+g_{45}\cdot\sin(\delta_4)\right)}{V_5\cdot\left[g_{45}\cdot\cos(\delta_5)-\left(b_{45}+b_{s45}\right)\cdot\sin(\delta_5)\right]-V_4\cdot\left(g_{45}\cdot\cos(\delta_4)-b_{45}\cdot\sin(\delta_4)\right)}\right] \\ \operatorname{atan}\left[\dfrac{V_5\cdot\left[\left(b_{57}+b_{s57}\right)\cdot\cos(\delta_5)+g_{57}\cdot\sin(\delta_5)\right]-V_7\cdot\left(b_{57}\cdot\cos(\delta_7)+g_{57}\cdot\sin(\delta_7)\right)}{V_5\cdot\left[g_{57}\cdot\cos(\delta_5)-\left(b_{57}+b_{s57}\right)\cdot\sin(\delta_5)\right]-V_7\cdot\left(g_{57}\cdot\cos(\delta_7)-b_{57}\cdot\sin(\delta_7)\right)}\right] \end{bmatrix} \qquad \begin{pmatrix} \Theta_{52} \\ \Theta_{54} \\ \Theta_{57} \end{pmatrix}$$

$$z_{\Theta pmuBus6} := \begin{bmatrix} \operatorname{atan}\left[\dfrac{V_6\cdot\left[\left(b_{26}+b_{s26}\right)\cdot\cos(\delta_6)+g_{26}\cdot\sin(\delta_6)\right]-V_2\cdot\left(b_{26}\cdot\cos(\delta_2)+g_{26}\cdot\sin(\delta_2)\right)}{V_6\cdot\left[g_{26}\cdot\cos(\delta_6)-\left(b_{26}+b_{s26}\right)\cdot\sin(\delta_6)\right]-V_2\cdot\left(g_{26}\cdot\cos(\delta_2)-b_{26}\cdot\sin(\delta_2)\right)}\right] \\ \operatorname{atan}\left[\dfrac{V_6\cdot\left[\left(b_{67}+b_{s67}\right)\cdot\cos(\delta_6)+g_{67}\cdot\sin(\delta_6)\right]-V_7\cdot\left(b_{67}\cdot\cos(\delta_7)+g_{67}\cdot\sin(\delta_7)\right)}{V_6\cdot\left[g_{67}\cdot\cos(\delta_6)-\left(b_{67}+b_{s67}\right)\cdot\sin(\delta_6)\right]-V_7\cdot\left(g_{67}\cdot\cos(\delta_7)-b_{67}\cdot\sin(\delta_7)\right)}\right] \end{bmatrix} \qquad \begin{pmatrix} \Theta_{62} \\ \Theta_{67} \end{pmatrix}$$

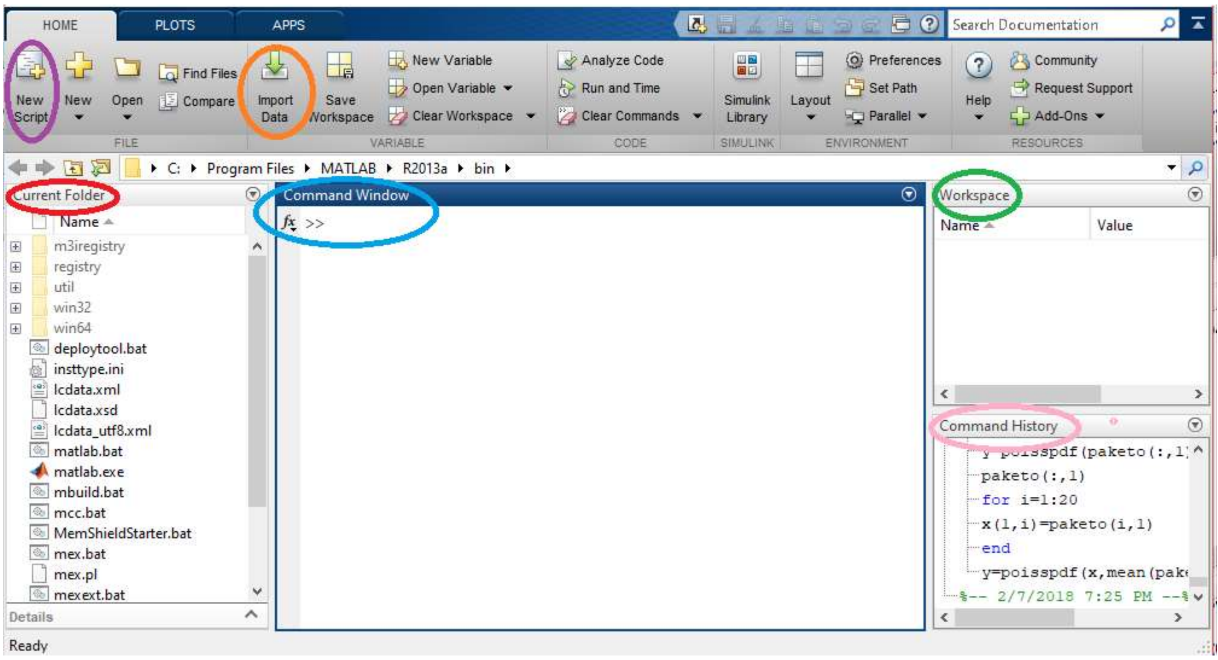
$$z_{\Theta pmuBus7} := \begin{bmatrix} \operatorname{atan}\left[\dfrac{V_7\cdot\left[\left(b_{57}+b_{s57}\right)\cdot\cos(\delta_7)+g_{57}\cdot\sin(\delta_7)\right]-V_5\cdot\left(b_{57}\cdot\cos(\delta_5)+g_{57}\cdot\sin(\delta_5)\right)}{V_7\cdot\left[g_{57}\cdot\cos(\delta_7)-\left(b_{57}+b_{s57}\right)\cdot\sin(\delta_7)\right]-V_5\cdot\left(g_{57}\cdot\cos(\delta_5)-b_{57}\cdot\sin(\delta_5)\right)}\right] \\ \operatorname{atan}\left[\dfrac{V_7\cdot\left[\left(b_{67}+b_{s67}\right)\cdot\cos(\delta_7)+g_{67}\cdot\sin(\delta_7)\right]-V_6\cdot\left(b_{67}\cdot\cos(\delta_6)+g_{67}\cdot\sin(\delta_6)\right)}{V_7\cdot\left[g_{67}\cdot\cos(\delta_7)-\left(b_{67}+b_{s67}\right)\cdot\sin(\delta_7)\right]-V_6\cdot\left(g_{67}\cdot\cos(\delta_6)-b_{67}\cdot\sin(\delta_6)\right)}\right] \end{bmatrix} \qquad \begin{pmatrix} \Theta_{75} \\ \Theta_{76} \end{pmatrix}$$

Κάναμε αναπαραγωγή μετρήσεων με το MATHCAD 20 φορές και προέκυψαν οι παρακάτω μετρήσεις.

