

ΑΝΩΤΑΤΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΙΔΡΥΜΑ ΠΕΙΡΑΙΑ Τ.Τ.

**ΣΧΟΛΗ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΕΦΑΡΜΟΓΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΙΑΣ**



Α.Ε.Ι ΠΕΙΡΑΙΑ Τ.Τ.

ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

"Ανάλυση ιδιοσυχνοτήτων οδόντων οδοντωτών τροχών"

ΥΠΕΥΘΥΝΟΙ ΣΠΟΥΔΑΣΤΕΣ:

Ευαγγελάτος Ανδρέας (εξ. 16^ο). Α.Μ. 38853

Κατσόρχης Γρηγόριος (εξ. 15^ο). Α.Μ. 38865

Εμμανουηλίδης Κων/νος (εξ. 13^ο). Α.Μ. 39057

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ:

Τσολάκης Αντώνιος

ΑΘΗΝΑ 2016

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΠΕΡΙΛΗΨΗ	6
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 ^ο : ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ.....	7
1.1. ΠΕΡΙΟΔΙΚΑ ΦΑΙΝΟΜΕΝΑ	8
1.2. ΑΠΛΗ ΑΡΜΟΝΙΚΗ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ.....	9
1.2.1 ΚΙΝΗΜΑΤΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ.....	9
1.2.2 ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ	10
1.2.3 ΕΝΕΡΓΕΙΑΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ	11
1.3. ΑΠΛΟ ΕΚΚΡΕΜΕΣ.....	12
1.4. ΦΥΣΙΚΟ ΕΚΚΡΕΜΕΣ	14
1.5. ΦΘΙΝΟΥΣΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ.....	15
1.6. ΕΞΑΝΑΓΚΑΣΜΕΝΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ.....	17
1.7. ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΟΥ ΣΥΝΤΟΝΙΣΜΟΥ	19
1.8. ΙΔΙΟΤΙΜΕΣ	20
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 ^ο : ΟΔΟΝΤΩΤΟΙ ΤΡΟΧΟΙ ΚΑΙ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΑΥΤΩΝ	21
2.1. ΓΕΝΙΚΑ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΟΔΟΝΤΩΤΟΥΣ ΤΡΟΧΟΥΣ.....	22
2.2. ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΜΕΓΕΘΗ ΟΔΟΝΤΩΤΩΝ ΤΡΟΧΩΝ	23
2.3. ΤΙ ΕΙΝΑΙ ΤΟ "MODAL ANALYSIS"	24
2.4. ΣΧΕΔΙΑΣΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ "INVENTOR"	25
2.5. ΣΧΕΔΙΑΣΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ "SOLIDWORKS"	26
2.6. ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΟΔΟΝΤΩΤΟΥ ΤΡΟΧΟΥ ΕΡΓΑΣΙΑΣ	27
2.7. Η ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΤΟΥ "MODAL ANALYSIS"	28
2.8. ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΦΟΡΤΙΣΗΣ "F" ΣΕ ΟΔΟΝΤΑ	29
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 ^ο : ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ.....	30
3.1. ΤΟ ΥΛΙΚΟ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗΣ ΣΤΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ INVENTOR.....	32
3.2. ΑΝΑΛΥΣΗ ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ ΧΩΡΙΣ ΕΦΑΡΜΟΖΟΜΕΝΗ ΔΥΝΑΜΗ....	33
3.2.1 ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΟΥ "SPUR GEAR 1" ΑΠΟ ΤΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ INVENTOR	33
3.2.2 ΠΙΝΑΚΕΣ ΚΑΙ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ	34
3.3. ΑΝΑΛΥΣΗ ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ ΜΕ ΕΦΑΡΜΟΖΟΜΕΝΗ ΔΥΝΑΜΗ	37
3.3.1 ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΟΥΜΕΝΟ ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ ΠΤΥΧΙΑΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ.....	37
3.3.2 ΣΥΜΒΟΛΙΣΜΟΙ ΤΥΠΟΛΟΓΙΟΥ ΠΤΥΧΙΑΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ.....	38
3.3.3 ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΩΝ "SPUR GEAR 19" ΓΙΑ ΤΗΝ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΜΗΔΕΝΙΚΗΣ ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗΣ ($x = 0$) & "SPUR GEAR 25" ΓΙΑ ΤΗΝ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΘΕΤΙΚΗΣ ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗΣ ($x = 0,5$) ΑΠΟ ΤΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ INVENTOR	39

3.3.4 ΠΙΝΑΚΕΣ.....	40
3.3.5 ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ	42
3.4. ΑΝΑΛΥΤΙΚΟΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΙ.....	46
3.4.1 ΑΝΑΛΥΤΙΚΟΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΓΙΑ "SPUR GEAR 19" ($x = 0$)	46
3.4.2 ΑΝΑΛΥΤΙΚΟΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΓΙΑ "SPUR GEAR 25" ($x = 0,5$)	47
3.4.3 ΠΙΝΑΚΕΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΩΝ.....	48
3.4.4 ΣΧΗΜΑΤΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΩΝ	48
3.5. ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ	54
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 ^ο : ΔΙΕΘΝΕΙΣ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΕΣ	55
4.1. ΔΙΕΘΝΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑ [1]: NONLINEAR DYNAMIC MODELING OF GEAR SHAFT DISK BEARING SYSTEMS USING FINITE ELEMENTS AND DESCRIBING FUNCTIONS	57
4.2. ΔΙΕΘΝΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑ [2]: MODAL AND STRESS ANALYSIS OF GEAR TRAIN DESIGN IN PORTAL AXLE USING FINITE ELEMENT MODELING AND SIMULATION	59
4.3. ΔΙΕΘΝΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑ [3]: DESIGN AND MODAL ANALYSIS OF SPUR GEAR WITH EXPERIMENTAL VERIFICATION.....	60
4.4. ΔΟΝΗΣΗ ΣΕ ΟΔΟΝΤΩΤΟΥΣ ΤΡΟΧΟΥΣ.....	61
4.5. ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΑ ΟΔΟΝΤΩΤΩΝ ΤΡΟΧΩΝ.....	62
4.6. ΑΚΑΜΨΙΑ - ΑΝΤΟΧΗ.....	63
4.7. ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑ	64
4.8. ΘΟΡΥΒΟΣ ΣΕ ΟΔΟΝΤΩΤΟΥΣ ΤΡΟΧΟΥΣ	65
4.9. ΘΡΑΥΣΗ ΟΔΟΝΤΩΤΩΝ ΤΡΟΧΩΝ	66
4.10. ΑΣΥΜΜΕΤΡΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ - ΚΑΤΑΣΚΕΥΑΣΤΙΚΑ ΣΦΑΛΜΑΤΑ	67
4.11. ΕΦΑΡΜΟΖΟΜΕΝΟ ΦΟΡΤΙΟ.....	68
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 ^ο : ΒΑΣΙΚΑ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΓΙΑ ΤΙΣ ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ	69
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6 ^ο : ΔΗΜΟΣΙΕΥΣΕΙΣ - ΙΣΤΟΤΟΠΟΙ - ΒΙΒΛΙΑ.....	71

Παράρτημα εικόνων

Εικόνα 1: Ημιτονοειδής συνάρτηση. Από βιβλιογραφία [36].....	8
Εικόνα 2: Προσομοίωση ταλάντωσης. Από βιβλιογραφία [37]	9
Εικόνα 3: Απλό εκκρεμές. Από βιβλιογραφία [35]	13
Εικόνα 4: Φθίνουσα ταλάντωση. Από βιβλιογραφία [33]	16
Εικόνα 5: Σώμα που εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση. Από βιβλιογραφία [34]....	18

Εικόνα 6: Ανάλυση δόνησης σε πρόβολο. Από βιβλιογραφία [36]	20
Εικόνα 7: Οδοντωτός τροχός ευθείας οδόντωσης. Από βιβλιογραφία [28]	22
Εικόνα 8: Ζεύγος πινιόν - τροχού ευθείας οδόντωσης. Από βιβλιογραφία [27]	23
Εικόνα 9: Modal Analysis κατά την εμπλοκή οδόντων. Από βιβλιογραφία [29]	24
Εικόνα 10: Λογότυπο του Inventor. Από βιβλιογραφία [30]	25
Εικόνα 11: Λογότυπο του Solidworks, από βιβλιογραφία [31].....	26
Εικόνα 12: Σχηματική απεικόνιση του οδόντα μετά την αφαίρεση υλικού. Από πρόγραμμα Inventor.....	28
Εικόνα 13: Σχηματική απεικόνιση των σημείων της πάκτωσης του οδόντα. Από πρόγραμμα Inventor.....	28
Εικόνα 14: Modal analysis για "Spur Gear 1". Από πρόγραμμα Inventor	34
Εικόνα 15: Modal analysis για "Spur Gear 19". Από πρόγραμμα Inventor	40
Εικόνα 16: Σχηματική απεικόνιση της διάταξης των οδοντωτών τροχών. Από βιβλιογραφία [2]	59

Παράρτημα διαγραμμάτων

Διάγραμμα 1: Ιδιοσυχνότητες "f" συναρτήσει συντελεστή "Ψm" για μηδενική μετατόπιση $x = 0$	35
Διάγραμμα 2: Ιδιοσυχνότητες "f" συναρτήσει συντελεστή "Ψm" για θετική μετατόπιση $x = 0,5$	35
Διάγραμμα 3: Ιδιοσυχνότητες "f" συναρτήσει συντελεστή "Ψm" για αρνητική μετατόπιση $x = -0,5$	36
Διάγραμμα 4: Ιδιοσυχνότητες "f ₁ " συναρτήσει συντελεστή "Ψm" για όλες τις περιπτώσεις μετατοπίσεων	36
Διάγραμμα 5: Ιδιοσυχνότητες "f" συναρτήσει συντελεστή "Ψm" για μηδενική μετατόπιση $x = 0$	42
Διάγραμμα 6: Ιδιοσυχνότητες "f" συναρτήσει συνολικής δύναμης "F" για μηδενική μετατόπιση $x = 0$	42
Διάγραμμα 7: Ιδιοσυχνότητες "f" συναρτήσει συνολικής δύναμης "F" για μηδενική μετατόπιση $x = 0$ και $m = 2\text{mm}$	43
Διάγραμμα 8: Ιδιοσυχνότητες "f" συναρτήσει συνολικής δύναμης "F" για μηδενική μετατόπιση $x = 0$ και $m = 5\text{mm}$	43
Διάγραμμα 9: Ιδιοσυχνότητες "f" συναρτήσει συντελεστή "Ψm" για θετική μετατόπιση $x = 0,5$	44
Διάγραμμα 10: Ιδιοσυχνότητες "f" συναρτήσει συνολικής δύναμης "F" για θετική μετατόπιση $x = 0,5$	44
Διάγραμμα 11: Ιδιοσυχνότητες "f" συναρτήσει συνολικής δύναμης "F" για θετική μετατόπιση $x = 0,5$ και $m = 2\text{mm}$	45
Διάγραμμα 12: Ιδιοσυχνότητες "f" συναρτήσει συνολικής δύναμης "F" για θετική μετατόπιση $x = 0,5$ και $m = 5\text{mm}$	45

Διάγραμμα 13: Δυναμικοί παράγοντες "DF" συναρτήσει των ιδιοσυχνοτήτων "f" του πινιόν.....	57
Διάγραμμα 14: Λόγος δυναμικού προς το στατικό φορτίο "DSL" συναρτήσει των ιδιοσυχνοτήτων "f" του πινιόν	58

Παράρτημα πινάκων υπολογισμού

Πίνακας 1: Για μηδενική μετατόπιση $x=0$	34
Πίνακας 2: Για θετική μετατόπιση $x= 0,5$	35
Πίνακας 3: Για αρνητική μετατόπιση $x = -0,5$	35
Πίνακας 4: Για μηδενική μετατόπιση $x = 0$	40
Πίνακας 5 (Συνέχεια του 4)	40
Πίνακας 6: Για μηδενική μετατόπιση $x = 0$	41
Πίνακας 7: Για θετική μετατόπιση $x = 0,5$	41
Πίνακας 8 (Συνέχεια του 7)	41
Πίνακας 9: Για θετική φόρτιση $x = 0,5$	42
Πίνακας 10: Για $x = 0$ χωρίς και με φόρτιση.....	54
Πίνακας 11: Για $x = 0,5$ χωρίς και με φόρτιση.....	54

Παράρτημα πινάκων πληροφοριών

Πίνακας 1: Συνάρτηση της εξειλιγμένης Από βιβλιογραφία [38]	48
Πίνακας 2: Όρια θραύσης "σ _Η " και πίεσης επιφανείας "σ _Η " για υλικά οδοντωτών τροχών. Από βιβλιογραφία [38].....	49
Πίνακας 3: Συντελεστής υλικού "Z _Μ ". Από βιβλιογραφία [38]	50
Πίνακας 4: Συντελεστής εφαρμογής "k _Α ". Από βιβλιογραφία [38]	50
Πίνακας 5: Ποιότητα οδόντωσης (Π.ΟΔ.) συνάρτηση της εφαρμογής. Από βιβλιογραφία [38]	51

Παράρτημα σχημάτων

Σχήμα 1: Υπολογισμός βαθμού επικάλυψης "ε _α " για τροχούς χωρίς μετατόπιση. Από βιβλιογραφία [38]	51
Σχήμα 2: Υπολογισμός βαθμού επικάλυψης "ε _α " για τροχούς με μετατόπιση. Από βιβλιογραφία [38]	52
Σχήμα 3: Συντελεστής δυναμικών καταπονήσεων "k _ν " για ευθεία οδόντωση. Από βιβλιογραφία [38]	52
Σχήμα 4: Συντελεστής ζώνης "Z _Η ". Από βιβλιογραφία [38]	53

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στην εργασία αυτή, αρχικά υπάρχουν φυσικές αναφορές για την ιδιοσυχνότητα "F" και τις έννοιες που σχετίζονται με αυτήν, όπως η ταλάντωση, ο συντονισμός, οι ιδιοτιμές κλπ. Έπειτα, αναφέρονται τεχνικές λεπτομέρειες σχετικά με τους οδοντωτούς τροχούς, τα προγράμματα πεπερασμένων στοιχείων επεξεργασίας αυτών, όπως επίσης και την αναλυτική διαδικασία που ακολουθήθηκε στο πρόγραμμα "Inventor" για την εκπόνηση του πειραματικού μέρους της εργασίας.

Στο κύριο μέρος της εργασίας, στο οποίο αναλύεται και η μελέτη μας, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που προκύπτουν: α) για περιπτώσεις οδοντωτών τροχών χωρίς φορτίο "F" και β) για περιπτώσεις οδοντωτών τροχών με φορτίο "F", το οποίο υπολογίζεται συναρτήσει της αντοχής του υλικού κατασκευής (Mild Steel). Και για τις 2 περιπτώσεις απεικονίζονται σε διαγράμματα οι διαφοροποιήσεις λόγω του παράγοντα της μετατόπισης "x".

Εν συνεχεία, γίνεται έρευνα για διεθνείς εργασίες σχετικές με "Modal analysis" με στόχο την σύγκριση της μελέτης μας με αντίστοιχες εργασίες άλλων μελετητών.

Τέλος, με βάση τις παρατηρήσεις και τα ενδιαφέροντα σημεία τόσο στην εργασία μας αλλά και στις διεθνείς εργασίες, αναφέρουμε τα συμπεράσματα μας.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1^ο

1.1. ΠΕΡΙΟΔΙΚΑ ΦΑΙΝΟΜΕΝΑ

Περιοδικά φαινόμενα ονομάζονται τα φαινόμενα που εξελίσσονται και επαναλαμβάνονται αναλλοίωτα σε σταθερά χρονικά διαστήματα. Τέτοια φαινόμενα είναι η κίνηση της Γης γύρω από τον Ήλιο, η κίνηση του εκκρεμούς, το άναμμα και το σβήσιμο του φάρου κ.ά. Κάθε περιοδικό φαινόμενο χαρακτηρίζεται από την περίοδο του (T), το χρόνο δηλαδή που απαιτείται για να ολοκληρωθεί. Αν σε χρόνο t γίνονται N επαναλήψεις του φαινομένου, η περίοδος είναι ίση με το πηλίκο

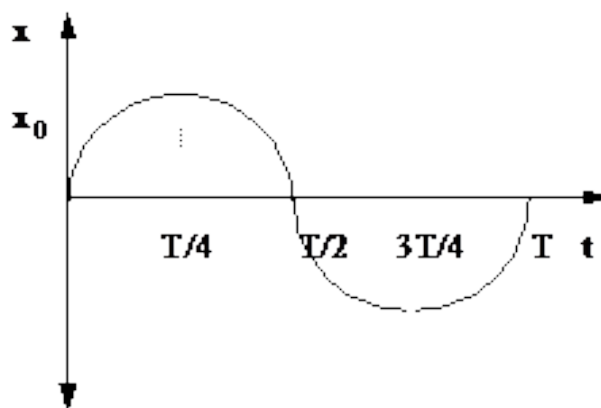
$$T = \frac{1}{f}$$
$$\text{ή } f = \frac{1}{T}$$

Το αντίστροφο πηλίκο του αριθμού των επαναλήψεων του φαινομένου προς τον αντίστοιχο χρόνο ονομάζουμε συχνότητα του περιοδικού φαινομένου.

Μονάδα μέτρησης της περιόδου είναι το s και της συχνότητας το $1/s$ ή Hz. Από τον ορισμό τους, τα μεγέθη περίοδος και συχνότητα είναι αντίστροφα. Ένα τρίτο μέγεθος που αναφέρεται σε όλα τα περιοδικά φαινόμενα, χωρίς άμεση φυσική σημασία, είναι η γωνιακή συχνότητα (ω) για την οποία ισχύει: $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$.

Μονάδα μέτρησης της γωνιακής συχνότητας είναι το rad/s.

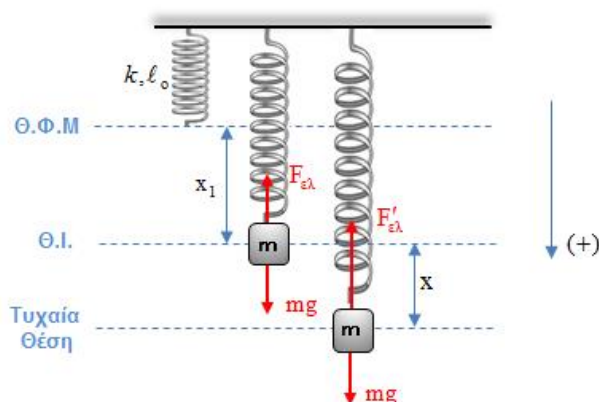
Παρατήρηση: Στην κυκλική κίνηση ορίζεται το διανυσματικό μέγεθος γωνιακή ταχύτητα με μέτρο $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$. Στην ομαλή κυκλική κίνηση το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας που έχει ως κυκλική κίνηση είναι ίσο με τη γωνιακή συχνότητα που έχει ως περιοδική κίνηση.



Εικόνα 1: Ημιτονοειδής συνάρτηση. Από βιβλιογραφία [36]

1.2. ΑΠΛΗ ΑΡΜΟΝΙΚΗ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ

Ταλάντωση εκτελεί ένα σωματίδιο όταν κινείται περιοδικά γύρω από ένα σημείο ισορροπίας. Τα άτομα ενός στερεού ταλαντώνονται. Τα άτομα που αποτελούν το μόριο εκτελούν ταλαντώσεις σε σχέση με άλλα άτομα. Σε μια κεραία εκπομπής ή λήψεως, τα ηλεκτρόνια της εκτελούν πολύ γρήγορες ταλαντώσεις. Πιο σημαντική από όλες τις ταλαντώσεις είναι η **απλή αρμονική**, γιατί αποτελεί μια ακριβή περιγραφή πολλών κινήσεων που συναντώνται στη φύση και είναι η πιο απλή που μπορεί να περιγραφεί μαθηματικά.



Εικόνα 2: Προσομοίωση ταλάντωσης. Από βιβλιογραφία [37]

1.2.1 ΚΙΝΗΜΑΤΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ

Μια περιοδική παλινδρομική κίνηση ονομάζεται ταλάντωση. Η ταλάντωση που γίνεται σε ευθεία τροχιά ονομάζεται γραμμική ταλάντωση. Η απλή αρμονική ταλάντωση είναι μια ειδική περίπτωση γραμμικής ταλάντωσης.

Έστω ένα σώμα που κινείται παλινδρομικά πάνω σε ένα άξονα γύρω από το σημείο Ο, που είναι το μέσο της τροχιάς του. Αν η απομάκρυνση x του σώματος δίνεται από τη σχέση

$$x = A \sin \omega t \quad (1.1)$$

η κίνηση του σώματος ονομάζεται **απλή αρμονική ταλάντωση**. Το A είναι η μέγιστη απομάκρυνση, δηλαδή η μέγιστη απόσταση από το σημείο Ο στην οποία φτάνει το κινητό, και ονομάζεται πλάτος της ταλάντωσης.

Η ταχύτητα και η επιτάχυνση του σώματος κάθε στιγμή δίνονται από τις σχέσεις

$$v = v_{\max} \cos \omega t \quad (1.2)$$

$$\text{και } a = -a_{\max} \sin \omega t \quad (1.3)$$

όπου v_{\max} και a_{\max} , αντίστοιχα η μέγιστη τιμή της ταχύτητας και της επιτάχυνσης του σώματος. Το σώμα έχει μέγιστη ταχύτητα όταν περνά από τη θέση Ο ($x = 0$) και μέγιστη επιτάχυνση όταν περνάει από τα ακραία σημεία Ρ και Ρ' ($x = A$ και $x = -A$ αντίστοιχα).

Για τη μέγιστη ταχύτητα και τη μέγιστη επιτάχυνση ισχύει

$$v_{\max} = \omega A$$
$$\text{και } a_{\max} = \omega^2 A$$

Οι σχέσεις (1.1), (1.2) και (1.3) ισχύουν σε κάθε απλή αρμονική ταλάντωση, με την προϋπόθεση ότι τη χρονική στιγμή μηδέν το κινητό βρίσκεται στο σημείο Ο και κινείται κατά τη θετική φορά. Αν τη χρονική στιγμή μηδέν το κινητό περνά από κάποιο άλλο ση- μείο, έστω το Γ (σχ. 1.5), που βρίσκεται σε απόσταση d από το Ο. οι σχέσεις (1.1), (1.2) και (1.3) διαφοροποιούνται και γίνονται:

$$x = A \cdot \sin(\omega t + \varphi) \quad (1.4)$$

$$v = v_{\max} \cdot \cos(\omega t + \varphi)$$

$$a = -a_{\max} \cdot \sin(\omega t + \varphi)$$

Η γωνία φ βρίσκεται από την (1.4) αν λάβουμε υπόψη ότι τη χρονική στιγμή μηδέν το κινητό βρίσκεται στο Γ. Για $t = 0$ είναι $x = d$ και η σχέση (1.4) γίνεται $d = A \cdot \sin\varphi$ επομένως $\sin\varphi = \frac{d}{A}$

Η γωνία φ ονομάζεται αρχική φάση. Μια τέτοια ταλάντωση λέμε ότι έχει αρχική φάση. Η γωνία $(\omega t + \varphi)$ ονομάζεται φάση της ταλάντωσης

1.2.2 ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ

Αν ένα κινητό μάζας m εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση όπως αναφέραμε, σε μια τυχαία θέση έχει επιτάχυνση a, ανεξάρτητη από τη φορά της ταχύτητας. Η συνολική δύναμη που δέχεται το σώμα και είναι υπεύθυνη για την επιτάχυνσή του είναι

$$F = m \cdot a \quad (1.5)$$

Η (1.5) γίνεται από την (1.3):

$$F = -m \cdot a \cdot \sin\omega t \quad \text{ή} \quad F = -m\omega^2 \cdot A \cdot \sin\omega t \quad (1.6)$$

και επειδή $x = A \cdot \sin\omega t$ η (1.6) γίνεται:

$$F = -m \cdot \omega^2 x \quad (1.7)$$

Από τη σχέση αυτή φαίνεται ότι όταν ένα σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση η συνολική δύναμη που δέχεται είναι **ανάλογη με την απομάκρυνση του σώματος από το μέσο Ο της τροχιάς του και έχει αντίθετη φορά από αυτήν**. Όταν το σώμα περνά από το σημείο Ο η συνολική δύναμη που δέχεται ισούται με μηδέν. Για το λόγο αυτό, το σημείο Ο ονομάζεται θέση ισορροπίας της ταλάντωσης.

