

Μελέτη και σχεδιασμός λογισμικού επίλυσης ολόσωμων
ισοστατικών φορέων

Πτυχιακή εργασία των: Σιδεράς Κρίτων, Χαζάπη Μαρία

Επιβλέπων καθηγητής: Κωνσταντίνος Γιαννακόπουλος

Πίνακας Περιεχομένων

Σκοπός της εργασίας.....	4
Εισαγωγή	4
I. Η επιστήμη της μηχανικής.....	4
II. Η εξέλιξη της μηχανικής έως και σήμερα.....	4
III. Βασικές αρχές της Μηχανικής.....	5
III.A. Χώρος – Χρόνος – Μάζα – Δύναμη	6
III.B. Νευτώνεια μηχανική	7
III.Γ. Νόμος της παγκόσμιας έλξης.....	8
III.Δ. Κανόνας του παραλληλογράμμου.....	8
Κεφάλαιο 1	9
I. Συστήματα μονάδων μέτρησης.....	9
II. Δυνάμεις στο επίπεδο.....	9
III. Διάγραμμα ελεύθερου σώματος (Δ.Ε.Σ.).....	10
IV. Επίλυση προβλημάτων.....	11
Κεφάλαιο 2: Τρόπος επίλυσης ισοστατικών προβλημάτων	13
Κεφάλαιο 3 : Παρουσίαση Λογισμικού.....	16
I. Εισαγωγή.....	16
II. Επιλογή δοκών.....	16
III. Σχεδιασμός δοκού : Στήριξη – φορτίο	19
IV. Σχεδιασμός δοκού : Αντιδράσεις NQM.....	22
V. Διάφορες επιλογές προγράμματος	23
Βιβλιογραφία	25

Σκοπός αυτής της πτυχιακής εργασίας είναι να κατασκευαστεί λογισμικό επίλυσης ολόσωμων ισοστατικών φορέων σε γλώσσα C#. Το λογισμικό αυτό προορίζεται κατά κύριο λόγο για εκπαιδευτική χρήση. Η λειτουργία του παρουσιάζεται παρακάτω μετά από μία αναφορά στις βασικές έννοιες που διέπουν την επιστήμη της στατικής μηχανικής.

Εισαγωγή

I. Η επιστήμη της μηχανικής

Η μηχανική είναι μία επιστήμη που άρχισε να διαμορφώνεται από την αρχαιότητα και συνεχίζει να εξελίσσεται έως σήμερα. Η επιστήμη αυτή ουσιαστικά περιγράφει την αλληλεπίδραση των σωμάτων και πιο συγκεκριμένα τη συμπεριφορά ενός σώματος όταν επηρεάζεται από εξωτερικά αίτια. Τα εξωτερικά αίτια μπορούν να είναι εξωτερικές δυνάμεις, ροπές, μεταβολές θερμοκρασίας κ.λ.π.. Λόγω της διαφορετικής προσέγγισης, αναλόγως με τη φύση του σώματος που μελετάται, η μηχανική κατηγοριοποιείται ως εξής: τη μηχανική των άκαμπτων σωμάτων, τη μηχανική των παραμορφώσιμων σωμάτων και τη μηχανική των ρευστών στοιχείων.

Στην **μηχανική των άκαμπτων σωμάτων** θεωρούμε ότι τα σώματα είναι απαραμόρφωτα, πράγμα το οποίο δεν συναντάται σε πραγματικά στερεά σώματα αλλά συνήθως οι παραμορφώσεις είναι αμελητέες και δεν επηρεάζουν αισθητά την ισορροπία της κατασκευής που εξετάζουμε. Η επιστήμη αυτή γι' αυτόν το λόγο, αναφέρεται και ως Μηχανική του απόλυτου στερεού. Η μηχανική των άκαμπτων σωμάτων χωρίζεται σε δύο κατηγορίες, την στατική, η οποία εξετάζει σώματα τα οποία βρίσκονται σε πλήρη ακινησία και την δυναμική η οποία αφορά σώματα σε κίνηση.

Η **μηχανική των παραμορφώσιμων υλικών** επί της ουσίας αφορά την μελέτη των στερεών σωμάτων, τα οποία όμως συμβαδίζουν απόλυτα με τα σώματα που συναντώνται στη φύση και παραμορφώνονται εφόσον επηρεάζονται από εξωτερικούς παράγοντες. Με την έννοια της παραμόρφωσης εννοούμε ότι τα σώματα αλλάζουν το αρχικό τους σχήμα ή και τον αρχικό τους όγκο. Στην επιστήμη αυτή μεγάλη έμφαση δίνεται στις ιδιότητες των υλικών και δευτερεύοντες έρχονται οι νόμοι της κίνησης. Η μηχανική των παραμορφώσιμων ή παραμορφωτών σωμάτων περιλαμβάνει την **αντοχή των υλικών** και τη **θεωρία της ελαστικότητας**. Οι δύο κλάδοι απασχολούνται με τα ίδια θέματα με τη διαφορά ότι η θεωρία της ελαστικότητας αναπτύσσεται κυρίως από μαθηματικούς καθώς απαιτεί βαθιά γνώση μαθηματικών. Αντιθέτως, η αντοχή των υλικών αναπτύχθηκε από μηχανικούς και πειραματιστές.

Τέλος, η **μηχανική των ρευστών στοιχείων** ασχολείται με τη συμπεριφορά ρευστών τα οποία παρουσιάζουν ελάχιστη ή και καμία αντίσταση στην παραμόρφωσή τους από εξωγενής παράγοντες, όπως συμβαίνει στο λεγόμενο ιδανικό ρευστό.

II. Η εξέλιξη της μηχανικής έως και σήμερα

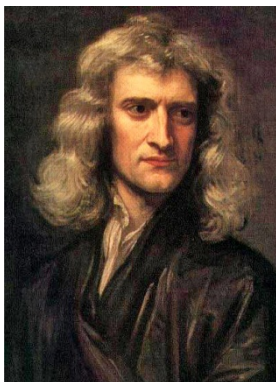
Η πρώτη καταγραφή που υπάρχει για προβλήματα της μηχανικής επιστήμης είναι μία διατριβή με τίτλο **Μηχανικά προβλήματα**. Η συγκεκριμένη διατριβή έχει συμπεριληφθεί στα έργα του **Αριστοτέλη** (384-322 π.Χ) που όμως δε θεωρούνται γνήσια και το αντικείμενό της είναι η μελέτη των απλών μηχανών. Εδώ γίνεται αναφορά στη δύναμη η οποία κινεί ένα σώμα και ορίζεται ως το γινόμενο της μάζας ή του βάρους (οι έννοιες αυτές ήταν μπερδεμένες τότε) και της ταχύτητας της κίνησης που αποκτάει το σώμα.

Πριν ακόμα από τον Αριστοτέλη, ο **Αρχύτας** ο Ταραντίνος (428-347 π.Χ.), όντας μαθηματικός, αστρονόμος μουσικός και φιλόσοφος, εισήγαγε τις μαθηματικές αρχές στην μηχανική. Δρώντας πρωτοποριακά, χρησιμοποίησε την αρχή της δράσης – αντίδρασης. Αργότερα ακολούθησε ο **Αρχιμήδης** ο Συρακούσιος (287 - 212 π.Χ.), ο οποίος στο έργο του 'Περί επίπεδων ισορροπιών' περιγράφει μεταξύ άλλων και το Νόμο του μοχλού δηλώνοντας ότι : 'Τα μεγέθη είναι σε ισορροπία, όταν βρίσκονται σε αποστάσεις αντιστρόφως ανάλογες με το βάρος τους'. Επιπλέον στο

έργο του 'Περί των επιπεδόντων σωμάτων' παρατίθεται η αρχή της άνωσης του Αρχιμήδη, κάτι που συνείσφερε στην ανάπτυξη της μηχανικής σημαντικά.

Κάπως έτσι, λοιπόν, ξεκίνησε το ενδιαφέρον και η διερεύνηση στην επιστήμη της μηχανικής. Μερικές από τις μεταγενέστερες προσωπικότητες που συνέβαλαν σημαντικά στην εξέλιξη της επιστήμης της μηχανικής είναι :

- ο Λεονάρντο ντα Βίντσι (1452-1519) με την αρχή της ροπής
- ο Κοπέρνικος (1473-1543) ο οποίος πρότεινε ότι η Γη γυρίζει γύρω από τον Ήλιο
- Stevinus (1548-1620) με τα κεκλιμένα επίπεδα και το Νόμο του παραλληλογράμμου.
- Galileo (1564-1642), ο οποίος μελέτησε την αιώρηση του εκκρεμούς και την πτώση των σωμάτων.
- Huygens (1629-1695) με την ακριβής μέτρηση της επιτάχυνσης λόγω της βαρύτητας
- Newton (1642-1727), στον οποίον οφείλεται ο Νόμος της παγκόσμιας έλξης και οι νόμοι της κίνησης των σωμάτων
- Varignon (1654-1722), με το θεώρημα του περί της ροπής πολλών συντρεχουσών δυνάμεων
- Bernoulli (1667-1748), με την εφαρμογή έργου σε ισορροπία
- Euler (1707-1793), συστήματα άκαμπτων σωμάτων, ροπή αδράνειας
- D'Alembert (1717-1783), έννοια της ροπής αδράνειας
- Lagrange (1736-1813), επισημοποιημένες γενικές εξισώσεις κίνησης
- Coriolis (1792-1843), δούλεψε με κινούμενες επιφάνειες αναφοράς
- Planck (1858-1947), Κβαντική Μηχανική
- Einstein (1879-1955), Θεωρία της σχετικότητας



Εικόνα 1. Ισαάκ Νεύτων

Παρ'όλο, λοιπόν, που η επιστήμη της Μηχανικής αρχίζει να αναπτύσσεται στα χρόνια του Αριστοτέλη (384-322 π.Χ) και του Αρχιμήδη, η πρώτη μαθηματική διατύπωση των θεμελιωδών αρχών πραγματοποιείται στα χρόνια του Νεύτωνα (1642-1727). Οι αρχές, λοιπόν, διατυπώθηκαν από τα χρόνια του Νεύτωνα και έπειτα και έμειναν αναλλοίωτες μέχρι τη διατύπωση της θεωρίας της σχετικότητας του Αϊνστάϊν.

«Εάν έχω καταφέρει να δω πιο μακριά, είναι επειδή στέκομαι στους ώμους γιγάντων»

Isaac Newton

III. Βασικές αρχές της Μηχανικής

Η Νευτώνεια μηχανική αποτελεί μέχρι σήμερα τη βάση των σημερινών μηχανολογικών επιστημών. Ο Νεύτων περιγράφει τις βασικές αρχές της επιστήμης της μηχανικής στο έργο του **Philosophiae naturalis principia mathematica**, το οποίο εκδόθηκε το 1687. Μέσα στο έργο του αυτό κάνει την έρευνα του βασίζομενος στη λογική αλλά προσεγγίζει τις θεωρίες του και πειραματικά.

Ο βασικός κανόνας του ήταν να μην υποθέτεις περαιτέρω παράγοντες, οι οποίοι μπορούν να συμβάλουν σε ένα φαινόμενο, από αυτούς που είναι απαραίτητοι για να το εξηγήσεις. Ένας δεύτερος κανόνας είναι να συσχετίζεις όσο περισσότερο γίνεται ανάλογες συνέπειες που προέρχονται από την ίδια αιτία. Ο τρίτος κανόνας είναι να επεκτείνεις σε όλα τα σώματα τις ιδιότητες που σχετίζονται με αυτά πάνω στα οποία μπορείς να πειραματιστείς. Βασισμένος σε αυτόν τον κανόνα, ο Νεύτωνας διατύπωσε το **νόμο της παγκόσμιας έλξης**. Ο τέταρτος κανόνας, να λαμβάνεις υπόψη σου κάθε πρόταση που προκύπτει συμπερασματικά από φαινόμενα που έχουν παρατηρηθεί, μέχρι να προκύψει ένα άλλο φαινόμενο του οποίου τα συμπεράσματα από την παρατήρηση εναντιώνονται σε αυτές τις προτάσεις ή περιορίζουν την εγκυρότητά τους.