P12	0.61427	0.62486	0.62697	0.63354	0.61541	0.61929	0.65937	0.64393	0.61911	0.58526	0.59304	0.55947	0.49112	0.48578	0.51039	0.48901	0.51398	0.5965	0.64338	0.65257
P13	0.44455	0.45342	0.44836	0.44907	0.44713	0.44403	0.47174	0.46796	0.46825	0.46352	0.40483	0.43104	0.39167	0.39567	0.40029	0.40526	0.4168	0.40564	0.41035	0.41375
P21	-0.60743	-0.6178	-0.61989	-0.62629	-0.60854	-0.61233	-0.6515	-0.6365	-0.61222	-0.57863	-0.58632	-0.55314	-0.48356	-0.47932	-0.50359	-0.48217	-0.50703	-0.58968	-0.63525	-0.64404
P23	0.39026	0.40022	0.39172	0.38959	0.39489	0.38897	0.41167	0.41283	0.42451	0.4343	0.34171	0.39604	0.36941	0.37486	0.37228	0.38818	0.39566	0.34118	0.32902	0.33014
P24	0.33805	0.34275	0.33564	0.33826	0.33559	0.32177	0.30628	0.30952	0.32585	0.2569	0.24998	0.25615	0.25468	0.24499	0.24642	0.24966	0.26567	0.21741	0.20405	0.2091
P25	0.87544	0.88672	0.86574	0.85271	0.85691	0.85902	0.85765	0.86851	0.87177	0.74544	0.77522	0.73561	0.74647	0.74279	0.74286	0.76013	0.75586	0.69119	0.66602	0.67076
P26	0.29599	0.32248	0.35594	0.33542	0.33842	0.48594	0.45792	0.44341	0.47445	0.24518	0.21919	0.16278	0.23412	0.20609	0.22241	0.25061	0.27314	0.13105	0.10838	0.09873
P31	-0.42896	-0.43693	-0.43211	-0.43258	-0.4307	-0.42827	-0.45238	-0.44919	-0.44938	-0.43924	-0.39221	-0.4149	-0.37958	-0.38316	-0.38759	-0.39224	-0.40281	-0.39268	-0.397	-0.39993
P32	-0.38025	-0.38917	-0.38114	-0.3791	-0.38378	-0.37865	-0.39888	-0.40004	-0.41041	-0.41297	-0.33471	-0.38358	-0.3601	-0.36517	-0.3629	-0.37761	-0.38417	-0.334	-0.32239	-0.32335
P34	-0.31185	-0.34554	-0.34656	-0.3134	-0.36706	-0.41474	-0.66432	-0.65047	-0.61559	-1.11813	-0.60002	-0.90745	-0.74437	-0.8393	-0.81848	-0.89531	-0.83409	-0.82124	-0.83016	-0.80144
P42	-0.33085	-0.33519	-0.32878	-0.33105	-0.32864	-0.31563	-0.30105	-0.30418	-0.31969	-0.25252	-0.24528	-0.25137	-0.25024	-0.2405	-0.24172	-0.24501	-0.26124	-0.21143	-0.19777	-0.20332
P43	0.31336	0.34782	0.35011	0.3158	0.37139	0.41963	0.68429	0.66922	0.63163	1.2212	0.61671	0.96309	0.7752	0.87615	0.8552	0.93869	0.87114	0.86043	0.86939	0.83798
P45	0.17458	0.17629	0.17153	0.16141	0.16648	0.17959	0.19401	0.19713	0.18287	0.17788	0.20267	0.17278	0.17737	0.18498	0.18423	0.19123	0.17247	0.1851	0.18105	0.17926
P52	-0.84681	-0.85735	-0.83813	-0.82583	-0.82979	-0.83184	-0.83056	-0.8408	-0.84414	-0.72156	-0.75079	-0.70973	-0.71914	-0.7162	-0.71582	-0.73374	-0.72887	-0.66449	-0.63561	-0.64212
P54	-0.17192	-0.17361	-0.16885	-0.15861	-0.16377	-0.17678	-0.19107	-0.19413	-0.17999	-0.17517	-0.19956	-0.16988	-0.17383	-0.18169	-0.18098	-0.18806	-0.16891	-0.18228	-0.17777	-0.17612
P57	-0.31256	-0.32661	-0.26828	-0.26984	-0.29174	-0.28069	-0.29487	-0.30051	-0.24819	-0.1498	-0.34118	-0.21723	-0.15333	-0.19795	-0.19243	-0.20758	-0.10769	-0.1628	-0.23667	-0.23946
P62	-0.2942	-0.32058	-0.35339	-0.33329	-0.33624	-0.47625	-0.45019	-0.4367	-0.46585	-0.24353	-0.21721	-0.15917	-0.23252	-0.20411	-0.21989	-0.24875	-0.27143	-0.12526	-0.10321	-0.09291
P67	0.29552	0.2895	0.27979	0.27946	0.27632	0.23379	0.23859	0.24715	0.24941	0.27515	0.26134	0.2833	0.27584	0.27473	0.27209	0.2694	0.27878	0.28154	0.25864	0.26417
P75	0.32083	0.33599	0.27321	0.27491	0.29824	0.28641	0.30129	0.30721	0.25169	0.1503	0.35046	0.21937	0.15377	0.19897	0.19333	0.20897	0.10815	0.16348	0.23874	0.24183
P76	-0.28852	-0.28242	-0.2727	-0.27233	-0.26906	-0.22478	-0.22956	-0.23861	-0.24112	-0.2685	-0.25331	-0.27552	-0.26812	-0.26695	-0.26457	-0.26152	-0.27153	-0.27441	-0.24955	-0.25575
Q12	-0.05215	-0.07415	-0.03828	-0.00385	-0.05772	-0.06746	0.04684	0.00242	-0.08097	-0.07308	-0.07504	-0.16648	-0.41261	-0.33752	-0.32856	-0.37024	-0.34474	-0.03257	0.06812	0.10214
Q13	0.10546	0.12569	0.12944	0.13637	0.13638	0.11635	0.19268	0.18091	0.1829	0.29102	0.01958	0.13381	0.00938	0.03057	0.02554	0.0396	0.06617	0.04022	0.04909	0.0664
Q21	0.007	0.0292	-0.00649	-0.04012	0.01269	0.02254	-0.08944	-0.04641	0.03508	0.03111	0.03263	0.12275	0.37309	0.29503	0.28692	0.32795	0.30257	-0.00882	-0.10522	-0.13777
Q23	0.14717	0.18075	0.17399	0.17155	0.18968	0.1666	0.22756	0.22727	0.25817	0.3977	0.04245	0.2233	0.14212	0.14519	0.13495	0.16809	0.19441	0.05563	0.03406	0.04545
Q24	0.10456	0.12052	0.08674	0.10377	0.09215	0.06541	0.00583	0.01247	0.0599	-0.1134	-0.1564	-0.15298	-0.13506	-0.15424	-0.16592	-0.16099	-0.10924	-0.25371	-0.27273	-0.24924
Q25	0.08	0.10969	0.02514	-0.00696	0.00656	0.00966	-0.00865	0.01876	-0.00253	-0.24932	-0.19094	-0.38089	-0.41684	-0.38971	-0.40655	-0.36261	-0.39527	-0.46608	-0.5825	-0.53085
Q26	-0.12278	-0.02048	0.08302	0.02175	0.03298	0.51202	0.43087	0.38455	0.47096	-0.18222	-0.25913	-0.42842	-0.19758	-0.27256	-0.31177	-0.21522	-0.1542	-0.55292	-0.52402	-0.5557
Q31	-0.11086	-0.12845	-0.1329	-0.13893	-0.13886	-0.12118	-0.18649	-0.17655	-0.17819	-0.265	-0.03237	-0.13443	-0.02252	-0.04216	-0.03678	-0.05017	-0.07377	-0.05127	-0.05891	-0.07447
Q32	-0.15846	-0.18902	-0.18358	-0.18116	-0.19739	-0.17697	-0.23001	-0.22989	-0.25702	-0.3708	-0.06163	-0.22507	-0.15427	-0.15576	-0.14663	-0.17652	-0.19998	-0.07359	-0.05335	-0.06387
Q34	-0.23539	-0.33225	-0.48682	-0.37788	-0.54237	-0.56318	-1.22031	-1.18236	-1.08508	-2.71573	-1.1354	-2.07462	-1.55395	-1.67247	-1.68569	-1.83099	-1.68094	-1.76208	-1.75463	-1.68137
Q42	-0.12466	-0.13978	-0.10819	-0.12376	-0.11311	-0.08915	-0.03275	-0.03916	-0.08416	0.08555	0.12867	0.12523	0.1061	0.12565	0.13782	0.13214	0.08009	0.22964	0.2499	0.22535
Q43	0.22007	0.31927	0.4776	0.36538	0.53561	0.55785	1.26026	1.21859	1.11328	3.00634	1.16516	2.22178	1.62627	1.76298	1.7757	1.94082	1.77205	1.85926	1.85205	1.77096
Q45	-0.07881	-0.07608	-0.09274	-0.1194	-0.1051	-0.08533	-0.05236	-0.04402	-0.08799	-0.08215	-0.02248	-0.11987	-0.15131	-0.12371	-0.1238	-0.1059	-0.15916	-0.08838	-0.13356	-0.12416
Q52	-0.02542	-0.05303	0.02607	0.05606	0.04322	0.04025	0.05821	0.03267	0.05332	0.29021	0.23334	0.42666	0.4666	0.43764	0.45569	0.40954	0.44381	0.51465	0.64211	0.58555
Q54	0.03669	0.03392	0.04996	0.07723	0.06254	0.04267	0.00944	0.00133	0.04478	0.03889	-0.02019	0.07497	0.10786	0.07998	0.07964	0.0611	0.11575	0.0427	0.08893	0.08003
Q57	-0.58281	-0.62355	-0.44393	-0.4524	-0.51711	-0.48265	-0.51285	-0.52351	-0.36726	-0.07662	-0.61973	-0.28333	-0.0051	-0.14738	-0.13253	-0.20272	0.09492	-0.12308	-0.26265	-0.28786
Q62	0.07395	-0.02811	-0.1291	-0.069	-0.08012	-0.53522	-0.46023	-0.41729	-0.49825	0.13584	0.21285	0.38606	0.14956	0.22594	0.26653	0.16758	0.10623	0.51782	0.48779	0.52166
Q67	-0.11393	-0.13512	-0.15241	-0.15536	-0.16847	-0.2671	-0.26543	-0.24527	-0.23498	-0.12635	-0.22017	-0.18607	-0.18929	-0.19364	-0.18922	-0.20814	-0.16371	-0.15724	-0.2586	-0.23117
Q75	0.5659	0.60984	0.41666	0.42546	0.49434	0.45754	0.48958	0.50121	0.33517	0.03672	0.60486	0.24566	-0.03762	0.1067	0.09131	0.16264	-0.13741	0.0814	0.224	0.25087
Q76	0.08075	0.10211	0.12009	0.12302	0.13632	0.24177	0.23968	0.21781	0.20699	0.0945	0.19013	0.15422	0.15835	0.16282	0.15734	0.17696	0.13154	0.1241	0.23074	0.20182
Pinj1	1.05882	1.07828	1.07533	1.08261	1.06254	1.06332	1.13111	1.11189	1.08736	1.04877	0.99788	0.99051	0.88279	0.88144	0.91068	0.89427	0.93079	1.00215	1.05373	1.06632
Pinj2	1.29231	1.33437	1.32915	1.2897	1.31727	1.44337	1.38202	1.39778	1.48436	1.10319	0.99978	0.99744	1.12113	1.08941	1.08038	1.16641	1.18331	0.79116	0.67222	0.66469
Pinj3	-1.12106	-1.17164	-1.15981	-1.12508	-1.18154	-1.22166	-1.51558	-1.4997	-1.47538	-1.97034	-1.32694	-1.70593	-1.48405	-1.58763	-1.56898	-1.66516	-1.62107	-1.54792	-1.54955	-1.52472
Pinj4	0.1571	0.18893	0.19287	0.14616	0.20924	0.28358	0.57725	0.56217	0.49481	1.14656	0.5741	0.8845	0.70234	0.82063	0.79772	0.8849	0.78237	0.8341	0.85268	0.81392
Pinj5	-1.33129	-1.35757	-1.27527	-1.25427	-1.2853	-1.28931	-1.31651	-1.33543	-1.27233	-1.04652	-1.29153	-1.09684	-1.0463	-1.09585	-1.08923	-1.12938	-1.00547	-1.00957	-1.05005	-1.05769
Pinj6	0.00132	-0.03108	-0.0736	-0.05383	-0.05993	-0.24245	-0.2116	-0.18955	-0.21643	0.03162	0.04413	0.12413	0.04332	0.07062	0.05219	0.02065	0.00735	0.15628	0.15543	0.17126
Pinj7	0.03231	0.05357	0.00051	0.00258	0.02918	0.06164	0.07173	0.0686	0.01057	-0.1182	0.09715	-0.05614	-0.11435	-0.06798	-0.07124	-0.05255	-0.16338	-0.11093	-0.01082	-0.01392
Qinj1	0.0533	0.05154	0.09116	0.13252	0.07866	0.04888	0.23952	0.18333	0.10194	0.21793	-0.05546	-0.03267	-0.40322	-0.30695	-0.30301	-0.33064	-0.27857	0.00765	0.11721	0.16854
Qinj2	0.21595	0.41968	0.3624	0.25	0.33406	0.77622	0.56617	0.59663	0.82159	-0.11614	-0.53139	-0.61625	-0.23427	-0.37629	-0.46238	-0.24277	-0.16172	-1.2259	-1.45041	-1.42812
Qinj3	-0.50471	-0.64971	-0.8033	-0.69798	-0.87862	-0.86134	-1.63682	-1.5888	-1.52029	-3.35153	-1.2294	-2.43413	-1.73074	-1.87038	-1.8691	-2.05768	-1.95469	-1.88693	-1.86689	-1.81971
Qinj4	0.0166	0.10341	0.27667	0.12221	0.31741	0.38338	1.17515	1.13541	0.94113	3.00973	1.27134	2.22714	1.58106	1.76492	1.78973	1.96705	1.69298	2.00052	1.96839	1.87215
Qinj5	-0.57154	-0.64266	-0.3679	-0.3191	-0.41135	-0.39973	-0.44521	-0.48952	-0.26917	0.25249	-0.40659	0.2183	0.56936	0.37024	0.40281	0.26792	0.65448	0.43427	0.46839	0.37772
Qinj6	-0.03999	-0.16323	-0.28151	-0.22435	-0.2486	-0.80231	-0.72566	-0.66255	-0.73323	0.00949	-0.00732	0.19999	-0.03974	0.0323	0.07731	-0.04056	-0.05748	0.36059	0.2292	0.29049
Qinj7	0.64664	0.71195	0.53675	0.54848	0.63066	0.6993	0.72927	0.71903	0.54216	0.13121	0.79499	0.39989	0.12073	0.26952	0.24865	0.3396	-0.00586	0.20551	0.45475	0.45269
ZV1	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05
ZV2	1.04	1.04	1.04	1.04	1.04	1.04	1.04	1.04	1.04	1.04	1.04	1.04	1.04	1.04	1.04	1.04	1.04	1.04	1.04	1.04
ZV3	0.9914	0.9914	0.9914	0.9914	0.9914	0.9914	0.9914	0.9914	0.9914	0.9914	0.9914	0.9914	0.9914	0.9914	0.9914	0.9914	0.9914	0.9914	0.9914	0.9914
ZV4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
ZV5	1.0043	1.0043	1.0043	1.0043	1.0043	1.0043	1.0043	1.0043	1.0043	1.0043	1.0043	1.0043	1.0043	1.0043	1.0043	1.0043	1.0043	1.0043	1.0043	1.0043
ZV6	1.04	1.04	1.04	1.04	1.04	1.04	1.04	1.04	1.04	1.04	1.04	1.04	1.04	1.04	1.04	1.04	1.04	1.04	1.04	1.04
ZV7	1.04	1.04	1.04	1.04	1.04	1.04	1.04	1.04	1.04	1.04	1.04	1.04	1.04	1.04	1.04	1.04	1.04	1.04	1.04	1.04
Zδ1	0.12425	0.12425	0.12425	0.12425	0.12425	0.12425	0.12425	0.12425	0.12425	0.12425	0.12425	0.12425	0.12425	0.12425	0.12425	0.12425	0.12425	0.12425	0.12425	0.12425
Zδ2	0.09012	0.09012	0.09012	0.09012	0.09012	0.09012	0.09012	0.09012	0.09012	0.09012	0.09012	0.09012	0.09012	0.09012	0.09012	0.09012	0.09012	0.09012	0.09012	0.09012
Zδ3	0.03194	0.03194	0.03194	0.03194	0.03194	0.03194	0.03194	0.03194	0.03194	0.03194	0.03194	0.03194	0.03194	0.03194	0.03194	0.03194	0.03194	0.03194	0.03194	0.03194
Zδ4	0.03901	0.03901	0.03901	0.03901	0.03901	0.03901	0.03901	0.03901	0.03901	0.03901	0.03901	0.03901	0.03901	0.03901	0.03901	0.03901	0.03901	0.03901	0.03901	0.03901
Zδ5	-0.00728	-0.00728	-0.00728	-0.00728	-0.00728	-0.00728	-0.00728	-0.00728	-0.00728	-0.00728	-0.00728	-0.00728	-0.00728	-0.00728	-0.00728	-0.00728	-0.00728	-0.00728	-0.00728	-0.00728
Zδ6	0.07205	0.07205	0.07205	0.07205	0.07205	0.07205	0.07205	0.07205	0.07205	0.07205	0.07205	0.07205	0.07205	0.07205	0.07205	0.07205	0.07205	0.07205	0.07205	0.07205
Zδ7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
I12	0.58651	0.59689	0.59584	0.60155	0.58823	0.59233	0.62438	0.60869	0.59044	0.57852	0.58291	0.57031	0.63415	0.58515	0.59927	0.60275	0.6064	0.58516	0.63355	0.64756
I13	0.43468	0.44633	0.44268	0.44561	0.44487	0.43645	0.48132	0.47425	0.47537	0.53683	0.39523	0.44097	0.38733	0.39257	0.396	0.40015	0.41351	0.39929	0.4047	0.41083
I21	0.58349	0.59169	0.59425	0.60337	0.58464	0.58777	0.63092	0.61112	0.58452	0.57311	0.57735	0.55489	0.5958	0.55175	0.56761	0.56692	0.57347	0.58396	0.64173	0.65861
I23	0.40062	0.42011	0.41087	0.40928	0.42079	0.40589	0.45129	0.45126	0.4736	0.58242	0.33855	0.44526	0.38612	0.39407	0.3878	0.41125	0.42817	0.3423	0.32966	0.33326
I24	0.33989	0.34758	0.33231	0.34018	0.33427	0.31496	0.2939	0.29663	0.3158	0.27773	0.28992	0.29219	0.28122	0.28379	0.29094	0.2888	0.27899	0.33085	0.33946	0.32534
I25	0.84438	0.85475	0.83024	0.81987	0.82311	0.82406	0.82288	0.83186	0.83097	0.7774	0.78496	0.81125	0.83403	0.82229	0.82933	0.81877	0.82845	0.82548	0.88181	0.85541
I26	0.30779	0.30913	0.35036	0.32316	0.3266	0.67713	0.60324	0.56204	0.63722	0.30213	0.33369	0.44883	0.29885	0.33497	0.37505	0.32116	0.30465	0.56267	0.5333	0.5644
I31	0.44703	0.46044	0.45735	0.46089	0.46017	0.44994	0.50073	0.49284	0.4941	0.56224	0.39856	0.45602	0.38944	0.39723	0.39997	0.40578	0.42196	0.40504	0.41138	0.41939
I32	0.41565	0.43741	0.42797	0.42621	0.43885	0.42253	0.47119	0.47114	0.49493	0.6083	0.34468	0.46501	0.40123	0.40911	0.40211	0.42774	0.44627	0.34981	0.33495	0.33979
I34	0.39423	0.48464	0.60453	0.498	0.66596	0.70705	1.42184	1.378	1.27508	3.21888	1.30059	2.36763	1.76468	1.92833	1.92509	2.0915	1.93355	1.9884	1.98965	1.92021
I42	0.35316	0.36229	0.34389	0.35335	0.34638	0.32467	0.29654	0.30012	0.32483	0.26301	0.26952	0.27247	0.2635	0.26331	0.26923	0.26772	0.26507	0.30017	0.30708	0.29468
I43	0.3825	0.471	0.58836	0.48284	0.64957	0.69101	1.40428	1.36047	1.25772	3.20105	1.28277	2.34941	1.74656	1.91042	1.90703	2.07338	1.9156	1.9701	1.97144	1.90215
I45	0.19134	0.19155	0.19374	0.20073	0.19621	0.19682	0.19678	0.19766	0.19941	0.19329	0.19842	0.20402	0.22602	0.21595	0.21476	0.21023	0.22767	0.19724	0.21679	0.21171
I52	0.84626	0.85762	0.83024	0.81872	0.82245	0.82351	0.82167	0.83162	0.82997	0.76692	0.77682	0.79618	0.81798	0.80705	0.81358	0.8045	0.81311	0.80746	0.86071	0.83559
I54	0.1756	0.17661	0.17434	0.17449	0.17352	0.17982	0.18879	0.19187	0.182	0.17694	0.19818	0.17852	0.19521	0.19088	0.18958	0.18931	0.1951	0.17986	0.18936	0.18601
I57	0.6606	0.70278	0.51356	0.52103	0.58767	0.5521	0.58382	0.59659	0.43496	0.16592	0.69898	0.34326	0.14639	0.2373	0.22401	0.27779	0.13678	0.19607	0.33681	0.36004
I62	0.29138	0.30976	0.3652	0.33012	0.33516	0.71478	0.63914	0.59668	0.67421	0.27454	0.29621	0.40087	0.26823	0.29541	0.33427	0.28982	0.28246	0.51286	0.48351	0.51443
I67	0.30422	0.30752	0.30927	0.31013	0.3138	0.35415	0.35431	0.34396	0.33871	0.2981	0.33284	0.32537	0.32458	0.3261	0.32061	0.32896	0.3133	0.31043	0.35467	0.34081
I75	0.62483	0.66673	0.47885	0.48614	0.55215	0.51689	0.54837	0.56116	0.40133	0.15162	0.66299	0.31089	0.15076	0.2148	0.20303	0.25008	0.16735	0.17395	0.30653	0.32873
I76	0.28778	0.28758	0.28637	0.28678	0.28847	0.31611	0.31659	0.3084	0.30427	0.27895	0.30038	0.29804	0.29656	0.29748	0.2923	0.29821	0.28875	0.28685	0.31824	0.30734
Θ12	0.20881	0.24266	0.18522	0.13019	0.21761	0.2328	0.05343	0.12055	0.25442	0.24836	0.2504	0.4139	0.82437	0.73118	0.6974	0.77255	0.71625	0.17846	0.01949	-0.0303
Θ13	-0.10881	-0.14587	-0.15681	-0.1707	-0.17194	-0.13198	-0.26341	-0.2446	-0.24801	-0.43651	0.0762	-0.17633	0.10168	0.04682	0.06172	0.02711	-0.03201	0.0251	0.0059	-0.03416
Θ21	0.10161	0.137	0.07947	0.02597	0.11073	0.12657	-0.04647	0.01719	0.14728	0.14295	0.14517	0.30834	0.74699	0.64148	0.60794	0.68728	0.62815	0.07423	-0.07492	-0.12156
Θ23	-0.27054	-0.33443	-0.32806	-0.32485	-0.35792	-0.31491	-0.41501	-0.41325	-0.45636	-0.65219	-0.03402	-0.42343	-0.27743	-0.27981	-0.25769	-0.31865	-0.3666	-0.07246	-0.01392	-0.04761
Θ24	-0.2099	-0.24836	-0.16297	-0.20772	-0.1781	-0.11077	0.07093	0.04971	-0.09177	0.50495	0.64866	0.62835	0.57744	0.65159	0.68266	0.66274	0.48022	0.95148	1.01768	0.96194
Θ25	-0.00106	-0.0333	0.06091	0.0981	0.08223	0.07852	0.10005	0.06839	0.09293	0.41201	0.33107	0.56774	0.59912	0.57289	0.59082	0.5351	0.57194	0.68245	0.80783	0.75867
Θ26	0.4833	0.15319	-0.1392	0.0252	-0.00724	-0.72176	-0.66502	-0.62445	-0.69167	0.72838	0.95828	1.29765	0.79079	1.01309	1.04121	0.79956	0.60406	1.42725	1.45607	1.48414
Θ31	-0.22112	-0.2541	-0.26545	-0.27794	-0.27906	-0.24295	-0.35916	-0.3426	-0.34558	-0.51118	-0.05027	-0.28141	-0.02611	-0.078	-0.0626	-0.09563	-0.14938	-0.09826	-0.11529	-0.15216
Θ32	-0.36307	-0.42032	-0.41594	-0.41297	-0.44222	-0.40441	-0.49121	-0.48968	-0.52756	-0.69998	-0.15001	-0.4987	-0.37161	-0.3716	-0.35198	-0.4057	-0.44819	-0.18529	-0.13198	-0.16309
Θ34	-0.61479	-0.73397	-0.91922	-0.84559	-0.94301	-0.90324	-1.04042	-1.03594	-1.02282	-1.14855	-1.05256	-1.12653	-1.09092	-1.0741	-1.08676	-1.08442	-1.07843	-1.1031	-1.09686	-1.09405
Θ42	-0.3214	-0.35607	-0.27932	-0.31914	-0.2929	-0.23555	-0.06865	-0.08836	-0.21775	[illegible]	0.52182	0.50078	0.44103	0.52157	0.55797	0.53471	0.33753	0.86522	0.94071	0.87601
Θ43	-0.57332	-0.7036	-0.89964	-0.81943	-0.92594	-0.88616	-1.03367	-1.02891	-1.01505	-1.14628	-1.04527	-1.12317	-1.08599	-1.06944	-1.0822	-1.08019	-1.07383	-1.0988	-1.09253	-1.08957
Θ45	0.46297	0.44641	0.5342	0.67555	0.60167	0.48326	0.30328	0.25939	0.48813	0.47133	0.14919	0.64511	0.74629	0.62957	0.63143	0.54588	0.78535	0.48403	0.67497	0.64504
Θ52	-0.03719	-0.06897	0.02386	0.06062	0.04488	0.04117	0.06262	0.03135	0.05564	0.37513	0.29356	0.5342	0.56692	0.53994	0.55842	0.50111	0.53891	0.65197	0.78213	0.73115
Θ54	0.20309	0.18575	0.28041	0.44595	0.3576	0.22968	0.042	-0.00065	0.23637	0.21119	-0.10861	0.40856	0.54671	0.40613	0.40608	0.30616	0.59276	0.22306	0.45549	0.4183
Θ57	-1.08571	-1.0955	-1.03443	-1.04015	-1.0643	-1.05121	-1.05634	-1.05718	-0.98395	-0.48004	-1.07531	-0.92374	-0.04188	-0.64856	-0.61159	-0.7815	0.71442	-0.65436	-0.84574	-0.88513
Θ62	0.31817	-0.01537	-0.27815	-0.13204	-0.16183	-0.77145	-0.72391	-0.69007	-0.74639	0.58068	0.84779	1.25296	0.64487	0.90938	0.95299	0.66516	0.44532	1.40509	1.43559	1.46768
Θ67	0.4399	0.50876	0.57089	0.57946	0.61963	0.92397	0.9111	0.85418	0.82822	0.50236	0.77262	0.65436	0.67473	0.68721	0.67966	0.73012	0.60327	0.58095	0.85862	0.79201
Θ75	-1.05502	-1.06722	-0.99039	-0.99713	-1.02794	-1.01147	-1.0191	-1.02088	-0.92667	-0.23927	-1.04547	-0.84185	0.23996	-0.49226	-0.44122	-0.66134	0.90399	-0.46193	-0.75355	-0.80374
Θ76	0.2729	0.34693	0.41485	0.42428	0.46898	0.82181	0.807	0.7399	0.70941	0.33874	0.64407	0.51032	0.5335	0.54768	0.53653	0.59491	0.45114	0.42479	0.74628	0.66808

3.2 MATLAB

Ανοίγουμε το MATLAB και στην οθόνη του υπολογιστή εμφανίζεται το παρακάτω παράθυρο:



Στη συνέχεια γίνεται μια γρήγορη επεξήγηση των παραθύρων του MATLAB.

Current Folder: είναι το παραθυρο όπου μπορουμε να καλούμε αποθηκευμένες συναρτήσεις ή δεδομένα.

New script : είναι η επιλογη που επιλέγοντάς την μας οδηγεί στο παραθυρο του editor. Σε αυτό το παράθυρο κατασκευάζουμε συναρτήσεις.

Import data : καταχώριση δεδομένων. Με την επιλογή αυτή έχουμε την δυνατότητα να καταχωρίσουμε τα δεδομένα προς επεξεργασία στο πρόγραμμα.