Αν συμβολίσουμε με D το γινόμενο $m \cdot \omega^2$ η (1.7) γράφεται

$$F = -D \cdot x$$

Η παραπάνω σχέση είναι γνωστή και σαν συνθήκη για την παραγωγή απλής αρμονικής ταλάντωσης. Η δύναμη F ονομάζεται δύναμη επαναφοράς (γιατί τείνει να επαναφέρει το σώμα στη θέση ισορροπίας) και η σταθερά αναλογίας D σταθερά επαναφοράς.

Αν σε κάποια ταλάντωση είναι γνωστή η σταθερά επαναφοράς, μπορούμε να υπολογίσουμε την περίοδο της.

Από τη σχέση $D = m \cdot \omega^2 = m \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2$ προκύπτει:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{D}} \quad (1.8)$$

1.2.3 ΕΝΕΡΓΕΙΑΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ

Έστω και πάλι το σώμα που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Το σώμα, σε μια τυχαία θέση, έχει κινητική ενέργεια:

$$K = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\max}^2 \cdot \cos^2 \omega t = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \omega^2 A^2 \cdot \cos^2 \omega t \quad (1.12)$$

Αν δεχτούμε ότι στη θέση Ο το σώμα έχει δυναμική ενέργεια μηδέν, σε κάθε άλλη θέση θα έχει δυναμική ενέργεια που υπολογίζεται ως εξής: Εάν το σώμα βρίσκεται στο σημείο Ο και είναι ακίνητο, για να μετακινηθεί στη θέση Δ, που απέχει απόσταση x από τη θέση ισορροπίας, πρέπει να του ασκηθεί δύναμη F' τέτοια ώστε να εξουδετερώνει τη δύναμη επαναφοράς F. Το μέτρο αυτής της δύναμης, σε κάθε θέση, θα είναι: F' = D · x.

Το έργο της δύναμης F' είναι $W = \frac{1}{2} \cdot D \cdot x^2$. Το έργο της δύναμης F' αποθηκεύεται ως δυναμική ενέργεια στο σύστημα, επομένως:

$$U = \frac{1}{2} \cdot D \cdot x^2 \quad (1.13)$$

Όμως $D = m \cdot \omega^2$ και $x = A \cdot \sin \omega t$, οπότε η (1.13) γίνεται

$$U = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \omega^2 \cdot A^2 \cdot \sin^2 \omega t \quad (1.14)$$

Από τις σχέσεις (1.12) και (1.14) προκύπτει ότι η κινητική και η δυναμική ενέργεια στην απλή αρμονική ταλάντωση μεταβάλλονται περιοδικά με το χρόνο (σχ. 1.11).

Η ενέργεια ταλάντωσης του συστήματος σε μια τυχαία θέση δίνεται από τη σχέση: $E = K + U$, η οποία από τις (1.12) και (1.14) γίνεται:

$$E = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \omega^2 \cdot A^2 \cdot (\cos^2 \omega t + \sin^2 \omega t) = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \omega^2 \cdot A^2$$

$$\text{ή } E = \frac{1}{2} \cdot D \cdot A^2$$

$$\text{ή } E = \frac{1}{2} \cdot D \cdot A^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \omega^2 \cdot A^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\max}^2$$

Η ενέργεια στην απλή αρμονική ταλάντωση είναι σταθερή και ανάλογη με το τετράγωνο του πλάτους.

Στις **ελεύθερες ταλαντώσεις** κατά τη διέγερση του συστήματος δίνεται σε αυτό κάποια μηχανική ενέργεια, η οποία διατηρείται **σταθερή** αν η ταλάντωση είναι αμείωτη ή μετατρέπεται σταδιακά σε θερμότητα αν είναι φθίνουσα. Στις εξαναγκασμένες ταλαντώσεις, στο σύστημα **προσφέρεται συνεχώς ενέργεια** με συχνότητα f μέσω της διεγείρουσας δύναμης.

Η ενέργεια που προσφέρεται στο σύστημα αντισταθμίζει τις απώλειες και έτσι το πλάτος της ταλάντωσης διατηρείται σταθερό.

Ο τρόπος με τον οποίο το ταλαντούμενο σύστημα αποδέχεται την ενέργεια εκλεκτικός και έχει να κάνει με τη συχνότητα υπό την οποία προσφέρεται. Κατά το συντονισμό η ενέργεια μεταφέρεται στο σύστημα κατά το βέλτιστο τρόπο, γι' αυτό και το πλάτος της ταλάντωσης γίνεται μέγιστο.

1.3. ΑΠΛΟ ΕΚΚΡΕΜΕΣ

Θεωρώντας γνωστά τα βασικά χαρακτηριστικά που αναφέρονται στο απλό εκκρεμές, σχ. 10.5, θα γράψουμε την εξίσωση της κίνησης του σωματιδίου και στη συνέχεια τη λύση της διαφορικής εξίσωσης που προκύπτει. Η εφαπτομενική συνιστώσα της δύναμης είναι: $F_t = -m \cdot g \cdot \sin\theta$ και η εξίσωση της κίνησης: $F_t = m \cdot a_t$, όπου:

$$a_t = R \cdot \frac{d^2\theta}{dt^2} = L \cdot \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

Η εφαπτομενική (επιτρόχια) επιτάχυνση του σωματιδίου, γράφεται:

$$m \cdot L \cdot \frac{d^2\theta}{dt^2} = -m \cdot g \cdot \sin\theta \quad \text{ή} \quad \frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{L} \cdot \sin\theta = 0 \quad (\alpha)$$

Αν η γωνία θ είναι μικρή, μπορούμε να γράψουμε: $\sin\theta \approx \theta$ και η σχέση (α) γίνεται:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{L} \cdot \theta = 0 \quad (10.15)$$

Η διαφορική εξίσωση (10.15) είναι όμοια με την (10.13), στην οποία έχει αντικατασταθεί το x με το θ και στην θέση του ω^2 είναι το $\frac{g}{L}$ ($\omega^2 = \frac{g}{L}$). Επομένως η γωνία θ μπορεί να εκφραστεί με τη σχέση:

$$\theta = \theta_0 \cdot \cos(\omega t + \alpha) \quad (10.16)$$

και από τη σχέση $T = \frac{2\pi}{\omega}$ βρίσκουμε:

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{L}{g}} \quad (10.17)$$

που εκφράζει την περίοδο της ταλάντωσης.

Μπορούμε πλέον να συμπεράνουμε, ότι με την προσέγγιση $\sin\theta \approx \theta$ η **κυκλική κίνηση** του εκκρεμούς είναι απλή αρμονική με $\omega^2 = \frac{g}{L}$.

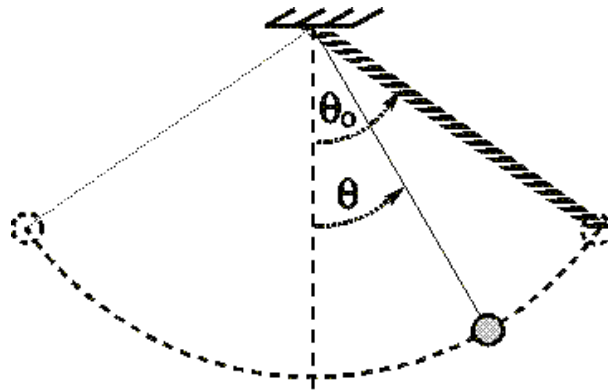
Για **μεγαλύτερα πλάτη η προσέγγιση $\sin\theta \approx \theta$ δεν ισχύει** και η περίοδος T εξαρτάται από το πλάτος θ_0 . Παραλείποντας τις μαθηματικές πράξεις, γράφουμε τη σχέση που δίνει την περίοδο T στην περίπτωση αυτή.

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{L}{g}} \cdot \left(1 + \frac{1}{4} \cdot \sin^2 \frac{\theta_0}{2} + \frac{9}{64} \cdot \sin^4 \frac{\theta_0}{2} + \dots\right) \quad (10.18)$$

Η σχέση (10.18) δίνει διαφορετικά αποτελέσματα από την (10.17) **για πολύ μεγάλα πλάτη**. Για μικρά πλάτη αρκεί να πάρουμε τον πρώτο μονό διορθωτικό όρο και να αντικαταστήσουμε $\frac{\sin\theta_0}{2} = \frac{\theta_0}{2}$, οπότε η (10.18) δίνει:

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{L}{g}} \cdot \left(1 + \frac{1}{16} \cdot \theta_0^2\right) \quad (10.19)$$

όπου το θ_0 εκφράζεται σε rad. (θ_0 = η μέγιστη μετατόπιση).



Εικόνα 3: Απλό εκκρεμές. Από βιβλιογραφία [35]

1.4. ΦΥΣΙΚΟ ΕΚΚΡΕΜΕΣ

Φυσικό εκκρεμές είναι κάθε στερεό σώμα που μπορεί να στρέφεται ελεύθερα γύρω από οριζόντιο άξονα ZZ' υπό την επίδραση του βάρους του $m \cdot g$ σχέση 10.6. Η συνιστώσα της ροπής ως προς τον άξονα Z είναι: $M_z = -m \cdot g \cdot \beta \cdot \sin\theta$.

Αν I είναι η ροπή αδρανείας του σώματος ως προς τον άξονα Z και $\alpha' = \frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{d\omega}{dt}$ η γωνιακή επιτάχυνση, από τη σχέση $M = I \cdot \alpha'$ έχουμε:

$$I \cdot \frac{d^2\theta}{dt^2} = -m \cdot g \cdot \beta \cdot \sin\theta \quad (10.20)$$

Υποθέτοντας ότι οι ταλαντώσεις έχουν μικρό πλάτος, μπορούμε κατά προσέγγιση να γράψουμε $\sin\theta \approx \theta$ και η σχέση (10.20) γίνεται:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{m \cdot g \cdot \beta \cdot \theta}{I} \quad \text{ή} \quad \frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g \cdot \beta \cdot \theta}{K^2} = 0$$

όπου θέσαμε $I = m \cdot K^2$ με K την **ακτίνα αδρανείας** του εκκρεμούς.

Η τελευταία σχέση δείχνει ότι η ταλάντωση του σώματος είναι απλή αρμονική με:

$$\omega^2 = \frac{g \cdot \beta}{K^2}$$

και η περίοδος των ταλαντώσεων είναι: $T = 2\pi \sqrt{\frac{K^2}{g \cdot \beta}}$ (10.21)

Η ποσότητα $L = \frac{K^2}{\beta}$ ονομάζεται μήκος του ισοδύναμου απλού εκκρεμούς αφού το απλό εκκρεμές με μήκος L έχει περίοδο ίδια με το φυσικό εκκρεμές.

1.5. ΦΘΙΝΟΥΣΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

Οι ταλαντώσεις που περιγράψαμε στις προηγούμενες παραγράφους διατηρούν το πλάτος A σταθερό και για το λόγο αυτό ονομάζονται **αμείωτες**.

Στις συνηθισμένες ταλαντώσεις το πλάτος ελαττώνεται με το χρόνο, γιατί η ενέργεια μετατρέπεται σε θερμότητα, γεγονός που οφείλεται στην ύπαρξη δυνάμεων π.χ. τριβή, αντίσταση αέρα και αυτές οι ταλαντώσεις ονομάζονται **φθίνουσες**. Μια πρακτικά σπουδαία περίπτωση είναι εκείνη στην οποία η δύναμη που αντιδρά στην κίνηση είναι **ανάλογη της ταχύτητας**, π.χ. φθίνουσα ταλάντωση γαλβανόμετρου λόγω επαγωγικών ρευμάτων.

Για να ερμηνεύσουμε με τη βοήθεια των νόμων της Μηχανικής την εξασθένιση, μπορούμε να υποθέσουμε ότι εκτός από τη δύναμη επαναφοράς $F = -D \cdot x$, επιδρά στο σωματίδιο και μια άλλη δύναμη $F' = -\lambda \cdot v$, με φορά αντίθετη της ταχύτητας v , όπου λ σταθερά, που ονομάζεται **σταθερά απόσβεσης**. Η εξίσωση της κίνησης του σωματιδίου είναι:

$$m \cdot a = -D \cdot x - \lambda \cdot v \quad (1)$$

και επειδή: $v = \frac{dx}{dt}$ και $a = \frac{d^2x}{dt^2}$ η σχέση (1) γράφεται,

$$m \cdot \frac{d^2x}{dt^2} + \lambda \cdot \frac{dx}{dt} + D \cdot x = 0 \quad (10.22)$$

Θέτουμε: $\frac{\lambda}{m} = 2\gamma$ και $\frac{D}{m} = \omega_0^2 \cdot x$ και η (10.22) γράφεται:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\gamma \cdot \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 \cdot x = 0 \quad (10.23)$$

Όπου: ω_0 είναι η φυσική συχνότητα χωρίς απόσβεση ή κυκλική ιδιοσυχνότητα.

Η διαφορική εξίσωση (10.23) διαφέρει από την (10.13) που ισχύει στην απλή αρμονική κίνηση, στο ότι περιέχει τον όρο $2\gamma \cdot \frac{dx}{dt}$ και η λύση της μπορεί να βρεθεί με εφαρμογή των μεθόδων της μαθηματικής ανάλυσης. Η λύση της (10.23) είναι:

$$x = A \cdot e^{-\gamma t} \cdot \cos(\omega t + \alpha) \quad (10.24)$$

όπου A και α είναι σταθερές, η τιμή των οποίων υπολογίζεται από τις αρχικές συνθήκες και

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2} = \sqrt{\frac{D}{m} - \frac{\lambda^2}{4m^2}} \quad (10.25)$$

Από την σχέση (10.25) φαίνεται ότι η απόσβεση μειώνει τη συχνότητα της ταλάντωσης. Ακόμη ότι το πλάτος της ταλάντωσης που δίνεται από τον παράγοντα $A \cdot e^{-\gamma t}$ μειώνεται εκθετικά με το χρόνο. Ανάλογα με την τιμή που έχει η σταθερά απόσβεσης λ , έχουμε τις παρακάτω περιπτώσεις:

1η περίπτωση: Πολύ μεγάλη απόσβεση. Όταν είναι $\frac{\lambda^2}{4m^2} > \frac{D}{m}$, η κυκλική συχνότητα ω παίρνει τιμές φανταστικές, δηλαδή η ταλάντωση είναι **μη περιοδική**.

2η περίπτωση: Μέτρια απόσβεση. Όταν είναι $\frac{\lambda^2}{4m^2} < \frac{D}{m}$ η ταλάντωση είναι **περιοδική** αλλά **φθίνουσα** και το πλάτος ελαττώνεται εκθετικά με το χρόνο. Αν

θεωρήσουμε δυο διαδοχικά πλάτη α_1 και α_3 , δηλαδή δυο μέγιστες τιμές του x που χρονικά απέχουν κατά μια περίοδο, ο λόγος $\frac{\alpha_1}{\alpha_3}$ (λόγος απόσβεσης K) είναι:

$$K = \frac{\alpha_1}{\alpha_3} = e^{\gamma T}, \text{ όπου } T = \frac{2\pi}{\omega} \text{ η περίοδος.}$$

Αν λογαριθμήσουμε την προηγούμενη σχέση έχουμε: $\ln K = \gamma \cdot T = \Lambda$

3η περίπτωση: Χωρίς απόσβεση. Όταν είναι $\lambda = 0$, η εξίσωση (10.22) απλουστεύεται στη μορφή:

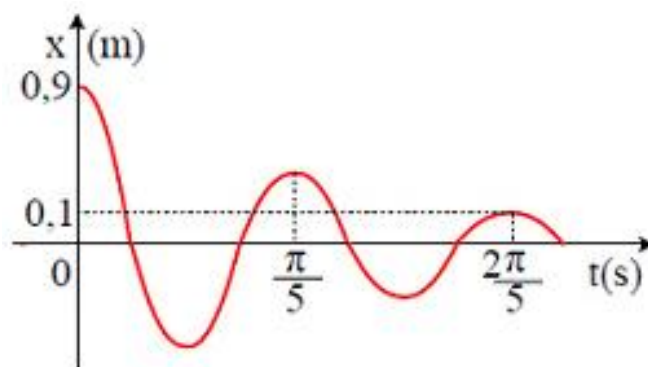
$$m \cdot \frac{d^2 x}{dt^2} + D \cdot x = 0 \quad (10.26)$$

που παριστάνει **αμείωτη ταλάντωση**.

Καθημερινά **παραδείγματα** αποσβεννόμενων ταλαντώσεων ακολουθούν:

1) Έστω ότι έχουμε μια **αεραντλία** με την οποία μπορούμε να μεταβάλουμε την πίεση του αέρα στο εσωτερικό ενός δοχείου μέσα στο οποίο ταλαντώνεται μια σφαίρα Σ . Η μεταβολή της πίεσης μέσα στο δοχείο μεταβάλλει τη **σταθερά απόσβεσης** λ . Στην περίπτωση που το ελατήριο είναι ιδανικό, αν αφαιρούσαμε όλο τον αέρα (κάτι που στην πράξη είναι αδύνατο) η σταθερά απόσβεσης θα ήταν μηδέν και η ταλάντωση αμείωτη. Όταν αυξάνεται η πίεση αυξάνεται η τιμή της σταθεράς λ και η απόσβεση είναι ταχύτερη.

2) Το **σύστημα ανάρτησης** του αυτοκινήτου είναι ένα σύστημα αποσβεννόμενων ταλαντώσεων. Τα αμορτισέρ εξασφαλίζουν δύναμη απόσβεσης που εξαρτάται από την ταχύτητα τέτοια, ώστε όταν το αυτοκίνητο περνά από ένα εξόγκωμα του δρόμου, να μη συνεχίζει να ταλαντώνεται για πολύ χρόνο. Καθώς τα αμορτισέρ παλιώνουν και φθείρονται, η τιμή του λ ελαττώνεται και η ταλάντωση διαρκεί περισσότερο. Η φθορά αυτή μειώνει την ασφάλεια, επειδή οι ρόδες έχουν λιγότερη επαφή με το έδαφος. Ενώ όμως στην περίπτωση του αυτοκινήτου είναι επιθυμητή η μεγάλη απόσβεση, σε άλλα συστήματα, όπως σε ένα εκκρεμές ρολόι, επιδιώκεται η ελαχιστοποίηση της απόσβεσης.



Εικόνα 4: Φθίνουσα ταλάντωση. Από βιβλιογραφία [33]

1.6. ΕΞΑΝΑΓΚΑΣΜΕΝΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

Αν ένα σφαιρίδιο εκτραπεί από τη θέση ισορροπίας του και αφεθεί ελεύθερο θα εκτελέσει κατακόρυφη ταλάντωση. Αν δεν υπάρχουν αντιστάσεις η ταλάντωση θα

είναι **αμείωτη**, με συχνότητα ίση με την ιδιοσυχνότητα: $f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{m}}$

Στην πραγματικότητα η ταλάντωση θα είναι φθίνουσα. Η συχνότητά της θα είναι λίγο μικρότερη, στην πράξη όμως μπορούμε να τη θεωρήσουμε ίση με την f_0 .

Μια τέτοια ταλάντωση λέγεται ελεύθερη ταλάντωση και η συχνότητα με την οποία πραγματοποιείται λέγεται **ιδιοσυχνότητα** f_0 της ταλάντωσης.

Κατά την εξαναγκασμένη ταλάντωση η μάζα m ταλαντώνεται με τη συχνότητα της εξωτερικής περιοδικής δύναμης και όχι πλέον με την **ιδιοσυχνότητα** f_0 της ελεύθερης ταλάντωσης.

Αν θέλουμε να διατηρείται σταθερό το πλάτος της ταλάντωσης πρέπει να ασκήσουμε στο σύστημα μια περιοδική δύναμη. Αυτή την πρόσθετη δύναμη την ονομάζουμε **διεγείρουσα** δύναμη.

Οι δυο παρακάτω **πρακτικές εφαρμογές** αναλύουν λίγο περισσότερο το φαινόμενο της ιδιοσυχνότητας:

1) Έστω ότι ένα **ηχείο** βρίσκεται κοντά σε ένα **ποτήρι**. Εάν συχνότητα της μουσικής που εκπέμπει το ηχείο τύχει να ισούται με την ιδιοσυχνότητα του ποτηριού, τότε τα χείλη του ποτηριού ταλαντώνονται στο μέγιστο πλάτος τους και το ποτήρι σπάει.

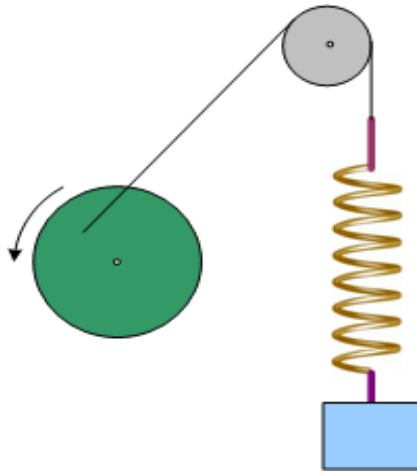
2) Ομοίως, έστω ότι η **ένταση του αέρα** που φυσάει σε μια **γέφυρα** τύχει να ισούται με την ιδιοσυχνότητα της, τότε η γέφυρα ταλαντώνεται στο μέγιστο πλάτος της και καταρρέει (γέφυρα Tacoma, ΗΠΑ, 1940).

Σε μια απλή διάταξη ένα ελατήριο το οποίο είναι δεμένο με το ένα άκρο ενός σχοινιού, μπορεί να περιστρέψει διαμέσου της ταλάντωσης του έναν τροχό ο οποίος είναι προσδεμένος στο άλλο άκρο του σχοινιού. Η περιστροφή του τροχού αναγκάζει το σφαιρίδιο να εκτελεί κατακόρυφη ταλάντωση. Η συχνότητα της ταλάντωσης συμπίπτει με τη συχνότητα περιστροφής του τροχού. Η κίνηση του σφαιριδίου ονομάζεται **εξαναγκασμένη ταλάντωση** και το σώμα που προκαλεί την ταλάντωση με την περιοδική δύναμη που ασκεί (διεγείρουσα δύναμη) στο παράδειγμά μας ο τροχός **διεγέρτης**.

Όπως είπαμε, η συχνότητα της εξαναγκασμένης ταλάντωσης που εκτελεί το σφαιρίδιο Σ είναι f και όχι f_0 , δηλαδή ο διεγέρτης επιβάλλει στην ταλάντωση τη συχνότητά του.

Το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης εξαρτάται από τη συχνότητα f του διεγέρτη. Συγκεκριμένα, αν μεταβληθεί η συχνότητα f του διεγέρτη μεταβάλλεται και το πλάτος της εκτελούμενης ταλάντωσης. Οι τιμές του πλάτους είναι γενικά μικρές, εκτός αν η συχνότητα f πλησιάζει στην **ιδιοσυχνότητα** f_0 , οπότε το πλάτος παίρνει μεγάλες τιμές και γίνεται μέγιστο όταν η συχνότητα f γίνει ίση με την ιδιοσυχνότητα f_0 . Τότε λέμε ότι έχουμε συντονισμό.

Στην ιδανική περίπτωση που η ταλάντωση δεν έχει απώλειες ενέργειας (πρακτικά αυτό είναι αδύνατο), $f = f_0$, το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης γίνεται άπειρο.



Εικόνα 5: Σώμα που εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση. Από βιβλιογραφία [34]

1.7. ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΟΥ ΣΥΝΤΟΝΙΣΜΟΥ

Συντονισμός στη φυσική καλείται το φαινόμενο κατά το οποίο σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση η συχνότητα του διεγέρτη είναι ίση με την ιδιοσυχνότητα του ταλαντωτή (ο οποίος μπορεί να ταλαντώνεται σε ένα συγκεκριμένο εύρος συχνοτήτων), με αποτέλεσμα την μεγιστοποίηση του πλάτους

Τα παραδείγματα του συντονισμού στη φυσική είναι πολλά γι' αυτό και λαμβάνεται πολύ σοβαρά υπόψη σε πολλές εφαρμογές που αφορούν στην καθημερινή μας ζωή.

Παράδειγμα αποτελεί ένα **κάθετο μεταλλικό έλασμα** το οποίο είναι στερεωμένο στο κάτω άκρο του Β σε ακλόνητο δάπεδο. Αν τραβήξουμε το πάνω άκρο Α του ελάσματος και το αφήσουμε ελεύθερο, θα εκτελέσει ταλάντωση, με συχνότητα ίση με την ιδιοσυχνότητα του. Θεωρητικά **ένα κτίριο** αν διεγερθεί, έχει τη δυνατότητα να εκτελέσει ελεύθερη ταλάντωση, παρόμοια με αυτή του ελάσματος με ιδιοσυχνότητα f_0 . Στη διάρκεια π.χ. ενός σεισμού, το έδαφος πάλλεται με συχνότητα f και τα κτίρια εξαναγκάζονται να εκτελέσουν ταλάντωση. Αν η συχνότητα f με την οποία πάλλεται το έδαφος (διεγέρτης) είναι ίση με την ιδιοσυχνότητα f_0 του κτιρίου, το πλάτος της ταλάντωσης του κτιρίου θα γίνει μεγάλο, γεγονός που μπορεί να οδηγήσει στην κατάρρευσή του.