III.A. Χώρος – Χρόνος – Μάζα – Δύναμη

Οι έννοιες του χώρου, του χρόνου, της μάζας και της δύναμης αποτελούν τις βασικές έννοιες της μηχανικής. Επί της ουσίας, οι έννοιες αυτές δεν είναι δυνατόν να ορισθούν παρά μόνο να κατανοηθούν βάσει της διαίσθησης και της εμπειρίας. Οι ίδιες αυτές έννοιες που περιγράφονται παρακάτω είναι η βάση για την κατανόηση της Νευτώνειας μηχανικής και την εξέλιξη της επιστήμης της μηχανικής έως σήμερα.

Η περιγραφή της έννοιας του χώρου είναι ένα περίπλοκο εγχείρημα. Από την αρχαιότητα γινόταν προσπάθεια να οριστεί ο χώρος και συνήθως εμπλέκονταν και οι θεολογικές αντιλήψεις. Η έννοια του τρισδιάστατου χώρου σχετίζεται με τη θέση ενός σημείου. Η θέση αυτή μπορεί να προσεγγισθεί με βάση 3 μήκη που η μέτρηση τους γίνεται ως προς ένα σημείο αναφοράς. Τα μήκη αυτά είναι οι συντεταγμένες του σημείου.

Ο χρόνος αποτελεί μία οντότητα του σύμπαντος, όπως και ο χώρος καθώς οι σύγχρονες θεωρίες της κοσμογονίας ισχυρίζονται ότι ο χώρος και ο χρόνος δημιουργήθηκαν ταυτόχρονα και επηρεάζουν ο ένας τον άλλο. Η έννοια του χρόνου μπορεί να περιγραφεί και ως η φθορά της ύλης ή η μεταβολή μίας κατάστασης.

Η μάζα είναι εγγενής ιδιότητα των φυσικών σωμάτων. Με την έννοια αυτή εννοούμε την ποσότητα της ύλης που περιέχεται σε ένα σώμα. Χρησιμοποιείται για να χαρακτηρίσουμε ένα σύστημα και η έννοιά της σχετίζεται με την αδράνεια της μεταφορικής κίνησης και τη βαρύτητα. Δεν πρέπει να γίνεται σύγχυση μεταξύ της έννοιας της μάζας και του βάρους καθώς έχουν διαφορετική υπόσταση. Το βάρος είναι διανυσματικό μέγεθος, αντιθέτως με τη μάζα που είναι μονόμετρο, και αντιστοιχεί στην ελκτική δύναμη ενός σώματος με ένα άλλο. Αυτό σημαίνει ότι μεταβάλλεται σε διαφορετικά σημεία σε αντίθεση πάλι με τη μάζα που είναι παντού ίδια.

Όσον αφορά τη δύναμη, στην κλασική μηχανική ορίζεται ως η αιτία που προκαλεί κάθε μεταβολή της κίνησης ή της γεωμετρίας των σωμάτων. Ένα σώμα μπορεί να δεχτεί ταυτόχρονα πολλές δυνάμεις, το αποτέλεσμα των οποίων θα είναι σε ένα σημείο μία συνισταμένη δύναμη. Όταν οι δυνάμεις αυτές εξουδετερώνονται μεταξύ τους, τότε λέγεται ότι το σώμα βρίσκεται σε κατάσταση ισορροπίας. Να σημειωθεί ότι η δύναμη δεν αποτελεί θεμελιώδες μέγεθος στην επιστήμη της φυσικής καθώς είναι προϊόν άλλων μεγεθών.

Από τη δύναμη που ασκείται σε ένα σώμα μπορεί να προκύψει ροπή, η οποία είναι η τάση του σώματος να περιστραφεί γύρω από έναν άξονα. Η ροπή έχει μέτρο ίσο προς το γινόμενο της δύναμης επί την κάθετη απόσταση από το σημείο γύρω από το οποίο γίνεται η περιστροφή. Η μαθηματική διατύπωση είναι η παρακάτω:

$$\tau = \mathbf{F} \cdot \mathbf{l}$$

Όπου:

τ = ροπή σε Nm

\mathbf{F} = δύναμη σε N

\mathbf{l} = απόσταση σημείου εφαρμογής της δύναμης από το σημείο κατά το οποίο γίνεται η περιστροφή σε m

Βασικά μεγέθη μηχανικής			
Μέγεθος	Σύμβολο Μεγέθους	Ονομασία Μονάδος	Σύμβολο Μονάδος
Μήκος	L (Length)	Μέτρο	m
Μάζα	m (Mass)	Χιλιόγραμμα	kg
Χρόνος	t (Time)	Δευτερόλεπτο	s
Δύναμη	F (Force)	Newton	$N = \text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

III.B. Νευτώνεια μηχανική

Όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, η Νευτώνεια μηχανική αποτελεί τη βάση των επιστημών μέχρι σήμερα. Ο Νεύτωνας διατύπωσε τρεις νόμους στο έργο του **Philosophiae naturalis principia mathematica**. Οι νόμοι διατυπώνονται ως εξής.

Πρώτος Νόμος του Νεύτωνα : "Κάθε σώμα, που βρίσκεται μέσα σε ένα αδρανειακό σύστημα, διατηρεί την κατάσταση ηρεμίας, ή ευθύγραμμης ομαλής κίνησής του, εφόσον καμία εξωτερική δύναμη δεν επιδρά για τη μεταβολή της ή η συνισταμένη των δυνάμεων ισούται με 0".

$$\sum F = 0$$

Όπου:

F = δύναμη

Δεύτερος Νόμος του Νεύτωνα ή Θεμελιώδης Νόμος της μηχανικής : "Η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται σε ένα σώμα, ισούται με το ρυθμό μεταβολής της ορμής του σώματος."

$$\sum F = \frac{dp}{dt} = \frac{d(m \cdot u)}{dt} = m \frac{du}{dt} \rightarrow \sum F = m \cdot a$$

Όπου:

p = ορμή

t = χρόνος

m = μάζα

u = ταχύτητα

a = επιτάχυνση

Τρίτος Νόμος του Νεύτωνα : "Οι δυνάμεις που προκύπτουν από την αλληλεπίδραση δύο σωμάτων είναι πάντα ίσες κατά το μέτρο και αντίθετες κατά τη φορά". Ο νόμος αυτός που είναι γνωστός και ως «**Νόμος Δράσης – Αντίδρασης**», είναι απόρροια της «αρχής διατήρησης της ορμής».

$$F_{12} = -F_{21}$$

III.Γ. Νόμος της παγκόσμιας έλξης

Ο Νεύτωνας πέραν των τριών Νόμων που προαναφέραμε, διετύπωσε και το Νόμο της παγκόσμιας έλξης, ο οποίος έχει ως εξής :

Οι ελκτικές δυνάμεις μεταξύ δύο ουρανίων σωμάτων είναι ανάλογες του γινομένου των μαζών τους και αντιστρόφως ανάλογες του τετραγώνου της μεταξύ των κέντρων μάζας τους απόστασης.

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

Όπου:

F = ελκτική δύναμη

G = σταθερά της παγκόσμιας έλξης $6,67428 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$

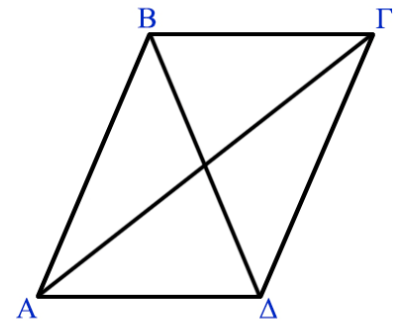
m₁, m₂ = οι μάζες αδράνειας των σωμάτων

r² = η απόσταση μεταξύ των σωμάτων

III.Δ. Κανόνας του παραλληλογράμμου

Στα μαθηματικά, η απλούστερη μορφή του κανόνα του παραλληλογράμμου ανήκει στη στοιχειώδη γεωμετρία. Δηλώνει ότι το άθροισμα των τετραγώνων των μηκών των τεσσάρων πλευρών ενός παραλληλογράμμου ισούται με το άθροισμα των τετραγώνων των μηκών των δύο διαγωνίων του. Χρησιμοποιώντας το συμβολισμό στο διάγραμμα οι πλευρές είναι οι (AB), (BΓ), (ΓΔ), (ΔΑ). Αλλά δεδομένου ότι στην Ευκλείδεια γεωμετρία ένα παραλληλόγραμμο έχει κατ' ανάγκη αντίθετες πλευρές του ίσες (AB) = (ΓΔ) και (BΓ) = (ΔΑ), ο νόμος μπορεί να διατυπωθεί ως:

$$2(AB)^2 + 2(B\Gamma)^2 = 2(A\Gamma)^2 + 2(B\Delta)^2$$



Εικόνα 2. Παραλληλόγραμμο

I. Συστήματα μονάδων μέτρησης

Ο Δεύτερος Νόμος του Νεύτωνα περιγράφει την εξίσωση $\mathbf{F} = \mathbf{m} \cdot \mathbf{a}$. Η εξίσωση αυτή αποτελείται από τις τέσσερις έννοιες που περιγράψαμε, δηλαδή το μήκος, το χρόνο, τη μάζα και τη δύναμη. Η δύναμη ισούται με τη μάζα επί την επιτάχυνση, όπου η επιτάχυνση είναι μήκος ανά το χρόνο στο τετράγωνο. Οι μονάδες που σχετίζονται με αυτές τις έννοιες είναι οι κινητικές μονάδες. Οι μονάδες αυτές είναι ανάλογες μεταξύ τους όπως φαίνεται και στην εξίσωση. Τρεις από αυτές μπορούμε να τις ορίσουμε αυθαίρετα και αποτελούν τις βασικές μονάδες. Η τέταρτη όμως προκύπτει από τις άλλες τρεις και άρα είναι η παραγόμενη μονάδα. Οι μονάδες που επιλέγονται με αυτόν τον τρόπο, θεωρούμε ότι διαμορφώνουν ένα σταθερό σύστημα μονάδων.

Σύμφωνα με το διεθνές σύστημα μονάδων SI, το μήκος, ο χρόνος και η μάζα αποτελούν θεμελιώδη μεγέθη και αποδίδονται αντίστοιχα με τις μονάδες μέτρησης μέτρο (meter, m), δευτερόλεπτο (second, s), κιλό (kilogram, kg). Οι τρεις έννοιες αυτές ορίζονται αυθαίρετα. Το δευτερόλεπτο ορίζεται όπως η διάρκεια 9 192 631 770 κύκλων της ακτινοβολίας που έχει να κάνει με τη μετάβαση μεταξύ δύο επιπέδων της θεμελιώδους κατάστασης του ατόμου καίσιο-133. Το μέτρο ορίζεται ως ίσο με 1 650 763,73 φορές το μήκος κύματος της πορτοκαλοκόκκινης γραμμής του φάσματος του στοιχείου του κρύπτου-86 στο κενό. Το χιλιόγραμμα ορίζεται ως η μάζα ενός προτύπου από πλατίνα και ιρίδιο, που φυλάσσεται στο Διεθνές Γραφείο Μέτρων και Σταθμών στη γαλλική πόλη των Σεβρών. Η μονάδα δύναμης είναι παραγόμενη μονάδα. Ονομάζεται Newton (N) και ορίζεται ως η δύναμη που δίνει επιτάχυνση του 1 m/s^2 σε μία μάζα του 1 kg .

II. Δυνάμεις στο επίπεδο

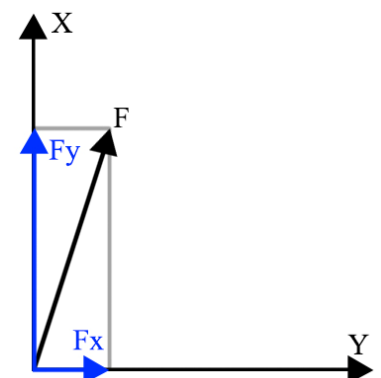
Όλα τα στοιχεία που θα μελετηθούν εδώ αναφέρονται πάντα σε ένα επίπεδο. Δεν πραγματεύονται καταστάσεις στο χώρο. Το βασικό στοιχείο που θα συναντήσουμε είναι οι δυνάμεις. Η δύναμη αντιπροσωπεύει τη δράση ενός σώματος πάνω σε ένα άλλο και χαρακτηρίζεται από το σημείο εφαρμογής της, το μέτρο της και την κατεύθυνση της. Οι δυνάμεις που ασκούνται σε ένα σωματίδιο, ωστόσο, έχουν το ίδιο σημείο εφαρμογής.