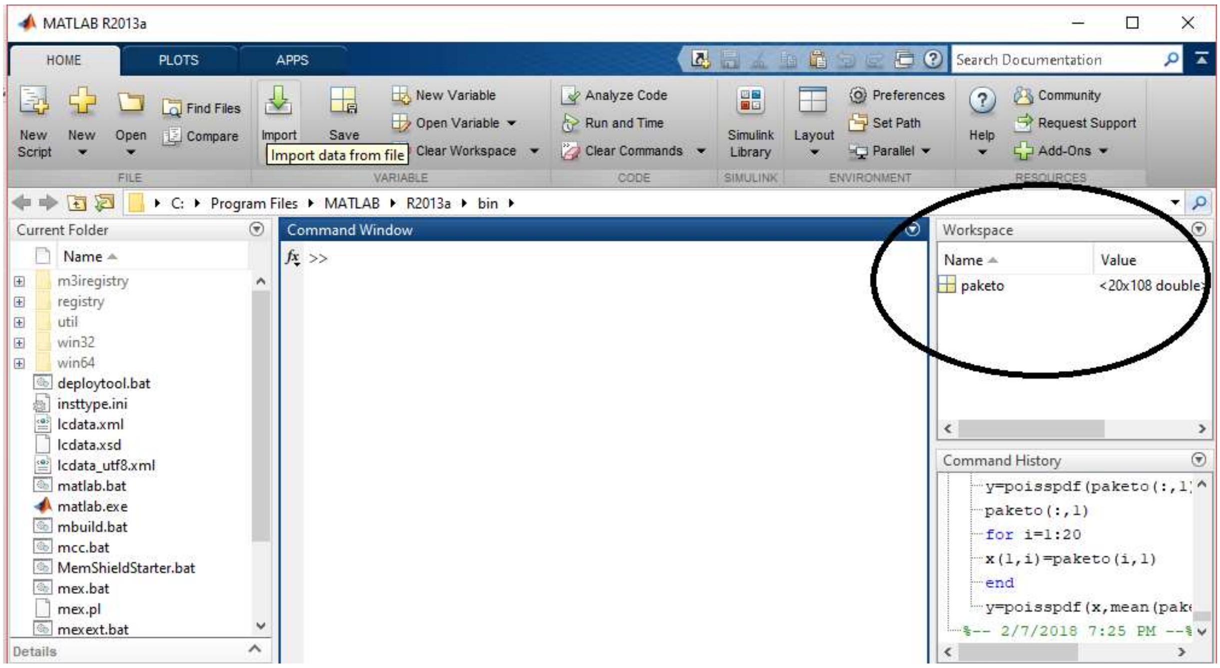
Workspace : είναι ο χώρος όπου μπορούμε να έχουμε μια εικόνα των δεδομένων ή των αποτελεσμάτων που θα έχουμε.

Command window : είναι το παραθυρο εργασίας , στο οποόο θα καλούμε συναρτήσεις και θα κάνουμε την επεξεργασία.

Comand history : είναι το παράθυρο που μας δείχνει το ιστορικό των βημάτων που έχουμε κάνει.

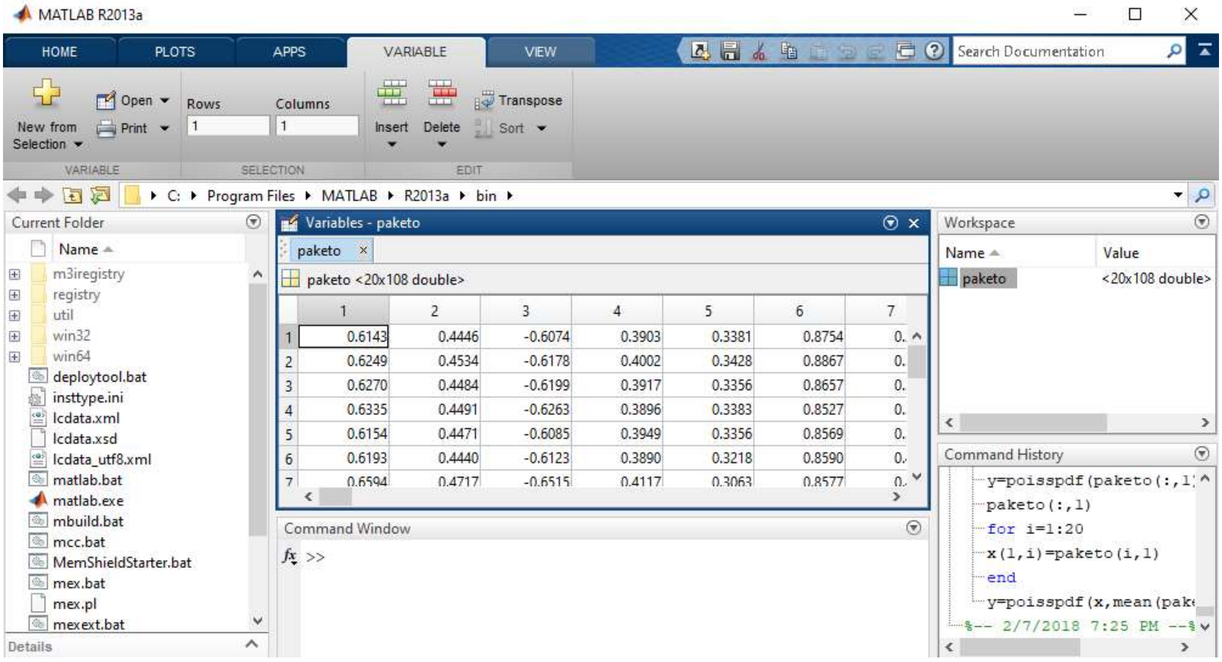
3.3 ΚΑΤΑΧΩΡΙΣΗ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

Με την επιλογή import data, επιλέγουμε τα δεδομένα μας, που στην προκειμένη περίπτωση είναι οι μετρήσεις μας.

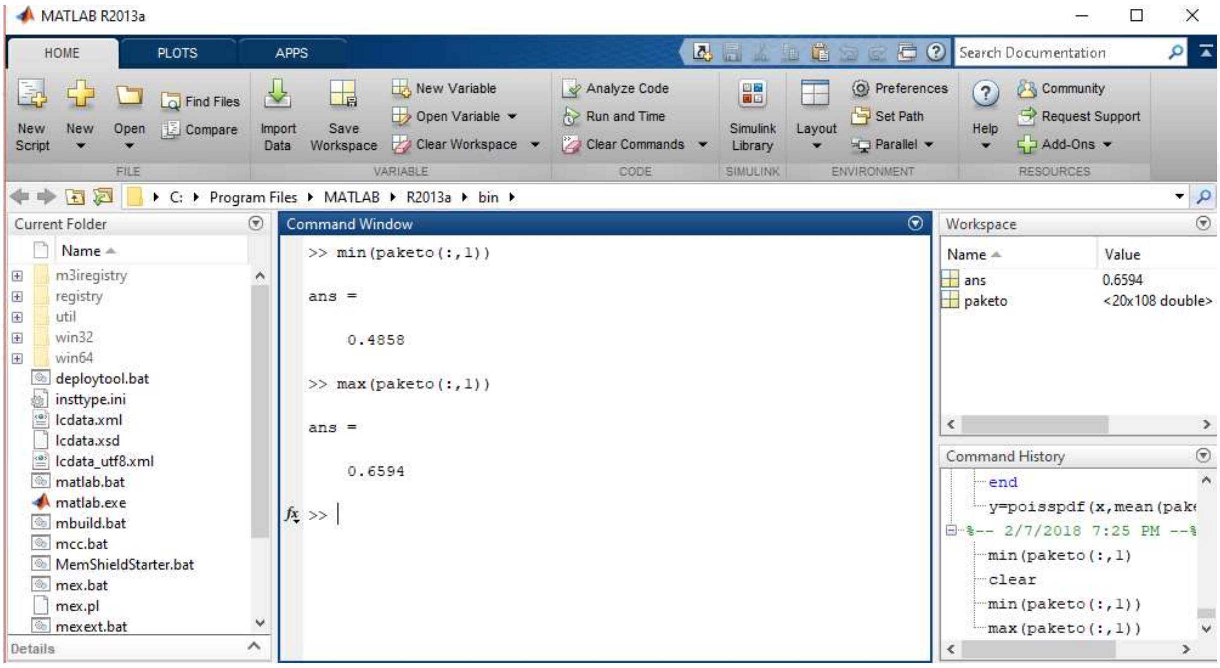


Παρατηρούμε την εμφάνιση των δεδομένων στο workspace . Κάνουμε κλικ στον

Πινακα paketo και μας ανοίγει τα δεδομένα.

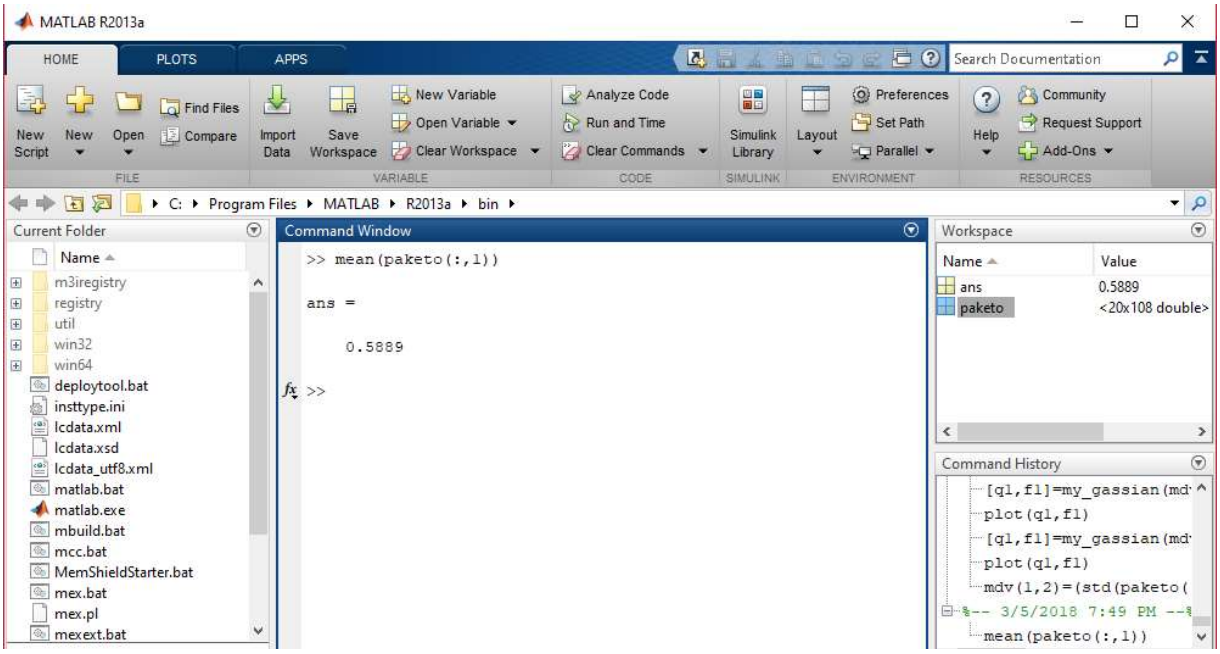


Τώρα είμαστε έτοιμοι να επεξεργαστούμε τα δεδομένα μας.

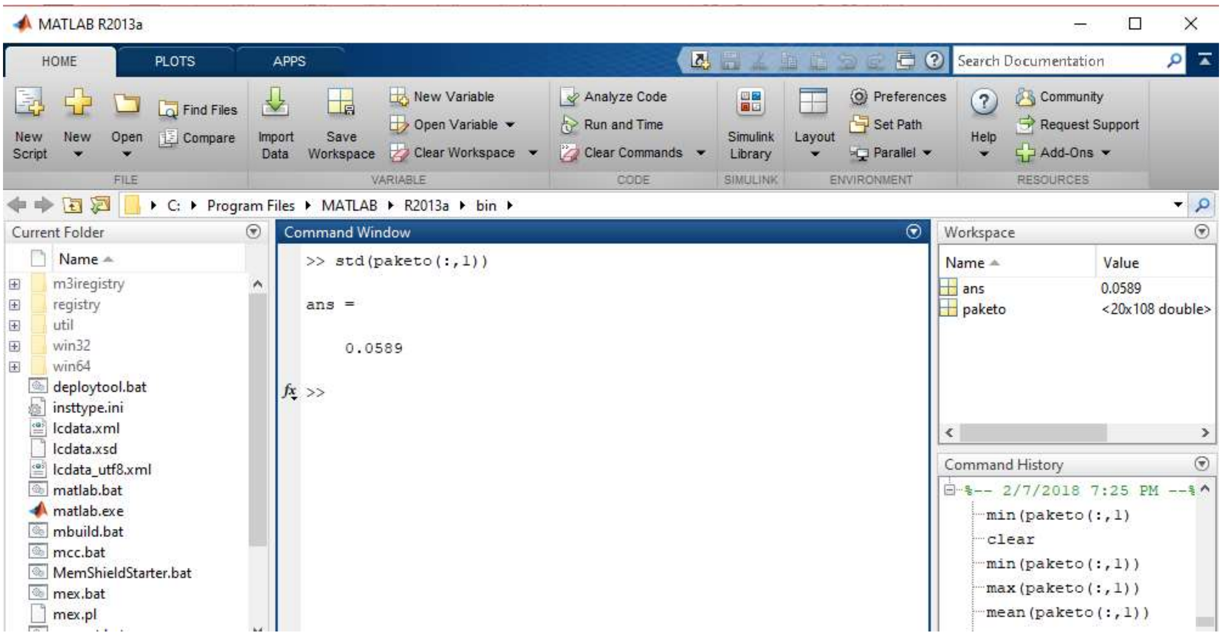


Με την εντολή min και max μπορούμε να βρούμε την μέγιστη και ελάχιστη τιμή μιας στήλης ή μιας σειράς ανάλογα με το πως θα τα ορίσουμε στον πίνακα. Στην προκειμένη περίπτωση είναι η πρώτη στήλη.

Ύστερα, με την εντολή mean μπορούμε να βρούμε την μέση τιμή μιας ομάδας μετρήσεων.

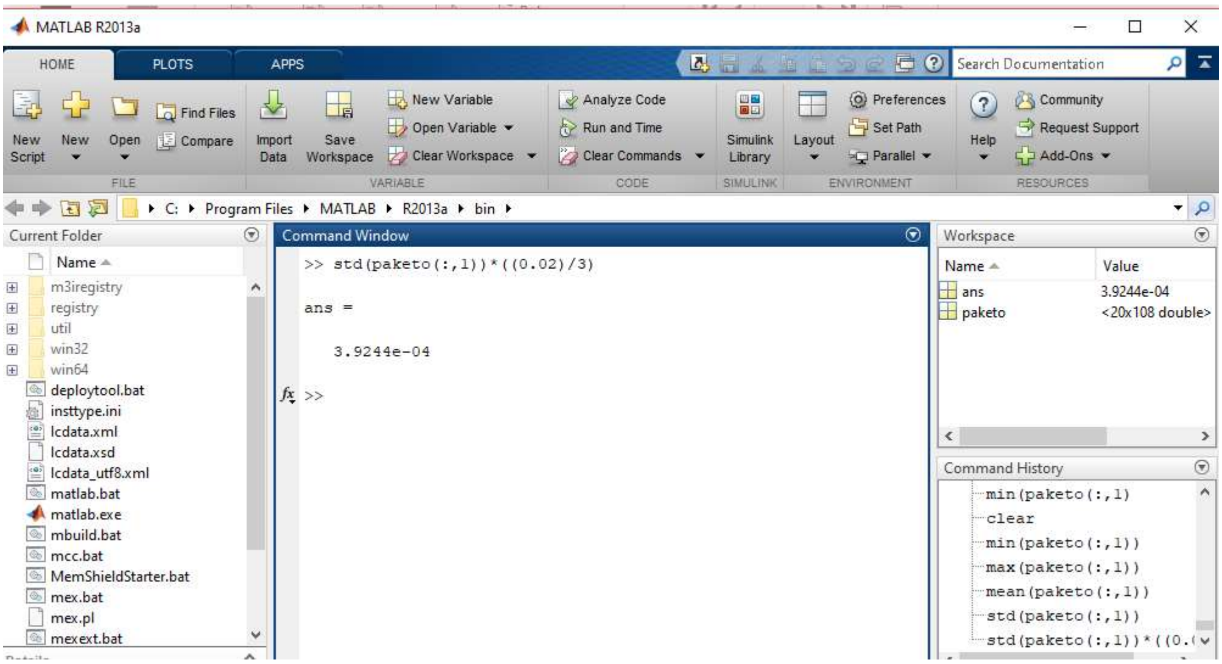


Στην προκειμένη περίπτωση έχουμε επιλέξει να μας δώσει την μέση τιμή της πρώτης στήλης του πίνακα paketo και το αποτέλεσμα αναγράφεται στην οθόνη.