Μια **τεντωμένη χορδή** η οποία έχει στερεωμένα τα άκρα της σε ακλόνητα σημεία αν τραβηχτεί στο μέσον και έπειτα αφηθεί θα εκτελέσει ταλάντωση με τη φυσική της συχνότητα (ιδιοσυχνότητα). Παρόμοια κίνηση μπορεί να εκτελέσει και μια **γέφυρα** αν διεγερθεί, καθώς αν μια ομάδα ανθρώπων κινηθεί με βηματισμό πάνω στη γέφυρα, η γέφυρα διεγείρεται και εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση. Αν η συχνότητα βηματισμού είναι ίση με την ιδιοσυχνότητα της γέφυρας, έχουμε συντονισμό, η γέφυρα ταλαντώνεται με μεγάλο πλάτος και υπάρχει κίνδυνος κατάρρευσης.

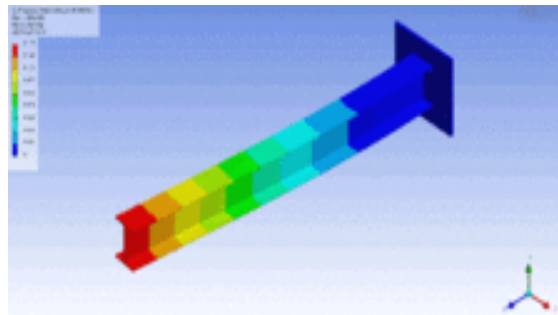
Ένα τέτοιο ατύχημα συνέβη στη Γαλλία το 1850. Μια γέφυρα κατέρρευσε και **226 στρατιώτες σκοτώθηκαν**. Από τότε, όταν ένα τμήμα στρατού περνάει πάνω από γέφυρα, οι στρατιώτες προχωρούν με ελεύθερο βηματισμό.

Κάθε ραδιοφωνικός σταθμός εκπέμπει σε ορισμένη συχνότητα. Στην κεραία ενός ραδιοφώνου κάθε στιγμή φτάνουν πολλά ηλεκτρομαγνητικά κύματα, με διαφορετικές συχνότητες. Η επιλογή ενός σταθμού στο ραδιόφωνο στηρίζεται στο φαινόμενο του συντονισμού. Όταν γυρίζουμε το κουμπί επιλογής των σταθμών μεταβάλλουμε τη χωρητικότητα ενός μεταβλητού πυκνωτή. Ο πυκνωτής αυτός είναι μέρος ενός κυκλώματος LC, το οποίο βρίσκεται σε επαγωγική σύζευξη με την κεραία του ραδιοφώνου. Στην κεραία τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα που φτάνουν αναγκάζουν τα ηλεκτρόνια της να εκτελέσουν ταλάντωση. Η κίνηση των ηλεκτρονίων στην κεραία δημιουργεί σ' αυτή ένα πολύ ασθενές μεταβαλλόμενο ρεύμα. Εξαιτίας της επαγωγικής σύζευξης το κύκλωμα LC εξαναγκάζεται να εκτελέσει ηλεκτρική ταλάντωση. Το πλάτος της ηλεκτρικής ταλάντωσης (πλάτος του ρεύματος) είναι ασήμαντο εκτός εάν έχουμε συντονισμό. Μεταβάλλοντας όμως τη χωρητικότητα του πυκνωτή στο κύκλωμα LC, μεταβάλλουμε την ιδιοσυχνότητα του. Όταν η ιδιοσυχνότητα του κυκλώματος συμπίπτει με κάποια από τις συχνότητες με τις οποίες ταλαντώνονται τα ηλεκτρόνια της κεραίας (δηλαδή με κάποια από τις συχνότητες των κυμάτων τα οποία φτάνουν στην κεραία), το κύκλωμα συντονίζεται και διαρρέεται από εναλλασσόμενο ρεύμα μέγιστου πλάτους. Αυτό το σχετικά μεγάλο ρεύμα, περιέχει το ηλεκτρικό σήμα, το οποίο, ενισχυμένο, οδηγείται στο μεγάφωνο του ραδιοφώνου και το διεγείρει.

1.8. ΙΔΙΟΤΙΜΕΣ

Οι ιδιοτιμές χρησιμοποιούνται για τον προσδιορισμό των φυσικών συχνοτήτων ή ιδιοσυχνοτήτων της δόνησης, και τα ιδιοδιανύσματα για τον προσδιορισμό των μορφών των τρόπων δόνησης. Προβλήματα ιδιοτιμών παρουσιάζονται στην ανάλυση δονήσεων των μηχανικών δομών με πολλούς βαθμούς ελευθερίας.

Οι ορθολογικές ιδιότητες ιδιοδιανυσμάτων επιτρέπουν την αποσύνδεση των διαφορικών εξισώσεων έτσι ώστε το σύστημα να αναπαρασταθεί ως γραμμικό άθροισμα των ιδιοδιανυσμάτων. Το πρόβλημα των ιδιοτιμών μιγαδικών δομών συνήθως επιλύεται χρησιμοποιώντας μεθόδους πεπερασμένων στοιχείων, με τα οποία η λύση γενικεύεται πολύ έξυπνα σε προβλήματα δόνησης κλιμακωτών τιμών.



Εικόνα 6: Ανάλυση δόνησης σε πρόβολο. Από βιβλιογραφία [36]

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2^ο

2.1. ΓΕΝΙΚΑ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΟΔΟΝΤΩΤΟΥΣ ΤΡΟΧΟΥΣ



Εικόνα 7: Οδοντωτός τροχός ευθείας οδόντωσης. Από βιβλιογραφία [28]

Οι οδοντωτοί τροχοί χρησιμοποιούνται σε πολύ μεγάλη κλίμακα για τη μετάδοση της κίνησης από έναν άξονα σε έναν άλλο. Η μετάδοση αυτή πραγματοποιείται μέσω των οδόντων του ενός τροχού που εισέρχονται στα αντίστοιχα διάκενα του άλλου. Μεταφέρουν άμεσα από τις πιο μικρές ως τις πιο μεγάλες ισχύεις και στροφές μεταξύ παράλληλων, τεμνόμενων και διασταυρούμενων στο χώρο (ασύμβατων) αξόνων.

Πλεονεκτήματα των οδοντωτών τροχών θεωρούνται η μικρή απαιτούμενη συντήρηση, η μεγάλη ασφάλεια λειτουργίας και διάρκεια ζωής, η ακριβής σχέση μετάδοσης, ο μεγάλος βαθμός απόδοσης, η δυνατότητα υπερφόρτισης και ο μικρότερος χώρος που καταλαμβάνουν έναντι των ιμάντων και των αλυσίδων.

Μειονεκτήματα είναι το σχετικά μεγάλο κόστος κατασκευής, η θορυβώδης λειτουργία και η μη ελαστική μεταφορά των δυνάμεων.

Ανάλογα με τη θέση των αξόνων που συνδέουν, προκύπτουν οι παρακάτω βασικές μορφές μειωτήρων με οδοντωτούς τροχούς.

1. Μειωτήρες με μετωπικούς οδοντωτούς τροχούς (οδόντες ευθείς ή παράλληλοι, κεκλιμένοι ή λοξοί και γωνιώδεις ή μορφής βέλους) που συνδέουν παράλληλους άξονες. Σχέση μετάδοσης μιας βαθμίδας $i \leq 8$ ($i_{\max} = 10$).
2. Μειωτήρες με κωνικούς οδοντωτούς τροχούς (οδόντες ευθείς, κεκλιμένοι, τοξωτοί, σπειροειδής, εξειλιγμένης) που συνδέουν τεμνόμενους ή (στην περίπτωση μετατοπισμένων κωνικών τροχών) διασταυρούμενους άξονες. Σχέση μετάδοσης βαθμίδας $i_{\max} \approx 6$.
3. Μειωτήρες με ατέρμονα κοχλία - τροχό για διασταυρούμενους άξονες. Σχέση μετάδοσης από: $i_{\min} \approx 5$ έως $i_{\max} \approx 60$. Σε εξαιρετικές περιπτώσεις έως $i_{\max} \approx 100$ και πλέον.
4. Μειωτήρες με κοχλιωτούς οδοντωτούς τροχούς (οδόντες κεκλιμένοι) για επίσης διασταυρούμενους άξονες. Αντίθετα όμως από τους μειωτήρες με ατέρμονα κοχλία - τροχό είναι κατάλληλοι για μικρότερες μόνο ισχύεις. Σχέση μετάδοσης $i_{\max} \approx 5$.

2.2. ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΜΕΓΕΘΗ ΟΔΟΝΤΩΤΩΝ ΤΡΟΧΩΝ



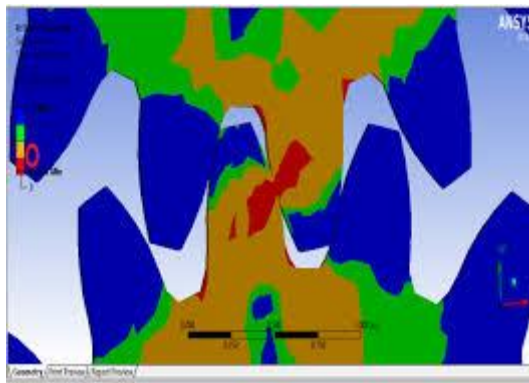
Εικόνα 8: Ζεύγος πινιόν - τροχού ευθείας οδόντωσης. Από βιβλιογραφία [27]

Μπορούμε να θεωρήσουμε ότι ένα ζεύγος οδοντωτών τροχών προέρχεται από δυο λείους κυλίνδρους που εφάπτονται και κυλίνουνται συνεχώς, ο δε κινητήριος μεταδίδει την κίνηση στον κινούμενο, με την τριβή, χωρίς ολίσθηση.

Εσοχές και εξοχές που υπάρχουν στην περιφέρεια των κυλίνδρων δημιουργούν τους οδόντες και η μεταξύ τους εμπλοκή μεταβιβάζει την κίνηση από τον ένα στον άλλο.

- 1) **Διάμετρος αρχικού κύκλου** ή κύκλου κύλισης "**d**" ονομάζεται η διάμετρος του κύκλου κατά τον οποίο εφάπτεται ο ένας κύλινδρος πάνω στον άλλο. Είναι δε επίσης ο κύκλος που χρησιμοποιείται για την κατασκευή του οδοντωτού τροχού δηλαδή ο κύκλος πάνω στον οποίο κυλιέται το κοπτικό εργαλείο.
- 2) **Modul "m"** είναι ο λόγος της αρχικής διαμέτρου "**d**" προς των αριθμό των οδόντων "**Z**" του οδοντωτού τροχού.
- 3) **Ύψος κεφαλής "h_a"** ονομάζεται η ακτινική απόσταση μεταξύ αρχικού κύκλου και κύκλου κεφαλής. Λαμβάνεται ίσο με το modul.
- 4) **Ύψος πόδα "h_f"** ονομάζεται η ακτινική απόσταση μεταξύ αρχικού κύκλου και κύκλου πόδα. Λαμβάνεται (συνήθως) ίσο με 1,25m.
- 5) **Ύψος οδόντα "h_z"** ονομάζεται το άθροισμα του ύψους κεφαλής "**h_a**" και ύψους πόδα "**h_f**".
- 6) **Διάμετρος κύκλου κεφαλής "d_a"** ονομάζεται η διάμετρος του κύκλου που περιορίζει εξωτερικά τους οδόντες.
- 7) **Διάμετρος κύκλου πόδα "d_f"** ονομάζεται η διάμετρος του κύκλου που περιορίζει εσωτερικά τους οδόντες.
- 8) **Βήμα "p"** ονομάζεται η απόσταση μεταξύ δύο οδόντων και μετράται σαν τόξο πάνω στον αρχικό κύκλο.
- 9) **Πάχος οδόντων "s"** είναι η διαφορά του διακένου "**e**" δύο οδόντων από το βήμα τους. Θεωρητικά θα πρέπει να είναι ίσο με το μισό του διακένου "**e**".
- 10) **Πλάτος οδόντων "b"** το οποίο είναι ταυτόχρονα και το πλάτος του οδοντωτού τροχού.

2.3. ΤΙ ΕΙΝΑΙ ΤΟ "MODAL ANALYSIS"



Εικόνα 9: Modal Analysis κατά την εμπλοκή οδόντων. Από βιβλιογραφία [29]

Το **"Modal Analysis"** αφορά την μελέτη (μέτρηση και ανάλυση) των δυναμικών ιδιοτήτων της δομής ενός υλικού στο οποίο ασκούνται διάφορες δονητικές διεγέρσεις. Παράδειγμα εφαρμογής αποτελεί η μέτρηση των δονήσεων στον σκελετό ενός αυτοκινήτου κατά την έκθεση του σε ηλεκτρομαγνητικό πεδίο, η ακόμα και η μέτρηση των επιπέδων θορύβου σε ένα δωμάτιο κατά την ομιλία κάποιου ανθρώπου με δυνατή φωνή.

Τα σύγχρονα συστήματα με "Modal Analysis" αποτελούνται από: 1) αισθητήρες φορτισμένων στοιχείων, 2) σύστημα ανάκτησης δεδομένων και αναλογικό-ψηφιακό μετατροπέα (για την ψηφιοποίηση σημάτων) και 3) έναν Η/Υ για την προσπέλαση και την ανάλυση δεδομένων.

Στις δομικές κατασκευές, το "Modal Analysis" χρησιμοποιεί την μάζα και την ακαμψία μιας κατασκευής για να βρει τις δονητικές περιόδους οι οποίες αντιστοιχούν στις ιδιοσυχνότητες της. Αυτές οι δονητικές περίοδοι είναι πολύ σημαντικές στην επιστήμη των σεισμολόγων (αν η ιδιοσυχνότητα της κατασκευής ταυτίζεται με την συχνότητα του σεισμού, τότε η κατασκευή μπορεί να υποστεί καταστροφή), όπως επίσης και σε κάθε είδους μηχανικό. Π.χ. ένας Πολιτικός Μηχανικός για να σχεδιάσει σωστά μια γέφυρα θα πρέπει να συνυπολογίσει για την κατασκευή (πέρα από την ιδιοσυχνότητα της), παράγοντες οι οποίοι ενδέχεται να την επηρεάζουν όπως π.χ. ο άνεμος, ο αριθμός των ανθρώπων κλπ.

Ο σκοπός του "Modal Analysis" στην μηχανική των κατασκευών είναι να προσδιορίζει την λειτουργικότητα των σχημάτων και τις ιδιοσυχνότητες ενός αντικείμενου ή μιας κατασκευής.

Η ανάλυση επιτυγχάνεται μέσω της μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων (Μ.Π.Σ.), κατά την οποία το αντικείμενο που αναλύεται μπορεί να έχει ανεξάρτητο σχήμα, ενώ όλα τα αποτελέσματα θεωρούνται αποδεκτά.

Μερικές φορές, οι επιθυμητές ιδιοσυχνότητες είναι οι μικρότερες επειδή μπορούν να απεικονίσουν με μεγαλύτερη σαφήνεια σε ποιά συχνότητα το αντικείμενο θα δονείται, επισκιάζοντας όλες τις υψηλότερες τιμές ιδιοσυχνοτήτων. Είναι επίσης πιθανό να ελεγχθεί ένα φυσικό αντικείμενο (π.χ. ένας οδοντωτός τροχός), με σκοπό των προσδιορισμό των ιδιοσυχνοτήτων του αλλά και των λειτουργικών του σχημάτων. Αυτό λέγεται πειραματικό "Modal Analysis".

Τα αποτελέσματα του ελέγχου μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την ευθυγράμμιση ενός μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων στην περίπτωση που ο έλεγχος αποδειχθεί σωστός.

2.4. ΣΧΕΔΙΑΣΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ "INVENTOR"



Εικόνα 10: Λογότυπο του Inventor. Από βιβλιογραφία [30]

Το **Autodesk Inventor** είναι ένα ισχυρό πρόγραμμα μηχανολογικής μοντελοποίησης και προτυποποίησης. Αφορά την βασική μοντελοποίηση σε δύο και τρεις διαστάσεις, την δημιουργία εξαρτημάτων, συναρμολογημένων συνόλων αλλά και κατασκευαστικών σχεδίων που προκύπτουν από όψεις και τομές τρισδιάστατων αντικειμένων.

Με τη βοήθεια του Inventor ο σχεδιαστής δημιουργεί τη μορφή του υπό μελέτη αντικείμενου με μια εύκολη διαδικασία, η οποία του επιτρέπει να επικεντρωθεί πλήρως στο αντικείμενο και τη λειτουργία του. Από ένα μεμονωμένο εξάρτημα ως μια πολύπλοκη συναρμογή, το Inventor μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την δημιουργία ενός εικονικού τρισδιάστατου μοντέλου, την ανάλυση των κινήσεων και της λειτουργίας ενός μηχανισμού, την μελέτη της αντοχής αλλά και την φωτορεαλιστική του απεικόνιση.

2.5. ΣΧΕΔΙΑΣΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ "SOLIDWORKS"



Εικόνα 11: Λογότυπο του Solidworks, από βιβλιογραφία [31]

Το **Solidworks** είναι το πλέον καταξιωμένο λογισμικό στο χώρο του τρισδιάστατου μηχανολογικού σχεδιασμού. Προσφέρει εύχρηστες και διαισθητικές λύσεις οι οποίες επιτρέπουν στον σχεδιαστή να αφοσιωθεί στην ανάπτυξη του προϊόντος. Τα εργαλεία του λογισμικού καλύπτουν **όλη τη διαδικασία σχεδιασμού**, από το σχεδιασμό έως την επικύρωσή του, τις τεχνικές επικοινωνίας και τη διαχείριση δεδομένων.

Στο πρόγραμμα υπάρχουν **έξυπνα εργαλεία** σχεδιασμού τα οποία ελαχιστοποιούν τις ανάγκες κατάρτισης και επιτρέπουν την δημιουργία λεπτομερών και γρήγορων σχεδίων. Δίνεται επίσης η ικανότητα διαστασιολόγησης της τρισδιάστατης κατασκευής, όπως επίσης και αυτόματοι έλεγχοι επάρκειας ως προς την αντοχή της κατασκευής, κάτι που μειώνει τον συνολικό κύκλο σχεδιασμού.

2.6. ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΟΔΟΝΤΩΤΟΥ ΤΡΟΧΟΥ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Η δημιουργία των οδοντωτών τροχών καθώς και η ανάλυση τους, έγινε στο πρόγραμμα "Inventor" της εταιρίας "Autodesk Inventor Professional". Η έκδοση του προγράμματος που χρησιμοποιήθηκε είναι του 2016, η οποία είναι δωρεάν για εκπαιδευτικούς σκοπούς από την ίδια την εταιρία.

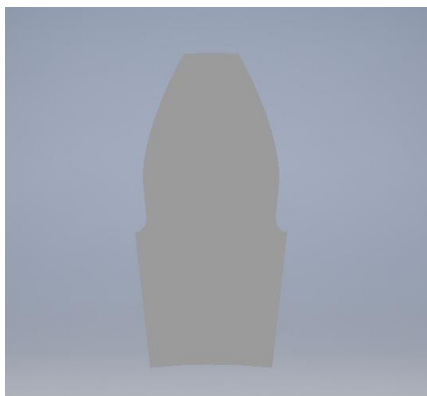
Ανοίγοντας το πρόγραμμα "Inventor" για την δημιουργία νέου φακέλου επιλέχθηκε η καρτέλα "Assembly-Assemble 2D & 3D components" και η επιλογή "Standar (mm) .iam". Έπειτα από το μενού "Design" στην καρτέλα "Power transmission" εκλέχθηκε η επιλογή "Spur Gear". Στην καρτέλα "Common" για την επιλογή του "Modul" βάλουμε το αντίστοιχο της επιλογής μας (στην συγκεκριμένη περίπτωση 2mm και 5mm). Στην συνέχεια στην καρτέλα "Gear 1" (Pinion - Κινητήριος τροχός) για την επιλογή "Number of teeth" επιλέχθηκε ο αριθμός των οδόντων ($Z_1 = 20$). Η ίδια ακριβώς διαδικασία επαναλήφθηκε και για τον δεύτερο τροχό (Συνεργαζόμενος - Κινούμενος τροχός) "Gear 2", για τον οποίο ισχύει ότι για μοναδιαία σχέση μετάδοσης ($i_{12} = 1$) συνεπάγεται και ίδιος αριθμός οδόντων ($Z_2 = 20$).

Έπειτα, αφού επιλεγθεί "OK" στην καρτέλα δημιουργούνται οι επιθυμητοί οδοντωτοί τροχοί. **Οι τροχοί αυτοί έχουν ευθεία οδόντωση συνεπώς δεν χρειάζεται κάποια αλλαγή λόγω του ότι η συγκεκριμένη πτυχιακή εργασία έχει ως θέμα της την μελέτη σε ευθείς τροχούς.** Στα αριστερά της οθόνης στο μενού "Model" στην επιλογή "Spur Gears" κάναμε δεξί κλικ στην καρτέλα "Export tooth shape" και έπειτα στην καρτέλα "Tool shift adjustment" εκλέχθηκε το "Desired Backlash", εν συνεχεία επιλέχθηκε το "Normal" και τελικά πατώντας "OK" έκλεισε η καρτέλα. Αμέσως μετά στην οθόνη εμφανίστηκε ένα κυλινδρικό σχήμα που στην ουσία είναι ο ακατέργαστος οδοντωτός τροχός. Από την δημιουργούμενη καμπύλη στο σχήμα γίνεται η πρώτη διαδικασία αφαίρεσης υλικού. Από το μενού "3D Model" και την καρτέλα "Create" επιλέγεται το "Extrude". Στην καρτέλα "Shape" επιλέγεται το "Profile" όπου δίνει την επιθυμητή καμπύλη στο σχήμα μας. Στην συνέχεια ελέγχουμε την επιλογή "Cut" και τέλος στην καρτέλα "Extents" εκλέγεται το "All".

Το κλείσιμο της καρτέλας γίνεται με το πάτημα του "OK". Από την καρτέλα "Pattern" πατάμε το "Circular" και από το παράθυρο που ανοίγει (Circular Pattern) εκλέγεται η επιλογή "Features". Εν συνεχεία επιλέχθηκε στο σχήμα η εσοχή που κατεργάστηκε προηγουμένως και εν συνεχεία από το αναδύμενο παράθυρο εκλέχθηκε το "Rotation axis". Τέλος, πριν κλείσει το παράθυρο στο πεδίο "Placement" συμπληρώθηκε ο επιθυμητός αριθμός οδόντων ($Z = 20$) για 360° .

2.7. Η ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΤΟΥ "MODAL ANALYSIS"

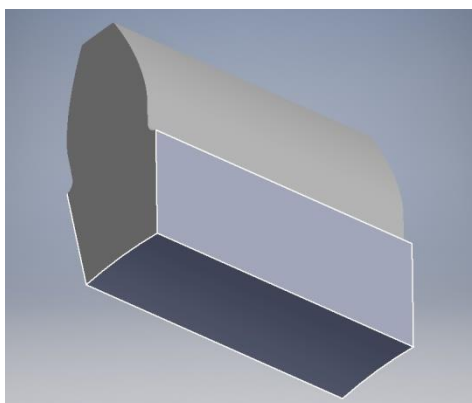
Απώτερος σκοπός πριν το "Modal Analysis" ήταν η συγκράτηση μόνο ενός οδόντα από εκάστοτε οδοντωτό τροχό. Αυτό το επετεύχθη κάνοντας αφαίρεση υλικού με τα εργαλεία του Inventor όπως το "Rectangle" και το "Extrude cut".



Εικόνα 12: Σχηματική απεικόνιση του οδόντα μετά την αφαίρεση υλικού. Από πρόγραμμα Inventor

Εν συνεχεία, από την καρτέλα "Simulation" επιλέχθηκε το "Stress analysis". Στο καινούργιο μενού των καρτελών διαλέγεται το "Create simulation" από την καρτέλα "Manage". Από το παράθυρο (create new simulation) επιλέξαμε "Modal analysis" και διαλέξαμε την επιλογή "Number of Modes" (στο πεδίο αυτό συμπληρώθηκαν οι 3 συχνότητες) και έπειτα έκλεισε το παράθυρο. Στα αριστερά της οθόνης, στο βοηθητικό μενού "Stress analysis" όπου υπάρχει πατήθηκε δεξί κλικ πάνω στο "Materials" και από το αναδυόμενο παράθυρο πατήθηκε το "Assign materials". Στην αναδυόμενη καρτέλα στο πεδίο "Override material" συμπληρώθηκε το επιθυμητό υλικό του οδόντα, το οποίο στην συγκεκριμένη περίπτωση μας είναι "Mild steel". Έπειτα ακολουθεί η πάκτωση του οδόντα, η οποία πραγματοποιήθηκε με την επιλογή "Constraints" για τρία επιλεγθέντα σημεία από την βάση του οδόντα.