Η κατεύθυνση μίας δύναμης καθορίζεται από τη γραμμή ενέργειάς της ή τον φορέα και τη φορά της. Η γραμμή ενέργειας είναι η ευθεία γραμμή πάνω στην οποία η δύναμη δρα και χαρακτηρίζεται από τη γωνία που σχηματίζει με μερικούς σταθερούς άξονες. Δύο δυνάμεις που έχουν ίδιο μέτρο, ίδιο φορέα αλλά αντίθετη κατεύθυνση, προφανώς, θα έχουν αντίθετο αποτέλεσμα πάνω στο σωματίδιο.

Όταν σε ένα σωματίδιο εφαρμόζονται δύο δυνάμεις, τότε βρίσκεται η συνισταμένη τους, η οποία αντιπροσωπεύει το συνδυασμό των δράσεων των δύο δυνάμεων πάνω στο σωματίδιο. Επομένως οι δύο δυνάμεις αντικαθιστούνται από μία, τη συνισταμένη τους. Προκύπτει αν κατασκευάσουμε ένα παραλληλόγραμμο χρησιμοποιώντας τις δύο δυνάμεις ως τις δύο προσκείμενες πλευρές του παραλληλογράμμου. Η διαγώνιος που περνάει από το σημείο της εφαρμογής τους αντιπροσωπεύει τη συνισταμένη τους. Η μέθοδος αυτή ανεύρεσης της συνισταμένης είναι γνωστή ως κανόνας του παραλληλογράμμου, ο οποίος αναφέρθηκε και παραπάνω.

Συμπερασματικά από τα παραπάνω προκύπτει ότι οι δυνάμεις δεν υπακούουν σε κανόνες αθροίσματος που καθορίζονται από την απλή γεωμετρία. Οι δυνάμεις απεικονίζονται με ένα βέλος που έχει κατεύθυνση προς την κατεύθυνση της δύναμης και είναι διανυσματικό μέγεθος. Αρνητική δύναμη συμβολίζεται αυτή με αντίθετη κατεύθυνση προς αυτήν που έχουμε ορίσει ως θετική. Δύο διανύσματα με το ίδιο σημείο εφαρμογής, στον ίδιο φορέα με ίδιο μέτρο αλλά αντίθετη κατεύθυνση αλληλοεξουδετερώνονται.

$$P + (-P) = 0$$



Εικόνα 3. Ανάλυση δύναμης

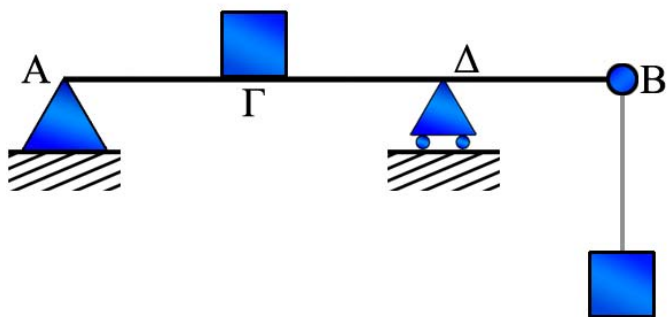
Όπως αναφέρθηκε ήδη πολλές δυνάμεις μπορούν να αντικατασταθούν από μία δύναμη, η οποία προκύπτει εάν ακολουθήσουμε τον κανόνα του παραλληλογράμμου και καταλήξουμε σε αυτήν τη μία δύναμη. Αντιστρόφως, από μία δύναμη μπορούν να προκύψουν άλλες δυνάμεις, που όλες μαζί έχουν την ίδια επίδραση πάνω στο σωματίδιο με αυτήν τη μία. Τις δυνάμεις αυτές τις ονομάζουμε συνιστώσες της δύναμης F , από την οποία προέκυψαν. Τη διαδικασία κατά την οποία αντικαθιστούμε τη δύναμη F με δύο ή περισσότερες δυνάμεις την ονομάζουμε ανάλυση δύναμης F σε συνιστώσες.

Σε αυτήν τη μελέτη, αναλύουμε δυνάμεις που πάντα το σημείο εφαρμογής τους είναι στον ίδιο φορέα. Αυτός ο φορέας είναι η θετική ίνα της δοκού. Θεωρούμε, λοιπόν, δύο άξονες κάθετους μεταξύ τους, τον x και τον y όπου ο x είναι παράλληλος με τον φορέα εφαρμογής των δυνάμεων και ο y κάθετος στη δοκό. Με βάση αυτούς τους άξονες αναλύουμε τις δυνάμεις και για κάθε μία έχουμε μία συνιστώσα F_x και μία F_y . Καθώς οι άξονες πάνω στους οποίους προκύπτουν οι συνιστώσες είναι κάθετοι, οι συνιστώσες ονομάζονται κάθετες συνιστώσες.

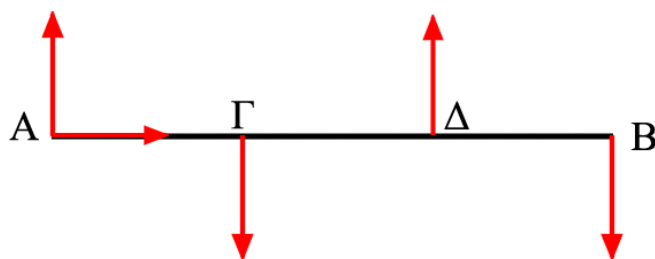
Πάνω σε αυτούς τους δύο κάθετους μεταξύ τους άξονες που αναφέραμε παραπάνω και προς τη θετική φορά θεωρούμε δύο διανύσματα του μοναδιαίου μεγέθους και τα ονομάζουμε μοναδιαία διανύσματα. Συμβολίζουμε με i το μοναδιαίο διάνυσμα κατά τον άξονα x και με j αυτό κατά τον άξονα y .

III. Διάγραμμα ελευθέρου σώματος (Δ.Ε.Σ.)

Ονομάζουμε διάγραμμα ελευθέρου σώματος, το διάγραμμα που θα προκύψει με την απομάκρυνση των σωμάτων με τα οποία το σώμα που μελετάμε έρχεται σε επαφή και την αντικατάστασή τους με τις αντίστοιχες δυνάμεις επαφής.



Εικόνα 5. Σώμα σε φόρτιση



Εικόνα 4. Διάγραμμα ελευθέρου σώματος

IV. Επίλυση προβλημάτων

Όπως αναφέραμε παραπάνω, σε αυτή τη μελέτη εξετάζονται σώματα που ισορροπούν. Τα σώματα που θα εξετάσουμε υφίστανται φορτία και δέχονται στηρίξεις. Οι συνθήκες ισορροπίας στις κατασκευές δύο διαστάσεων που μελετάμε εδώ είναι οι εξής :

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

$$\sum M = 0$$

Όπου:

$\sum F_x$ η συνισταμένη των δυνάμεων στον άξονα xx'

$\sum F_y$ η συνισταμένη των δυνάμεων στον άξονα yy'

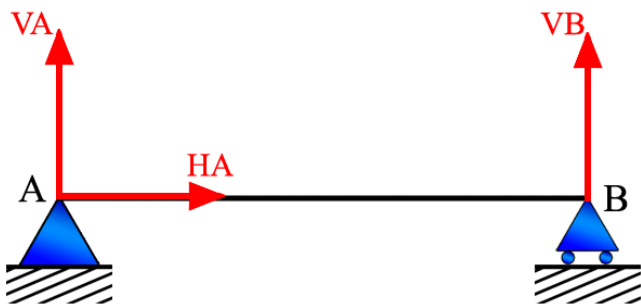
$\sum M$ η συνισταμένη των ροπών στον άξονα zz'

Αφού αναγνωριστούν όλες οι δυνάμεις που δρουν πάνω στο σώμα που εξετάζουμε, που στην περίπτωση που μελετάται εδώ είναι μία δοκός, κατασκευάζουμε το διάγραμμα ελεύθερου σώματος. Οι αντιδράσεις που προκύπτουν σε μία κατασκευή δύο διαστάσεων λόγω των στηρίξεων μπορεί να είναι τριών ειδών και παρουσιάζονται παρακάτω.

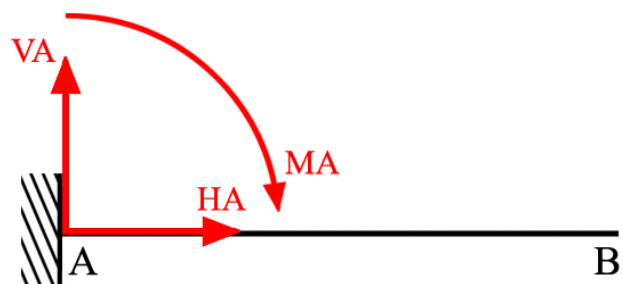
Η πρώτη περίπτωση είναι οι αντιδράσεις να είναι ισοδύναμες με μία δύναμη η οποία έχει γνωστή γραμμική ενέργεια. Τέτοιες μπορεί να είναι κυλίσεις, ζύγωθροι, οι άνευ τριβής επιφάνειες και άλλα. Αυτές οι στηρίξεις μπορούν να εμποδίσουν την κίνηση σε μία μόνο κατεύθυνση. Οι αντιδράσεις αυτών των στηρίξεων εμπεριέχουν έναν άγνωστο.

Η δεύτερη περίπτωση αποτελείται από αντιδράσεις ισοδύναμες με μία δύναμη άγνωστης κατεύθυνσης και μεγέθους. Στηρίξεις που προκαλούν τέτοιου είδους αντιδράσεις είναι οι αρθρώσεις, οι μεντεσέδες και οι ανώμαλες επιφάνειες. Με αυτές τις στηρίξεις εμποδίζεται η μετακίνηση προς όλες τις κατευθύνσεις, δεν εμποδίζεται όμως η περιστροφή του σώματος γύρω από το σημείο εφαρμογής της στήριξης. Εδώ οι αντιδράσεις έχουν δύο αγνώστους και συνήθως παρουσιάζονται ως οι x και y συνιστώσες τους.

Τελευταία περίπτωση είναι οι αντιδράσεις που είναι ισοδύναμες με μία ροπή και μία δύναμη. Η στήριξη που προκαλεί τέτοιου είδους αντιδράσεις είναι η πάκτωση και εμποδίζει την κίνηση του σώματος απόλυτα. Εδώ υπάρχουν τρεις άγνωστοι και παρουσιάζονται συνήθως ως οι δύο συνιστώσες της δύναμης και η ροπή.



Εικόνα 6. Αντιδράσεις στήριξης άρθρωσης και κύλισης



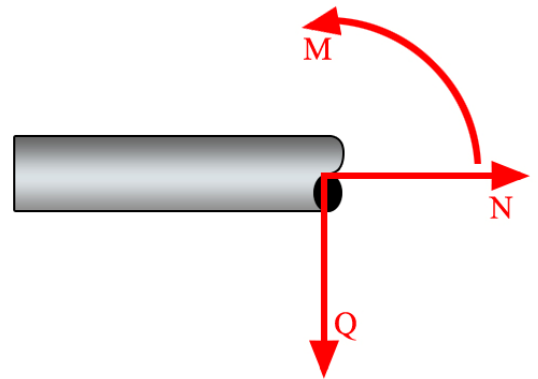
Εικόνα 7. Αντιδράσεις στήριξης πάκτωσης

Οι δοκοί που εξετάζονται εδώ, είναι ευθύγραμμοι ράβδοι. Οι δοκοί αυτοί, ανάλογα με τη στήριξη τους χωρίζονται σε κατηγορίες που φαίνονται στο σχήμα παρακάτω. Σε μία δοκό μπορούμε να ορίσουμε σύνολο στηρίξεων μόνο εάν οι αντιδράσεις εμπεριέχουν τρεις αγνώστους. Σε περίπτωση που οι αγνώστοι ξεπερνούν τους τρεις τότε το πρόβλημά μας θα παραμείνει στατικά αόριστο και οι απλοί μέθοδοι της μηχανικής δεν είναι αρκετές για την επίλυση του. Ισοστατική δοκός, λοιπόν, είναι :

- ο η αμφίεραστη με μία άρθρωση και μία κύλιση στις άκρες της. Οι αντιδράσεις στήριξης που εμπεριέχει αυτό το είδος της δοκού είναι τρεις και είναι οι V_a , H_a λόγω της άρθρωσης και V_b λόγω της κύλισης

- ο η μονοπροέχουσα με μία άρθρωση και μία κύλιση πάλι αλλά η μία εκ των δύο δεν βρίσκεται στην άκρη της δοκού. Οι αντιδράσεις είναι ίδιες με την παραπάνω περίπτωση δοκού.
- ο και ο πρόβολος με μία πάκτωση σε μία από τις δύο άκρες της δοκού. Σε αυτήν την δοκό εφαρμόζονται τρεις αντιδράσεις στήριξης οι οποίες είναι οι V_a , H_a και M_a .