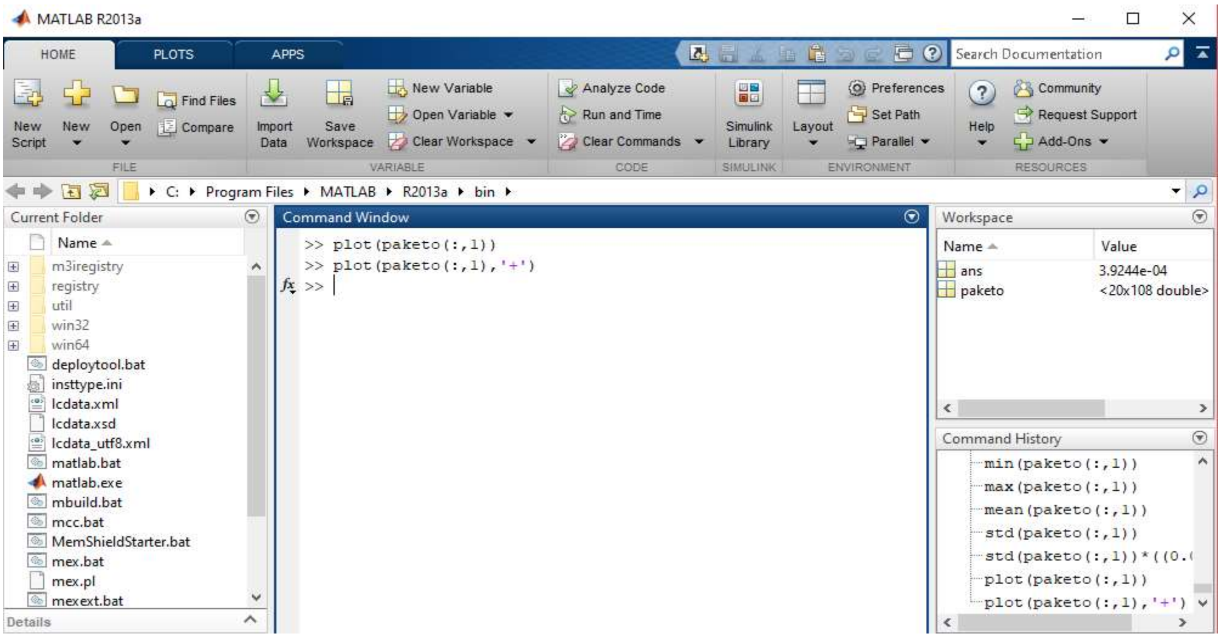
Με την εντολή std (standart deviation) μπορούμε να βρούμε την τυπική απόκλιση της αντίστοιχης ομάδας μετρήσεων. Το αποτέλεσμα εμφανίζεται στην οθόνη .

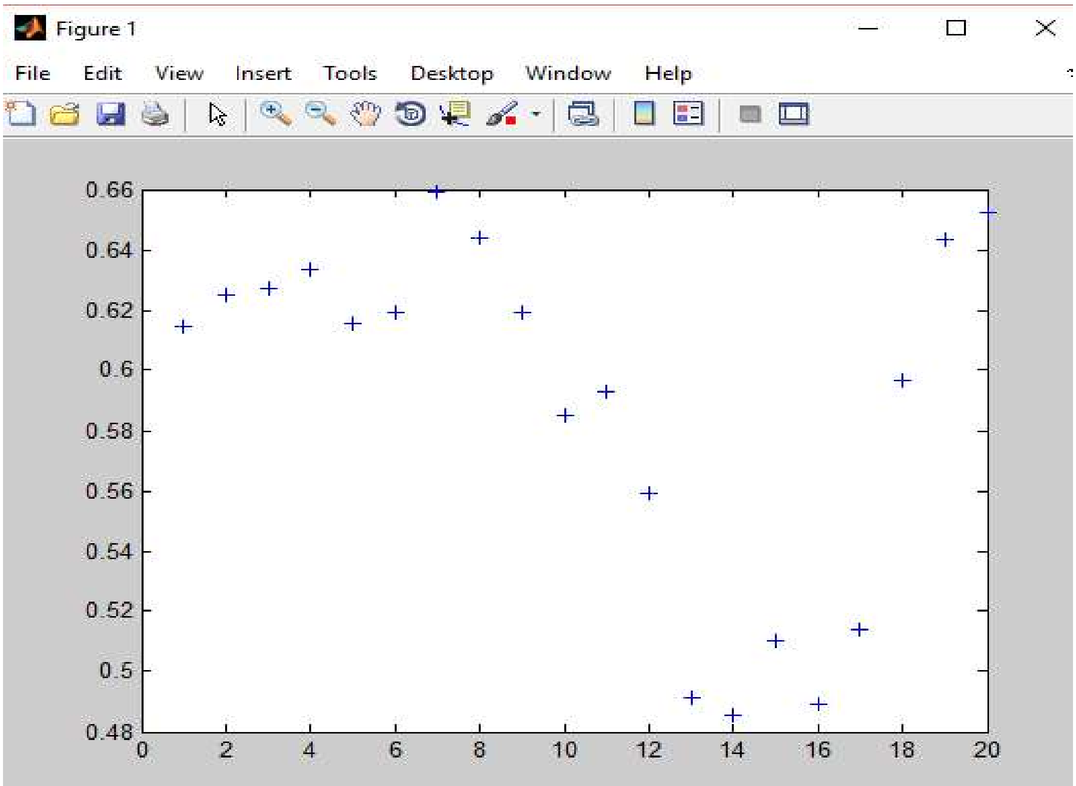
Αν για κάποιο λογο θέλουμε το αποτέλεσμα του σ να είναι διορθωμένο , δηλ. να πολλαπλασιάζεται με μια τιμή διόρθωσης, τότε μπορούμε να το πολλαπλασιάσουμε πάνω στην ίδια γραμμή πχ.



Παρατηρούμε ότι μας εμφανίζει το αποτέλεσμα στην οθόνη και παράλληλα σε ένα πίνακα ans στο παράθυρο του workspace.

Με την εντολή plot μπορούμε να έχουμε μια εικόνα των μετρήσεων γραφικά.

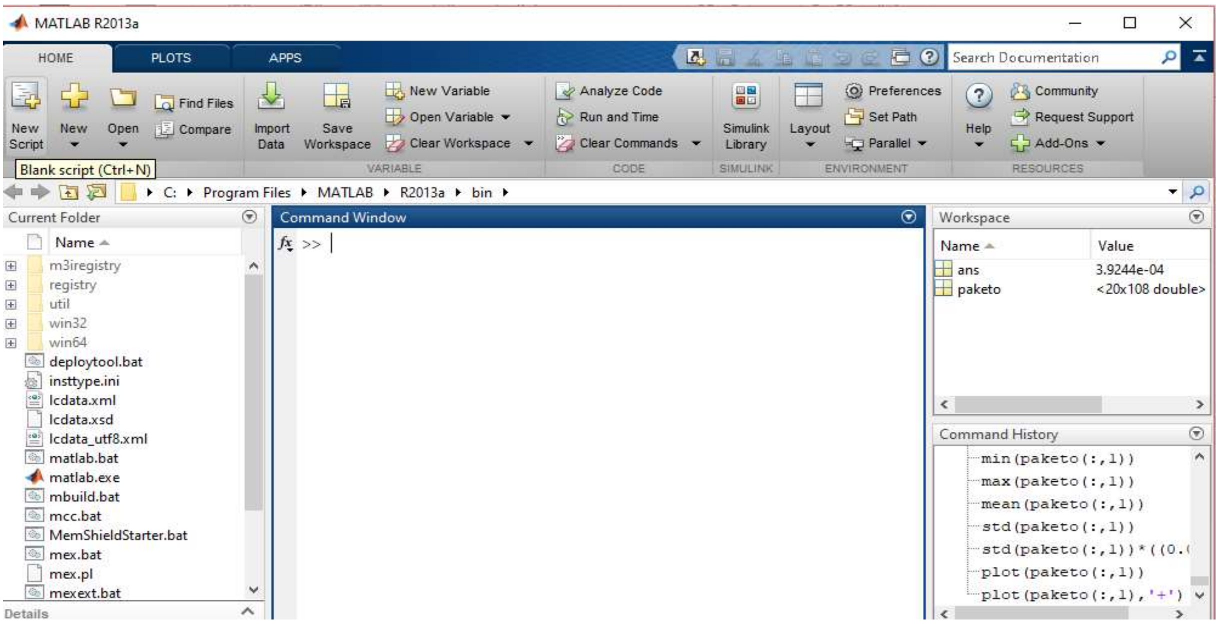




Στο παραπάνω γράφημα βλέπουμε μια αναπαράσταση των μετρήσεων.

3.4 ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑ ΣΥΝΑΡΤΙΣΗΣ ΤΟΥ GAUSS

Επιλέγουμε την επιλογή new script.



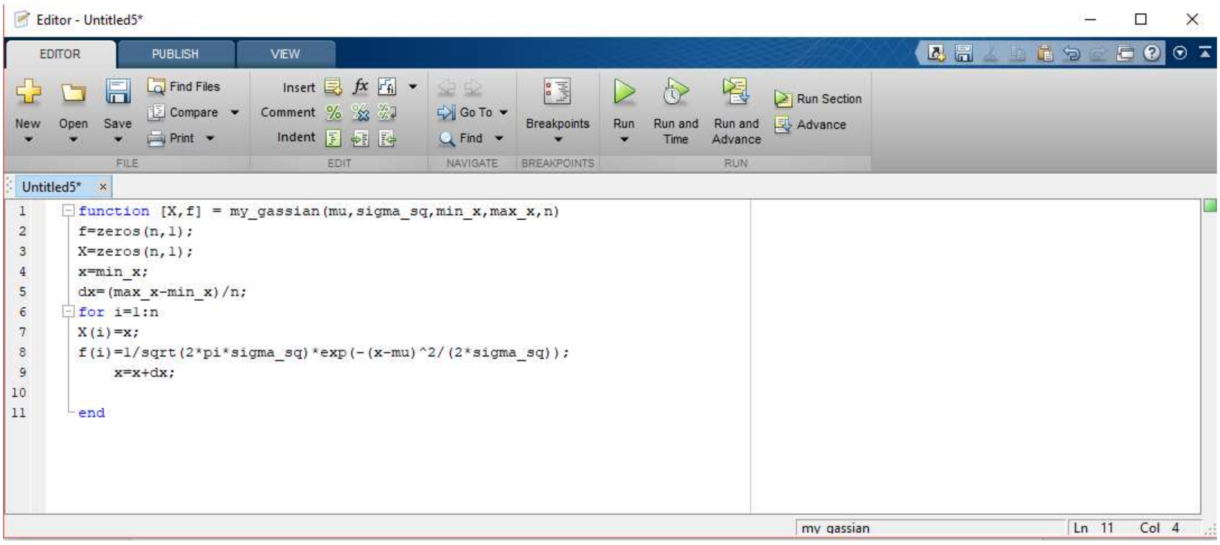
Πατώντας το κουμπί αυτό μας ανοίγει ένα παράθυρο, αυτό του editor. Είναι το παράθυρο όπου θα χτίσουμε τον κώδικα της συνάρτησης της κατανομής του gauss ή της κανονικής κατανομής.

Ο κώδικας αυτής της συνάρτησης είναι:

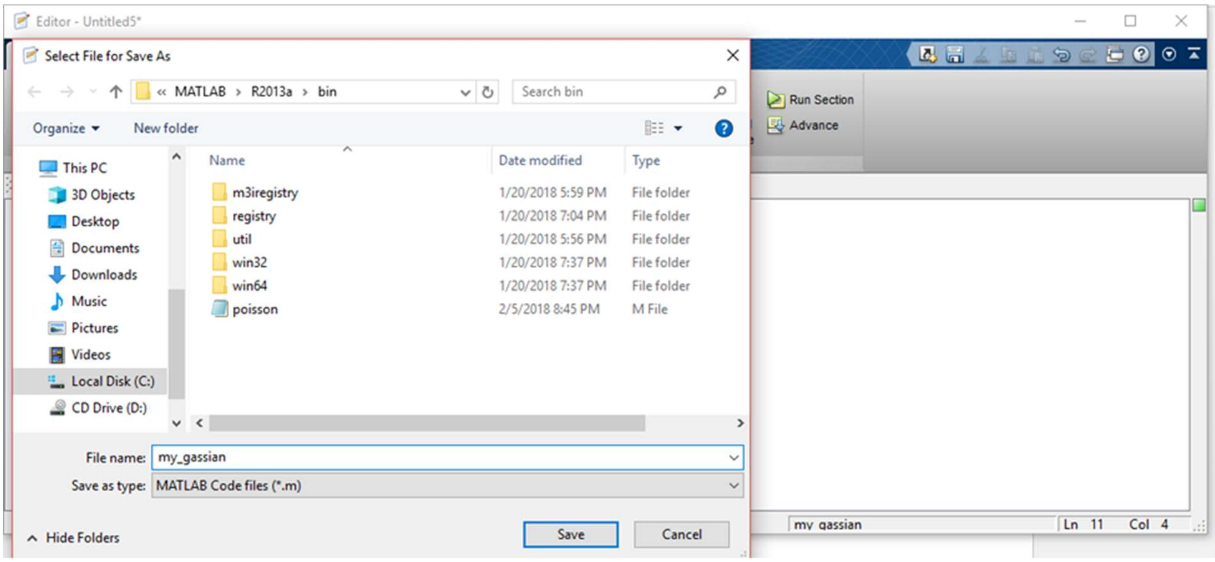
```
function [X,f] = my_gassian(mu,sigma_sq,min_x,max_x,n)
f=zeros(n,1);
X=zeros(n,1);
x=min_x;
dx=(max_x-min_x)/n;
for i=1:n
X(i)=x;
f(i)=1/sqrt(2*pi*sigma_sq)*exp(-(x-mu)^2/(2*sigma_sq));
   x=x+dx;

End
```

Πάμε στον editor και τον γράφουμε.



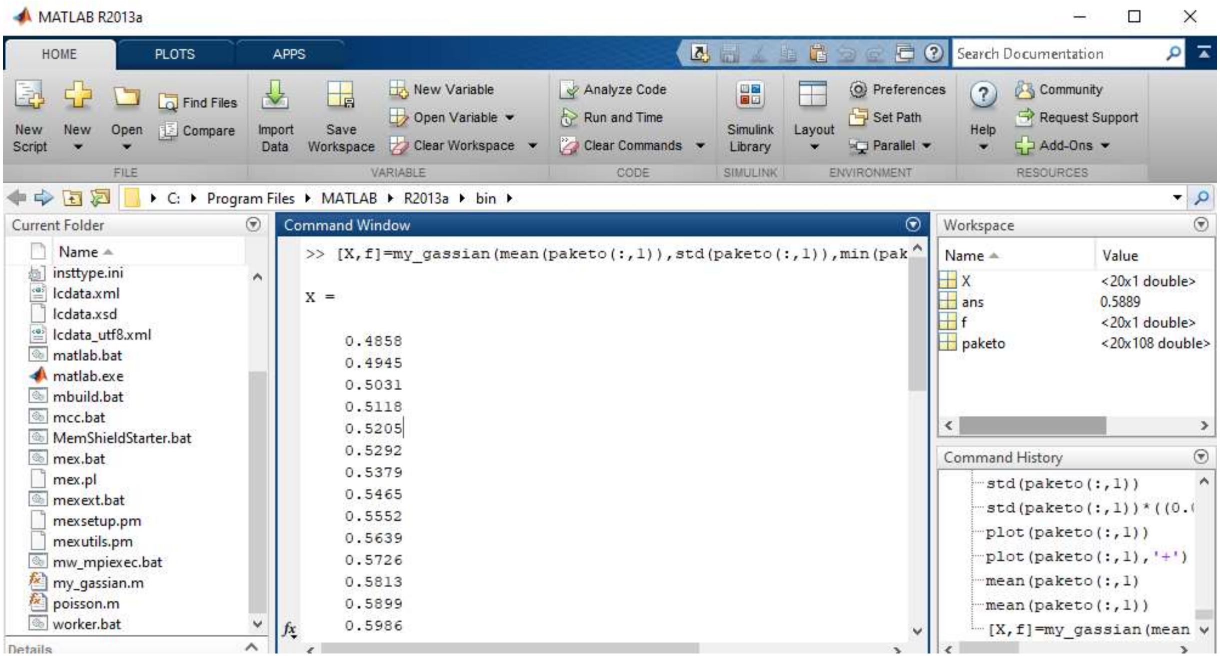
Μετά το αποθηκεύουμε.

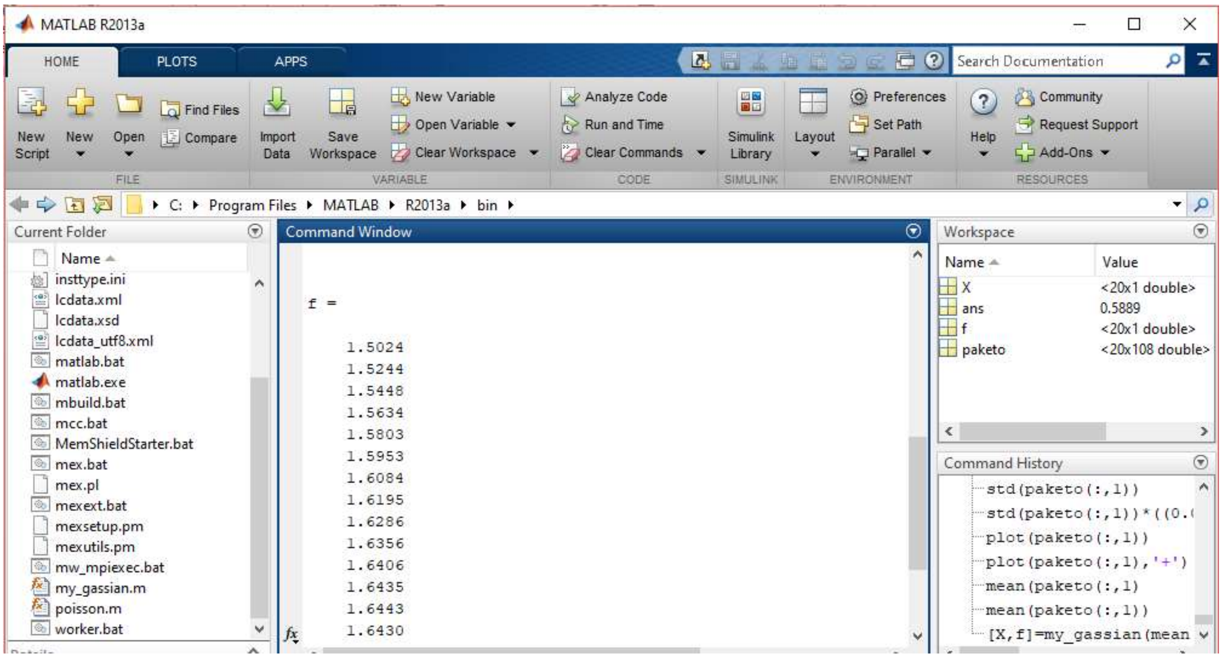


Τώρα πλέον μπορούμε να καλέσουμε την συνάρτηση από το command window και να την χρησιμοποιήσουμε.