Τέλος πατάμε "Mesh view" και αφού ολοκληρωθεί αυτή η διαδικασία από την καρτέλα "Solve" επιλέγεται το "Simulate". Με τον τρόπο αυτό ολοκληρώνεται η διαδικασία της εύρεσης των ιδιοσυχνοτήτων για τον εκάστοτε οδόντα μας.



Εικόνα 13: Σχηματική απεικόνιση των σημείων της πάκτωσης του οδόντα. Από πρόγραμμα Inventor

2.8. ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΦΟΡΤΙΣΗΣ "F" ΣΕ ΟΔΟΝΤΑ

Για την εφαρμογή φόρτισης στον οδόντα υπάρχουν κάποια επιπλέον βήματα που πρέπει να γίνουν πριν το "Modal analysis". Αρχικά από την καρτέλα "Create new simulation" επιλέγεται το "Compute preloaded modes". Έπειτα από το μενού "Loads" εκλέγεται η καρτέλα "Force" όπου από εκεί ρυθμίστηκε και το μέτρο αλλά και το σημείο εφαρμογής της εκάστοτε δύναμης που ασκείται στον οδόντα. Εν συνεχεία, η διαδικασία που ακολουθεί είναι πανομοιότυπη με πριν.

Σημείωση: Η διαδικασία της δημιουργίας των οδοντωτών τροχών, της κοπής του οδόντα, της επεξεργασίας του "Modal analysis" και η εφαρμογή της φόρτισης "F" είναι ακριβώς η **ίδια** με μικρές παραλλαγές όπως η αλλαγή του "Modul", η τοποθέτηση μετατόπισης καθώς και η εφαρμογή της εκάστοτε φόρτισης.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3^ο

Το κεφάλαιο αυτό χωρίζεται σε πέντε υποκεφάλαια. Το πρώτο υποκεφάλαιο (3.1) αναφέρει όλες τις λεπτομέρειες του υλικού κατασκευής, όπως τις μηχανικές του ιδιότητες, το βάρος του την πυκνότητα του κλπ. Τα υποκεφάλαια 3.2 (περιπτώσεις χωρίς φόρτιση) και 3.3 (περιπτώσεις με φόρτιση) αποτελούν την βασική δομή του κεφαλαίου, καθώς σε αυτά επί της ουσίας γίνεται όλη η ανάλυση που χρειάζεται για τα είδη των ιδιοσυχνοτήτων που εμφανίζονται σε οδόντες οδοντωτών τροχών **ευθείας** οδόντωσης.

Στο υποκεφάλαιο 3.4 παρουσιάζεται το σύνολο των υπολογισμών με αναλυτικά παραδείγματα βάση τυπολογίου, πινάκων και διαγραμμάτων.

Τέλος, στο υποκεφάλαιο 3.5 είναι συγκεντρωμένα τα σημαντικότερα αποτελέσματα από τα προηγούμενα υποκεφάλαια, με σκοπό την συγκεντρωτική απεικόνιση των διαφοροποιήσεων.

3.1. ΤΟ ΥΛΙΚΟ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗΣ ΣΤΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ INVENTOR

Στο υποκεφάλαιο αυτό αναφέρονται όλες τις λεπτομέρειες του υλικού κατασκευής, όπως οι μηχανικές του ιδιότητες, το βάρος του, η πυκνότητα του κλπ.

Πλεγματικές ρυθμίσεις

Μέσο μέγεθος στοιχείου (λόγος διαμέτρου μοντέλου)	0,08
Ελάχιστο μέγεθος στοιχείου (λόγος του μέσου μεγέθους)	0.2
Παράγοντας ταξινόμησης	1,5
Μέγιστη γωνία στροφής	60°
Δημιουργία επικαμπύλιων πλεγματικών στοιχείων	Ναι

Υλικό

Όνομα	Μαλακός Χάλυβας (Mild Steel)	
Γενικά στοιχεία	Πυκνότητα μάζας	7850 kg/m ³
	Όριο διαρροής	207MPa
	Μέγιστη ορθή τάση (Όριο Εφελκυσμού)	345MPa
Τάση	Μέτρο Young	220GPa
	Λόγος Poisson	0,275ul
	Μέτρο διατμήσεως	86,2745GPa

Αποτελέσματα stress analysis (περίληψη αποτελεσμάτων)

Όνομα	Αποτελέσματα
Όγκος	255,937 mm ³
Μάζα	0,0020091 kg

3.2. ΑΝΑΛΥΣΗ ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ ΧΩΡΙΣ ΕΦΑΡΜΟΖΟΜΕΝΗ ΔΥΝΑΜΗ

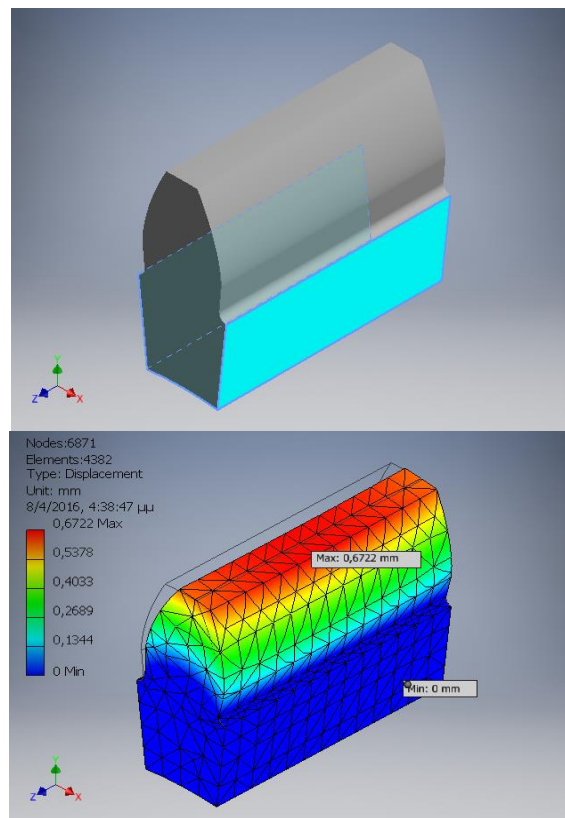
Στο υποκεφάλαιο αυτό γίνεται ανάλυση για τα είδη των ιδιοσυχνοτήτων που εμφανίζονται σε οδόντες οδοντωτών τροχών **ευθείας** οδόντωσης στους οποίους δεν εφαρμόζεται κάποια δύναμη ($\mathbf{F} = \mathbf{0}$). Αυτό γίνεται για τρεις διαφορετικές περιπτώσεις μετατόπισης: 1) για μηδενική ($\mathbf{x} = \mathbf{0}$), 2) για θετική ($\mathbf{x} = \mathbf{0,5}$) και 3) για αρνητική ($\mathbf{x} = \mathbf{-0,5}$).

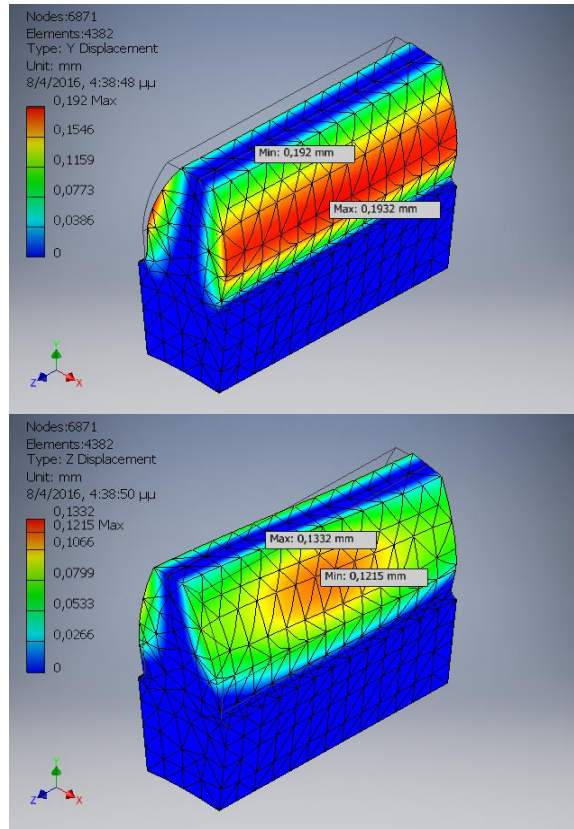
3.2.1 ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΟΥ "SPUR GEAR 1" ΑΠΟ ΤΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ INVENTOR

Στην παράγραφο αυτή αναλύεται ο τρόπος με τον οποίο έγινε η επεξεργασία του "Spur Gear 1" στο πρόγραμμα Inventor, ενώ παρουσιάζονται σε πινακάκι οι τρεις ιδιοσυχνότητες του αλλά και τρισδιάστατες εικόνες του οδόντα του οδοντωτού τροχού.

Αποτελέσματα stress analysis (τιμές ιδιοσυχνοτήτων)

f_1	108226,24 Hz
f_2	133472,80 Hz
f_3	135741,73 Hz





Εικόνα 14: Modal analysis για "Spur Gear 1". Από πρόγραμμα Inventor

3.2.2 ΠΙΝΑΚΕΣ ΚΑΙ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ

Στην παράγραφο αυτή, η ανάλυση του προγράμματος Inventor παρουσιάζεται σε μορφή πινάκων και διαγραμμάτων για την βέλτιστη απεικόνιση των διαφορών μεταξύ τους

A/A	m (mm)	b (mm)	Ψ_m	f_1 (Hz)	f_2 (Hz)	f_3 (Hz)
S/G.1	2	10	5	108226,24	133472,80	135741,73
S/G.2	2	20	10	109333,15	116746,99	138728,28
S/G.3	2	30	15	113314,41	116091,58	126207,48
S/G.4	5	25	5	43291,24	53379,49	54305,34
S/G.5	5	50	10	44633,39	51744,88	63918,89
S/G.6	5	75	15	45465,54	46597,32	50330,38

Πίνακας 1: Για μηδενική μετατόπιση $x=0$

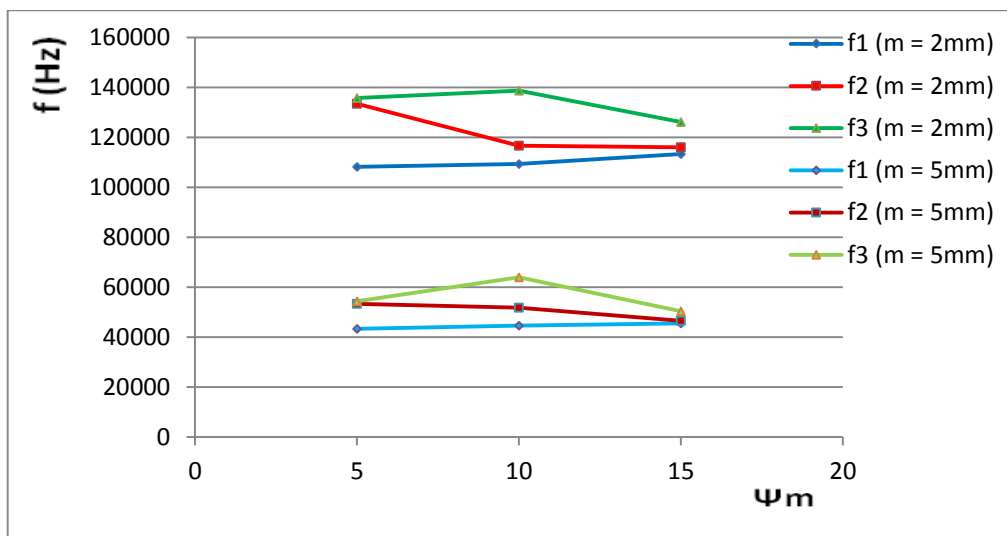
A/A	m (mm)	b (mm)	Ψ_m	f_1 (Hz)	f_2 (Hz)	f_3 (Hz)
S/G.7	2	10	5	134073,58	137431,45	159264,72
S/G.8	2	20	10	134829,77	140864,61	153224,61
S/G.9	2	30	15	135455,45	137704,95	146547,17
S/G.10	5	25	5	53635,39	54956,40	63696,83

S/G.11	5	50	10	53975,63	56456,70	61317,43
S/G.12	5	75	15	54240,68	55116,75	58580,38

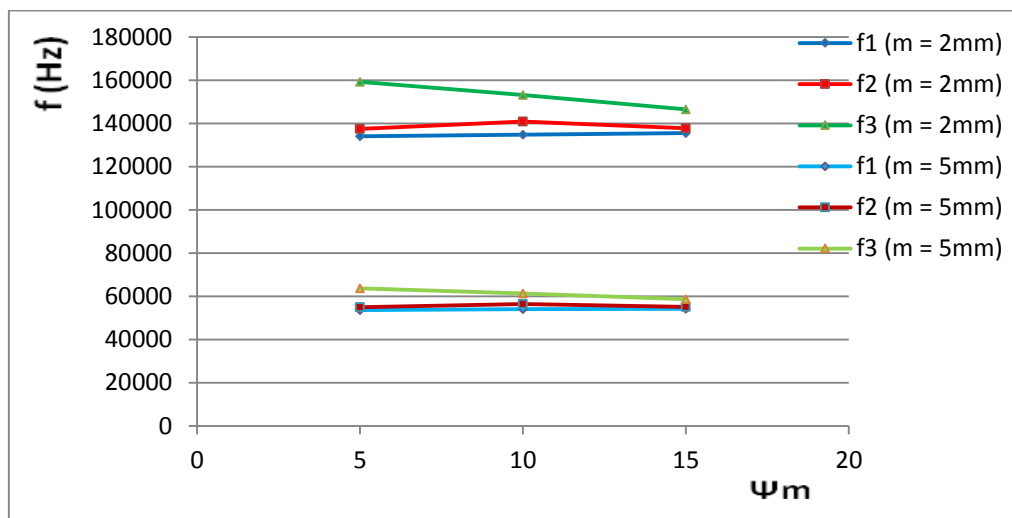
Πίνακας 2: Για θετική μετατόπιση $x = 0,5$

A/A	m (mm)	b (mm)	Ψ_m	f_1 (Hz)	f_2 (Hz)	f_3 (Hz)
S/G.13	2	10	5	83581,41	112110,09	130190,95
S/G.14	2	20	10	88609,71	107423,17	141933,06
S/G.15	2	30	15	87668,33	90646,31	101272,61
S/G.16	5	25	5	33434,58	44842,63	52077,10
S/G.17	5	50	10	34429,51	37669,10	46803,32
S/G.18	5	75	15	35230,08	36498,94	40677,60

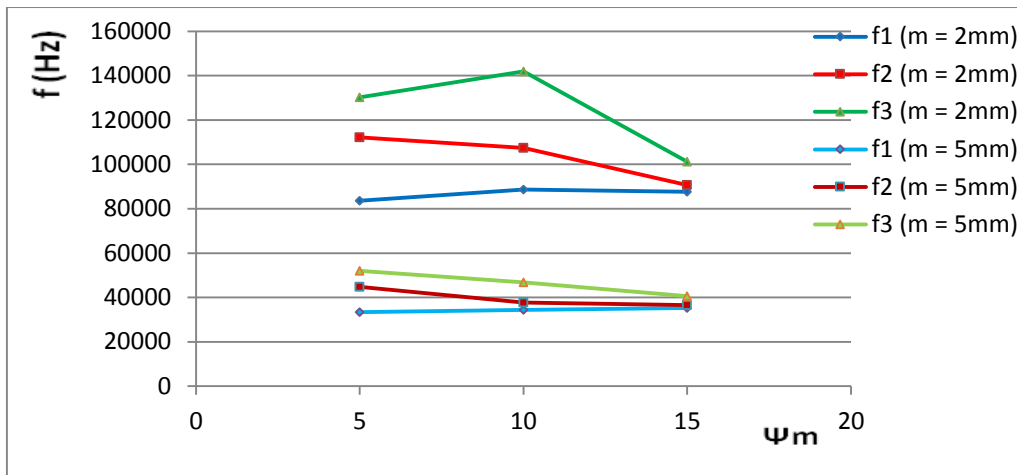
Πίνακας 3: Για αρνητική μετατόπιση $x = -0,5$



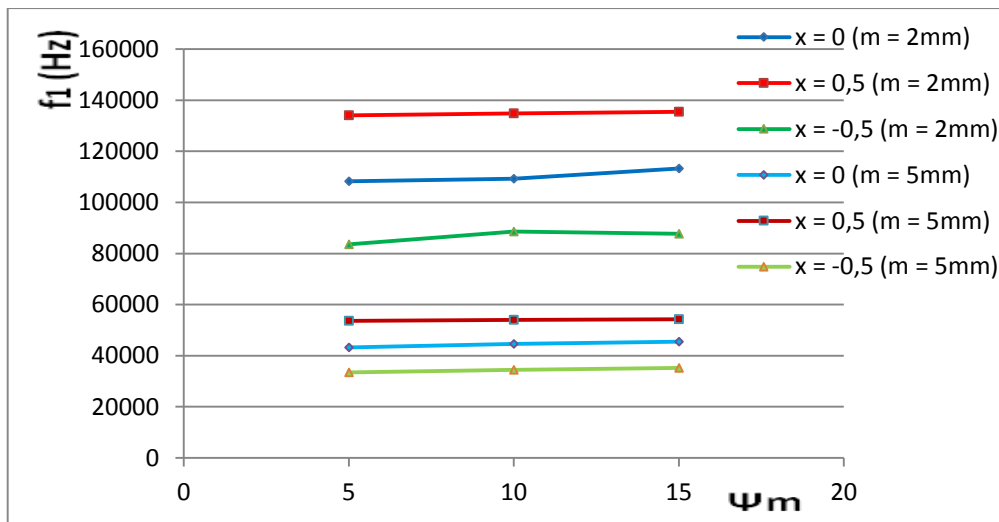
Διάγραμμα 1: Ιδιοσυχνότητες "f" συναρτήσει συντελεστή " Ψ_m " για μηδενική μετατόπιση $x = 0$



Διάγραμμα 2: Ιδιοσυχνότητες "f" συναρτήσει συντελεστή " Ψ_m " για θετική μετατόπιση $x = 0,5$



Διάγραμμα 3: Ιδιοσυχνότητες "f" συναρτήσει συντελεστή "Ψ_m" για αρνητική μετατόπιση $x = -0,5$



Διάγραμμα 4: Ιδιοσυχνότητες "f₁" συναρτήσει συντελεστή "Ψ_m" για όλες τις περιπτώσεις μετατοπίσεων

Παρατήρηση 1: Από τα 4 παραπάνω διαγράμματα παρατηρείται ότι για $m = 2\text{mm}$ κάθε φορά οι τιμές των ιδιοσυχνοτήτων είναι **μεγαλύτερες** από τις αντίστοιχες για $m = 5\text{mm}$.

3.3. ΑΝΑΛΥΣΗ ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ ΜΕ ΕΦΑΡΜΟΖΟΜΕΝΗ ΔΥΝΑΜΗ

Σ Στο υποκεφάλαιο αυτό γίνεται ανάλυση για τα είδη των ιδιοσυχνοτήτων που εμφανίζονται σε οδόντες οδοντωτών τροχών **ευθείας** οδόντωσης στους οποίους κάθε φορά εφαρμόζεται μια συνολική δύναμη "F", η οποία υπολογίζεται (παράγραφοι 3.4.1 και 3.4.2) συναρτήσει εκλεγμένου υλικού (**St-60**) παραπλήσιας αντοχής με το υλικό κατασκευής (Mild Steel), από το **βιβλίο** του κ. Στεργίου (**βιβλιογραφία [38]**). Για το λόγο αυτό στις παραγράφους 3.3.1 και 3.3.2 παρατίθεται το **τυπολόγιο** και οι **συμβολισμοί** από το **ίδιο βιβλίο**. Η διαφορά με το υποκεφάλαιο 3.2 είναι ότι εδώ υπάρχουν αναλύσεις μόνο για δυο περιπτώσεις μετατόπισης: 1) για μηδενική ($x = 0$) και 2) για θετική ($x = 0,5$), επειδή με βάση τα διαγράμματα του βιβλίου δεν είναι εφικτό να δημιουργηθούν πίνακες και διαγράμματα για περιπτώσεις όπου η μετατόπιση είναι αρνητική ($x = -0,5$).

3.3.1 ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΟΥΜΕΝΟ ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ ΠΤΥΧΙΑΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

- Ισχύει: $i_{12} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{Z_2}{Z_1} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{d_2}{d_1}$ (σχ. 1)
- Ισχύει: $F_t = F_t = \frac{T}{r}$ → Ευθεία & Κεκλιμένη οδόντωση (σχ. 2)
- Ισχύει: $F_r = F_t \cdot \tan \alpha^\circ$ → Ευθεία οδόντωση (σχ. 3)
- Ισχύει: $F = \frac{F_t}{\cos \alpha^\circ}$ → Ευθεία οδόντωση (σχ. 4)
- Ισχύει: $m = \frac{d}{Z}$ (σχ. 5)
- Ισχύει: $\text{inv} \alpha^\circ = \tan \alpha^\circ - \left(\frac{\pi \cdot a^\circ}{180} \right)$ (σχ. 6)
- Ισχύει: $\text{inv} \alpha_w^\circ = \tan \alpha_w^\circ - \left(\frac{\pi \cdot a_w^\circ}{180} \right)$ (σχ. 7)
- Ισχύει: $U = x \cdot m$ (σχ. 8)
- Ισχύει: $x_1 + x_2 = \frac{\text{inv} \alpha_w^\circ - \text{inv} \alpha^\circ}{2 \cdot \tan \alpha^\circ} \cdot (Z_1 + Z_2)$ (σχ. 9)
- Ισχύει: $b = \Psi_m \cdot m$ (σχ. 10)
- Ισχύει: $v = \pi \cdot d \cdot n$ (σχ. 11)
- Ισχύει: $\sqrt{\frac{F_t}{b \cdot d_1} \cdot \frac{i_{12} + 1}{i_{12}} \cdot k_A \cdot k_V \cdot k_{Ha} \cdot Z_H \cdot Z_M \cdot Z_\epsilon} \leq \frac{\sigma_{H1}}{S_H}$ (σχ. 12)
- Ισχύει: $k_{Ha} = \frac{1}{Z_\epsilon^2}$ (σχ. 13)
- Ισχύει: $Z_\epsilon = \sqrt{\frac{4 - \epsilon_\alpha}{3}}$ (σχ. 14)

3.3.2 ΣΥΜΒΟΛΙΣΜΟΙ ΤΥΠΟΛΟΓΙΟΥ ΠΤΥΧΙΑΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

- Ισχύει: i_{12} = Σχέση μετάδοσης
- Ισχύει: Z_1 = Αριθμός οδόντων οδοντωτού τροχού
- Ισχύει: F_t = Περιφερειακή δύναμη (N)
- Ισχύει: $a^\circ = 20^\circ$ = Γωνία επαφής οδόντων ευθείας οδόντωσης ($^\circ$)
- Ισχύει: F = Κάθετη δύναμη (N)
- Ισχύει: m = Modul (mm)
- Ισχύει: d = Διάμετρος οδοντωτού τροχού (mm)
- Ισχύει: b = Πλάτος οδόντα - οδοντωτού τροχού (mm)
- Ισχύει: ε_α = Βαθμός επικάλυψης. Για τροχούς **χωρίς** μετατόπιση λαμβάνεται από **Σχήμα 1** (σελ 51), συναρτήσει " i_{12} " και " Z_1 ". Για τροχούς **με** μετατόπιση λαμβάνεται από **Σχήμα 2** (σελ 52), συναρτήσει " a_w° " και " Z_1 ".
- Ισχύει: a_w° = Γωνία επαφής κατά τη λειτουργία ($a_w^\circ > a^\circ$)
- Ισχύει: $\text{inv} a_w$ = Προβολή της γωνίας " a_w° " στον κύκλο, λαμβάνεται από **Πίνακα 1** (σελ 48)
- Ισχύει: x = Συντελεστής μετατόπισης
- Ισχύει: U = Μετατόπιση (mm)
- Ισχύει: n = Στροφές οδοντωτού τροχού (rpm ή rps)
- Ισχύει: v = Περιφερειακή ταχύτητα οδοντωτού τροχού (m/s)
- Ισχύει: Ψ_m = Συντελεστής έδρασης και οδόντωσης, λαμβάνεται από σελ 78
- Ισχύει: σ_{H1} = Αντοχή της κατατομής του οδόντα σε πίεση επιφανείας (N/mm^2), λαμβάνεται από **Πίνακα 2** (σελ 49)
- Ισχύει: k_A = Συντελεστής εφαρμογής, λαμβάνεται από **Πίνακα 4** (σελ 50)
- Ισχύει: Π.Ο.Δ. = Ποιότητα οδόντωσης, λαμβάνεται από **Πίνακα 5** (σελ 51)
- Ισχύει: k_v = Συντελεστής δυναμικών καταπονήσεων, για ευθεία οδόντωση λαμβάνεται από **Σχήμα 3** (σελ 52)
- Ισχύει: k_{Ha} = Μετωπικός συντελεστής κατανομής φορτίου. Για Π.Ο.Δ. "8" ή λεπτότερη είναι: $k_{Ha} = 1$
- Ισχύει: Z_H = Συντελεστής ζώνης. Όταν δεν υπάρχει μετατόπιση είναι: $Z_H = 2,5$. Σε περίπτωση μετατόπισης λαμβάνεται από **Σχήμα 4** (σελ 53)
- Ισχύει: Z_M = Συντελεστής υλικού ($\sqrt{\text{N/mm}^2}$). Λαμβάνεται από **Πίνακα 3** (σελ 50)
- Ισχύει: Z_ε = Συντελεστής επικάλυψης. Για ευθεία οδόντωση είναι:
$$Z_\varepsilon = \sqrt{\frac{4 - \varepsilon_\alpha}{3}}$$
- Ισχύει: $S_H \approx 1,35$ = Συντελεστής ασφαλείας σε πίεση επιφανείας
- Ισχύει: f_1, f_2, f_3 = Ιδιοσυχνότητες οδοντωτών τροχών (Hz)