Εάν θεωρήσουμε μία δοκό πάνω στην οποία εφαρμόζονται φορτία και πραγματοποιήσουμε μία νοητή τομή κάθετη στο μήκος της, μπορούμε να παρατηρήσουμε εσωτερικές αντιδράσεις. Θεωρώντας την δοκό ως μία συμπαγή ράβδο, ασκώντας δύναμη σε ένα σημείο θα επηρεαστούν προφανώς και άλλα σημεία της δοκού. Αυτό συμβαίνει διότι η δύναμη μεταφέρεται από το σημείο εφαρμογής της και στα άλλα σημεία της δοκού λόγω της συνοχής της ύλης. Άρα ασκώντας σε ένα σημείο της δοκού μία δύναμη δεν καταπονείται μόνο το σημείο αυτό αλλά ολόκληρη η δοκός. Οι εσωτερικές αντιδράσεις είναι τρεις: μία δύναμη κάθετη στην διατομή της δοκού (N), μία δύναμη κάθετη στο μήκος της δοκού (Q) και μία ροπή (M).



Εικόνα 8. Αντιδράσεις NQM

Όταν πάνω σε μία δοκό ασκούνται δυνάμεις, οι εσωτερικές αντιδράσεις που αναπτύσσονται δεν προκαλούν μόνο εφελκυστηκές ή θλιπτικές τάσεις αλλά δημιουργείται επίσης το φαινόμενο της τέμνουσας και της κάμψης. Η δύναμη N είναι η αξονική δύναμη, η Q είναι η δύναμη τέμνουσας και η M η καμπτική ροπή στο σημείο αυτό. Εάν υπολογίσουμε τα μεγέθη NQM καθ'όλο το μήκος της δοκού τότε θα μπορέσουμε να κατασκευάσουμε τα διαγράμματα αξονικών, τεμνουσών και καμπτικής ροπής. Με τα διαγράμματα αυτά έχουμε μία ολική εικόνα για το πώς ακριβώς και σε ποια σημεία καταπονείται η δοκός. Τα μεγέθη NQM επιλύονται με τη λογική ότι σε κάθε σημείο της δοκού το σύνολο των δυνάμεων μέχρι εκείνο το σημείο της δοκού που μελετάμε πρέπει να ισούται με μηδέν καθώς το σώμα ισορροπεί. Επομένως, «κόβουμε» τη δοκό ενδεικτικά σε ένα σημείο πριν από κάθε σημείο εφαρμογής φορτίου και για όσες τομές έχουμε κάνουμε τον αντίστοιχο υπολογισμό εντατικών μεγεθών. Για κάθε τομή ο υπολογισμός γίνεται λαμβάνοντας υπ'όψιν τα φορτία και τις αντιδράσεις στηρίξεων που βρίσκονται κατά το μήκος από την αρχή της δοκού μέχρι το τελευταίο σημείο της τομής χωρίς αυτό.

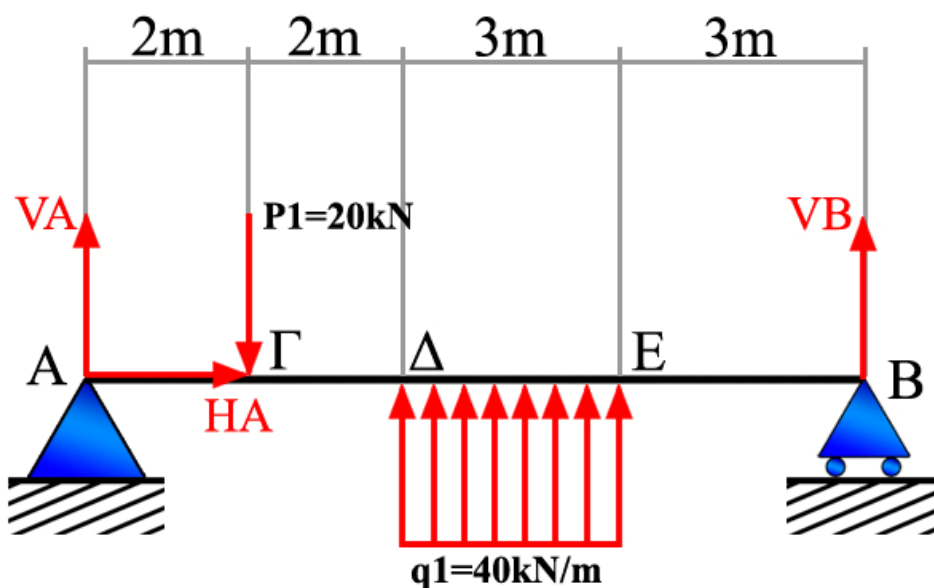
Το πρόγραμμα που έχει κατασκευαστεί επιλύει τα προβλήματα που εισάγονται με τις βασικές αρχές της μηχανικής και τη μέθοδο επίλυσης προβλημάτων NQM. Στη μέθοδο αυτή ακολουθούνται τα εξής βήματα κατά τον υπολογισμό :

1) Υπολογισμός αντιδράσεων στήριξης

Εφόσον έχει οριστεί το πρόβλημα και έχουν εισαχθεί όλα τα δεδομένα, το πρώτο πράγμα που λαμβάνει χώρα είναι ο υπολογισμός των αντιδράσεων στήριξης. Αυτό είναι εύκολο εφόσον η δοκός ισορροπεί. Ισχύει :

- $\sum F_x = 0$ για τις αξονικές δυνάμεις
- $\sum F_y = 0$ για τις τέμνουσες
- $\sum M_\alpha = 0$ για το σύνολο των ροπών, οι οποίες υπολογίζονται ως προς ένα σημείο της δοκού που συνήθως είναι η αρχή ή το πέρας της.

Ένα παράδειγμα υπολογισμού των αντιδράσεων στήριξης είναι :



Εικόνα 9. Παράδειγμα δοκού

Αξονικές δυνάμεις δεν έχουμε επομένως $H_A = 0$.

Για τις τέμνουσες ισχύει :

$$\sum F_y = 0 \rightarrow V_a + V_B = P_1 - q_1 \cdot 3 \rightarrow V_a + V_B = 20 - 40 \cdot 3 = -100 \rightarrow V_A + V_B = -100 \quad (\text{Σχέση 1})$$

$$\sum M_a = 0 \rightarrow P_1 \cdot 2 - q_1 \cdot 3 \cdot (4 + 1,5) - V_B \cdot 10 = 0 \rightarrow V_B \cdot 10 = 40 - 120 \cdot 5,5 \rightarrow V_B \cdot 10 = -620 \rightarrow V_B = -62 \text{ N}$$

Άρα από τη σχέση 1 προκύπτει ότι :

$$(\text{Σχέση 1}) \rightarrow V_A = -100 + 62 \rightarrow V_A = -38 \text{ N}$$

Επομένως από τις στηρίξεις ασκούνται οι δυνάμεις V_A και V_B .

2) Τομή δοκού στα κρίσιμα σημεία και υπολογισμός NQM σε κάθε τομή.

Τομή Α-Γ

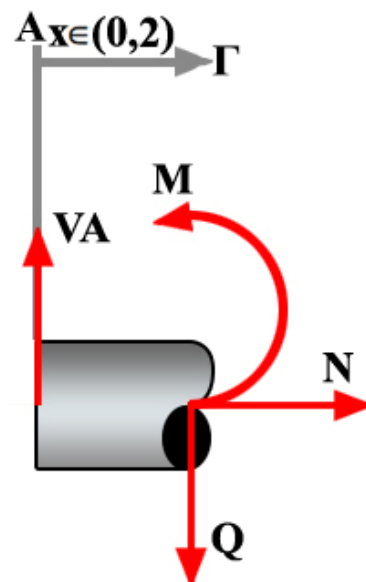
Η πρώτη τομή, όπως φαίνεται και στην εικόνα, περιλαμβάνει μόνο την αντίδραση V_A της στηριξης. Επομένως υπολογίζουμε τη δύναμη της τέμνουσας και τις καμπτικές ροπές με βάση αυτά τα δεδομένα.

$$\sum F_Y = 0 \rightarrow V_A - Q = 0 \rightarrow Q = -38 \text{ N}$$

$$\sum M_A = 0 \rightarrow Q \cdot x - M = 0 \rightarrow M = Qx$$

$$\begin{matrix} x=0 \\ \rightarrow \end{matrix} M = -38 \cdot 0 \rightarrow M = 0$$

$$\begin{matrix} x=2 \\ \rightarrow \end{matrix} M = -38 \cdot 2 \rightarrow M = -76 \text{ Nm}$$



Εικόνα 10. Τομή Α-Γ

Τομή Α-Δ

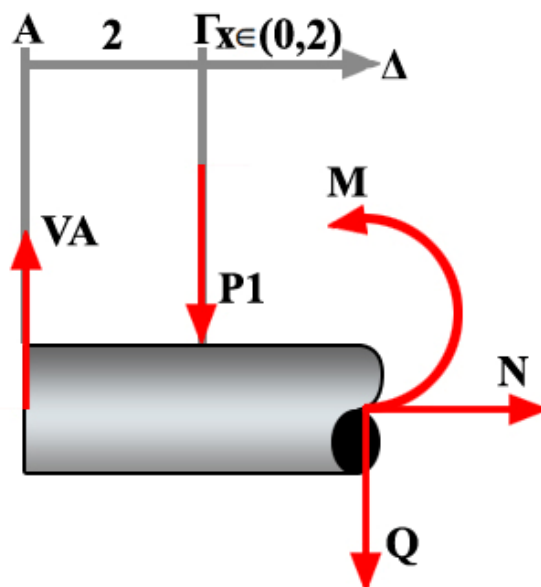
$$\sum F_Y = 0 \rightarrow V_A - P_1 - Q = 0 \rightarrow Q = -58 \text{ N}$$

$$\sum M_A = 0 \rightarrow P_1 \cdot 2 + Q(x + 2) - M = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow M = 20 \cdot 2 - 58 \cdot x - 58 \cdot 2 \rightarrow M = -58x - 76$$

$$\begin{matrix} x=0 \\ \rightarrow \end{matrix} M = -76 \text{ Nm}$$

$$\begin{matrix} x=2 \\ \rightarrow \end{matrix} M = -76 - 116 \rightarrow M = -192 \text{ Nm}$$