Η εντολή είναι:

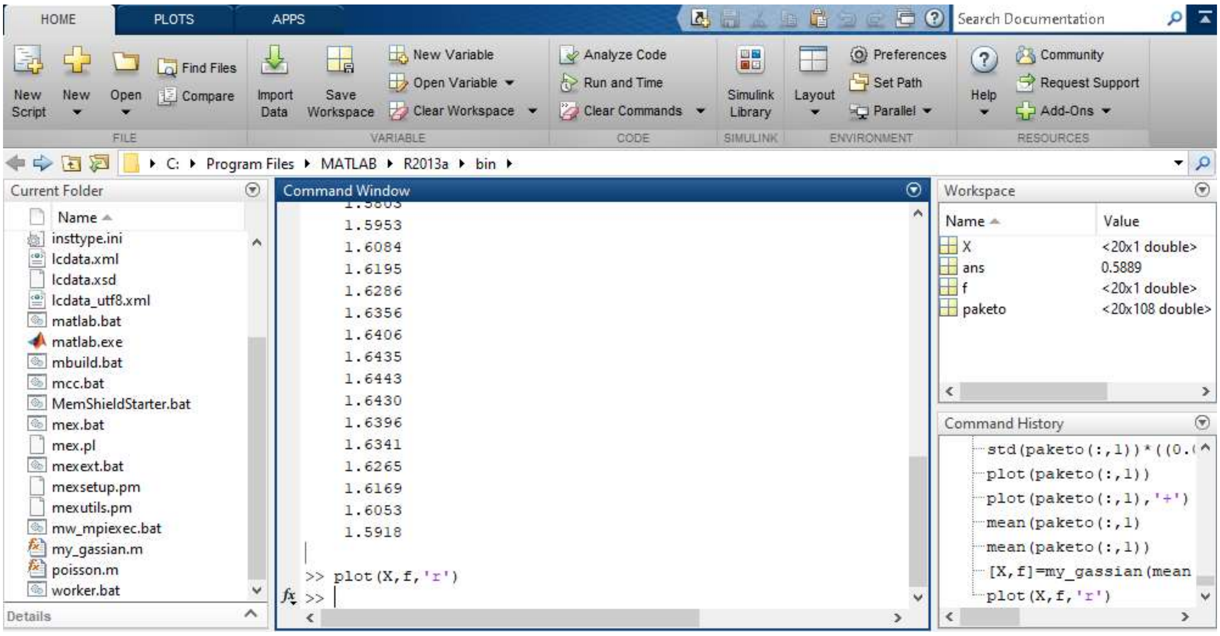
[X,f]=my_gassian(mean(paketo(:,1)),std(paketo(:,1)),min(paketo(:,1)),max(paketo(:,1)),20)

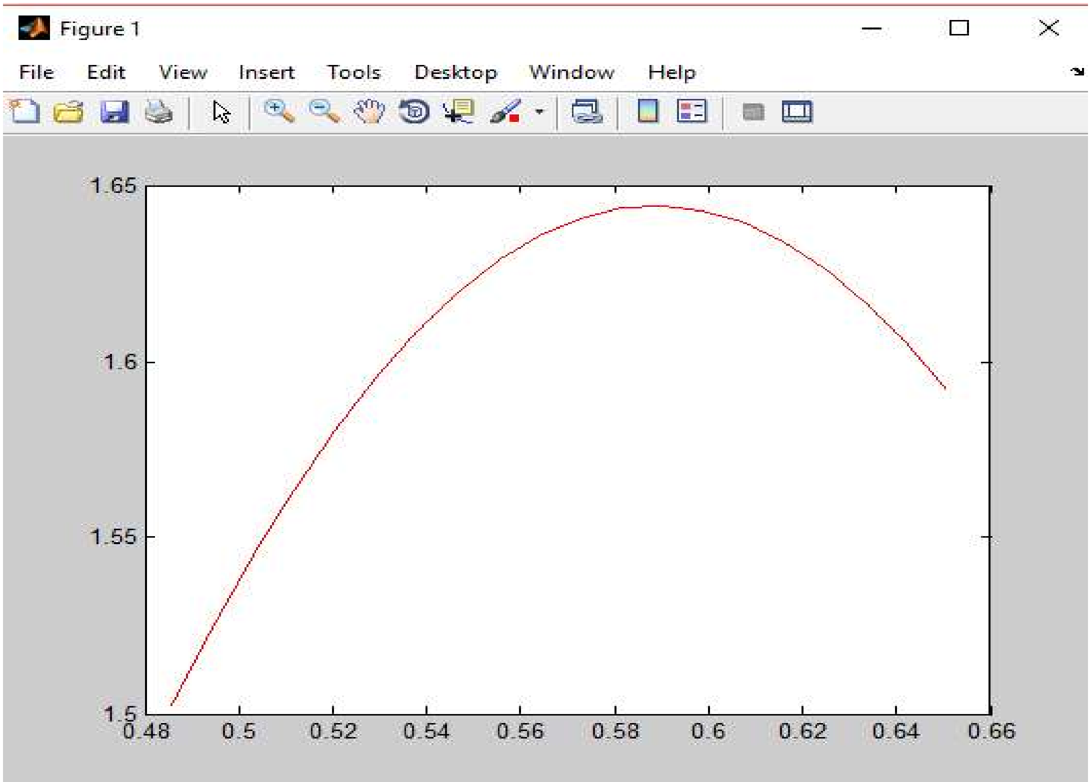




Παρατηρούμε ότι έχουμε τις τιμές του f και του X σε πίνακες καταχωριμένους στο workspace.

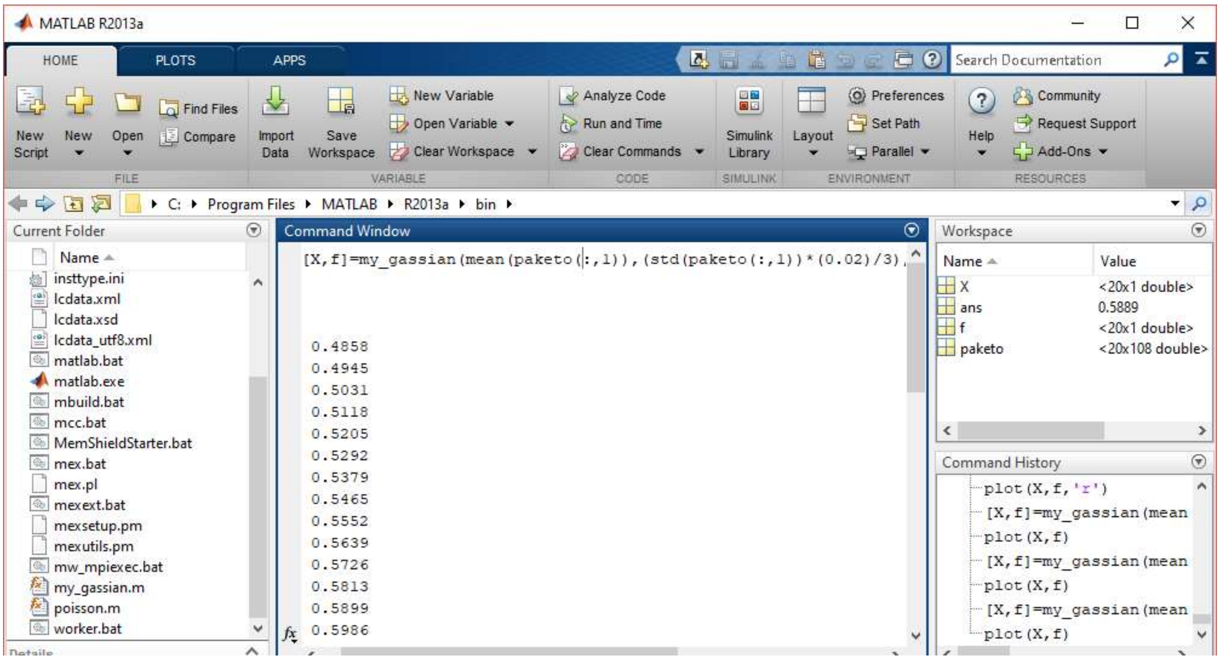
Για την γραφική παράσταση της κατανομής γράφουμε την εντολή plot.

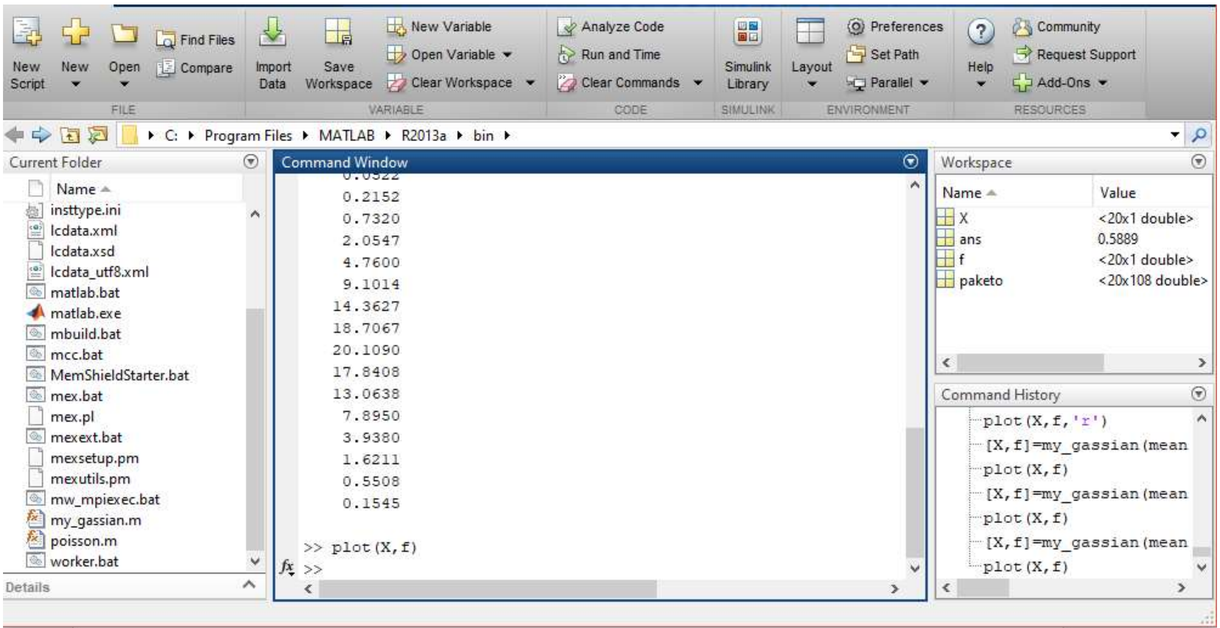




Όμως εδώ δεν είχαμε διορθώσει το σ. Θα έπρεπε να γράψουμε στον κώδικα:

[X,f]=my_gassian(mean(paketo(:,1)),(std(paketo(:,1))*(0.02)/3),min(paketo(:,1)),max(paketo(:,1)),20)





Και παρακάτω έχουμε την κανονική κατανομή έτοιμη να την αναλύσουμε και να βγάλουμε τα συμπεράσματά μας.

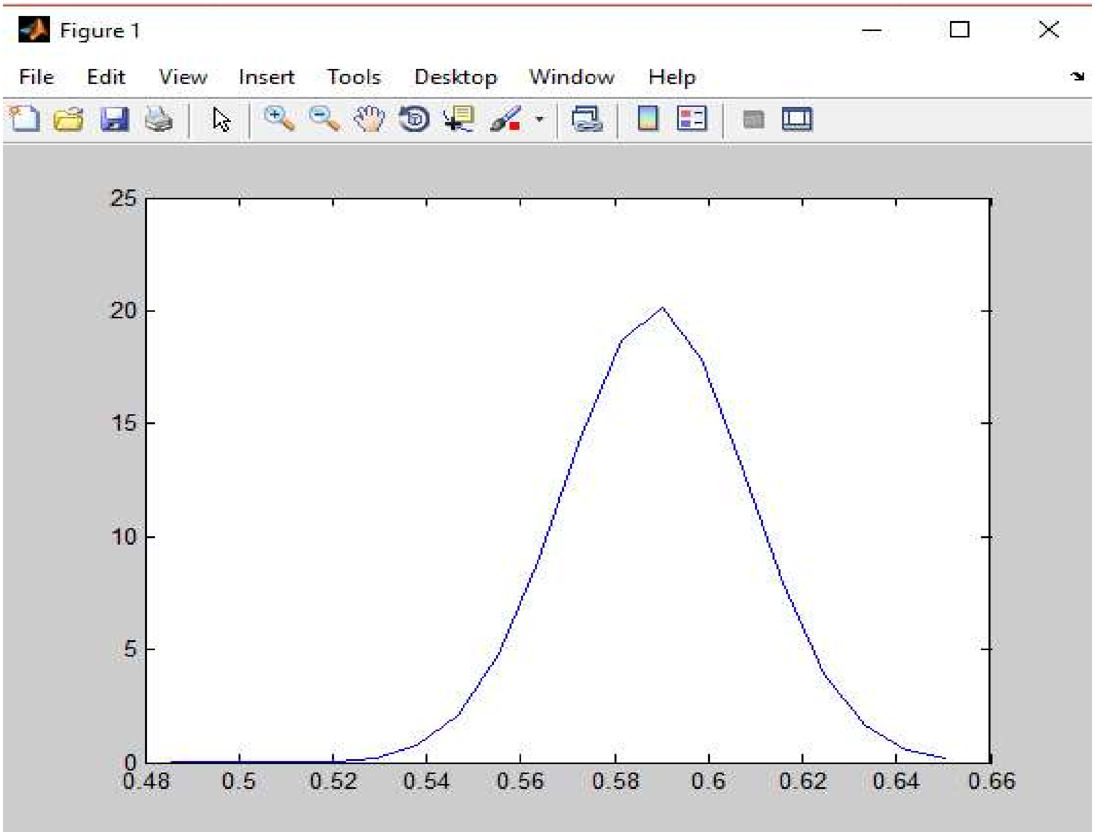
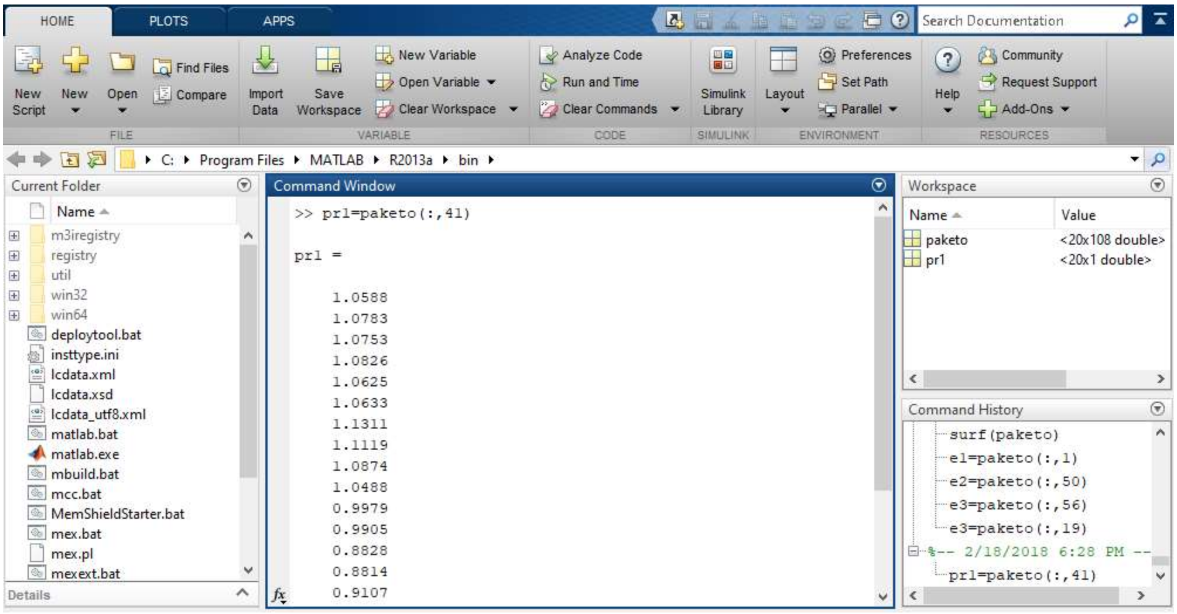


Figure 1
File Edit View Insert Tools Desktop Window Help
25
20
15
10
5
0
0.48 0.5 0.52 0.54 0.56 0.58 0.6 0.62 0.64 0.66