**3.3.3 ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΩΝ "SPUR GEAR 19" ΓΙΑ ΤΗΝ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΜΗΛΕΝΙΚΗΣ
ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗΣ (x = 0) & "SPUR GEAR 25" ΓΙΑ ΤΗΝ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ
ΘΕΤΙΚΗΣ ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗΣ (x = 0,5) ΑΠΟ ΤΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ INVENTOR**

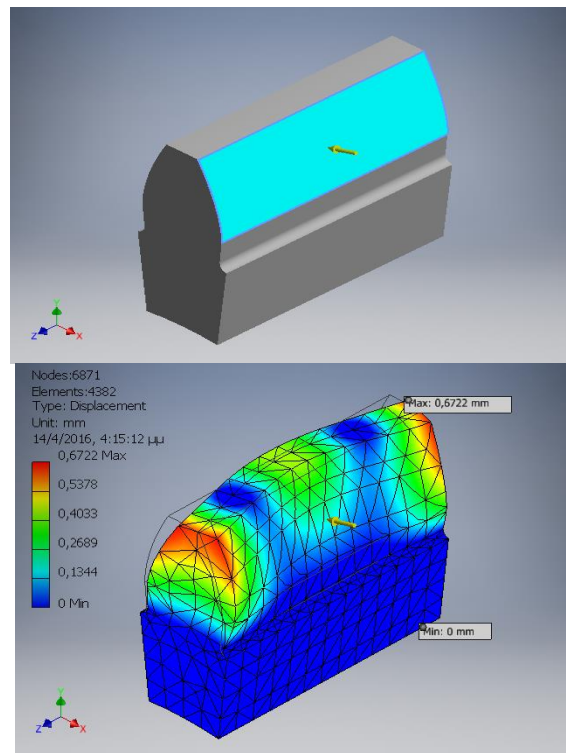
Στην παράγραφο αυτή αναλύεται ο τρόπος με τον οποίο έγινε η επεξεργασία των "Spur Gear 19" (x = 0) και "Spur Gear 25" (x = 0,5) αντίστοιχα, στο πρόγραμμα Inventor. Επίσης, ακολουθούν πινακάκια ανάλυσης δυνάμεων, πινακάκια των εκάστοτε ιδιοσυχνοτήτων αλλά και τρισδιάστατες εικόνες που απεικονίζουν την δυναμική συμπεριφορά του οδόντα, οι οποίες είναι ίδιες και στις 2 περιπτώσεις μετατόπισης (x = 0 και x = 0,5) επειδή: 1) η πάκτωση και 2) η συνολική δύναμη "F" εφαρμόζονται με τον ίδιο τρόπο κατά το modal analysis.

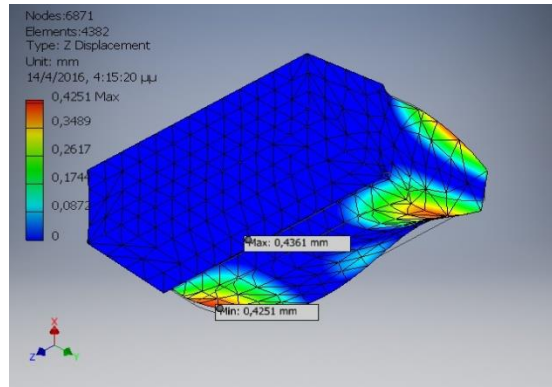
Συνθήκες λειτουργίας (δύναμη F)

	Spur Gear 19 (x = 0)	Spur Gear 25 (x = 0,5)
Τύπος φορτίου	Δύναμη F	Δύναμη F
Μέγεθος	89,841 N	89,841 N

Αποτελέσματα stress analysis (τιμές ιδιοσυχνοτήτων)

	Spur Gear 19 (x = 0)	Spur Gear 25 (x = 0,5)
f ₁	108223,08 Hz	134072,5 Hz
f ₂	133471,98 Hz	137431,1 Hz
f ₃	135739,16 Hz	159263,7 Hz





Εικόνα 15: Modal analysis για "Spur Gear 19". Από πρόγραμμα Inventor

3.3.4 ΠΙΝΑΚΕΣ

Στην παράγραφο αυτή η ανάλυση του προγράμματος Inventor παρουσιάζεται σε μορφή πινάκων ξεχωριστά για περιπτώσεις οδοντωτών τροχών με μηδενική ($x = 0$) και θετική μετατόπιση ($x = 0,5$).

Αρχικά, ακολουθούν οι πίνακες 4 και 5 στους οποίους υπολογίζεται κάθε φορά η περιφερειακή συνιστώσα " F_t " ανά οδοντωτό τροχό και αφορούν περιπτώσεις μηδενικής μετατόπισης $x = 0$.

A/A	m (mm)	Ψ_m	σ_{H1} (N/mm ²)	b (mm)	d (mm)	i_{12}	k_A	n (rpm)	v (m/s)
S/G.19	2	5	430	10	40	1	1,25	1000	2,0943947
S/G.20	2	10	430	20	40	1	1,25	1,000	2,0943947
S/G.21	2	15	430	30	40	1	1,25	1000	2,0943947
S/G.22	5	5	430	25	100	1	1,25	1000	5,2359867
S/G.23	5	10	430	50	100	1	1,25	1000	5,2359867
S/G.24	5	15	430	75	100	1	1,25	1000	5,2359867

Πίνακας 4: Για μηδενική μετατόπιση $x = 0$

Z_1	$(v \cdot Z_1)/100$	Π.Ο.Δ.	k_v	k_{Ha}	Z_H	Z_M	ϵ_a	Z_ϵ	S_H	F_t (N)
20	0,418879	7	1,05	1	2,5	189,8	1,56	0,90185	1,35	84,42266
20	0,418879	7	1,05	1	2,5	189,8	1,56	0,90185	1,35	168,8453
20	0,418879	7	1,05	1	2,5	189,8	1,56	0,90185	1,35	253,268
20	1,047197	7	1,07	1	2,5	189,8	1,56	0,90185	1,35	517,7792
20	1,047197	7	1,07	1	2,5	189,8	1,56	0,90185	1,35	1035,558
20	1,047197	7	1,07	1	2,5	189,8	1,56	0,90185	1,35	1553,338

Πίνακας 5 (Συνέχεια του 4)

Από την ανάλυση του Inventor υπολογίζονται ανά οδοντωτό τροχό οι ιδιοσυχνότητες " f ". Επίσης, συναρτήσε της γωνίας " α^0 " (20^0) υπολογίζονται ανά περίπτωση οι συνολικές δυνάμεις " F " που ασκούνται στον οδόντα του εκάστοτε οδοντωτού τροχού. Επομένως, εκ των ανωτέρω προκύπτει ο κάτωθι πίνακας:

A/A	F (N)	f ₁ (Hz)	f ₂ (Hz)	f ₃ (Hz)
S/G.19	89,84072	108223,08	133471,98	135739,16
S/G.20	179,6814	109329,59	116743,48	138724,55
S/G.21	269,5222	113310,97	116088,03	126204,2
S/G.22	551,0091	43289,98	53379,16	54304,11
S/G.23	1102,018	44631,92	51773,49	63918,46
S/G.24	1653,027	45465,1	46595,88	50328,95

Πίνακας 6: Για μηδενική μετατόπιση $x = 0$

Έπειτα, ακολουθούν ομοίως ακολουθούν οι πίνακες 7 και 8 στους οποίους υπολογίζεται κάθε φορά η περιφερειακή συνιστώσα "F_t" ανά οδοντωτό τροχό και αφορούν περιπτώσεις **θετικής μετατόπισης $x = 0,5$** .

A/A	m (mm)	Ψ _m	σ _H (N/mm ²)	b (mm)	d (mm)	i ₁₂	k _A	n (rpm)	v (m/s)
S/G.25	2	5	430	10	40	1	1,25	1000	2,094395
S/G.26	2	10	430	20	40	1	1,25	1000	2,094395
S/G.27	2	15	430	30	40	1	1,25	1000	2,094395
S/G.28	5	5	430	25	100	1	1,25	1000	5,235987
S/G.29	5	10	430	50	100	1	1,25	1000	5,235987
S/G.30	5	15	430	75	100	1	1,25	1000	5,235987

Πίνακας 7: Για θετική μετατόπιση $x = 0,5$

Z ₁	(v·Z ₁)/100	Π.Ο.Δ.	k _v	k _{Hα}	Z _H	Z _M	ε _α	Z _ε	S _H	F _t (N)
20	0,418879	7	1,05	1	3,5	189,8	1,33	0,943398	1,35	39,3624
20	0,418879	7	1,05	1	3,5	189,8	1,33	0,943398	1,35	78,7248
20	0,418879	7	1,05	1	3,5	189,8	1,33	0,943398	1,35	118,0872
20	1,047197	7	1,07	1	3,5	189,8	1,33	0,943398	1,35	241,4166
20	1,047197	7	1,07	1	3,5	189,8	1,33	0,943398	1,35	482,8332
20	1,047197	7	1,07	1	3,5	189,8	1,33	0,943398	1,35	724,2497

Πίνακας 8 (Συνέχεια του 7)

Από την ανάλυση του Inventor υπολογίζονται ανά οδοντωτό τροχό οι ιδιοσυχνότητες "f". Επίσης, συναρτήσει της γωνίας "α" (20°) υπολογίζονται ανά περίπτωση οι συνολικές δυνάμεις "F" που ασκούνται στον οδόντα του εκάστοτε οδοντωτού τροχού. Επομένως, εκ των ανωτέρω προκύπτει ο κάτωθι πίνακας:

A/A	F (N)	f ₁ (Hz)	f ₂ (Hz)	f ₃ (Hz)
S/G.25	41,88859	134072,5	137431,1	159263,7
S/G.26	83,77718	134828,6	140863,4	153224,2
S/G.27	125,6658	135454,5	137704	146546,2
S/G.28	256,9102	53634,91	54956,22	63696,4

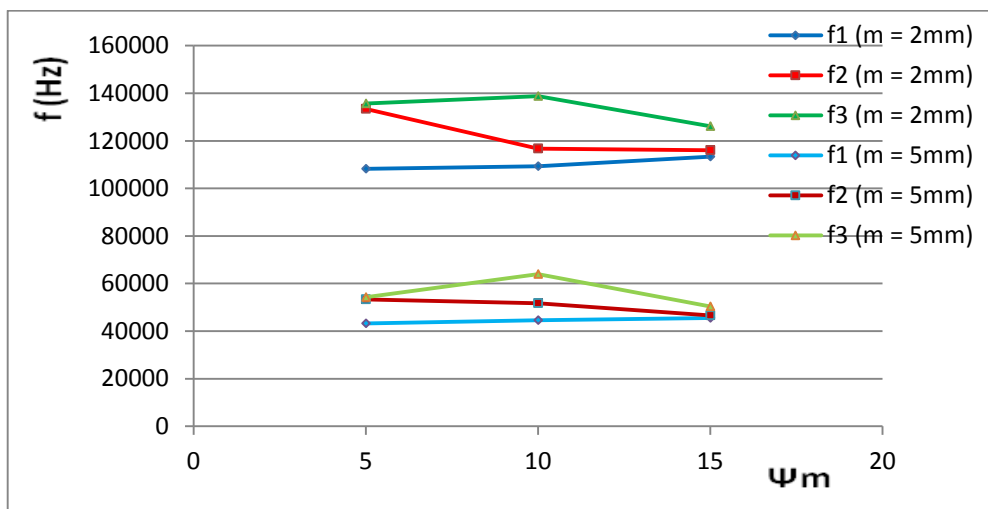
S/G.29	513,8203	53975,26	56456,32	61317,32
S/G.30	770,7305	54240,27	55116,32	58579,94

Πίνακας 9: Για θετική φόρτιση $x = 0,5$

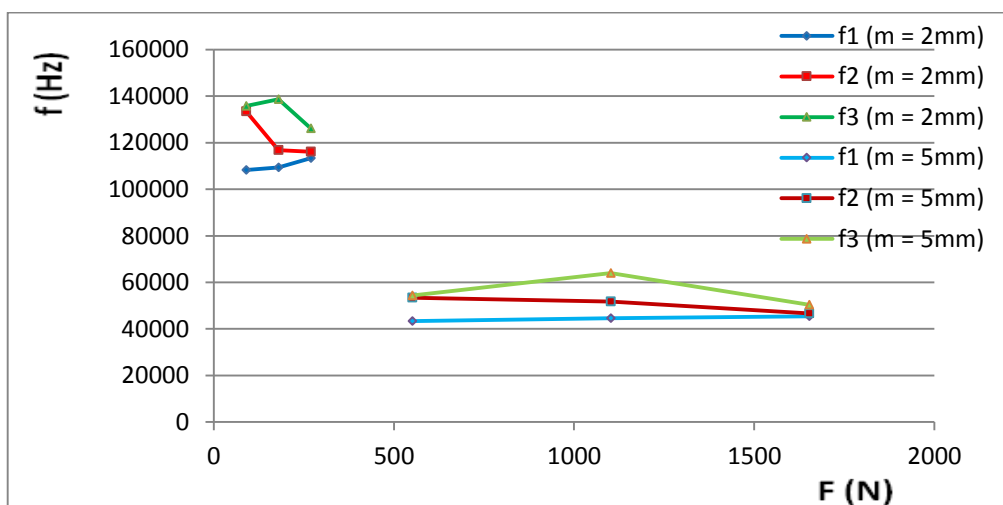
3.3.5 ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ

Στην παράγραφο αυτή η ανάλυση του προγράμματος Inventor παρουσιάζεται σε μορφή διαγραμμάτων ξεχωριστά για περιπτώσεις οδοντωτών τροχών με μηδενική ($x = 0$) και θετική μετατόπιση ($x = 0,5$).

Παρακάτω ακολουθούν τα διαγράμματα 5,6,7 και 8 για περιπτώσεις μηδενικής μετατόπισης $x = 0$.



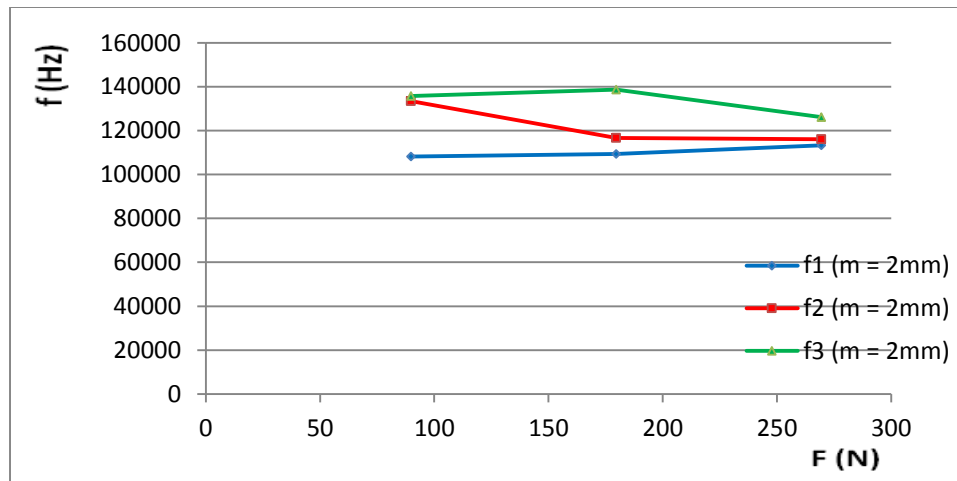
Διάγραμμα 5: Ιδιοσυχνότητες "f" συναρτήσει συντελεστή "Ψm" για μηδενική μετατόπιση $x = 0$



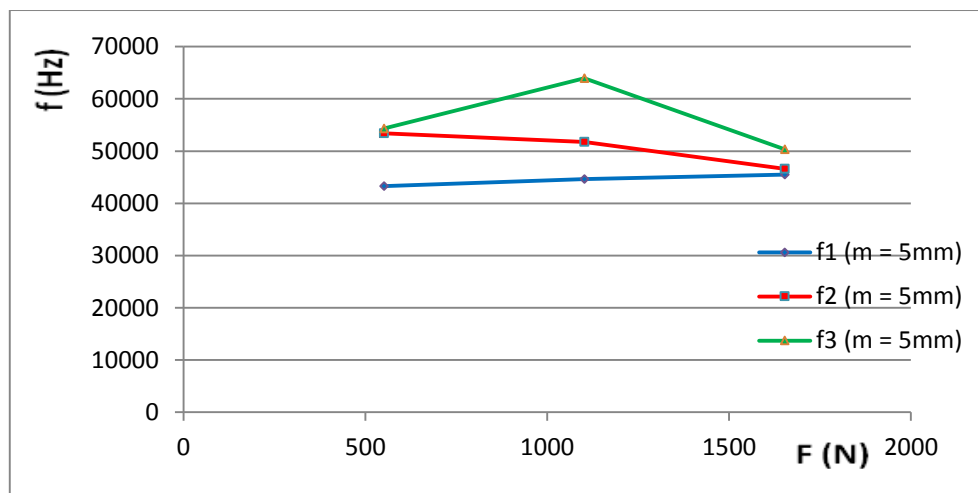
Διάγραμμα 6: Ιδιοσυχνότητες "f" συναρτήσει συνολικής δύναμης "F" για μηδενική μετατόπιση $x = 0$

Παρατήρηση 2: Από το παραπάνω διάγραμμα παρατηρείται ότι για $m = 2\text{mm}$, οι εκάστοτε συνολικές δυνάμεις "F" είναι σχετικά μικρότερες από τις αντίστοιχες παραγόμενες τιμές για $m = 5\text{mm}$. Αυτό οφείλεται, σε μεγάλο βαθμό στα μεγαλύτερα πλάτη "b" και στην μεγαλύτερη διάμετρο "d", από τα οποία υπολογιζόταν κάθε φορά η συνολική δύναμη "F".

Για λόγους απεικόνισης, παρακάτω παρουσιάζονται σε δύο ξεχωριστά διαγράμματα (7 και 8) οι συμπεριφορές των ιδιοσυχνοτήτων f_1 , f_2 , f_3 για $m = 2\text{mm}$ και $m = 5\text{mm}$ αντίστοιχα.

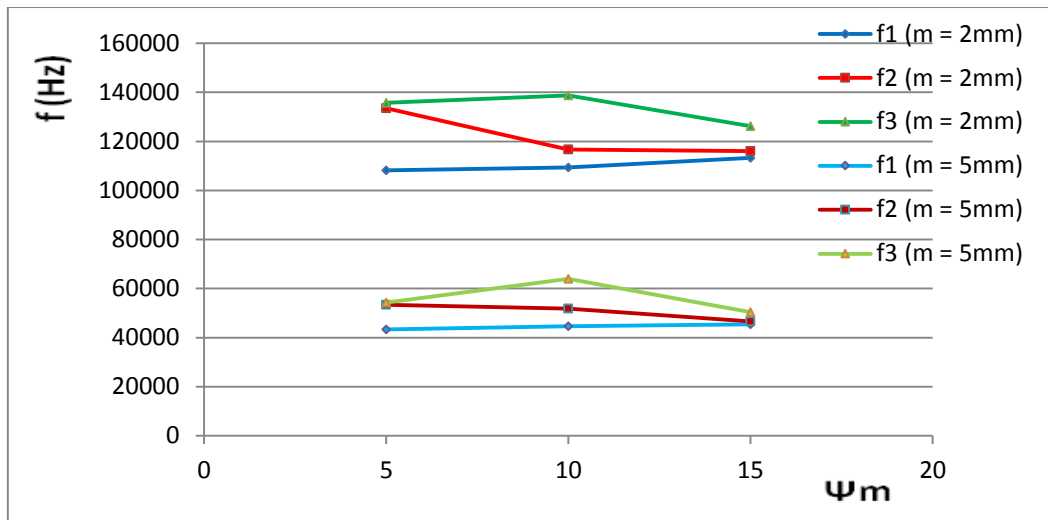


Διάγραμμα 7: Ιδιοσυχνότητες "f" συναρτήσει συνολικής δύναμης "F" για μηδενική μετατόπιση $x = 0$ και $m = 2\text{mm}$

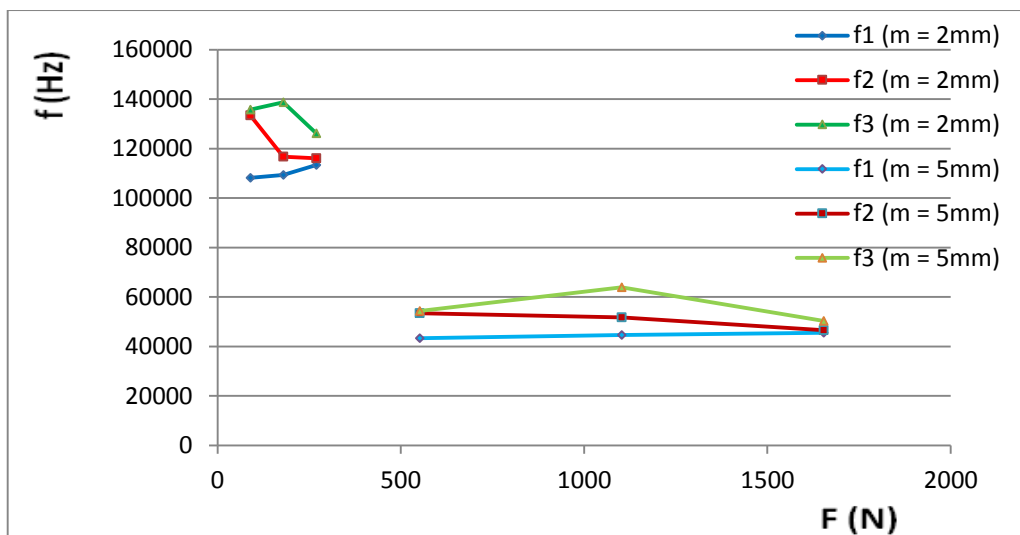


Διάγραμμα 8: Ιδιοσυχνότητες "f" συναρτήσει συνολικής δύναμης "F" για μηδενική μετατόπιση $x = 0$ και $m = 5\text{mm}$

Έπειτα, ακολουθούν τα διαγράμματα 9,10,11 και 12 για περιπτώσεις θετικής μετατόπισης $x = 0,5$.