Εικόνα 11. Τομή Α-Δ

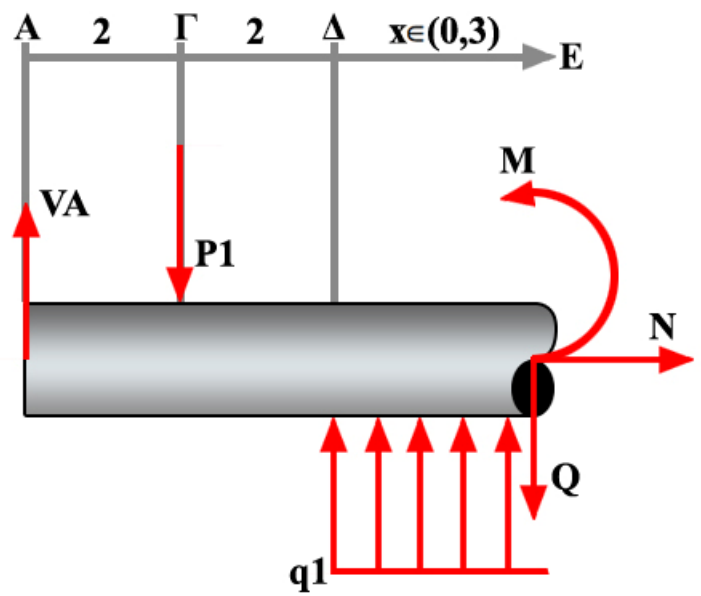
Τομή A-E

$$\sum F_Y = 0 \rightarrow V_A - P_1 + q_1 \cdot x - Q = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow Q = -58 + 40 \cdot x$$

$$x=0 \rightarrow Q = -58 \text{ N}$$

$$x=3 \rightarrow Q = -58 + 120 \rightarrow Q = 62 \text{ N}$$



Εικόνα 12. Τομή A-E

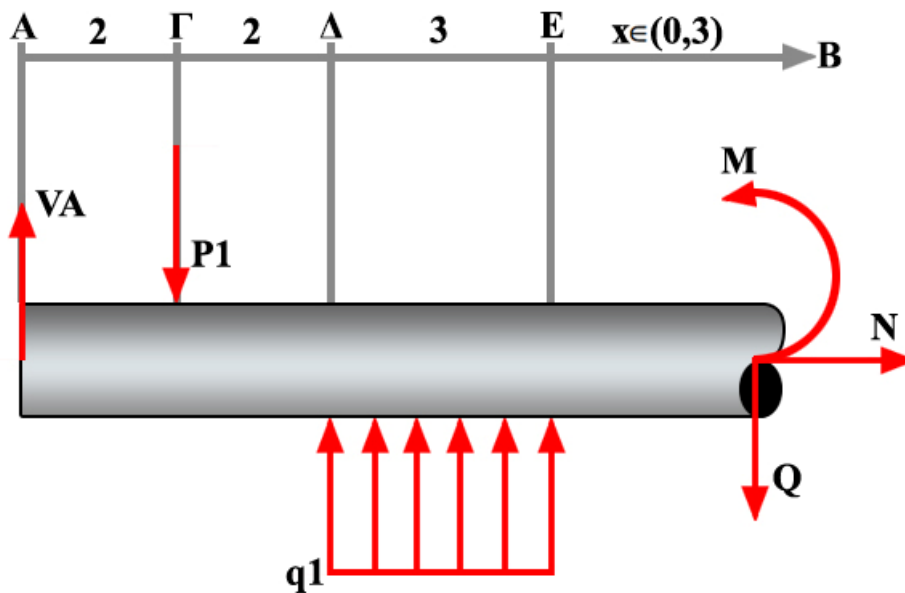
$$\sum M_A = 0 \rightarrow P_1 \cdot 2 - q_1 \cdot x \left(4 + \frac{x}{2}\right) + Q \cdot (x + 4) - M = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow M = 40 - 160x - 20x^2 - 232 - 58x + 160x + 40x^2 \rightarrow M = 20x^2 - 58x - 192$$

$$x=0 \rightarrow M = -192 \text{ Nm}$$

$$x=3 \rightarrow M = -186 \text{ Nm}$$

Τομή A-B



Εικόνα 13. Τομή A-B

$$\sum F_Y = 0 \rightarrow V_A - P_1 + q_1 \cdot 3 - Q = 0 \rightarrow Q = -58 + 40 \cdot 3 \rightarrow Q = 62 \text{ N}$$

$$\sum M_A = 0 \rightarrow P_1 \cdot 2 - q_1 \cdot 3 \cdot 5,5 + Q \cdot (x + 7) - M = 0 \rightarrow M = 40 - 120 \cdot 5,5 + 62x + 62 \cdot 7 \rightarrow$$

$$\rightarrow M = -186 + 62x$$

$$x=0 \rightarrow M = -186 \text{ Nm}$$

$$x=3 \rightarrow M = 0 \text{ Nm}$$

I. Εισαγωγή

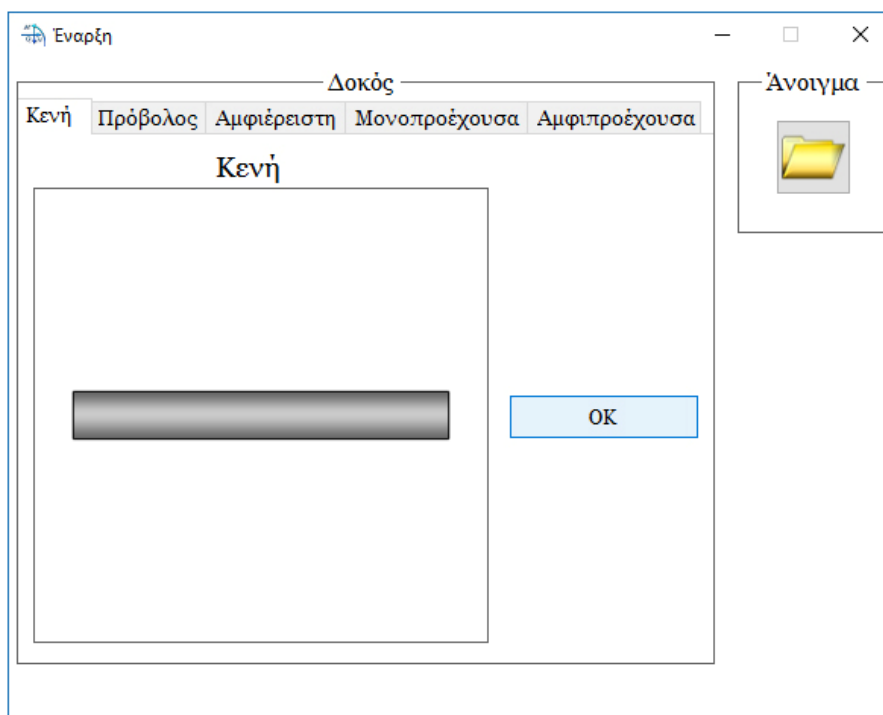
Το πρόγραμμα που σχεδιάστηκε και κατασκευάστηκε αφορά το πεδίο της στατικής. Μελετώνται, λοιπόν άκαμπτα σώματα που βρίσκονται σε πλήρη ακινησία. Ανοίγοντας το πρόγραμμα εμφανίζεται η οθόνη έναρξης στην οποία όπως φαίνεται στην εικόνα παρακάτω αναφέρεται ο τίτλος του προγράμματος και υπάρχουν τα κουμπιά «Έναρξη» και «Έξοδος». Πατώντας το κουμπί έξοδος απλώς τερματίζεται το πρόγραμμα. Για να συνεχιστεί το πρόγραμμα πρέπει να πατηθεί το κουμπί «Έναρξη».



Εικόνα 14. Έναρξη προγράμματος

II. Επιλογή δοκών

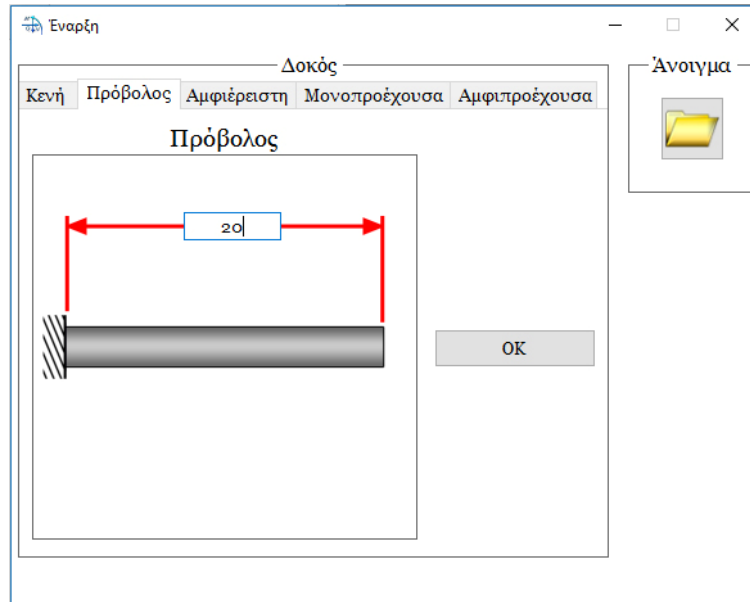
Πατώντας το κουμπί έναρξη βρισκόμαστε στο σημείο όπου επιλέγεται ο τύπος της δοκού όπως φαίνεται στην Εικόνα 8. Το πρόγραμμα κατέχει πέντε επιλογές : κενή, πρόβολος, αμφιέριστη, μονοπροέχουσα, αμφιπροέχουσα.



Εικόνα 15. Επιλογή δοκού

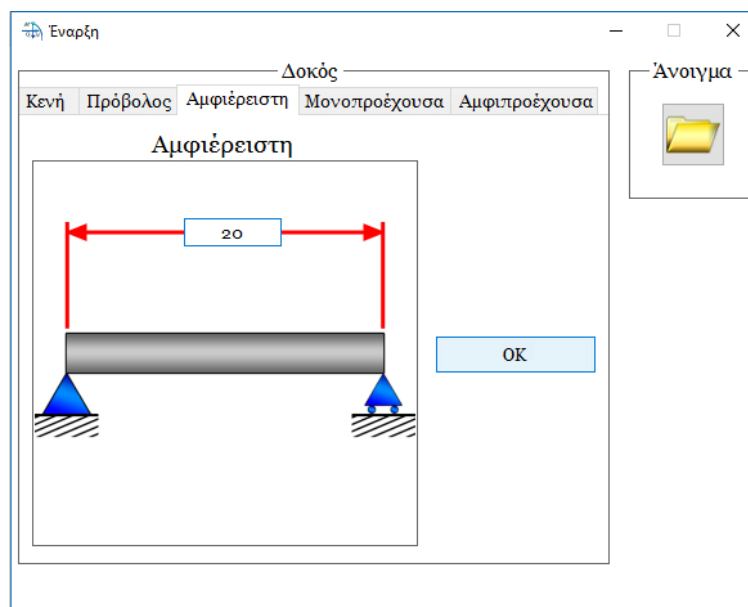
Εάν επιλέξουμε την πρώτη περίπτωση της κενής δοκού, η δοκός δεν έχει καμία πληροφορία. Στη συνέχεια την σχεδιάζουμε αναλόγως με το μήκος, τις στηρίξεις που θέλουμε να εισάγουμε και τα φορτία.

Στην περίπτωση που επιλεγεί ο πρόβολος, στο πρόγραμμα εισάγεται η πληροφορία ότι η στήριξη της δοκού θα είναι μία πάκτωση. Εμφανίζεται ένα κενό προς συμπλήρωση όπου εκεί πρέπει να οριστεί το μήκος της δοκού. Επιπλέον, σε περίπτωση που θέλουμε να εισάγουμε δεκαδικά ψηφία στο αριθμό χρησιμοποιούμε το κόμμα και όχι την τελεία. Αφού οριστεί και το μήκος εμφανίζεται η κύρια φόρμα του προγράμματος στην οποία γίνεται η εισαγωγή των στηρίξεων και των φορτίων.



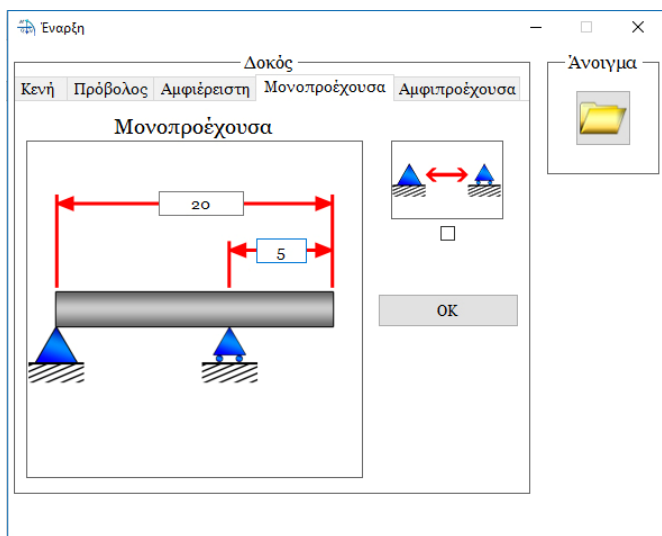
Εικόνα 16. Εισαγωγή προβόλου

Στην αμφιέριστη δοκό υπάρχουν δύο στηρίξεις στις δύο άκρες της δοκού, μία κύλιση και μία άρθρωση. Η άρθρωση δίνει στη δοκό ένα βαθμό ελευθερίας και η κύλιση δύο βαθμούς. Η άρθρωση βρίσκεται αριστερά της δοκού και η κύλιση δεξιά. Στην περίπτωση που θέλουμε να τις βάλουμε στα αντίθετα άκρα από αυτά, τα διορθώνουμε στην επόμενη οθόνη ή επιλέγουμε εξ' αρχής Κενή δοκό και τη σχεδιάζουμε στην επόμενη οθόνη.