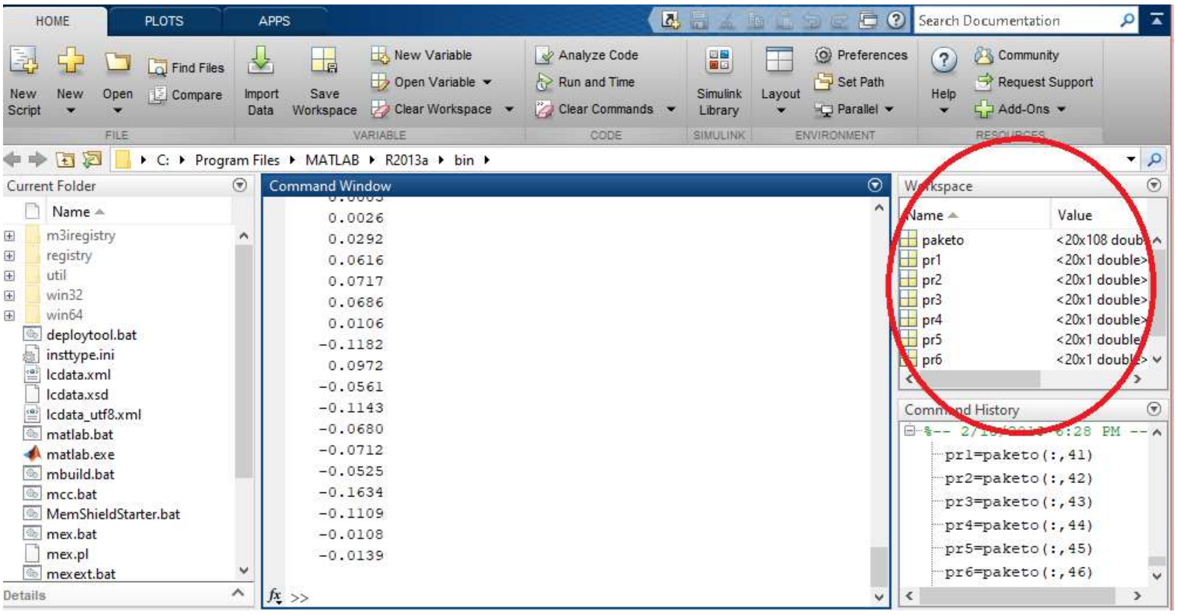
Κεφάλαιο 4ο

4.1 ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΗΣ ΡΟΗΣ

ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ zpinjbus1-7

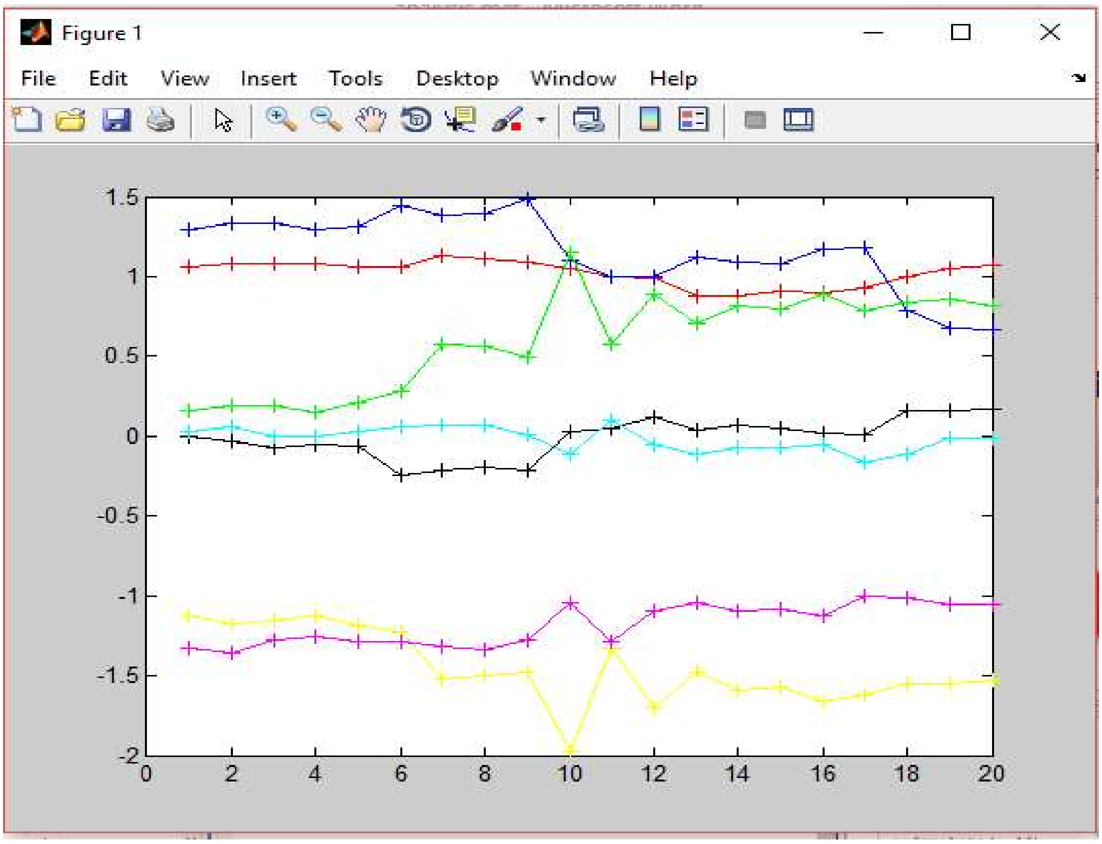


Ορίζουμε τις στήλες zpinjbus1 μέχρι zpinjbus7 , zpinjbus1= pr1.

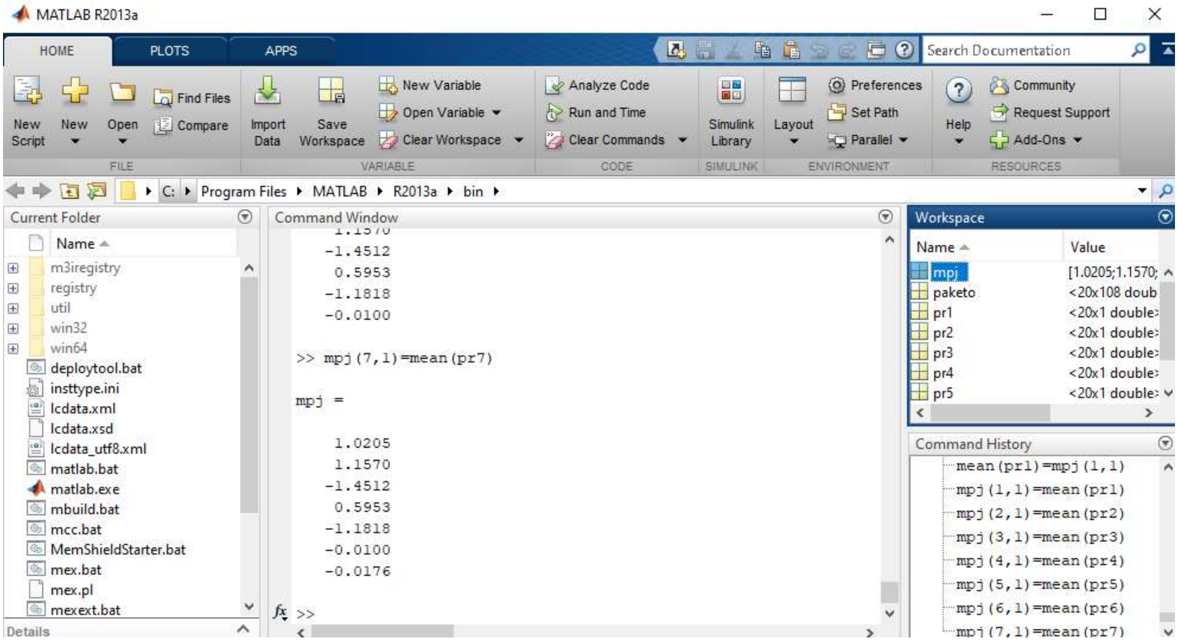


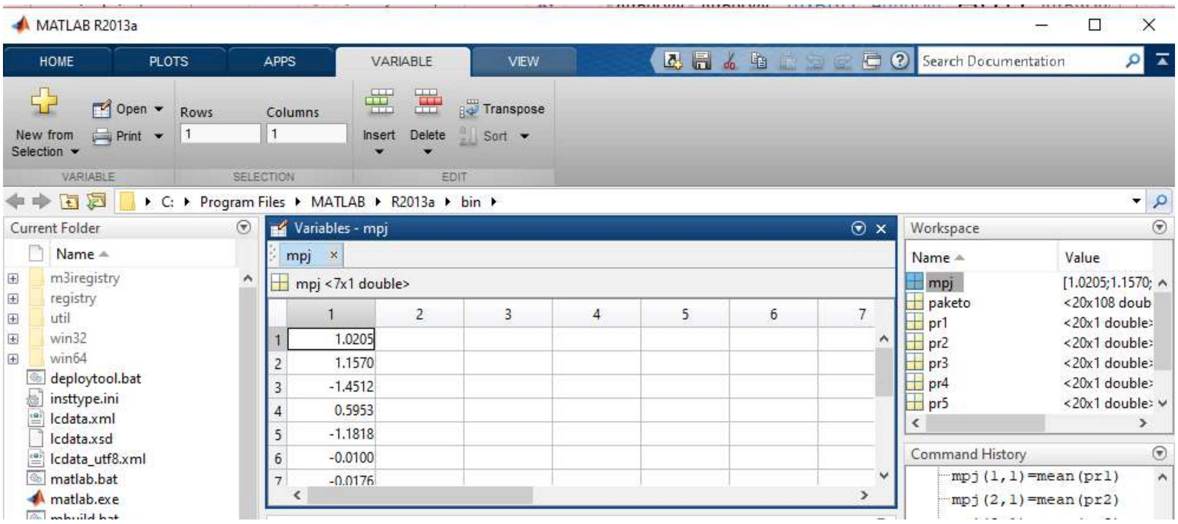
Μπορούμε να έχουμε γραφική απεικόνιση των παραπάνω σύμφωνα με:

plot(pr1,'+-r');hold all;plot(pr2,'+-b');plot(pr3,'+-y');plot(pr4,'+-g');plot(pr5,'+-m');plot(pr6,'+-k');plot(pr7,'+-c');hold off;



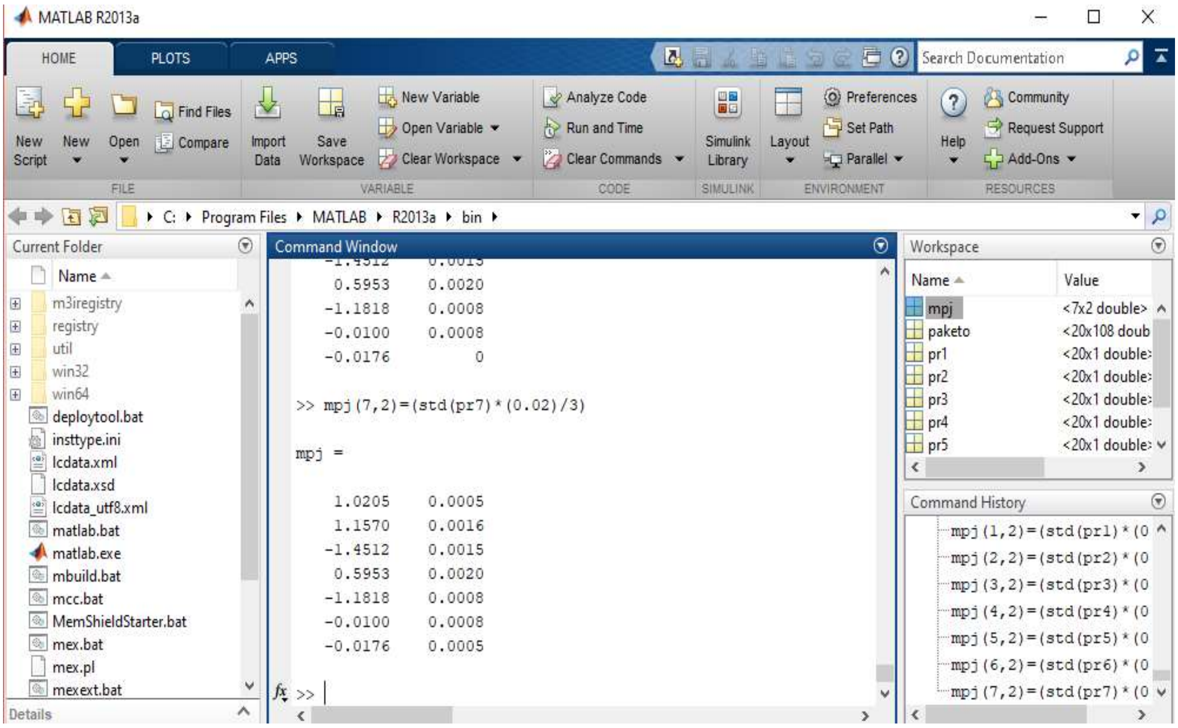
ΜΕΣΟΣ ΟΡΟΣ





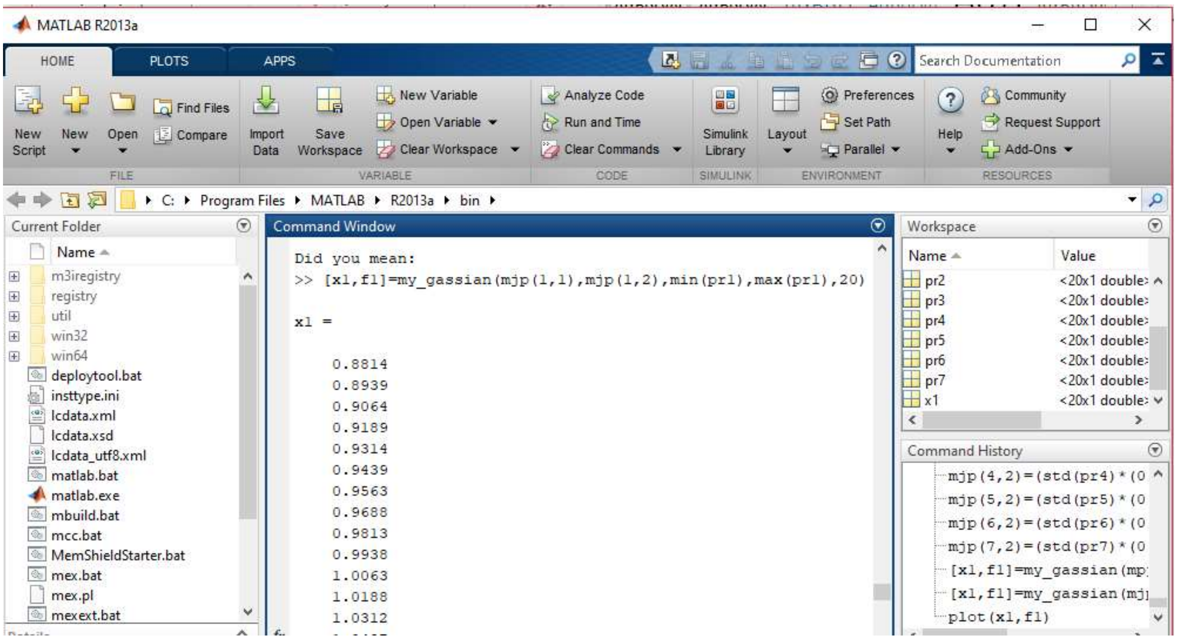
\

Διακύμανση διορθωμένη

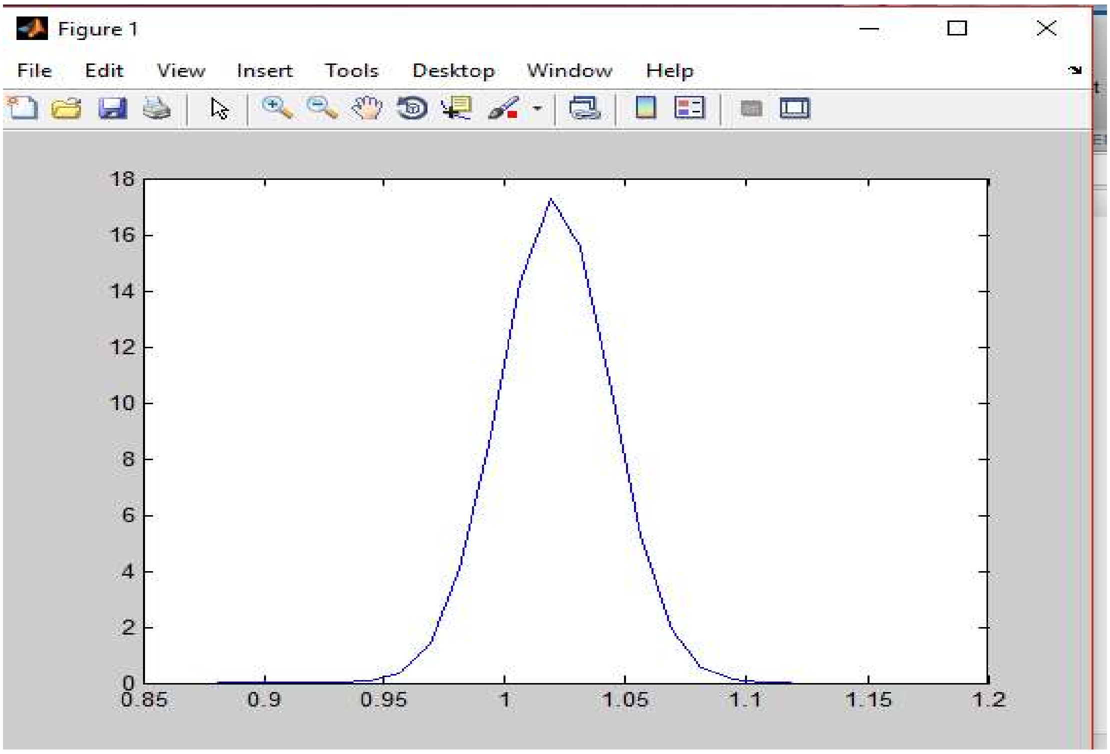


Στην πρώτη στήλη αναγράφεται η μέση τιμή της αντίστοιχης μέτρησης και στην δεύτερη στήλη η διακύμανση της κάθε μέτρησης .

Εδώ χρησιμοποιούμε την συνάρτηση του gauss για την κανονική κατανομή.