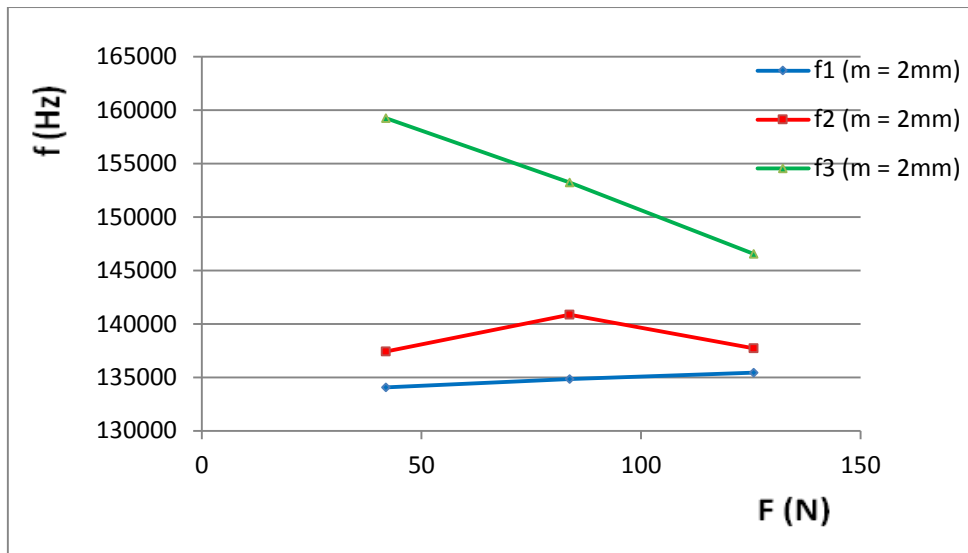


Διάγραμμα 9: Ιδιοσυχνότητες "f" συναρτήσει συντελεστή " Ψ_m " για θετική μετατόπιση $x = 0,5$

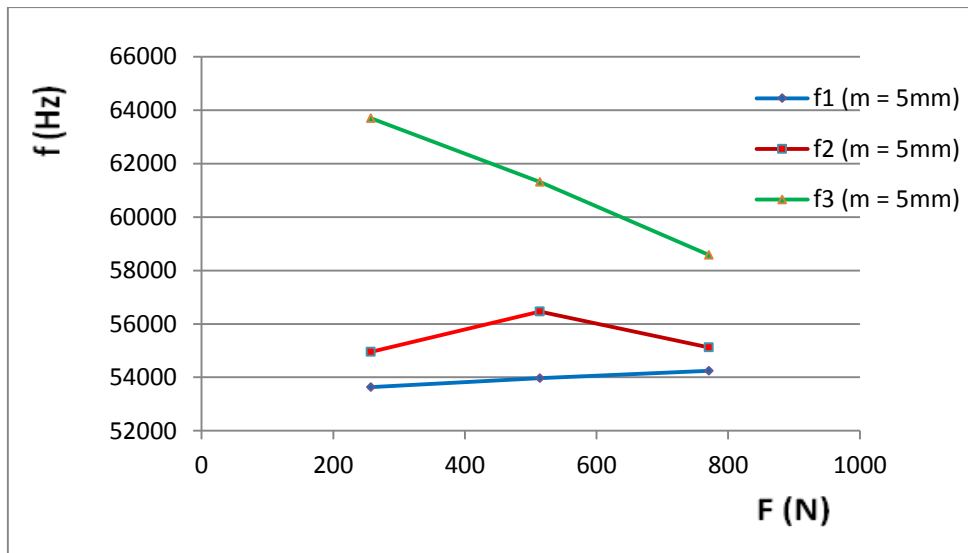


Διάγραμμα 10: Ιδιοσυχνότητες "f" συναρτήσει συνολικής δύναμης "F" για θετική μετατόπιση $x = 0,5$

Όπως και πριν, τα μεγαλύτερα πλάτη " b " και η μεγαλύτερη διάμετρος " d " φέρνουν διαγραμματικές διαφορές στις αντίστοιχες τιμές για $m = 2\text{mm}$ και $m = 5\text{mm}$. Επομένως, παρακάτω παρουσιάζονται σε δύο ξεχωριστά διαγράμματα (11 και 12) οι συμπεριφορές των ιδιοσυχνοτήτων f_1 , f_2 , f_3 για $m = 2\text{mm}$ και $m = 5\text{mm}$ αντίστοιχα.



Διάγραμμα 11: Ιδιοσυχνότητες "f" συναρτήσει συνολικής δύναμης "F" για θετική μετατόπιση $x = 0,5$ και $m = 2\text{mm}$



Διάγραμμα 12: Ιδιοσυχνότητες "f" συναρτήσει συνολικής δύναμης "F" για θετική μετατόπιση $x = 0,5$ και $m = 5\text{mm}$

Παρατήρηση 3: Από τα παραπάνω διαγράμματα παρατηρείται ότι για $m = 2\text{mm}$ κάθε φορά οι τιμές των ιδιοσυχνοτήτων είναι **μεγαλύτερες** από τις αντίστοιχες για $m = 5\text{mm}$, κάτι που αντίστοιχα ίσχυε και στο προηγούμενο υποκεφάλαιο (με μηδενική φόρτιση).

3.4. ΑΝΑΛΥΤΙΚΟΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΙ

Στο υποκεφάλαιο 3.3 υπήρξε ένα σύνολο υπολογισμών οι οποίοι επετεύχθησαν με τη βοήθεια του Excel. Επειδή λοιπόν για ευνόητους λόγους θα έπρεπε να παρουσιαστούν οι υπολογισμοί αυτοί ανά περίπτωση ($x = 0$ και $x = 0,5$) επιλέχθηκαν δυο από τους δώδεκα οδοντωτούς τροχούς με φόρτιση, ο ένας (Spur Gear 19) για $x = 0$ και ο άλλος (Spur Gear 25) για $x = 0,5$. Όλοι αυτοί οι υπολογισμοί παρουσιάζονται στο παρόν υποκεφάλαιο, με τις παραγράφους 3.4.3 και 3.4.4 να υπάρχουν καθαρά για λόγους **πρακτικότητας**, για οποιονδήποτε θελήσει να υπολογίσει και μόνος του τις αποκλίσεις των δυο περιπτώσεων ($x = 0$ και $x = 0,5$).

3.4.1 ΑΝΑΛΥΤΙΚΟΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΓΙΑ "SPUR GEAR 19" ($x = 0$)

- Ισχύει: **b = 10 mm** (δεδομένο)
- Ισχύει: **d = 40 mm** (δεδομένο)
- Ισχύει: **$i_{12} = 1$** (θεωρήσαμε δυο πανομοιότυπους οδοντωτούς τροχούς)
- Ισχύει: **$k_A = 1,25$ mm** (για ομοιόμορφη λειτουργία)
- Ισχύει: $v = \pi \cdot d \cdot n = \pi \cdot \frac{40}{1000} \cdot \frac{1000}{60} \Rightarrow v = 2,094$ m/s
- Ισχύει: **$Z_1 = 20$** (δεδομένο)
- Ισχύει: $\frac{v \cdot Z_1}{100} = \frac{2,094 \cdot 20}{100} \Rightarrow \frac{v \cdot Z_1}{100} = 0,418879$
- Ισχύει: **Π.Ο.Δ. = 7** (τυπική τιμή)
- Ισχύει: **$k_V = 1,05$**
- Ισχύει: **$k_{Ha} = 1$**
- Ισχύει: **$Z_H = 2,5$**
- Ισχύει: **$Z_M = 189,8 \sqrt{N/mm^2}$** (για χάλυβα)
- Ισχύει: **$\epsilon_\alpha = 1,56$**
- Ισχύει: $Z_\epsilon = \sqrt{\frac{4 - \epsilon_\alpha}{3}} = \sqrt{\frac{4 - 1,56}{3}} \Rightarrow Z_\epsilon = 0,90185$
- Ισχύει: **$\sigma_{Hl} = 430 N/mm^2$** (για χάλυβα κατασκευών St-60)
- Ισχύει: **$S_H = 1,35$**
- Ισχύει: $\sqrt{\frac{F_t}{b \cdot d} \cdot \frac{i_{12} + 1}{i_{12}} \cdot k_A \cdot k_V \cdot k_{Ha} \cdot Z_H \cdot Z_M \cdot Z_\epsilon} \leq \frac{\sigma_{Hl}}{S_H} \Rightarrow \frac{F_t}{b \cdot d} \cdot \frac{i_{12} + 1}{i_{12}} \cdot k_A \cdot k_V \cdot k_{Ha} \cdot Z_H^2 \cdot Z_M^2 \cdot Z_\epsilon^2 \leq \frac{\sigma_{Hl}^2}{S_H^2}$
 $\Rightarrow F_t \leq \frac{\sigma_{Hl}^2 \cdot b \cdot d \cdot i_{12}}{(i_{12} + 1) \cdot k_A \cdot k_V \cdot k_{Ha} \cdot Z_H^2 \cdot Z_M^2 \cdot Z_\epsilon^2 \cdot S_H^2} \Rightarrow$
 $\Rightarrow F_t \leq \frac{430^2 \cdot 10 \cdot 40 \cdot 1}{(1 + 1) \cdot 1,25 \cdot 1,05 \cdot 1 \cdot 2,5^2 \cdot 189,8^2 \cdot 0,90185^2 \cdot 1,35^2}$
 $\Rightarrow F_t \leq 84,42266$ N
- Ισχύει: $F = \frac{84,42266}{\cos \alpha^0} = \frac{84,42266}{\cos 20^0} \Rightarrow F = 89,84072$

3.4.2 ΑΝΑΛΥΤΙΚΟΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΓΙΑ "SPUR GEAR 25" ($x = 0,5$)

- Ισχύει: $b = 10 \text{ mm}$ (δεδομένο)
- Ισχύει: $d = 40 \text{ mm}$ (δεδομένο)
- Ισχύει: $i_{12} = 1$ (θεωρήσαμε δυο πανομοιότυπους οδοντωτούς τροχούς)
- Ισχύει: $k_A = 1,25 \text{ mm}$ (για ομοιόμορφη λειτουργία)
- Ισχύει: $v = \pi \cdot d \cdot n = \pi \cdot \frac{40}{1000} \cdot \frac{1000}{60} \Rightarrow v = 2,094 \text{ m/s}$
- Ισχύει: $Z_1 = 20$ (δεδομένο)
- Ισχύει: $\frac{v \cdot Z_1}{100} = \frac{2,094 \cdot 20}{100} \Rightarrow \frac{v \cdot Z_1}{100} = 0,418879$
- Ισχύει: $\Pi.Ο.Δ. = 7$ (τυπική τιμή)
- Ισχύει: $k_V = 1,05$
- Ισχύει: $k_{Ha} = 1$
- Ισχύει: $Z_H = 3,5$
- Ισχύει: $Z_M = 189,8 \sqrt{N/mm^2}$ (για χάλυβα)
- Ισχύει: $\epsilon_\alpha = 1,33$
- Ισχύει: $Z_\epsilon = \sqrt{\frac{4-\epsilon_\alpha}{3}} = \sqrt{\frac{4-1,33}{3}} \Rightarrow Z_\epsilon = 0,943398$
- Ισχύει: $\sigma_{Hl} = 430 \text{ N/mm}^2$ (για χάλυβα κατασκευών St-60)
- Ισχύει: $S_H = 1,35$
- Ισχύει: $\sqrt{\frac{F_t}{b \cdot d} \cdot \frac{i_{12}+1}{i_{12}} \cdot k_A \cdot k_V \cdot k_{Ha} \cdot Z_H \cdot Z_M \cdot Z_\epsilon} \leq \frac{\sigma_{Hl}}{S_H} \Rightarrow \frac{F_t}{b \cdot d} \cdot \frac{i_{12}+1}{i_{12}} \cdot k_A \cdot k_V \cdot k_{Ha} \cdot Z_H^2 \cdot Z_M^2 \cdot Z_\epsilon^2 \leq \frac{\sigma_{Hl}^2}{S_H^2}$
- $\Rightarrow Ft \leq \frac{\sigma_{Hl}^2 \cdot b \cdot d \cdot i_{12}}{(i_{12}+1) \cdot k_A \cdot k_V \cdot k_{Ha} \cdot Z_H^2 \cdot Z_M^2 \cdot Z_\epsilon^2 \cdot S_H^2} \Rightarrow$
- $\Rightarrow Ft \leq \frac{430^2 \cdot 10 \cdot 40 \cdot 1}{(1+1) \cdot 1,25 \cdot 1,05 \cdot 1 \cdot 3,5^2 \cdot 189,8^2 \cdot 0,943398^2 \cdot 1,35^2}$
- $\Rightarrow Ft \leq 39,3624 \text{ N}$
- Ισχύει: $F = \frac{39,3624}{\cos \alpha^0} = \frac{39,3624}{\cos 20^0} \Rightarrow F = 41,88859 \text{ N}$

3.4.3 ΠΙΝΑΚΕΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΩΝ

α°	,0	,1	,2	,3	,4	,5	,6	,7	,8	,9
10	0,0017941	0,0018489	0,0019048	0,0019619	0,0020201	0,0020795	0,0021400	0,0022017	0,0022646	0,0023288
11	0,0023941	0,0024607	0,0025285	0,0025975	0,0026678	0,0027394	0,0028123	0,0028865	0,0029620	0,0030389
12	0,0031171	0,0031966	0,0032775	0,0033598	0,0034434	0,0035285	0,0036150	0,0037029	0,0037923	0,0038831
13	0,0039754	0,0040692	0,0041644	0,0042612	0,0043595	0,0044593	0,0045607	0,0046636	0,0047681	0,0048742
14	0,0049819	0,0050912	0,0052022	0,0053147	0,0054290	0,0055448	0,0056624	0,0057817	0,0059027	0,0060254
15	0,0061498	0,0062760	0,0064039	0,0065337	0,0066652	0,0067985	0,0069337	0,0070706	0,0072095	0,0073501
16	0,0074927	0,0076372	0,0077835	0,0079318	0,0080820	0,0082342	0,0083883	0,0085444	0,0087025	0,0088626
17	0,0090247	0,0091889	0,0093551	0,0095234	0,0096937	0,0098662	0,0100407	0,0102174	0,0103963	0,0105773
18	0,010760	0,010946	0,011133	0,011323	0,011515	0,011709	0,011906	0,012105	0,012306	0,012509
19	0,012715	0,012923	0,013134	0,013346	0,013562	0,013779	0,013999	0,014222	0,014447	0,014674
20	0,014904	0,015137	0,015372	0,015609	0,015849	0,016092	0,016337	0,016585	0,016836	0,017089
21	0,017345	0,017603	0,017865	0,018129	0,018395	0,018665	0,018937	0,019212	0,019490	0,019770
22	0,020054	0,020340	0,020629	0,020921	0,021217	0,021514	0,021815	0,022119	0,022426	0,022736
23	0,023049	0,023365	0,023684	0,024006	0,024332	0,024660	0,024992	0,025326	0,025664	0,026005
24	0,026350	0,026697	0,027048	0,027402	0,027760	0,028121	0,028485	0,028852	0,029223	0,029600
25	0,029975	0,030357	0,030741	0,031129	0,031521	0,031916	0,032315	0,032718	0,033124	0,033534
26	0,033947	0,034364	0,034785	0,035209	0,035637	0,036069	0,036505	0,036945	0,037388	0,037835
27	0,038286	0,038742	0,039201	0,039664	0,040131	0,040602	0,041076	0,041556	0,042039	0,042526
28	0,043017	0,043513	0,044012	0,044516	0,045024	0,045537	0,046054	0,046575	0,047100	0,047630
29	0,048164	0,048702	0,049245	0,049792	0,050344	0,050901	0,051462	0,052027	0,052597	0,053172
30	0,053751	0,054336	0,054924	0,055518	0,056116	0,056720	0,057328	0,057940	0,058558	0,059181
31	0,059808	0,060441	0,061079	0,061721	0,062369	0,063022	0,063680	0,064343	0,065012	0,065685
32	0,066364	0,067048	0,067738	0,068432	0,069133	0,069838	0,070549	0,071266	0,071988	0,072716
33	0,073449	0,074188	0,074932	0,075683	0,076439	0,077200	0,077968	0,078741	0,079520	0,080306
34	0,081097	0,081894	0,082697	0,083506	0,084321	0,085142	0,085970	0,086804	0,087644	0,088490
35	0,089342	0,090201	0,091067	0,091938	0,092816	0,093701	0,094592	0,095490	0,096395	0,097306
36	0,098224	0,099149	0,100080	0,101019	0,101964	0,102916	0,103875	0,104841	0,105814	0,106795
37	0,107782	0,108777	0,109779	0,110788	0,111805	0,112829	0,113860	0,114899	0,115945	0,116999
38	0,118061	0,119130	0,120207	0,121291	0,122384	0,123484	0,124592	0,125709	0,126833	0,127965
39	0,129106	0,130254	0,131411	0,132576	0,133750	0,134931	0,136122	0,137320	0,138528	0,139743
40	0,140968	0,142,201	0,143443	0,144694	0,145954	0,147222	0,148500	0,149787	0,151083	0,152388
41	0,153702	0,155205	0,156348	0,157700	0,159052	0,160414	0,161785	0,163165	0,164556	0,165956
42	0,167366	0,168786	0,170216	0,171656	0,173106	0,174566	0,176037	0,177518	0,179009	0,180511
43	0,182024	0,183547	0,185080	0,186625	0,188180	0,189746	0,191324	0,192912	0,194511	0,196122
44	0,197744	0,199377	0,201022	0,202678	0,204346	0,206026	0,207717	0,209420	0,211135	0,212863

Πίνακας 1: Συνάρτηση της εξελιγμένης Από βιβλιογραφία [38]

Ομάδα υλικού	Σύμβολο υλικού κατά DIN (παλαιό)	Σκληρότητα του τροχού στην επιφάνεια N/mm ²	Δυναμική αντοχή	
			στον πόδα σε επαναλαμβανόμενο φορτίο σ_{FE} N/mm ²	σε πίεση επιφάνειας σ_{He} N/mm ²
Χυτοσίδηρος με δισκοειδή γραφίτη	GG-20	1800 HB	80	300
	GG25	2200 HB	110	360
Χυτοσίδηρος με σφαιροειδή γραφίτη	GGG-40	1800 HB	370	370
	GGG-60	2500 HB	450	490
	GGG-80	3200 HB	500	610
Μαύρος μαλακτός χυτοσίδηρος	GTS-35	1500 HB	330	320
	GTS-65	2200 HB	410	460
Χυτοχάλυβες	GS-52	1600 HB	280	320
	GS-60	1750 HB	320	380
Χάλυβες κατασκευών	St50	1600 HB	320	370
	St60	1900 HB	350	430
	St70	2080 HB	510	460
Βελτιωμένοι χάλυβες	C45	1850 HV10	410	530
	34CrMo4	2700 HV10	520	530
	42CrMo4	3000 HV10	570	600
	34CrNiMo6	3100 HV10	610	630
Βελτιωμένοι χάλυβες, βαμμένοι με φλόγα ή επαγωγικά	C45	4200 HV10	620	710
	16MnCr5	5600 HV10	650	770
	42CrMo4	6100 HV10	680	830
	34Cr4	6500 HV10	900	1350
Βελτιωμένοι χάλυβες εναζωτομένοι	42CrMo4	5500 HV10	770	1070
	16MnCr5	5500 HV10	810	1100
	31CrMoV9	7800 HV10	840	1230
Χάλυβες επιφανειακής βαφής	16MnCr5	7200 HV10	860	1470
	15CrNi6	7200 HV10	920	1490
	17CrNiMo6	7400 HV10	1000	1510

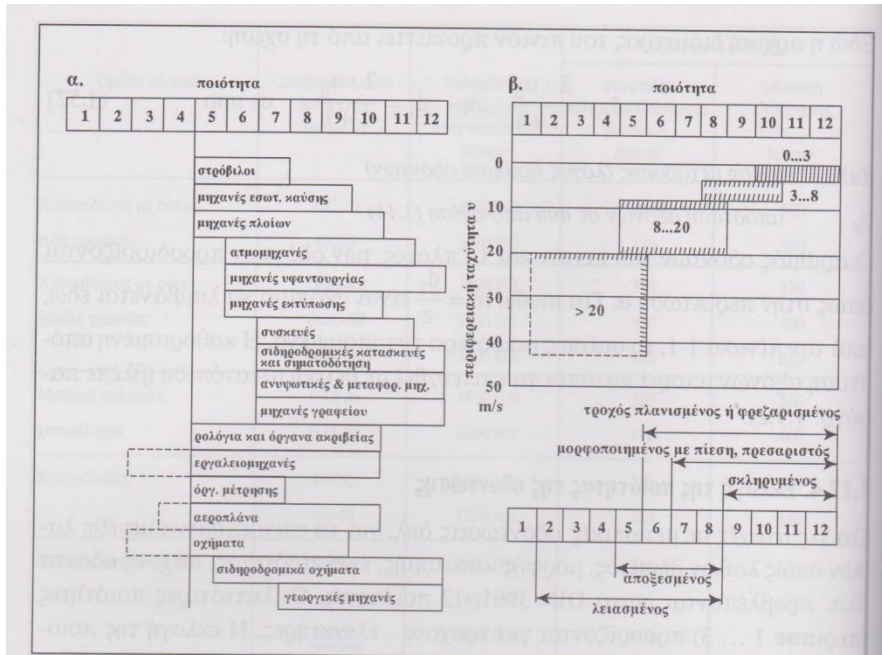
Πίνακας 2: Όρια θραύσης " σ_{FE} " και πίεσης επιφάνειας " σ_{He} " για υλικά οδοντωτών τροχών. Από βιβλιογραφία [38]

Τροχός 1		Τροχός 2		
Υλικό	Μέτρο ελαστικότητας N/mm ²	Υλικό	Μέτρο ελαστικότητας N/mm ²	Z _M √N/mm ²
Χάλυβας	206000	Χάλυβας	206000	189,8
		Χυτοχάλυβας	202000	188,9
		Χυτοσίδηρος με σφαιροειδή γραφίτη	173000	181,4
		Χυτός κασσιτερούχος ορείχαλκος	103000	155,0
		Κασσιτερούχος ορείχαλκος	113000	159,8
		Χυτοσίδηρος με δισκοειδή γραφίτη (φαιός χυτοσίδηρος)	έως 126000 έως 118000	έως 165,4 έως 162,0
Χυτοχάλυβας	202000	Χυτοχάλυβας	202000	188,0
		Χυτοσίδηρος με σφαιροειδή γραφίτη	173000	180,5
		Χυτοσίδηρος με δισκοειδή γραφίτη (φαιός χυτοσίδηρος)	118000	161,4
Χυτοσίδηρος με σφαιροειδή γραφίτη	173000	Χυτοσίδηρος με σφαιροειδή γραφίτη	173000	173,9
		Χυτοσίδηρος με δισκοειδή γραφίτη (φαιός χυτοσίδηρος)	118000	156,6
Χυτοσίδηρος με δισκοειδή γραφίτη (φαιός χυτοσίδηρος)	126000 έως 118000	Χυτοσίδηρος με δισκοειδή γραφίτη (φαιός χυτοσίδηρος)	118000	146,0 έως 143,7
Χάλυβας	206000	Σκληρό πλέγμα με ν = 0,5	7850 i.M.	56,4

Πίνακας 3: Συντελεστής υλικού "Z_M". Από βιβλιογραφία [38]

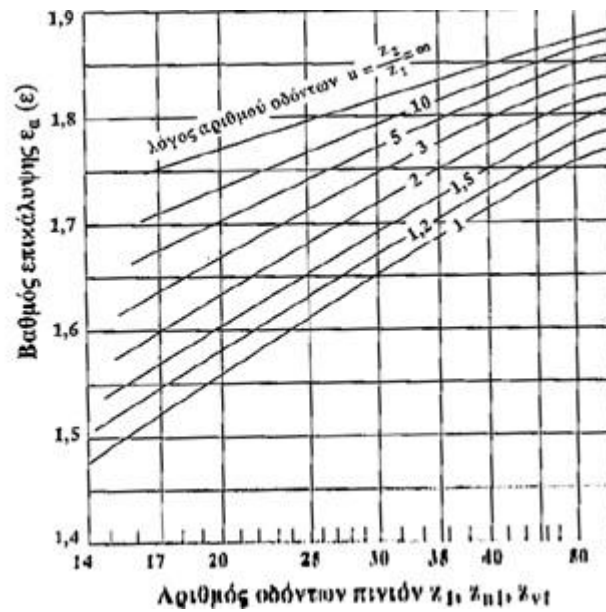
Εργομηχανή	Κινητήρια μηχανή		
	Ομοιόμορη κίνηση	Ελαφρές κρούσεις	Κρούσεις μέσου μεγέθους
<p>Λειτουργία ομοιόμορη π.χ.</p> <p>Πομπές, μειωτήρες πρόωσης, μεταφορικές παμπές, ελαφρά αναβατώρια και βαρούλκα, συμπυκνωτήρες και συμπιεστές, αναδευτήρες και αναμικτήρες για υλικά με ομοιόμορη πακτικότητα.</p>	1,0 (1,25)	1,25 (1,5)	1,5 (1,75)
<p>Λειτουργία με μέτριες κρούσεις π.χ.</p> <p>Κλίμακες μεταδόσεις κίνησης σε εργαλειομηχανές, βαριά αναβατώρια, συστήματα περιστροφής πασσάλων, ανεμιστήρες ορυχείων, αναδευτήρες και αναμικτήρες για υλικά με ακανόνιστη πακτικότητα, εμβολοφόρες αντλίες με πολλούς εκκέντρους, αντλίες διανομής.</p>	1,25 (1,5)	1,5 (1,75)	1,75 (2,0)
<p>Λειτουργία με ισχυρές κρούσεις, π.χ.</p> <p>Διατρητικά - διαμορφωτικά μηχανήματα, φράδια, ζυμωτήρια ελαστικού, μηχανές κλάστρον και μεταλλουργείων, εκκακαφείς με πτύο, βαριές κεντροφόγες, βαριές αντλίες διανομής.</p>	1,75 (2,0)	2,0 (2,25)	2,25 (2,5)