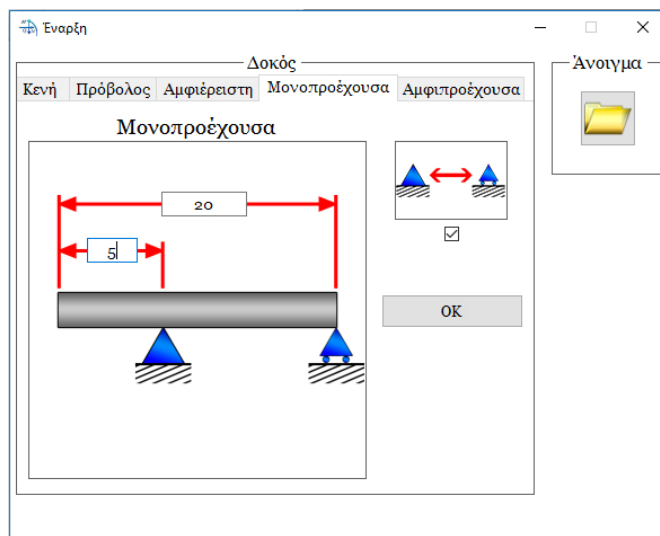


Εικόνα 17. Εισαγωγή αμφιέριστης

Η επόμενη περίπτωση είναι η μονοπρόεχουσα. Σε αυτήν υπάρχουν και πάλι μία κύλιση και μία άρθρωση με τη διαφορά ότι η μία είναι τοποθετημένη στην άκρη της δοκού και η άλλη σε οποιοδήποτε άλλο σημείο της δοκού εκτός από την άλλη της άκρη. Σε αυτήν την οθόνη μπορούμε να επιλέξουμε είτε να είναι η άρθρωση δεξιά και η κύλιση σε κάποια απόσταση μετρημένη από το δεξί άκρο της δοκού, είτε με την κύλιση στο δεξί άκρο της δοκού και την άρθρωση, αντίστοιχα, σε κάποια απόσταση μετρημένη από το αριστερό άκρο της δοκού. Υπάρχει η δυνατότητα εναλλαγής των δύο περιπτώσεων επιλέγοντας το εικονίδιο στα δεξιά της φόρμας.

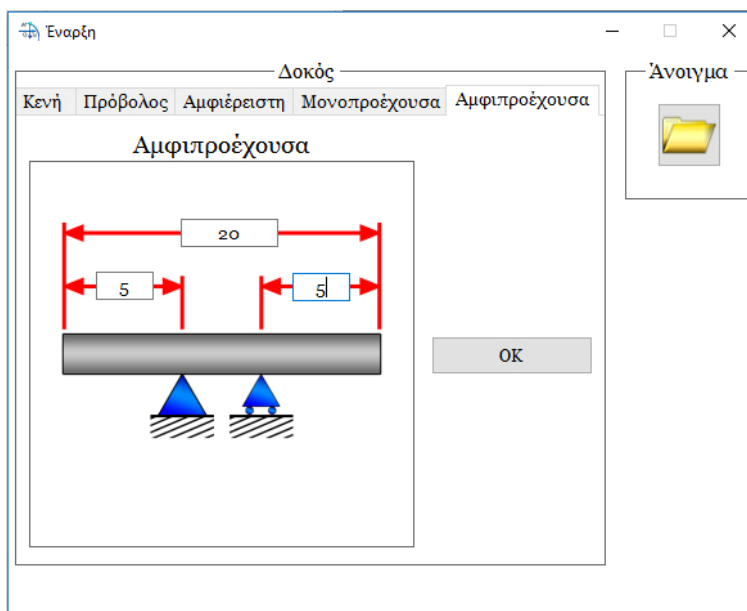


Εικόνα 18. Εισαγωγή μονοπρόεχουσας (1)



Εικόνα 19. Εισαγωγή μονοπρόεχουσας (2)

Εάν θέλουμε να εισάγουμε αμφιπρόεχουσα, δηλαδή να μην είναι καμία στήριξη στην άκρη της δοκού, τότε εισάγουμε το συνολικό μήκος και στην συνέχεια την απόσταση της άρθρωσης από το αριστερό άκρο και της κύλισης από το δεξί άκρο. Εάν επιθυμούμε να είναι η κύλιση στο αριστερό άκρο και η άρθρωση στο δεξί, τότε το διορθώνουμε στην επόμενη φόρμα ή επιλέγουμε εξ' αρχής την κενή δοκό και εισάγουμε τις στήριξεις στην επόμενη οθόνη.



Εικόνα 20. Εισαγωγή αμφιπρόεχουσας

Για να ολοκληρωθεί η περιγραφή αυτής της οθόνης, πρέπει να αναφερθεί ότι στο πάνω δεξί άκρο υπάρχει το κουμπί ανοίγματος το οποίο ανοίγει ένα παράθυρο από το οποίο μπορούμε να περιηγηθούμε στα αρχεία μας και εάν έχουμε δημιουργήσει προηγουμένως αρχείο μελέτης δοκού και το έχουμε αποθηκεύσει μπορούμε να το ανοίξουμε ξανά.

III. Σχεδιασμός δοκού : Στήριξη – φορτίο

Σε αυτό το σημείο θα περιγράψουμε την περίπτωση της κενής δοκού, καθότι οι υπόλοιπες περιπτώσεις καταλήγουν πάλι σε αυτήν τη φόρμα απλώς καλύπτουν κάποιες περιπτώσεις πιθανής τοποθέτησης στηρίξεων κι έτσι είναι κατασκευασμένες κυρίως για διευκόλυνση του χρήστη. Η δοκός δεν έχει καμία πληροφορία σε αυτό το σημείο. Πατώντας το κουμπί έναρξης καταλήγουμε στο σχεδιασμό της δοκού.

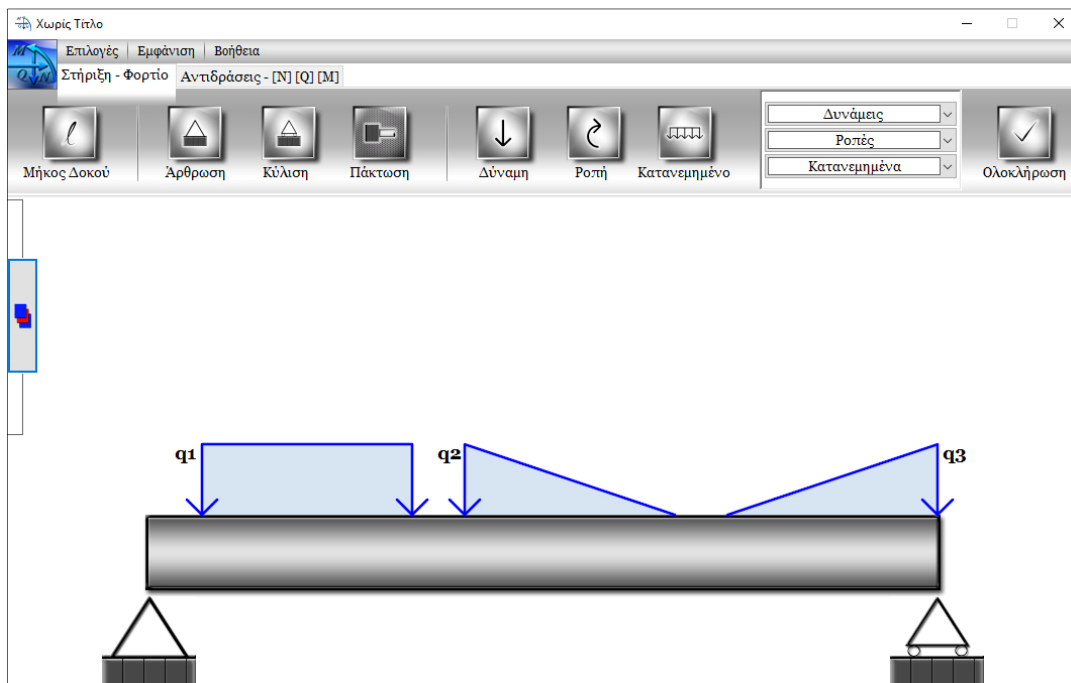
Πάνω από την εικόνα της δοκού υπάρχουν κάποια κουμπιά σε σειρά. Επιλέγοντας καθένα από αυτά μπορούμε να εισάγουμε διάφορα στοιχεία στη δοκό. Το πρώτο από τα αριστερά είναι το μήκος της δοκού. Πατώντας το εμφανίζεται ένα πλαίσιο στο οποίο συμπληρώνουμε το μήκος που επιθυμούμε να έχει η δοκός. Αυτή η πληροφορία δεν μπορεί να διορθωθεί, επομένως στην περίπτωση που εισαχθεί λανθασμένα θα πρέπει να δημιουργήσουμε νέα δοκό. Μετά ακολουθούν οι στηρίξεις της δοκού. Εφόσον το πρόγραμμα πραγματεύεται μόνο ισοστατικά προβλήματα και όχι υπερστατικά, μία δοκός μπορεί να έχει είτε άρθρωση και κύλιση, είτε μόνο πάκτωση. Έτσι λοιπόν, για παράδειγμα εάν εισάγουμε μία άρθρωση δεν μπορούμε να εισάγουμε πάκτωση, ή αν εισάγουμε κύλιση δεν μπορούμε να εισάγουμε και δεύτερη κύλιση. Στην περίπτωση της άρθρωσης και της κύλισης, απλώς εισάγουμε την απόσταση που επιθυμούμε να έχουν από το αριστερό άκρο. Η πάκτωση μπορεί να μπει είτε στο αριστερό άκρο είτε στο δεξί.

Πιο δεξιά από τις στηρίξεις βρίσκουμε τα φορτία. Μπορούμε να εισάγουμε τριών ειδών φορτία : δυνάμεις, ροπές και κατανεμημένα φορτία. Στην περίπτωση των δυνάμεων ο κανόνας που χρησιμοποιείται για τον φορέα του διανύσματος της δύναμης είναι ότι θεωρούμε το σημείο της εφαρμογής της στη θετική ίνα της δοκού. Κατόπιν πραγματοποιώντας αντιωρολογιακή περιστροφή, ορίζουμε τη φορά της και τη διεύθυνση της από 0° - 360° . Έπειτα, πρέπει να ορίσουμε το σημείο πάνω στο μήκος της δοκού που εφαρμόζεται η δύναμη. Αυτό το ορίζουμε με βάση την απόσταση της δύναμης από το αριστερό άκρο. Τέλος, θέτουμε το μέτρο της δύναμης, που μπορεί να δηλωθεί είτε ως Newton είτε ως kiloNewton. Πατώντας εισαγωγή έχουμε εφαρμόσει αυτή τη δύναμη πάνω στη δοκό. Στη συνέχεια μπορούμε να εισάγουμε και άλλες. Ο μέγιστος αριθμός δυνάμεων είναι δέκα.

Οι ροπές ορίζονται πιο απλά από τις δυνάμεις καθώς αρκεί να θέσουμε το σημείο που εφαρμόζονται ομοίως με τις δυνάμεις και τη φορά τους, αν είναι δηλαδή ωρολογιακή ή αντιωρολογιακή. Το μέτρο τους μπορεί να δηλωθεί είτε σαν Nm (Newton · meter) είτε ως kNm (kiloNewton · meter). Ο μέγιστος αριθμός ροπών είναι δέκα.