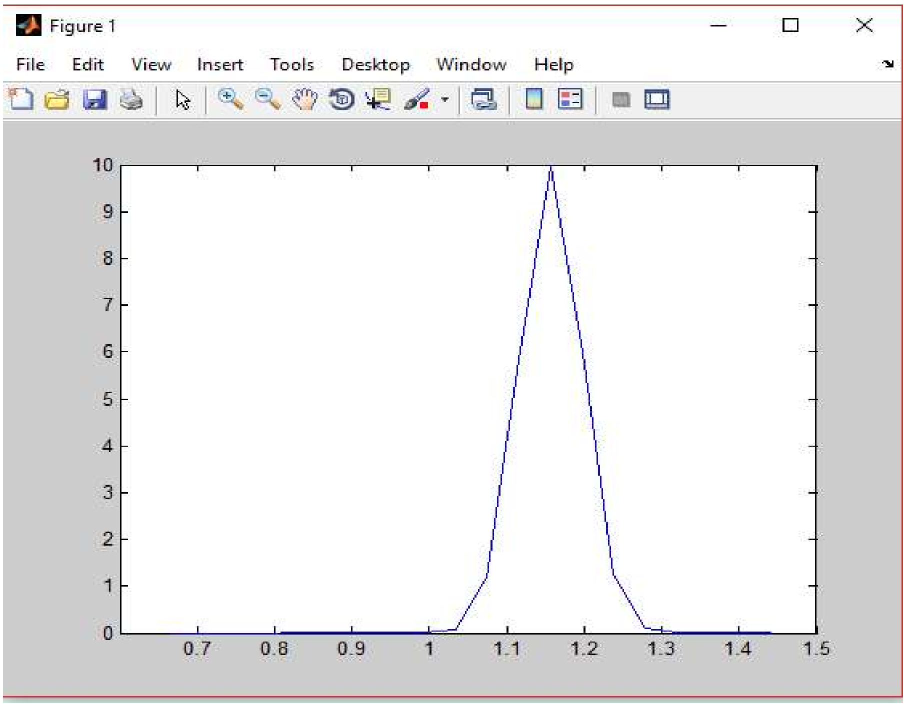
Και εδώ έχουμε την γραφική παράσταση της παραπάνω συνάρτησης:



Γραφική απεικόνιση κανονικής κατανομής για το pr1.

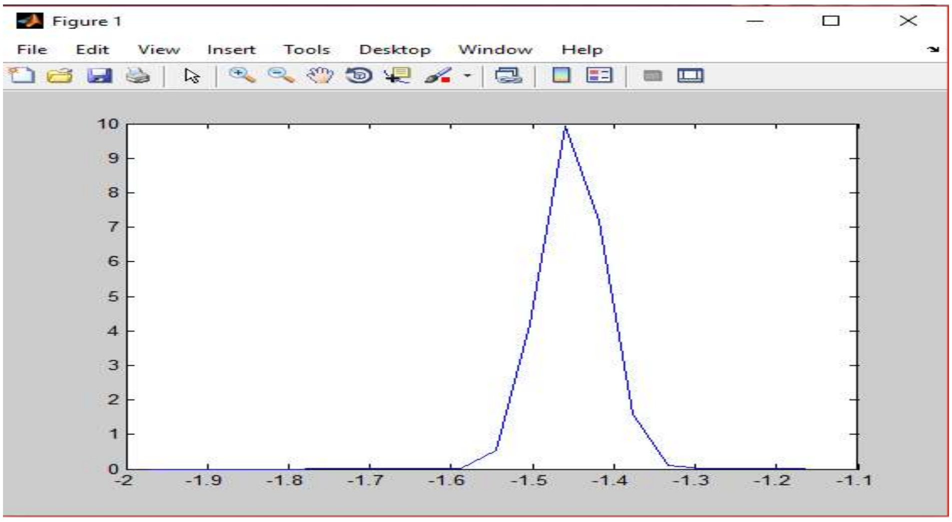
Παρατηρούμε ότι η καμπάνα στην γραφική είναι μαζεμένη που σημαίνει ότι οι τιμές των μετρήσεων δεν έχουν πολύ μεγάλη απόκλιση από την μέση τιμή. Αυτό σημαίνει ότι η πραγματική τιμή της μέτρησης είναι πολύ πιθανόν να βρίσκεται κοντά στην περιοχή του peak της γραφικής. Γενικά οσο πιο μαζεμένη είναι η καμπάνα, τόσο πετυχημένες είναι οι μετρήσεις μας.

Θα επαναλάβουμε την διαδικασία για όλες τις πραγματικές ροές. Και παρακάτω θα δούμε μόνο τις γραφικές απεικονίσεις τωνς πραγματικών ροών που αφορούν τις εναπομείνασες ροές.



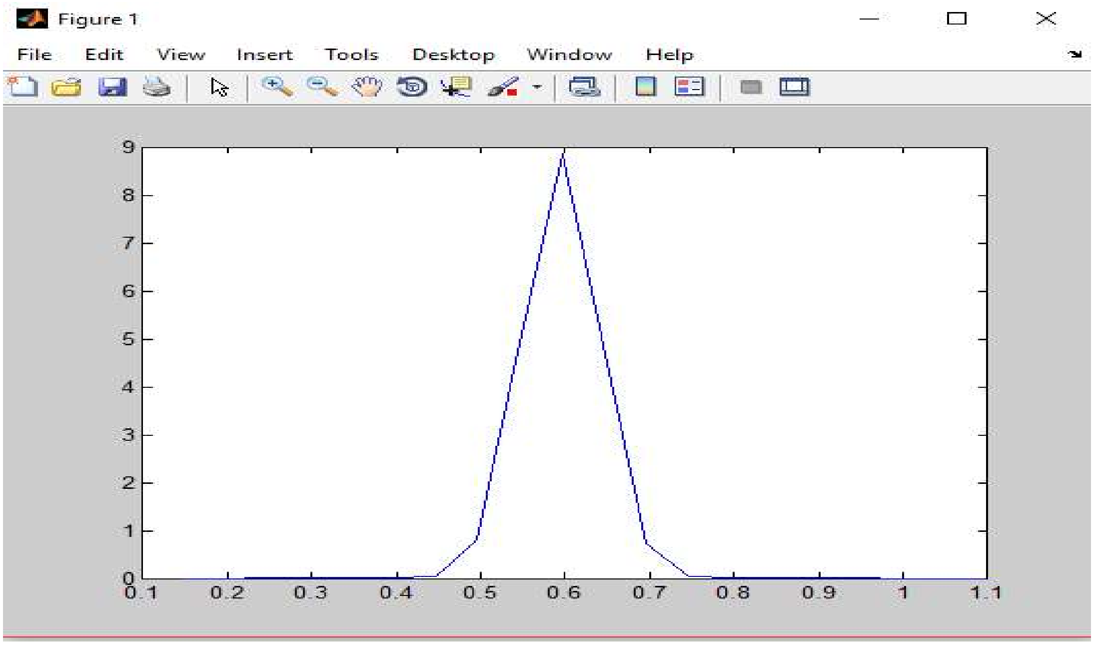
Γραφική απεικόνιση κανονικής κατανομής για το pr2.

Εδώ εχουμε ακόμα καλύτερες μετρήσεις για να προσδιορίσουμε την πραγματική τιμή των μετρήσεων.

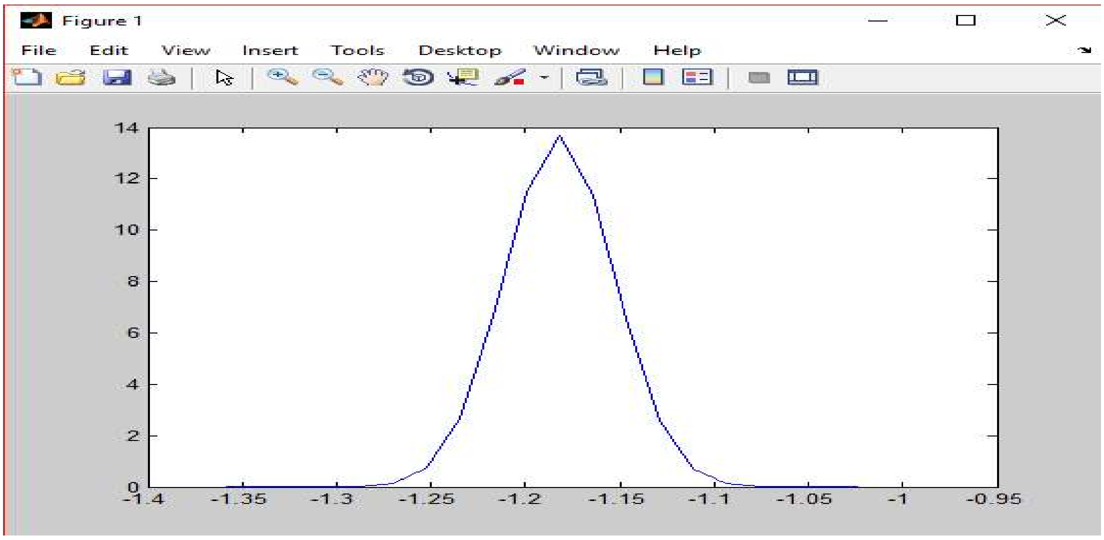


Γραφική απεικόνιση κανονικής κατανομής για το pr3.

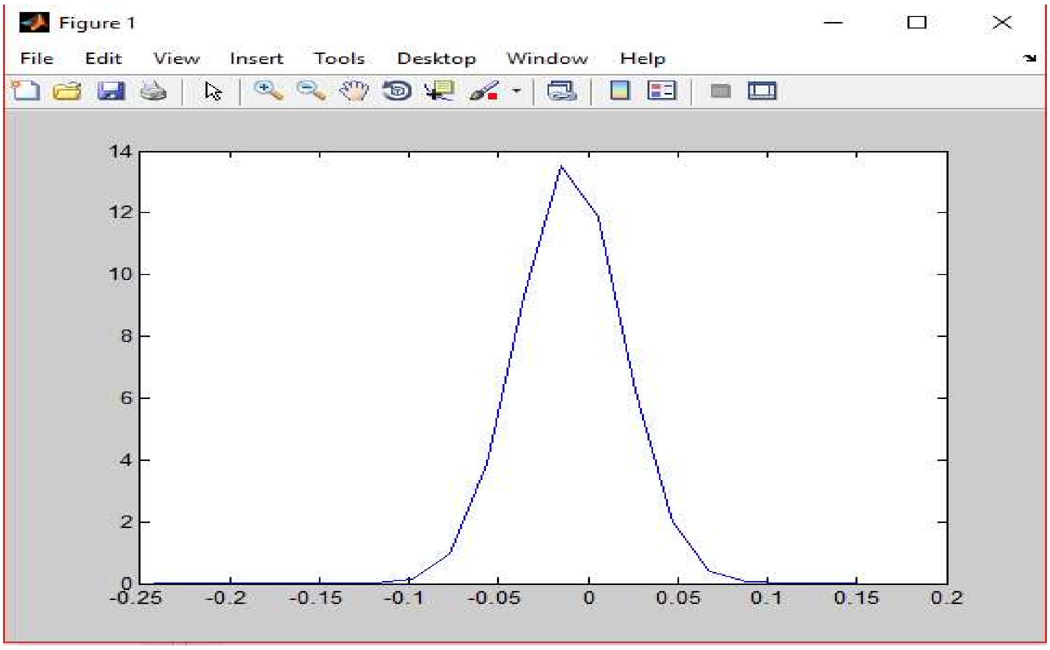
Το συμπέρασμα είναι παρόμοιο με το παραπάνω.



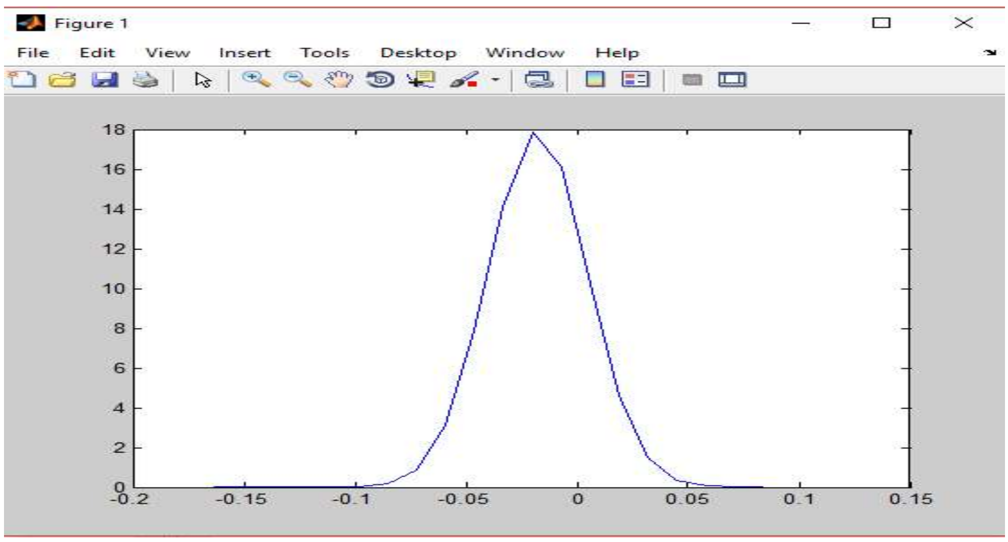
Γραφική απεικόνιση κανονικής κατανομής για το pr4.



Γραφική απεικόνιση κανονικής κατανομής για το pr5.



Γραφική απεικόνιση κανονικής κατανομής για το pr6.

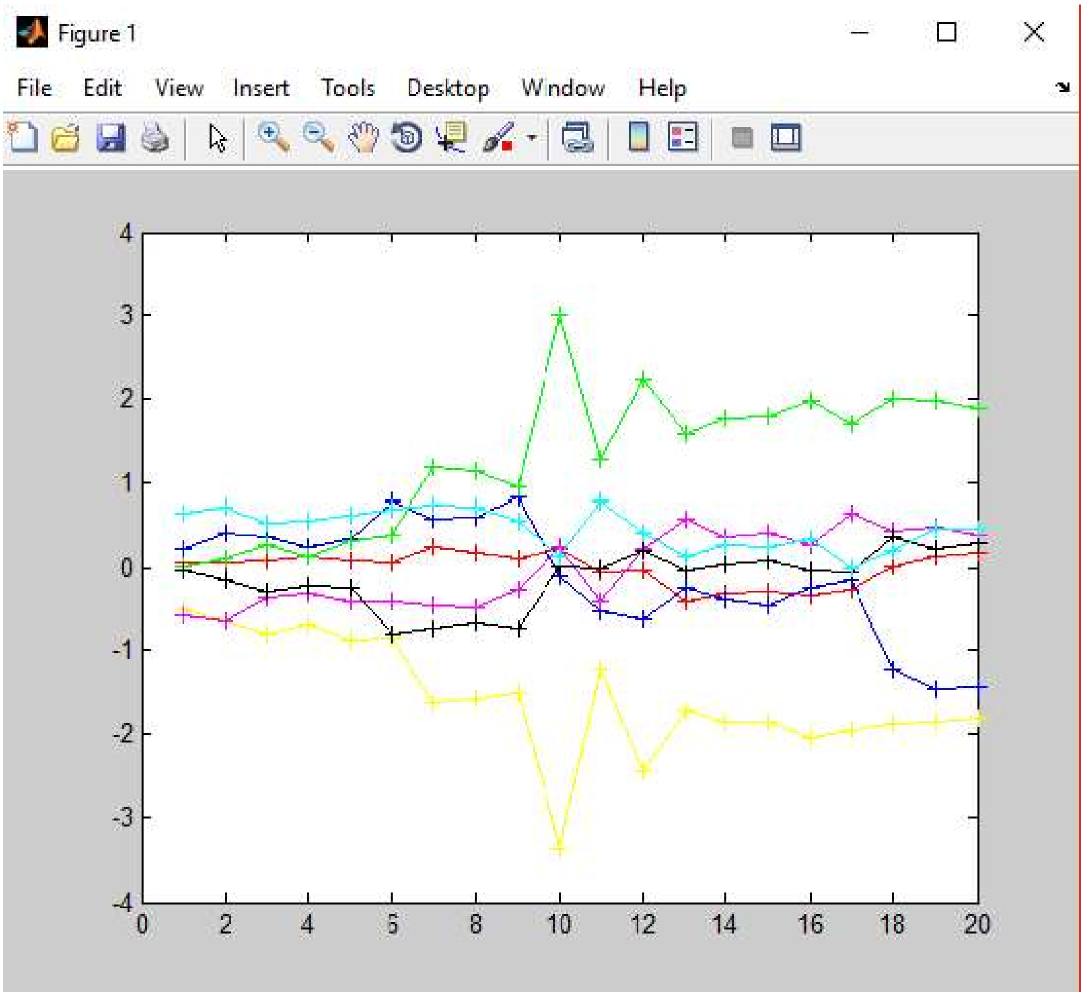


Γραφική απεικόνιση κανονικής κατανομής για το pr7.

Παρατηρούμε ότι οι μετρήσεις μας γενικά, είναι πολύ καλές.

4.2 ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΑΕΡΓΗΣ ΡΟΗΣ

ZQinjBus1-7

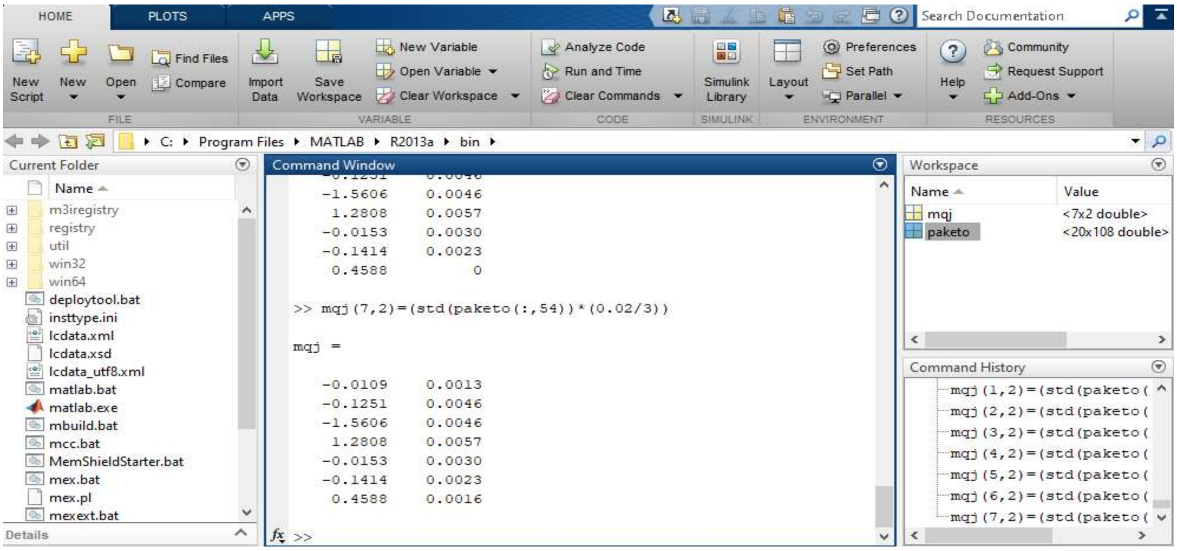


ZQinjBus1 ZQinjBus2 ZQinjBus3 ZQinjBus4 ZQinjBus5 ZQinjBus6 ZQinjBus7

Γραφική αναπαράσταση των μετρήσεων ZQinjBus1-7.