Πίνακας 4: Συντελεστής εφαρμογής "k_a". Από βιβλιογραφία [38]

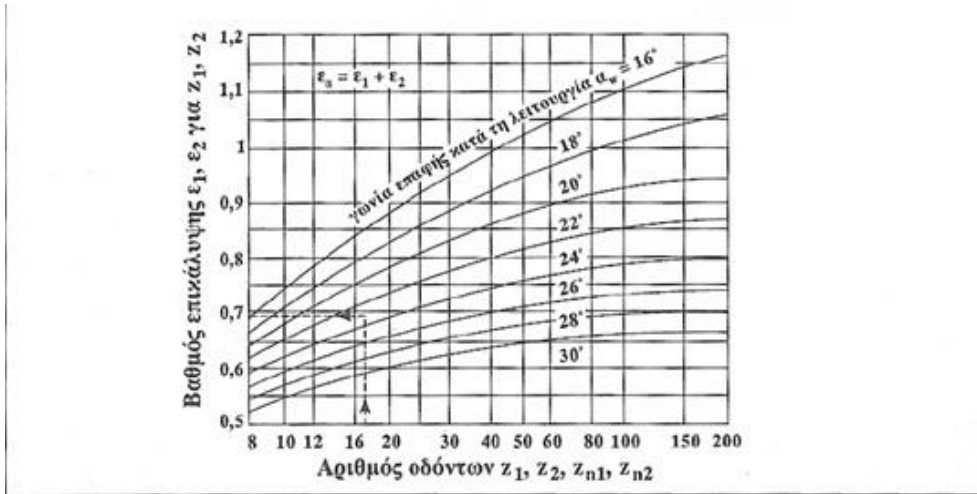


Πίνακας 5: Ποιότητα οδόντωσης (Π.Ο.Α.) συνάρτηση της εφαρμογής. Από βιβλιογραφία [38]

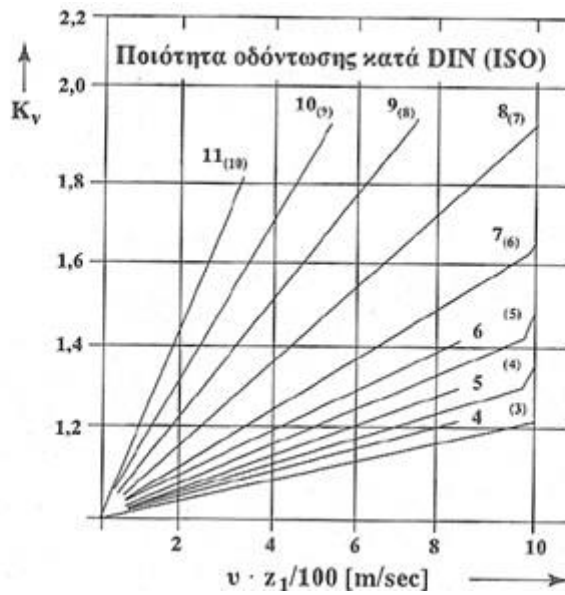
3.4.4 ΣΧΗΜΑΤΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΩΝ



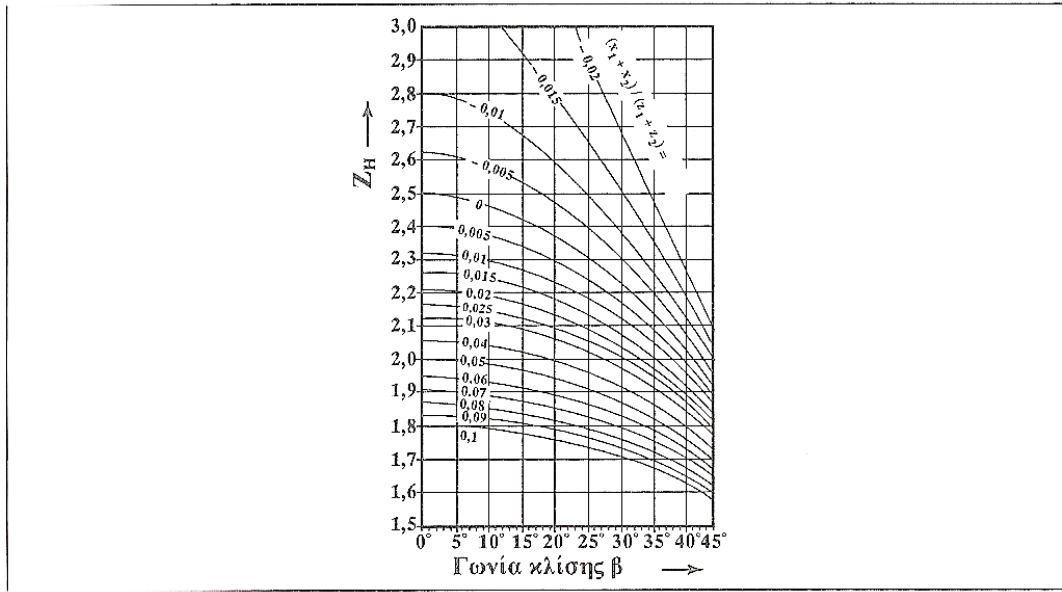
Σχήμα 1: Υπολογισμός βαθμού επικάλυψης "εa" για τροχούς χωρίς μετατόπιση. Από βιβλιογραφία [38]



Σχήμα 2: Υπολογισμός βαθμού επικάλυψης "εα" για τροχούς με μετατόπιση. Από βιβλιογραφία [38]



Σχήμα 3: Συντελεστής δυναμικών καταπονήσεων "kv" για ευθεία οδόντωση. Από βιβλιογραφία [38]



Σχήμα 4: Συντελεστής ζώνης "Z_H". Από βιβλιογραφία [38]

3.5. ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

Στο υποκεφάλαιο αυτό παρουσιάζονται τα σημαντικότερα αποτελέσματα από την ανάλυση των ιδιοσυχνοτήτων για $x = 0$ και $x = 0,5$, με σκοπό την απεικόνιση των διαφοροποιήσεων που επιφέρει μια εφαρμοζόμενη δύναμη στις ιδιοσυχνότητες του οδόντα ενός οδοντωτού τροχού.

Από τους πίνακες 1,2,4,5,6 και 7 δημιουργούνται οι παρακάτω πίνακες, με σκοπό την απεικόνιση των διαφορών στις ιδιοσυχνότητες "f" του οδόντα ενός οδοντωτού τροχού συναρτήσει της εφαρμοζόμενης δύναμης "F".

				ΠΕΡΙΠΤΩΣΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΦΟΡΤΙΣΗ (S/G.1 - 6)			ΠΕΡΙΠΤΩΣΕΙΣ ΜΕ ΦΟΡΤΙΣΗ (S/G.19 - 24)		
A/A	m (mm)	b (mm)	Ψ_m	f ₁ (Hz)	f ₂ (Hz)	f ₃ (Hz)	f ₁ (Hz)	f ₂ (Hz)	f ₃ (Hz)
S/G.1/19	2	10	5	108226,24	133472,80	135741,73	108223,08	133471,98	135739,16
S/G.2/20	2	20	10	109333,15	116746,99	138728,28	109329,59	116743,48	138724,55
S/G.3/21	2	30	15	113314,41	116091,58	126207,48	113310,97	116088,03	126204,2
S/G.4/22	5	25	5	43291,24	53379,49	54305,34	43289,98	53379,16	54304,11
S/G.5/23	5	50	10	44633,39	51744,88	63918,89	44631,92	51773,49	63918,46
S/G.6/24	5	75	15	45465,54	46597,32	50330,38	45465,1	46595,88	50328,95

Πίνακας 10: Για $x = 0$ χωρίς και με φόρτιση

				ΠΕΡΙΠΤΩΣΕΙΣ ΧΩΡΙΣ ΦΟΡΤΙΣΗ (S/G.7 - 12)			ΠΕΡΙΠΤΩΣΕΙΣ ΜΕ ΦΟΡΤΙΣΗ (S/G.25 - 30)		
A/A	m (mm)	b (mm)	Ψ_m	f ₁ (Hz)	f ₂ (Hz)	f ₃ (Hz)	f ₁ (Hz)	f ₂ (Hz)	f ₃ (Hz)
S/G.7/25	2	10	5	134073,58	137431,45	159264,72	134072,5	137431,1	159263,7
S/G.8/26	2	20	10	134829,77	140864,61	153224,61	134828,6	140863,4	153224,2
S/G.9/27	2	30	15	135455,45	137704,95	146547,17	135454,5	137704	146546,2
S/G.10/28	5	25	5	53635,39	54956,40	63696,83	53634,91	54956,22	63696,4
S/G.11/29	5	50	10	53975,63	56456,70	61317,43	53975,26	56456,32	61317,32
S/G.12/30	5	75	15	54240,68	55116,75	58580,38	54240,27	55116,32	58579,94

Πίνακας 11: Για $x = 0,5$ χωρίς και με φόρτιση

Παρατήρηση 4: Με βάση τους παραπάνω πίνακες παρατηρείται ότι οι διαφορές των ιδιοσυχνοτήτων "f" για περιπτώσεις με και χωρίς φόρτιση είναι πάρα πολύ μικρές. Αυτό μπορεί να δικαιολογηθεί από το μικρό μέτρο της δύναμης "F" η οποία είναι ανάλογη της μηχανικής αντοχής του υλικού. Δηλαδή, για υλικό μικρής αντοχής (στην περίπτωση μας μαλακός χάλυβας) συνεπάγεται μικρή δύναμη "F", με αποτέλεσμα να υπάρχει και μικρή διαφοροποίηση στις τιμές των ιδιοσυχνοτήτων "f".

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4^ο

Σκοπός του κεφαλαίου αυτού αυτό είναι η σύγκριση της δομής της παρούσας εργασίας με αντίστοιχες άλλων μελετητών οδοντωτών τροχών. Για το λόγο αυτό όλη η έρευνα επικεντρώθηκε στην εύρεση διεθνών εργασιών σχετικές με "**Modal analysis**".

Η κατάληξη της παραπάνω έρευνας ήταν η εύρεση εικοσιπέντε συνολικά διεθνών εργασιών οι οποίες είναι σχετικές με το αντικείμενο της πτυχιακής μας. Από αυτές ξεχωρίστηκαν **τρεις** οι οποίες είχαν τα περισσότερα κοινά με την πτυχιακή μας εργασία και αναλύθηκαν περαιτέρω με σχόλια, παρατηρήσεις, σχήματα, διαγράμματα και συγκρίσεις, στα υποκεφάλαια **4.1.** , **4.2.** και **4.3.**

Έπειτα, στα υποκεφάλαια **4.4.** έως **4.11.** αναφέρονται όλες οι υπόλοιπες εργασίες (βιβλιογραφίες [4] έως [25]) οι οποίες αναλύονται παρακάτω:

- [5], [7], [8], [11], [14], [19], [20], [21], [22], [25] → Διεθνείς εργασίες σχετικές με την "**δόνηση**".
- [6], [8], [9], [10], [12], [15], [16], [20] → Διεθνείς εργασίες σχετικές με την "**ιδιοσυχνότητα**".
- [8], [13], [20], [22], [23] → Διεθνείς εργασίες σχετικές με την "**αντοχή**" και την "**ακαμψία**".
- [4], [9], [12], [18] → Διεθνείς εργασίες σχετικές με την "**δυναμική συμπεριφορά**".
- [10], [11], [17] → Διεθνείς εργασίες σχετικές με τον "**θόρυβο**".
- [5], [17] → Διεθνείς εργασίες σχετικές με την "**θραύση**".
- [21], [22] → Διεθνείς εργασίες σχετικές με "**ασύμμετρη γεωμετρία**" και "**κατασκευαστικά σφάλματα**".
- [4], [24] → Διεθνείς εργασίες σχετικές με "**φορτία**".

Σημείωση: Αναφέρεται ότι κάθε φορά, για την δημιουργία της εκάστοτε **νοηματικής ενότητας** επιλέχθηκαν οι διεθνείς εργασίες οι οποίες είναι σχετικές με αυτήν έστω κατά ένα **μέρος** τους. Αυτό σημαίνει ότι μια διεθνής εργασία μπορεί να μιλάει για παραπάνω από ένα αντικείμενα. Π.χ. η [8] είναι σχετική με "δόνηση", με "ιδιοσυχνότητα" και με "αντοχή - ακαμψία".

4.1. ΔΙΕΘΝΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑ [1]: NONLINEAR DYNAMIC MODELING OF GEAR SHAFT DISK BEARING SYSTEMS USING FINITE ELEMENTS AND DESCRIBING FUNCTIONS

Συνοπτική περιγραφή

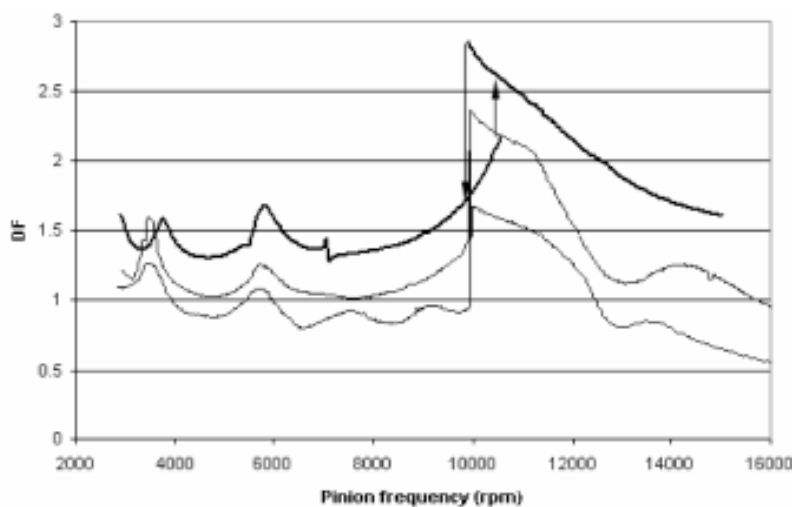
Σκοπός αυτής της διεθνούς εργασίας είναι η απεικόνιση της μηχανικής συμπεριφοράς του οδόντα ενός οδοντωτού τροχού μέσω υπολογισμού και απεικόνισης **δυναμικών** και **στατικών** φορτίων συναρτήσει των ιδιοσυχνοτήτων του.

Γεωμετρικά χαρακτηριστικά

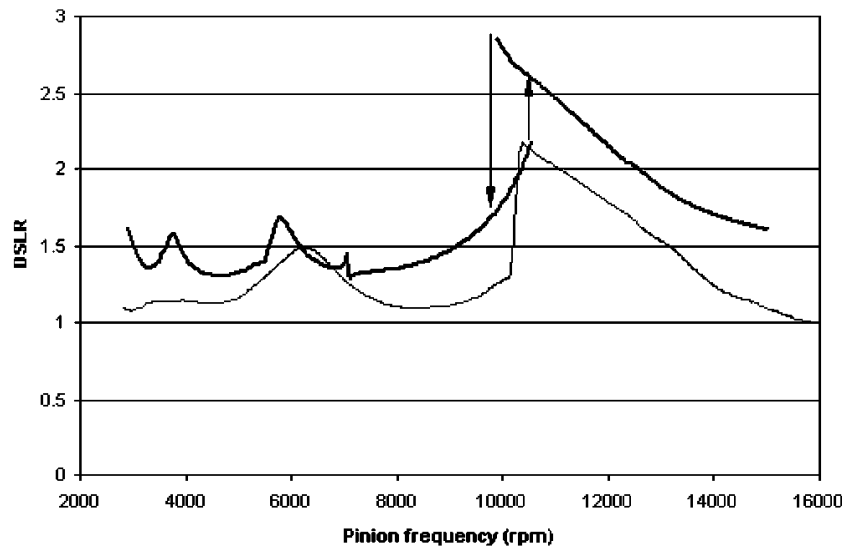
Pinion
$m = 4\text{mm}$
$Z = 25$
ratio = 1,56
$b = 15\text{mm}$
$d = 100\text{mm}$

Όλα τα παραπάνω γεωμετρικά χαρακτηριστικά στο συγκεκριμένο άρθρο μηχανολογικού σχεδιασμού δίνουν συγκεκριμένες τιμές ιδιοσυχνοτήτων "f" συναρτήσει 2 διαφορετικών μεγεθών. Το "DF" και του "DSL", όπου: **DF** = Dynamic Factor (Δυναμικός παράγοντας) όπου: **DSL** = Dynamic to Static Load Ratio (Λόγος δυναμικού προς το στατικό φορτίο).

Τα δυο διαγράμματα που απεικονίζουν την συμπεριφορά των ιδιοσυχνοτήτων ακολουθούν παρακάτω:



Διάγραμμα 13: Δυναμικοί παράγοντες "DF" συναρτήσει των ιδιοσυχνοτήτων "f" του πινιόν



Διάγραμμα 14: Λόγος δυναμικού προς το στατικό φορτίο "DSLIR" συναρτήσει των ιδιοσυχνοτήτων "f" του πινιόν

Συμπέρασμα

Από το 1ο διάγραμμα παρατηρείται ότι για **δυναμικό** φορτίο παρουσιάζεται **μεγάλη** διαφοροποίηση στις τιμές των ιδιοσυχνοτήτων. Αυτό επαληθεύεται από το 2ο, λόγω της **μικρής** σχετικά μεταβολής του **στατικού** φορτίου, λόγω της έντονης ομοιότητας των χαρακτηριστικών καμπυλών στα δυο διαγράμματα.

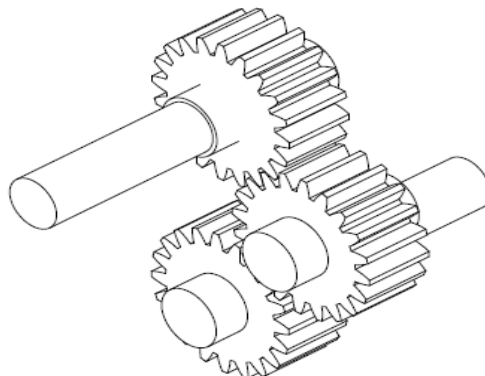
4.2. ΔΙΕΘΝΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑ [2]: MODAL AND STRESS ANALYSIS OF GEAR TRAIN DESIGN IN PORTAL AXLE USING FINITE ELEMENT MODELING AND SIMULATION

Συνοπτική περιγραφή

Σκοπός αυτής της διεθνούς εργασίας είναι η απεικόνιση της διαφοροποίησης των τιμών των ιδιοσυχνοτήτων του πινιόν συναρτήσει της άσκησης φορτίου, σε ένα σύστημα πινιόν - τροχού με έναν ενδιάμεσο τροχό, το οποίο συμμετέχει σε ένα σύστημα μετάδοσης κίνησης.

Γεωμετρικά χαρακτηριστικά

Pinion
m = 4mm
Z = 25
ratio = 1,56
b = 15mm
d = 100mm



Εικόνα 16: Σχηματική απεικόνιση της διάταξης των οδοντωτών τροχών. Από βιβλιογραφία [2]

Πίνακας ιδιοσυχνοτήτων

Χωρίς φόρτιση	Με φόρτιση
1868,7	1866,3
1869,7	1867,2

Συμπέρασμα

Όταν ασκούμε **εξωτερικές φορτίσεις** σε έναν οδοντωτό τροχό τότε η **ιδιοσυχνότητα** του **μειώνεται** ελάχιστα, κάτι που επαληθεύει την μελέτη μας στο πρόγραμμα Inventor.

4.3. ΔΙΕΘΝΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑ [3]: DESIGN AND MODAL ANALYSIS OF SPUR GEAR WITH EXPERIMENTAL VERIFICATION

Συνοπτική περιγραφή

Σκοπός αυτής της διεθνούς εργασίας είναι η ανάλυση των ιδιοσυχνοτήτων ενός ζεύγους οδοντωτών τροχών (Modal Analysis) και εν συνεχεία η αλλαγή του υλικού για την απεικόνιση των διαφοροποιήσεων στις ιδιοσυχνότητες αυτές.

Γεωμετρικά χαρακτηριστικά

Pinion
$m = 1,85\text{mm}$
$Z = 19$
$b = 9,842\text{mm}$
$d = 35,15\text{mm}$

Στο Διεθνές αυτό άρθρο για τα παραπάνω γεωμετρικά χαρακτηριστικά δίνονται μόνο οι ιδιοσυχνότητες του "f₁". Όπως είναι λογικό, για τρία διαφορετικά υλικά προκύπτουν και τρεις διαφορετικές ιδιοσυχνότητες. Όλα αυτά παρουσιάζονται παρακάτω (για το πινιόν):

A/A	Ιδιοσυχνότητες f ₁ (Hz)	Υλικό
1	30850	EN196
2	30908	EN9
3	31367	EN353

Συμπέρασμα

Παρατηρείται ότι συναρτήσει της αύξησης της **σκληρότητας** ή την μείωση της ολκιμότητας του υλικού του οδοντωτού τροχού, αυξάνεται και η **ιδιοσυχνότητα** του.

4.4. ΔΟΝΗΣΗ ΣΕ ΟΔΟΝΤΩΤΟΥΣ ΤΡΟΧΟΥΣ

Το υποκεφάλαιο αυτό αναφέρεται σε διεθνείς εργασίες δονήσεων για οδοντωτούς τροχούς οι οποίοι δημιουργούνται από παράγοντες όπως: 1) τα κατασκευαστικά σφάλματα, 2) η μικρογεωμετρία, 3) οι μεγάλες ταχύτητες περιστροφής, 4) τα μεγάλα φορτία κλπ.

Συνοπτική περιγραφή

Παρακάτω ακολουθεί η συνοπτική περιγραφή της εκάστοτε διεθνής βιβλιογραφίας, ως προς την νοηματική ενότητα της "δόνησης" η οποία αναλύεται στο υποκεφάλαιο αυτό.

- [5] Αλληλοσύνδεση της θραύσης με τα επίπεδα δόνησης του υλικού.
- [7] Ανάλυση επιπέδων δόνησης. Προσπάθεια επαλήθευσης θεωρητικών με πειραματικά δεδομένα.
- [8] Απεικόνιση δονήσεων σε έναν οδοντωτό τροχό.
- [11] Μελέτη παραγόντων αστοχίας, όπως η δόνηση κλπ.
- [14] Μελέτη δονήσεων. Πως αυτές επηρεάζουν το πείραμα.
- [19] Βελτίωση συστήματος οδοντωτών τροχών μέσω της μείωσης των δονήσεων λόγω περιστροφής.
- [20] Ανάλυση επιπέδων δόνησης σε στατικές και δυναμικές προσομοιώσεις.
- [21] Πως η μικρογεωμετρία επηρεάζει τα επίπεδα της δόνησης.
- [22] Πως η κατασκευή επηρεάζει τα επίπεδα της δόνησης.
- [25] Απεικόνιση των δονήσεων με σκοπό την βελτιστοποίηση της επιφάνειας των οδοντωτών τροχών.

Συνοπτική ανάλυση

Απ' ότι μπορεί να φανεί και παραπάνω οι διεθνείς εργασίες [5], [7], [19], [20], [21] και [22] εστιάζουν στην ανάλυση των επιπέδων δόνησης σε έναν ή ένα σύστημα οδοντωτών τροχών, με σκοπό την δημιουργία χρήσιμων συμπερασμάτων, τα οποία αφορούν κυρίως την αλληλοσύνδεση θεωρητικών και πειραματικών τιμών σχετικές με την αντοχή και την γεωμετρία της εκάστοτε περίπτωσης.

Ομοίως, οι διεθνείς εργασίες [11] και [14] μελετούν την συσχέτιση των επιπέδων δόνησης σε ένα πείραμα και κατά πόσο αυτά μπορούν να επηρεάσουν ένα σύστημα οδοντωτών τροχών στο να αστοχήσει.

Τέλος, οι διεθνείς εργασίες [8] και [25] εστιάζουν περισσότερο στην απεικόνιση των δονήσεων σε οδοντωτούς τροχούς, με την τελευταία σκοπό της να έχει την βελτιστοποίηση της κατασκευής.