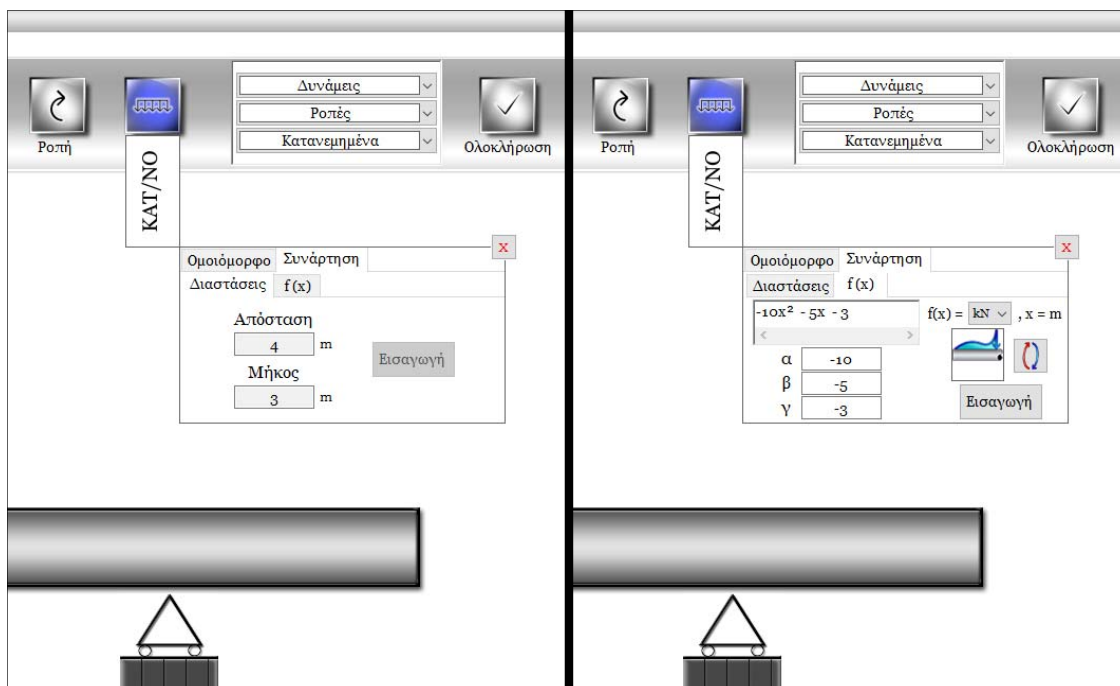
Τα κατανεμημένα φορτία χωρίζονται σε δύο περιπτώσεις: τα ομοιόμορφα κατανεμημένα και τα κατανεμημένα που περιγράφονται από συνάρτηση. Τα ομοιόμορφα κατανεμημένα όπως άλλωστε δηλώνει και η ονομασία τους έχουν ομοιόμορφη κατανομή πάνω στη δοκό και χωρίζονται σε τετραγωνικού και τριγωνικού τύπου. Τα κατανεμημένα φορτία που περιγράφονται με συνάρτηση διαθέτουν φορτίο που αλλάζει κατά το μήκος της δοκού σύμφωνα με κάποια πολυωνυμική συνάρτηση πρώτου ή δευτέρου βαθμού.

Για την περίπτωση του τετραγωνικού κατανεμημένου φορτίου αρκεί να ορίσουμε το μέτρο του το οποίο παραμένει σταθερό καθ'όλο το μήκος του, το σημείο της δοκού στο οποίο εφαρμόζεται η αρχή του κατανεμημένου πάντα με αναφορά από το αριστερό άκρο της δοκού, και το μήκος του κατανεμημένου. Καθώς το πρόγραμμα ακολουθεί το σύστημα SI η μονάδα που αφορά το μήκος είναι πάντα το μέτρο (m). Στο τριγωνικό χρησιμοποιούμε την ίδια λογική για να το ορίσουμε με τη διαφορά ότι σαν μέτρο του κατανεμημένου θέτουμε τη μέγιστη τιμή του κατανεμημένου που εφαρμόζεται. Για να αλλάξουμε από τετραγωνικό σε τριγωνικό επιλέγουμε ανάλογα ποιό θέλουμε από το κάτω μέρος του πλαισίου.



Εικόνα 21. Καταναμημένα φορτία απλού τύπου

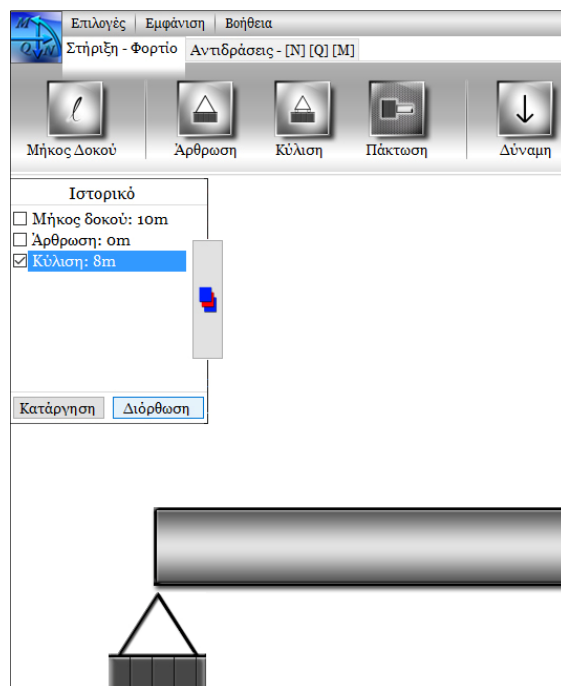
Για την περίπτωση του καταναμημένου με συνάρτηση υπάρχουν δύο καρτέλες με στοιχεία εισαγωγής. Αρχικά ορίζουμε την απόστασή του από το αριστερό άκρο της δοκού και το μήκος του ομοίως και με τα ομοιόμορφα καταναμημένα φορτία, στην πρώτη καρτέλα που ονομάζεται «Διαστάσεις» και πατάμε την «εισαγωγή». Στη δεύτερη καρτέλα που ονομάζεται «F(x)» συμπληρώνουμε τα στοιχεία της συνάρτησης που περιγράφει το καταναμημένο φορτίο. Η συνάρτηση που μπορεί να δεχτεί το πρόγραμμα είναι μέχρι 2^{ου} βαθμού πολυωνυμική δηλαδή τύπου $Ax^2+Bx+\Gamma$. Δεδομένης της συνάρτησης, λοιπόν, εισάγουμε τους συντελεστές A,B και Γ. Για διευκόλυνση του χρήστη υπάρχει η δυνατότητα να εισάγει μία συνάρτηση αλλά να της αλλάξει στην πορεία το πρόσημο πατώντας το κουμπί που βρίσκεται στην καρτέλα δεξιά.



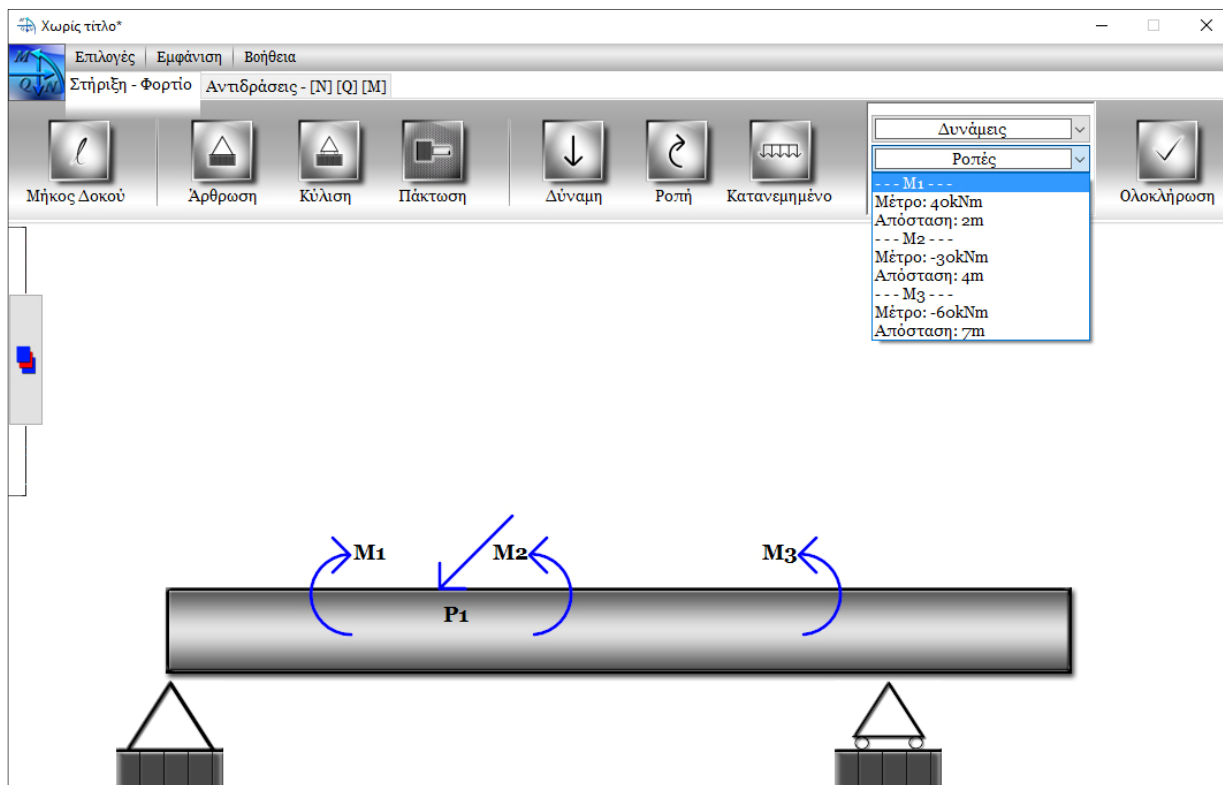
Εικόνα 22. Εισαγωγή καταναμημένου φορτίου με συνάρτηση

Αριστερά της φόρμας παρατηρείται ένα «κρυφό» πλαίσιο και πατώντας το εμφανίζεται το ιστορικό της δοκού. Εκεί υπάρχουν όλες οι πληροφορίες που εισήχθησαν στη δοκό. Με το ιστορικό κάνουμε διορθώσεις σε πληροφορίες που έχουμε ήδη εισάγει. Έτσι λοιπόν, όπως βλέπουμε στο παράδειγμα παρακάτω εάν θέλουμε να αλλάξουμε την απόσταση της κύλισης και αντί για 8m να την μεταφέρουμε στα 7m, τότε επιλέγουμε από το ιστορικό την κύλιση και πατάμε διόρθωση. Έτσι ανοίγει το πλαίσιο της κύλισης και διορθώνουμε το 8m κάνοντας το 7m.

Έχοντας, λοιπόν, εξηγήσει όλα τα στοιχεία εισαγωγής του προγράμματος προχωράμε πιο δεξιά όπου συναντάμε άλλα τρία πλαίσια όπως φαίνονται στην εικόνα παρακάτω. Εκεί αναγράφονται ό,τι δεδομένα φόρτισης έχει λάβει το πρόγραμμα από το χρήστη. Σε αυτό το σημείο μπορεί να ανατρέξει ο χρήστης για τα στοιχεία οποιουδήποτε φορτίου έχει εισάγει. Εδώ δεν έχει πρόσβαση αλλαγής ο χρήστης.