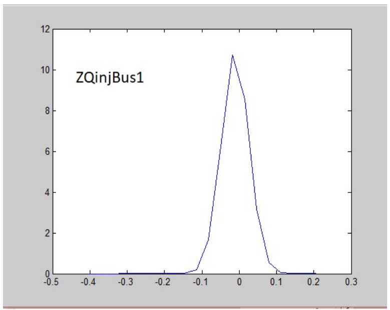
Θα ακολουθήσουμε την ίδια διαδικασία με την προηγούμενη επεξεργασία.

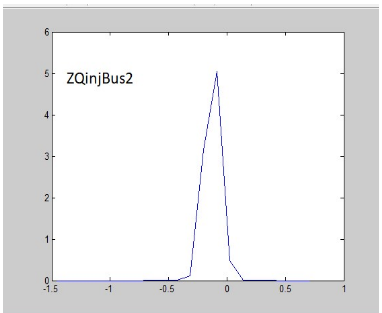
Παρακάτων, παρουσιάζονται οι γραφικές αναπαραστάσεις της κανονικής κατανομής καθώς και η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση της κάθε μέτρησης .

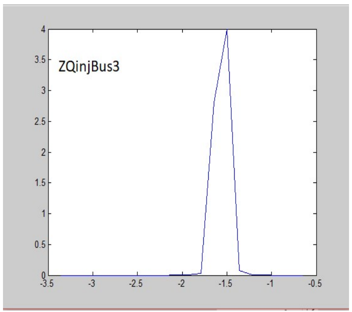


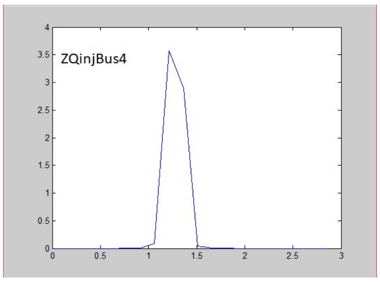
Η πρώτη στήλη αναφέρεται στην μέση τιμή της κάθε μέτρησης, ενώ η δεύτερη αναφέρεται στην διορθωμένη τυπική απόκλιση της κάθε μέτρησης .

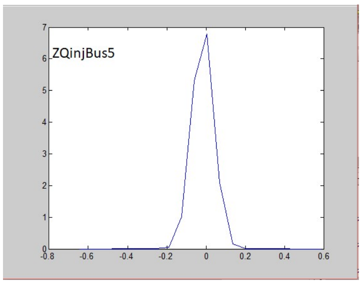
Στην συνέχεια παρουσιάζονται οι γραφικές αναπαραστάσεις της κανονικής κατανομής.

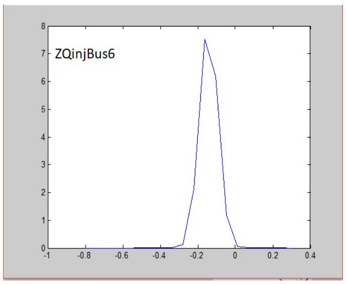


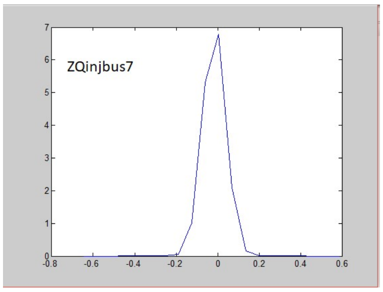






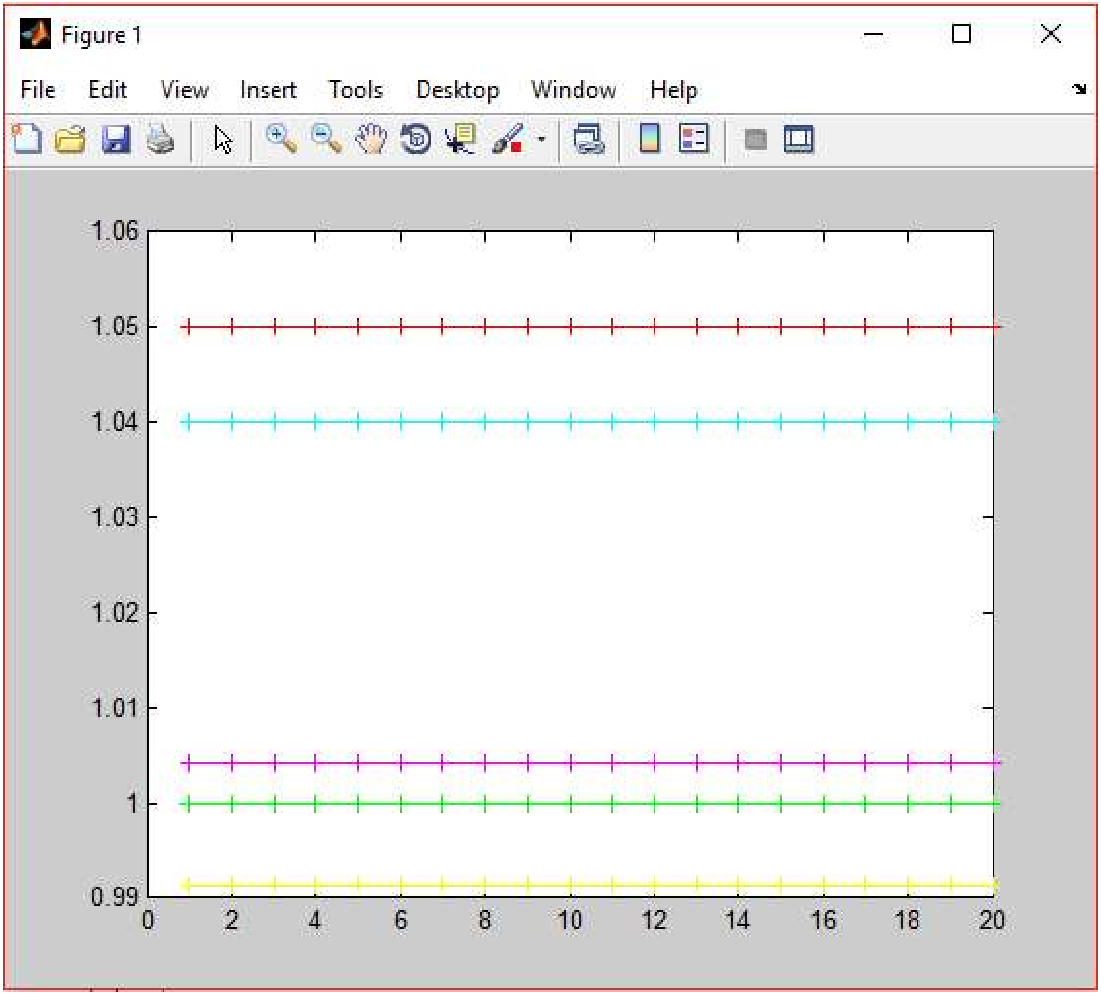






4.3 ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΜΕΤΡΟΥ ΤΑΣΗΣ

Zv1-7



Zv1 Zv2 Zv3 Zv4 Zv5 Zv6 Zv7

Γραφική αναπαράσταση των μετρήσεων Zv1-7.

Θα ακολουθήσουμε την ίδια διαδικασία με την προηγούμενη επεξεργασία.

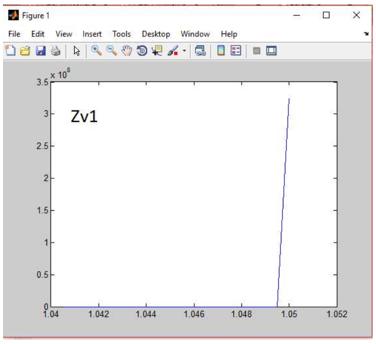
Οι γραφικές αναπαραστάσεις της κανονικής κατανομής καθώς και της μέσης τιμής και της τυπικής απόκλισης της κάθε μέτρησης φαίνονται παρακάτω.

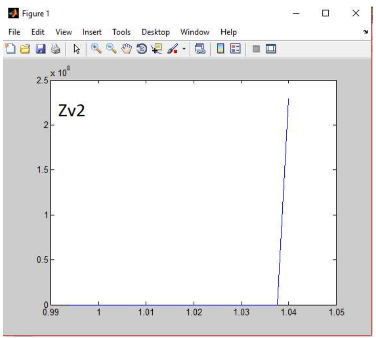
Variables - mv

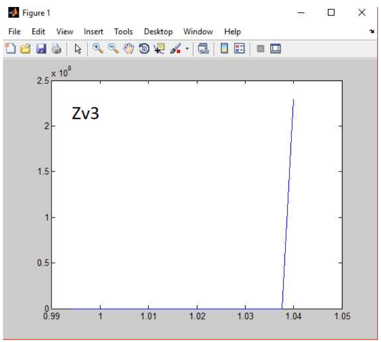
mv <7x2 double>

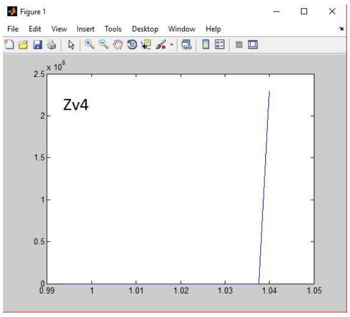
	1	2
1	1.0500	1.5188e-18
2	1.0400	3.0375e-18
3	0.9914	0
4	1	0
5	1.0043	1.5188e-18
6	1.0400	3.0375e-18
7	1.0400	3.0375e-18

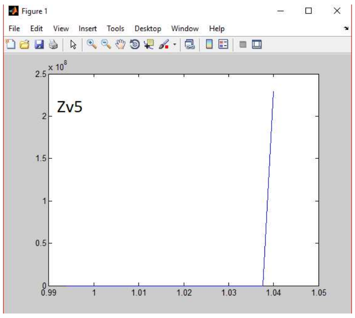
Η πρώτη στήλη αναφέρεται στην μέση τιμή της κάθε μέτρησης, ενώ η δεύτερη αναφέρεται στην διορθωμένη τυπική απόκλιση της κάθε μέτρησης.

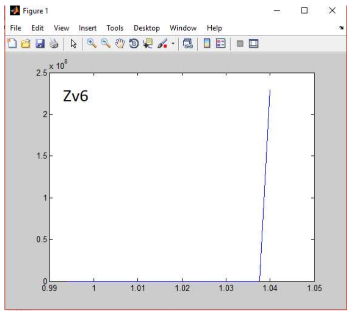


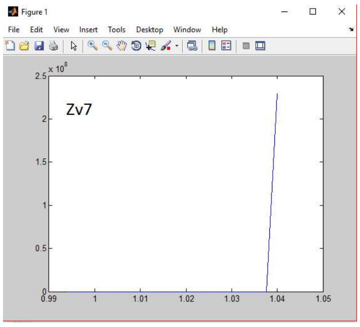








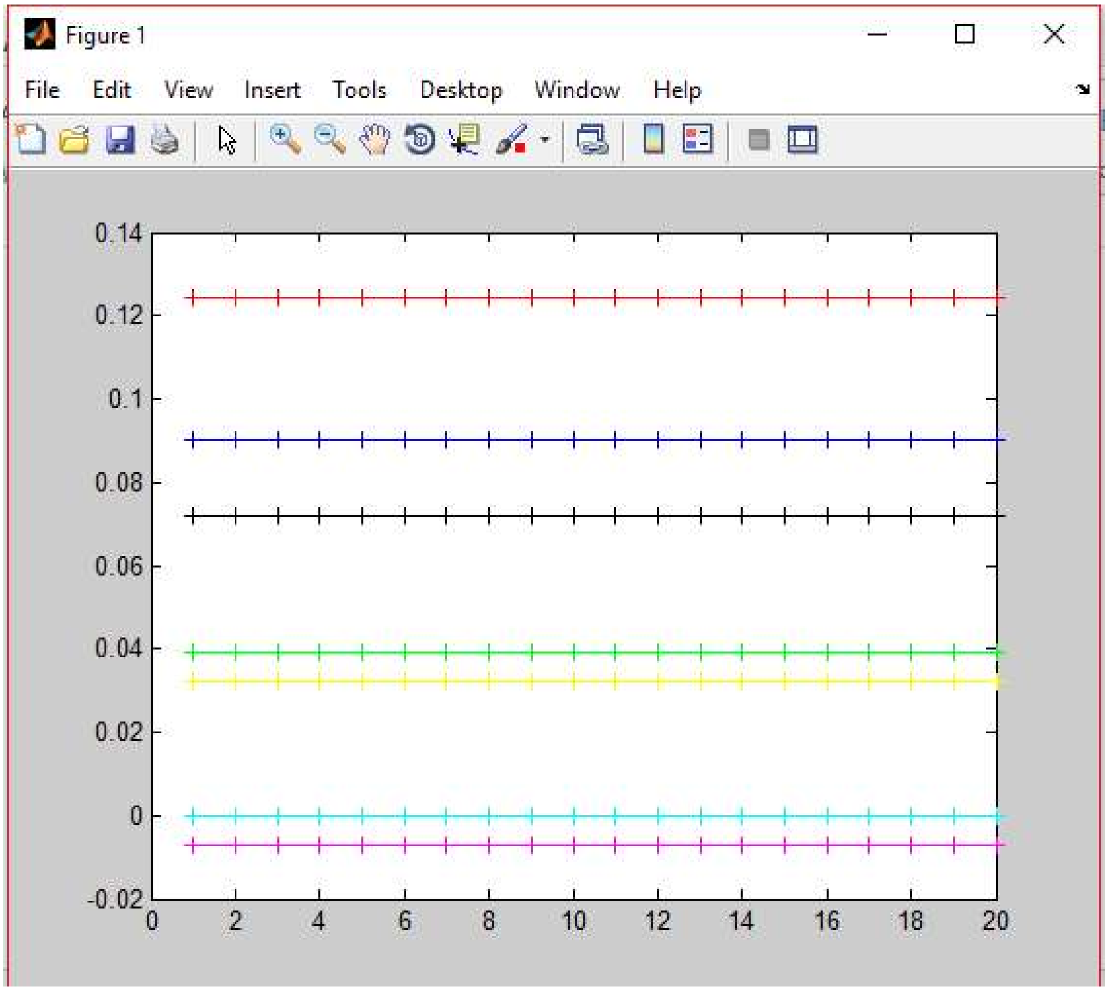




Όπως παρατηρούμε από τις γραφικές αναπαραστάσεις της συνάρτησης του gauss, είναι σχεδόν ίδιες μεταξύ τους και αυτό διότι η τυπική απόκλιση είναι πολύ κοντά στο μηδέν. Αυτό είναι λογικό, διότι κάναμε αναπαραγωγή των μετρήσεων όπου μεταβάλαμε τα τελευταία δεκαδικά ψηφιά στο μέτρο της τάσης, οπότε είναι λογικό να έχουμε μικρή τιμή στην τυπική απόκλιση, πόσο μάλλον στο τετράγωνο της και πόσο μάλλον στην διορθωμένη τιμή της.

4.5 ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΓΩΝΙΑΣ ΤΑΣΗΣ

Zδ1-7



Zδ1 Zδ2 Zδ3 Zδ4 Zδ5 Zδ6 Zδ7

Γραφική αναπαράσταση των μετρήσεων Zδ1-7.

Θα ακολουθήσουμε την ιδιά διαδικασία με την προηγούμενη επεξεργασία και παρακάτω θα έχουμε.

Οι γραφικές αναπαραστάσεις της κανονικής κατανομής καθώς της μέσης τιμής και της τυπικής απόκλισης της κάθε μέτρησης φαίνονται παρακάτω.

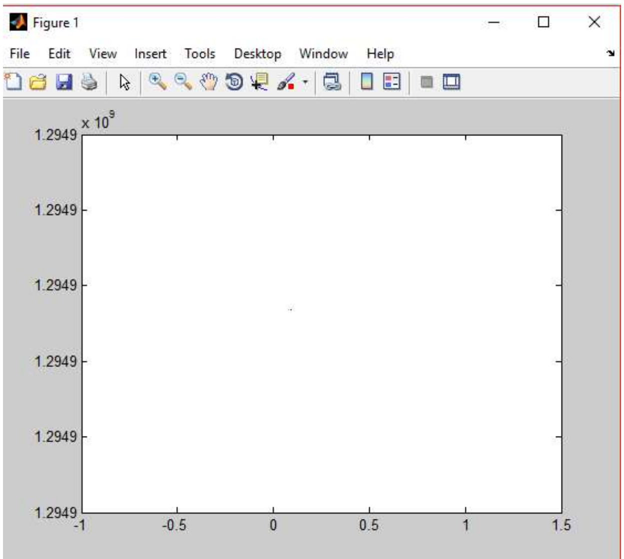
Variables - mdv

mdv <7x2 double>

	1	2
1	0.1243	0
2	0.0901	9.4922e-20
3	0.0319	0
4	0.0390	4.7461e-20
5	-0.0073	5.9326e-21
6	0.0720	1.8984e-19
7	0	0

Η πρώτη στήλη αναφέρεται στην μέση τιμή της κάθε μέτρησης, ενώ η δεύτερη αναφέρεται στην διορθωμένη τυπική απόκλιση της κάθε μέτρησης.

Η γραφική αναπαράσταση της κανονικής κατανομής θα είναι:



Η γραφική είναι λογική διοτι η τιμή της απόκλισης είναι μηδενική.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- WIKIPEDIA
- MATLAB MATHWORKS HELP