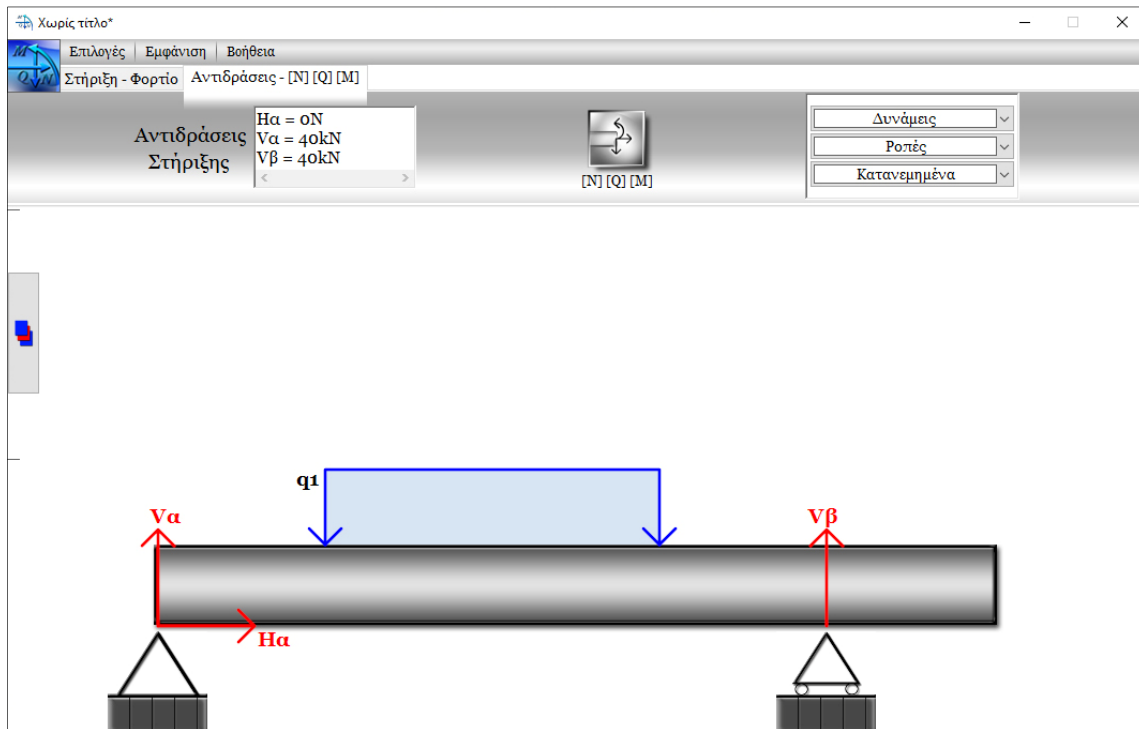
Εικόνα 23. Ιστορικό



Εικόνα 24. Λίστα φορτίων

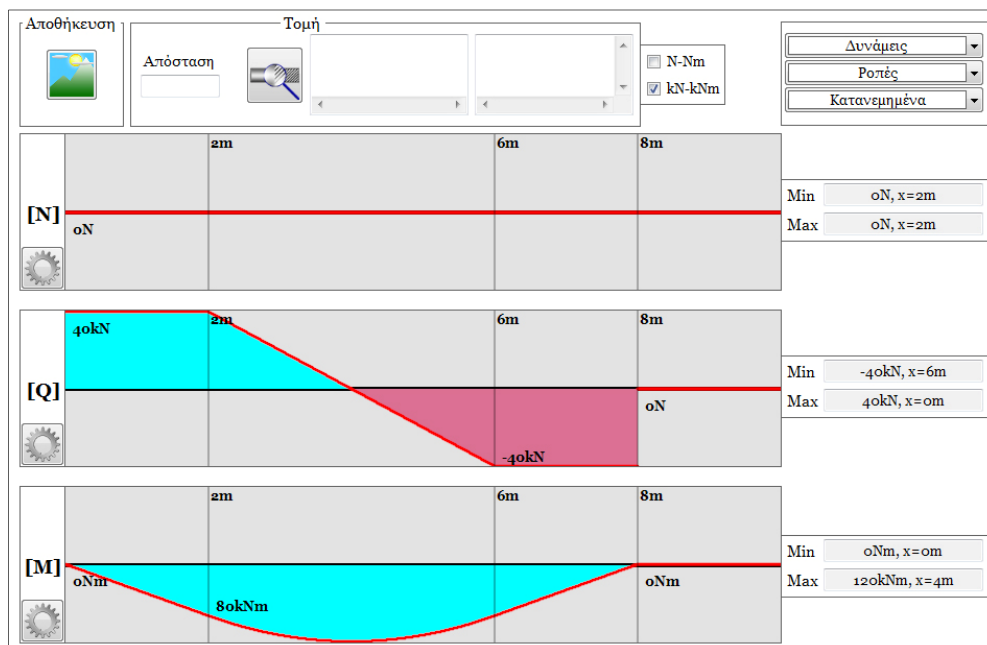
IV. Σχεδιασμός δοκού : Αντιδράσεις NQM

Κατόπιν του σχεδιασμού της δοκού και πατώντας το κουμπι «Ολοκλήρωση», το πρόγραμμα παραπέμπει το χρήστη στην καρτέλα «Αντιδράσεις – [N][Q][M]».



Εικόνα 25. Αντιδράσεις στήριξης

Εκεί μπορούμε να δούμε τις αντιδράσεις στήριξης της δοκού που έχει σχεδιαστεί. Πατώντας το κουμπι «[N][Q][M]» γίνεται ο υπολογισμός των μεγεθών NQM και ανοίγει το παράθυρο των αντίστοιχων διαγραμμάτων.



Εικόνα 26. Διαγράμματα NQM

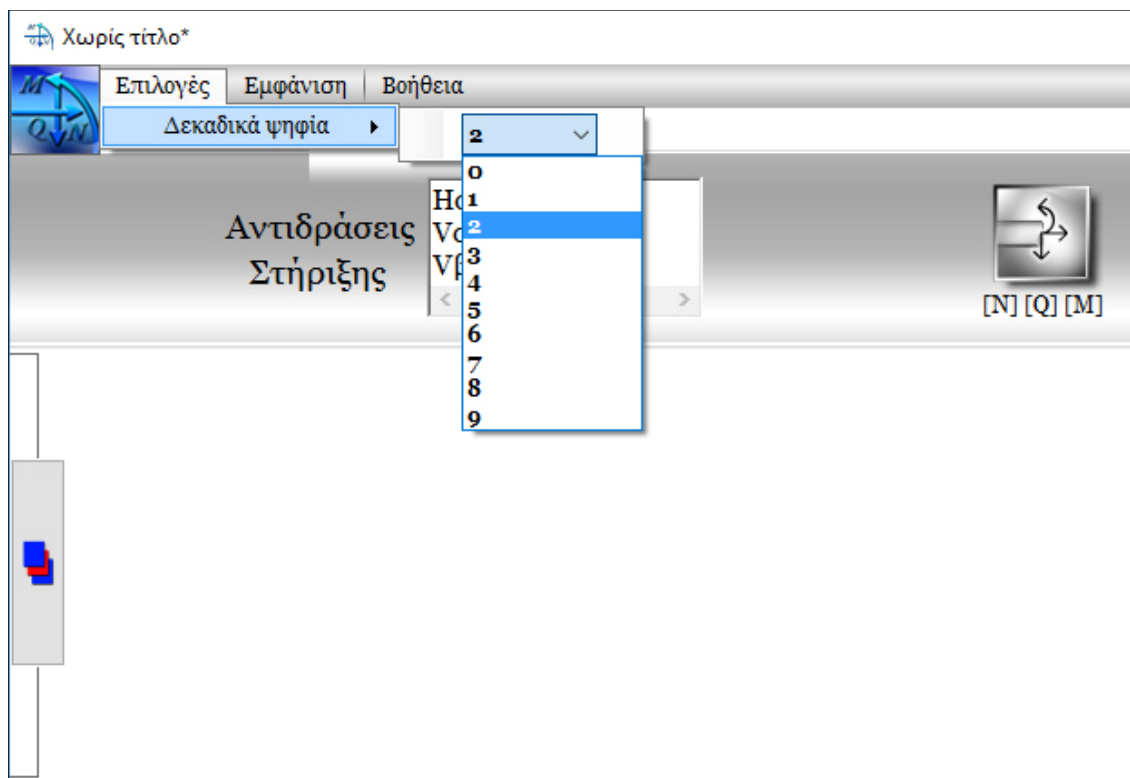
Όπως φαίνεται, λοιπόν, στην εικόνα διαδοχικά από αριστερά προς τα δεξιά υπάρχουν τα εξής στοιχεία:

- **Κουμπί αποθήκευσης διαγραμμάτων:** Πατώντας αυτό το κουμπί, αποθηκεύονται τα διαγράμματα NQM σε μορφή εικόνας. Υποστηρίζονται τα εξής αρχεία εικόνας JPEG, GIF, PNG και BMP.
- **Κουμπί τομής:** Αρχικά συμπληρώνουμε στο πεδίο αριστερά σε ποιο μήκος της δοκού, ορίζοντας ως μηδέν το αριστερό άκρο της δοκού, θέλουμε να ελέγξουμε τα μεγέθη NQM. Εφόσον συμπληρώσουμε το μήκος, πατάμε το κουμπί και δεξιά εμφανίζονται οι τιμές των NQM στο σημείο αυτό καθώς και τα οι εξισώσεις που περιγράφουν την τομή.
- **Λίστες των εισαγμένων φορτίων:** Όπως και στην προηγούμενη καρτέλα, έτσι κι εδώ υπάρχει το πλαίσιο όπου ο χρήστης μπορεί να ανατρέξει και να δει τα φορτία της δοκού

Παρακάτω στην καρτέλα βλέπουμε τα διαγράμματα των μεγεθών NQM. Σε κάθε διάγραμμα υπάρχει ένα κουμπί με ρυθμίσεις, το οποίο βρίσκεται αριστερά του διαγράμματος. Εκεί μπορούμε να ρυθμίσουμε ως προσωπικές προτιμήσεις τα χρώματα και να επιλέξουμε μία εκ των δύο ειδών προβολής που υπάρχουν, η μία με τις ακραίες τιμές σημειωμένες και η δεύτερη με τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή που εμφανίζεται στο διάγραμμα. Αυτή η επιλογή των ρυθμίσεων υπάρχει ξεχωριστά σε κάθε διάγραμμα αριστερά. Δεξιά των διαγραμμάτων υπάρχουν σημειωμένες οι μέγιστες και οι ελάχιστες τιμές.

V. Διάφορες επιλογές προγράμματος

Επιστρέφοντας στην κύρια φόρμα του προγράμματος, βλέπουμε πάνω αριστερά κάποια στοιχεία. Υπάρχουν, λοιπόν, οι **επιλογές**, όπου εδώ μπορούμε να ορίσουμε πόσα δεκαδικά στοιχεία θέλουμε να εμφανίζονται στα αποτελέσματα.



Εικόνα 27. Επιλογή ακρίβειας

Στη συνέχεια, υπάρχει η **εμφάνιση**, στην οποία ρυθμίζουμε κάποιες επιλογές που αφορούν την απεικόνιση μέσα στο πρόγραμμα. Το πρώτο πράγμα που μπορούμε να αλλάξουμε είναι ο τρόπος που εμφανίζονται οι δυνάμεις. Στον πρώτο τρόπο, η δύναμη να απεικονίζεται με το βέλος να δείχνει προς το σημείο εφαρμογής της και να εφάπτεται εκεί. Εδώ η αρχή του διανύσματος της δύναμης εφάπτεται στο σημείο εφαρμογής της και το πέρας του δείχνει προς την κατεύθυνση που ασκείται η δύναμη. Τέλος, μπορούμε να επιλέξουμε και το χρώμα με το οποίο θα φαίνονται τα φορτία. Το τελευταίο στοιχείο, είναι η **βοήθεια**. Εδώ παρέχεται βοήθεια για τη χρήση του προγράμματος και την κατανόησή του.

- ◆ Beer ◻ Johnston ◻ Eisenberg. Vector Mechanics for Engineers: Statics 7th Edition. μτφ. Γιάννης Τσουμπανάκης. Αθήνα: Τζιόλα, 2011
- ◆ Beer ◻ Johnston ◻ Mazurek ◻ Eisenberg. Vector Mechanics for Engineers: Statics 9th Edition. New York : McGraw - Hill, 2010
- ◆ Βουθούνης Π.Α. . Τεχνική μηχανική - Αντοχή των Υλικών. Αθήνα : Ιδιωτική, Έκδοση Ζ' 2011
- ◆ Dugas Rene . A history of mechanics. trans. J. R. Maddox . Switzerland : Griffon, 1995
- ◆ Διογένης ο Λαέρτιος . Βίοι καὶ γνῶμαι τῶν ἐν φιλοσοφίᾳ εὐδοκιμησάντων. (αρχαίο κείμενο)
- ◆ Harrison, H.R. and Nettleton, T., Principles of engineering mechanics, Edward Arnold, 2nd Edition 1994
- ◆ Max Jammer . Έννοιες του χώρου. μετ. Τζέλα Λάζαρη-Θάνος Χριστακόπουλος. Ηράκλειο: Πανεπιστημιακές εκδόσεις Κρήτης 2011
- ◆ Πλάτωνας . Έβδομη Επιστολή . (αρχαίο κείμενο)