4.5. ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΑ ΟΔΟΝΤΩΤΩΝ ΤΡΟΧΩΝ

Το υποκεφάλαιο αυτό αναφέρεται σε διεθνείς εργασίες ιδιοσυχνοτήτων για οδοντωτούς τροχούς.

Συνοπτική περιγραφή

Παρακάτω ακολουθεί η συνοπτική περιγραφή της εκάστοτε διεθνής βιβλιογραφίας, ως προς την νοηματική ενότητα της "ιδιοσυχνότητας" η οποία αναλύεται στο υποκεφάλαιο αυτό.

[6] Ανάλυση ιδιοσυχνοτήτων σε συστήματα μετάδοσης κίνησης. Θεωρητική και πειραματική συσχέτιση

[8] Συσχέτιση της ακαμψίας, των τάσεων φόρτισης και των ιδιοσυχνοτήτων σε έναν οδοντωτό τροχό.

[9] Θεωρητική ανάλυση ιδιοσυχνοτήτων σε συστήματα μετάδοσης κίνησης.

[10] Θεωρητική ανάλυση μη γραμμικής συμπεριφοράς ιδιοσυχνοτήτων σε ζεύγος οδοντωτών τροχών.

[12] Συσχέτιση των δημιουργούμενων τάσεων και των ιδιοσυχνοτήτων σε σύστημα πλανητικού μηχανισμού.

[15] Ανάλυση ιδιοσυχνοτήτων για χαμηλές σχέσεις μετάδοσης.

[16] Θεωρητική και πειραματική ανάλυση μη γραμμικής συμπεριφοράς ιδιοσυχνοτήτων σε σύστημα ατράκτου-εδράνου-οδοντωτού τροχού.

[20] Συσχέτιση δόνησης - ιδιοσυχνότητας μέσω στατικής και δυναμικής προσομοίωσης.

Συνοπτική ανάλυση

Απ' ότι μπορεί να φανεί και παραπάνω οι διεθνείς εργασίες [6], [9] και [15] εστιάζουν κυρίως στην ανάλυση των ιδιοσυχνοτήτων οδοντωτών τροχών σε συστήματα μετάδοσης κίνησης. Σημειώνεται ότι [6] κάνει και θεωρητική και πειραματική ανάλυση.

Ομοίως, οι διεθνείς εργασίες [10] και [16] αναλύουν μη γραμμικές συμπεριφορές ιδιοσυχνοτήτων, για ζεύγος οδοντωτών τροχών και για σύστημα ατράκτου-εδράνου-οδοντωτού τροχού αντίστοιχα.

Τέλος, οι διεθνείς εργασίες [8] και [20] συσχετίζουν την ιδιοσυχνότητα με παράγοντες όπως η ακαμψία του υλικού όπως επίσης και τα επίπεδα δόνησης, μέσω προσομοίωσης με πεπερασμένα στοιχεία.

4.6. ΑΚΑΜΨΙΑ - ΑΝΤΟΧΗ

Το υποκεφάλαιο αυτό αναφέρεται σε διεθνείς εργασίες σχετικές με την ακαμψία και την αντοχή οδοντωτών τροχών.

Συνοπτική περιγραφή

Παρακάτω ακολουθεί η συνοπτική περιγραφή της εκάστοτε διεθνής βιβλιογραφίας, ως προς την νοηματική ενότητα της "ακαμψίας - αντοχής" η οποία αναλύεται στο υποκεφάλαιο αυτό.

[8] Ανάλυση της ακαμψίας σε έναν οδοντωτό τροχό

[13] Συσχέτιση χρόνου - ακαμψίας για το υλικό.

[20] Ανάλυση δονήσεων συναρτήσει της ακαμψίας του υλικού.

[22] Πως επηρεάζει την αντοχή του κάθε οδόντα ο παράγοντας του χρόνου.

[23] Διαφοροποίηση της αντοχής συναρτήσει του αριθμού οδόντων ενός οδοντωτού τροχού.

Συνοπτική ανάλυση

Απ' ότι μπορεί να φανεί και παραπάνω οι διεθνείς εργασίες [8], [13] και [20] εστιάζουν στην ανάλυση της ακαμψίας για υλικά οδοντωτών τροχών. Πιο συγκεκριμένα οι [13] και [20] συσχετίζουν την ακαμψία συναρτήσει του χρόνου και του επιπέδου των δονήσεων αντίστοιχα.

Ομοίως, οι διεθνείς εργασίες [22] και [23] μελετούν περιπτώσεις αντοχής για υλικά οδοντωτών τροχών. Πιο συγκεκριμένα, η [22] συμπεριλαμβάνει στην μελέτη της την επίδραση του χρόνου στον οδόντα (κόπωση), ενώ η [23] αντίστοιχα συμπεριλαμβάνει στην δική της μελέτη την διαφοροποίηση της αντοχής συναρτήσει του αριθμού των οδόντων του οδοντωτού τροχού.

4.7. ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑ

Το υποκεφάλαιο αυτό αναφέρεται σε διεθνείς εργασίες σχετικές με την δυναμική συμπεριφορά των οδοντωτούς τροχούς.

Συνοπτική περιγραφή

Παρακάτω ακολουθεί η συνοπτική περιγραφή της εκάστοτε διεθνής βιβλιογραφίας, ως προς την νοηματική ενότητα της "δυναμικής συμπεριφοράς" η οποία αναλύεται στο υποκεφάλαιο αυτό.

[4] Ανάλυση της δυναμικής συμπεριφοράς ζεύγους οδοντωτών τροχών με τη μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων. Ανάλυση δυναμικών παραγόντων, σφαλμάτων και φορτίων.

[9] Εκτίμηση του παράγοντα της ιδιοσυχνότητας μέσω δυναμικής ανάλυσης σε συστήματα μετάδοσης κίνησης οδοντωτών τροχών.

[12] Ανάλυση δυναμικής συμπεριφοράς σε πλανητικό σύστημα μετάδοσης κίνησης. Παρουσίαση ιδιοσυχνοτήτων σε διαγράμματα ανάλογα με την τάση φόρτισης.

[18] Μέσω δυναμικής ανάλυσης σε οδοντωτούς τροχούς, σκοπός είναι η έρευνα μη αρμονικών κινηματικών παραγόντων που επηρεάζουν την ομαλή λειτουργία τους.

Συνοπτική ανάλυση

Απ' ότι παρατηρείται, όλες οι παραπάνω διεθνείς εργασίες είναι σχετικές με την ανάλυση της δυναμικής συμπεριφοράς των οδοντωτών τροχών με τη μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων.

Πιο συγκεκριμένα, η [18] αναφέρεται σε μεμονωμένους οδοντωτούς τροχούς, η [4] σε περιπτώσεις ζεύγους οδοντωτών τροχών, η [12] σε περιπτώσεις πλανητικών συστημάτων και η [9] σε ένα ολικό σύστημα μετάδοσης κίνησης.

Στις εργασίες αυτές επίσης αναφέρονται παράγοντες όπως: οι ιδιοσυχνότητες, οι τάσεις φόρτισης, κατασκευαστικά σφάλματα κλπ.

4.8. ΘΟΡΥΒΟΣ ΣΕ ΟΔΟΝΤΩΤΟΥΣ ΤΡΟΧΟΥΣ

Το υποκεφάλαιο αυτό αναφέρεται σε διεθνείς εργασίες σχετικές με τον θόρυβο σε οδοντωτούς τροχούς.

Συνοπτική περιγραφή

Παρακάτω ακολουθεί η συνοπτική περιγραφή της εκάστοτε διεθνής βιβλιογραφίας, ως προς την νοηματική ενότητα του "θορύβου" η οποία αναλύεται στο υποκεφάλαιο αυτό.

[10] Προσομοίωση επιπέδων θορύβου ζεύγους οδοντωτών τροχών σε πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων. Πόσο επηρεάζει στην αστοχία.

[11] Μελέτη θορύβου σε ταχύστροφους οδοντωτούς τροχούς. Πόσο επηρεάζει στην αστοχία.

[17] Προσομοίωση επιπέδων θορύβου κιβωτίου ταχυτήτων σε πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων. Πόσο επηρεάζει στην αστοχία.

Συνοπτική ανάλυση

Απ' ότι παρατηρείται, όλες οι παραπάνω διεθνείς εργασίες είναι σχετικές με την προσομοίωση των επιπέδων θορύβου σε οδοντωτούς τροχούς με τη μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων. Οι εργασίες αυτές σκοπό τους έχουν να αναδείξουν το πόσο επηρεάζει ο θόρυβος την αστοχία του υλικού των οδοντωτών τροχών.

Πιο συγκεκριμένα, η [10] αναφέρεται σε περιπτώσεις ζεύγους οδοντωτών τροχών, η [17] σε περιπτώσεις μελέτης όλου του κιβωτίου ταχυτήτων και η [11] σε περιπτώσεις ταχύστροφων οδοντωτών τροχών.

4.9. ΘΡΑΥΣΗ ΟΔΟΝΤΩΤΩΝ ΤΡΟΧΩΝ

Το υποκεφάλαιο αυτό αναφέρεται σε διεθνείς εργασίες σχετικές με την θραύση των οδοντωτών τροχών.

Συνοπτική περιγραφή

Παρακάτω ακολουθεί η συνοπτική περιγραφή της εκάστοτε διεθνής βιβλιογραφίας, ως προς την νοηματική ενότητα της "θραύσης" η οποία αναλύεται στο υποκεφάλαιο αυτό.

[5] Προσομοίωση θραύσης σε έναν οδοντωτό τροχό με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων.

[17] Μελέτη περιπτώσεων θραύσης οδοντωτών τροχών σε κιβώτιο ταχυτήτων. Εκτίμηση παραγόντων που προκαλούν αστοχία και προσομοίωση αυτών με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων.

Συνοπτική ανάλυση

Απ' ότι παρατηρείται, όλες οι παραπάνω διεθνείς εργασίες είναι σχετικές με την προσομοίωση της θραύσης οδοντωτών τροχών, με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων.

Πιο συγκεκριμένα, η [5] αναφέρεται σε μεμονωμένους οδοντωτούς τροχούς σε καθαρά θεωρητικό επίπεδο, ενώ η [17] στην πειραματική μελέτη όλου του κιβωτίου ταχυτήτων και εν συνεχεία στην θεωρητική επαλήθευση με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων.

4.10. ΑΣΥΜΜΕΤΡΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ - ΚΑΤΑΣΚΕΥΑΣΤΙΚΑ ΣΦΑΛΜΑΤΑ

Το υποκεφάλαιο αυτό αναφέρεται σε διεθνείς εργασίες σχετικές με την ασύμμετρη γεωμετρία οδοντωτών τροχών η οποία σχετίζεται με τα κατασκευαστικά σφάλματα τους.

Συνοπτική περιγραφή

Παρακάτω ακολουθεί η συνοπτική περιγραφή της εκάστοτε διεθνής βιβλιογραφίας, ως προς την νοηματική ενότητα της "ασύμμετρης γεωμετρίας" και των "κατασκευαστικών σφαλμάτων" η οποία αναλύεται στο υποκεφάλαιο αυτό.

[21] Πως η ασύμμετρη γεωμετρία στους οδόντες επηρεάζει την διάρκεια ζωής του οδοντωτού τροχού.

[22] Ανάλυση κατασκευαστικών σφαλμάτων που προκαλούν παραμορφώσεις στον οδόντα. Πως αυτά οδηγούν σε αστοχία συναρτήσσει του παράγοντα του χρόνου.

Συνοπτική ανάλυση

Απ' ότι παρατηρείται, οι παραπάνω διεθνείς εργασίες είναι σχετικές με την ασύμμετρη γεωμετρία οδοντωτών τροχών η οποία οφείλεται σε μεγάλο βαθμό σε κατασκευαστικά σφάλματα κατά τον σχεδιασμό τους.

Πιο συγκεκριμένα, η [21] αναλύει το πως επιδρά στην διάρκεια ζωής του οδοντωτού τροχού η ασύμμετρη γεωμετρία, ενώ η [22] το πόσο πιθανό είναι με το πέρασμα του χρόνου να οδηγηθεί σε αστοχία ο οδόντας συναρτήσσει συγκεκριμένων κατασκευαστικών σφαλμάτων.

4.11. ΕΦΑΡΜΟΖΟΜΕΝΟ ΦΟΡΤΙΟ

Το υποκεφάλαιο αυτό αναφέρεται σε διεθνείς εργασίες σχετικές με το εφαρμοζόμενο φορτίο που ασκείται στους οδόντες των οδοντωτών τροχών.

Συνοπτική περιγραφή

Παρακάτω ακολουθεί η συνοπτική περιγραφή της εκάστοτε διεθνής βιβλιογραφίας, ως προς την νοηματική ενότητα του "φορτίου" η οποία αναλύεται στο υποκεφάλαιο αυτό.

[4] Πως επηρεάζει το φορτίο την δυναμική συμπεριφορά ενός ζεύγους οδοντωτών τροχών.

[24] Ελαχιστοποίηση των αποκλίσεων που προκαλεί ένα μεγάλο φορτίο σε εμπλεκόμενους οδόντες με χρήση της μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων.

Συνοπτική ανάλυση

Απ' ότι παρατηρείται, οι παραπάνω διεθνείς εργασίες είναι σχετικές με το εφαρμοζόμενο φορτίο στους εμπλεκόμενους οδόντες των οδοντωτών τροχών, το οποίο οφείλεται κατά κύριο λόγο στις δημιουργούμενες δυνάμεις σε αυτούς λόγω της περιστροφής του οδοντωτού τροχού, ή σε εξωτερικούς παράγοντες (π.χ. ανύψωση φορτίου κλπ).

Πιο συγκεκριμένα, η [4] αναλύει το πως επιδρά στην δυναμική συμπεριφορά ενός ζεύγους οδοντωτών τροχών η εφαρμογή φορτίων, ενώ η [24] το κατά πόσο ελαχιστοποιούνται οι αποκλίσεις σε οδόντες συναρτήσει της εφαρμογής μεγάλων φορτίων.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5^ο

Συμπέρασμα 1: Παρατηρήθηκε ότι για $m = 2\text{mm}$ κάθε φορά (για περιπτώσεις χωρίς φόρτιση) οι τιμές των ιδιοσυχνοτήτων είναι μεγαλύτερες από τις αντίστοιχες για $m = 5\text{mm}$. Από αυτό συμπεραίνουμε ότι η **αύξηση του modul "m"** ($m = \frac{d}{Z}$), όπου για σταθερό αριθμό οδόντων "Z" ($Z = 20$) σημαίνει **αύξηση της διαμέτρου "d", συνεπάγεται και μείωση των ιδιοσυχνοτήτων "f"**.

Συμπέρασμα 2: Όπως ήδη αναφέρθηκε στο και στο 1^ο συμπέρασμα, ισχύει ότι για αύξηση του modul "m" ($m = 2\text{mm} \rightarrow m = 5\text{mm}$) συνεπάγεται και **αύξηση της διαμέτρου "d"**, κάτι που σημαίνει ότι όλες οι διαμέτροι για $m = 5\text{mm}$ θα είναι μεγαλύτεροι ($\uparrow d$) από τις αντίστοιχες για $m = 2\text{mm}$. Αν σε αυτό συμπεριλάβουμε και την βαθμιαία **αύξηση του πλάτους "b"** ($\uparrow b$) για τις περιπτώσεις όπου έχουμε $m = 5\text{mm}$, τότε σύμφωνα με την σχέση (σχ. 12, σελ 37) θα ισχύει ότι συναρτήσει της αύξησης των "d", "b" συνεπάγεται και αντίστοιχη **αύξηση ($\uparrow F$) των συνολικών δυνάμεων "F"**. Για το λόγο αυτό κάθε φορά οι "F" είναι **μεγαλύτερες** στις περιπτώσεις που έχουμε $m = 5\text{mm}$.

Συμπέρασμα 3: Γενικά παρατηρήθηκε και στην διαδικασία του 'Modal analysis' αλλά και στην έρευνα για διεθνείς εργασίες (πιο συγκεκριμένα στην [2]), ότι για εφαρμογή φορτίου επέρχεται σχετικά μικρή μείωση της ιδιοσυχνότητας "f" του υλικού του οδοντωτού τροχού. Το προηγούμενο συμπέρασμα αναλύει ότι λόγω υλικού χαμηλής αντοχής είχαμε και μικρές παραγόμενες δυνάμεις "F", κάτι που με τη σειρά του μας κάνει να συμπεράνουμε ότι συναρτήσει της **αύξησης του εφαρμοζόμενου φορτίου ($\uparrow F$)** συνεπάγεται και **μείωση των ιδιοσυχνοτήτων ($\downarrow f$)** των οδοντωτών τροχών.

Συμπέρασμα 4: Με βάση την (σχ. 12, σελ 37) παρατηρείται ότι όσο πιο χαμηλή η **αντοχή** του υλικού τόσο πιο μικρή και η συνολική **δύναμη "F"**. Από αυτό συμπεραίνεται ότι συναρτήσει της **αύξησης της αντοχής** ενός υλικού ($\uparrow \sigma_{HI}$), για τα ίδια γεωμετρικά χαρακτηριστικά (d, Z, b, i_{12} κλπ) δημιουργούνται μεγαλύτερες δυνάμεις "F" ($\uparrow F$) και κατ' επέκταση μικρότερες ιδιοσυχνότητες.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6^ο

- [1] Dogruer, C.U., Özgüven, H.N., 2003. Nonlinear Dynamic Modeling of Gear-Shaft-Disk-Bearing Systems Using Finite Elements and Describing Functions. (https://www.researchgate.net/profile/Cu_Dogruer/publication/233856349_Nonlinear_Dynamic_Modeling_of_Gear_-_Shaft_-_Disk_-_Bearing_Systems_Using_Finite_Elements_and_Describing_Functions/links/02e7e53b580b472e3a000000.pdf)
- [2] JongBoon Oo, Xin Wang, ChingSeong Tan, Jee-Hou Ho, Ying Pio Lim, 2011. Modal and stress analysis of gear train design in portal axle using finite element modeling and simulation. (http://www.j-mst.org/On_line/admin/files/31-J2011-1308_cr.pdf)
- [3] Miss.Nilofar H Pathan, Dr. Vikrama Singh, Prof.P.P.Shreshtha, 2014. Design and Modal Analysis of Spur Gear with Experimental Verification. (http://www.ijesrt.com/issues%20pdf%20file/Archives-2014/December-2014/36_Design%20and%20Modal%20Analysis%20of%20Spur%20Gear%20with%20Experimental%20Verification.pdf)
- [4] Tamminana, V. K., Kahraman, A., Vijayakar, S., 2005. A STUDY OF THE RELATIONSHIP BETWEEN THE DYNAMIC FACTOR AND THE DYNAMIC TRANSMISSION ERROR OF SPUR GEAR PAIRS. (<http://ansol.us/Publications/TamminanaKahramanDETC2005.pdf>)
- [5] Chen, Z., 2011. Dynamic simulation of spur gear with tooth root crack propagating along tooth width and crack depth. (https://www.researchgate.net/profile/Zaigang_Chen/publication/251666877_Dynamic_simulation_of_spur_gear_with_tooth_root_crack_propagating_along_tooth_width_and_crack_depth/links/54f15a490cf2f9e34efe0839.pdf)
- [6] Fred K. Choy, Yeefeng E Ruan, James J. Zakrajsek, Fred B. Oswald, 1992. Modal Simulation of Gearbox Vibration With Experimental Correlation. (<http://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/19920022241.pdf>)
- [7] Purusharth, P., Killol, K., Nikunj, M., 2014. EXPERIMENTAL TESTING FOR MODAL ANALYSIS OF HELICAL GEAR. (<http://piserjournal.org/wp-content/uploads/2014/11/V16-095-097.pdf>)
- [8] K. J. HUANG, T. S. LIU, 1999. DYNAMIC ANALYSIS OF A SPUR GEAR BY THE DYNAMIC STIFFNESS METHOD. (<https://ir.nctu.edu.tw/bitstream/11536/30392/1/000088125400009.pdf>)

- [9] Özgüven, H.N., 1988. Mathematical models used in gear dynamics—a review. *J Sound Vib*.
(https://www.researchgate.net/profile/H_Oezgueven/publication/223881609_Mathematical_models_used_in_gear_dynamics_a_review._J_Sound_Vib/links/02e7e51b63d9ee0c34000000.pdf)
- [10] A. Kahraman, R. Singh, 1989. NON-LINEAR DYNAMICS OF A SPUR GEAR PAIR.
(https://adl.engineering.osu.edu/sites/adl.osu.edu/files/uploads/J042_Kahraman%20and%20Singh_JSV_1990.pdf)
- [11] Özgüven, H.N., D. R. Houser, 1987. Dynamic analysis of high speed gears by using loaded static transmission error.
(https://www.researchgate.net/profile/H_Oezgueven/publication/223762393_Dynamic_analysis_of_high_speed_gears_by_using_loaded_static_transmission_error/links/0deec51b8c61c9ecdc000000.pdf)
- [12] A. Kahraman, A.A. Kharazi, M. Umrani, 2002. A deformable body dynamic analysis of planetary gears with thin rims.
(<http://ansol.us/Publications/KahramanKharaziJSV2003.pdf>)
- [13] A. Kahraman, R. Singh, 1990. INTERACTIONS BETWEEN TIME-VARYING MESH STIFFNESS AND CLEARANCE NON-LINEARITIES IN A GEARED SYSTEM.
(https://adl.engineering.osu.edu/sites/adl.osu.edu/files/uploads/J048_Kahraman%20and%20Singh_JSV_1991.pdf)
- [14] Tan, C.K., Irving, P., Mba, D., 2007. A comparative experimental study on the diagnostic and prognostic capabilities of Acoustics Emission, Vibration and Spectrometric Oil Analysis for spur gears.
(<https://dspace.lib.cranfield.ac.uk/bitstream/1826/1467/1/Diagnostic%20and%20prognostic%20capabilities-oil%20analysis-spur%20gears-2007.pdf>)
- [15] Lin, H.H., Townsend, D.P., Oswald, F.B., 1988. Profile Modification to Minimize Spur Gear Dynamic Loading.
(<http://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/19870019485.pdf>)
- [16] A. Kahraman, R. Singh, 1989. NON-LINEAR DYNAMICS OF A GEARED ROTOR-BEARING SYSTEM WITH MULTIPLE CLEARANCES.
(https://adl.engineering.osu.edu/sites/adl.osu.edu/files/uploads/J047_Kahraman%20and%20Singh_JSV_1991.pdf)

- [17] Tian, Z., Zuo, M.J., Wu, S., 2009. Crack propagation assessment for spur gears using model-based analysis and simulation.
(http://users.encs.concordia.ca/~tian/index_files/Papers/Paper_JIMS_Gearbox.pdf)
- [18] A. Al-shyyab, A. Kahraman, 2003. Non-linear dynamic analysis of a multi-meshgear train using multi-term harmonic balance method: sub-harmonic motions.
(<https://eis.hu.edu.jo/deanshipfiles/pub10484423.pdf>)
- [19] Barbier, M., Pellicano, F., 2007. Optimum profile modifications of spur gears by means of genetic algorithms [WWW Document].
(https://www.researchgate.net/profile/Francesco_Pellicano/publication/223625214_Optimum_profile_modifications_of_spur_gears_by_means_of_genetic_algorithms/links/00b7d516273121210d000000.pdf)
- [20] Mark, W.D., 1977. Analysis of the vibratory excitation of gear systems: Basic theory.
(http://chamilo2.grenet.fr/inp/courses/ENSE3A35EMIAAX0/document/BE_Analyse_spectrale_2013-2014/Mark1978_GearModel.pdf)
- [21] Kapelevich, A., 1998. Geometry and design of involute spur gears with asymmetric teeth. (<http://www.akgears.com/pdf/asymmetric.pdf>)
- [22] Pellicano, F., 2007. Non-smooth dynamics of spur gears with manufacturing errors.
(https://www.researchgate.net/profile/Francesco_Pellicano/publication/222275172_Non-smooth_dynamics_of_spur_gears_with_manufacturing_errors/links/02e7e51de9f2e314f6000000.pdf)
- [23] Parker, R.G., 2002. Mesh Stiffness Variation Instabilities in TwoStage Gear.
(https://www.researchgate.net/profile/Robert_Parker8/publication/240114548_Mesh_Stiffness_Variation_Instabilities_in_Two-Stage_Gear/links/0c96051c9b73f674b4000000.pdf)
- [24] Coy, J.J., Chao, C.H.-C., 1981. A Method of Selecting Grid Size to Account for Hertz Deformation in Finite Element Analysis of Spur Gears.
(<http://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/19810018987.pdf>)
- [25] Samani, F.S., Pellicano, F., 2011. Dynamic optimization of spur gears. Mech Mach Theor.
(https://www.researchgate.net/profile/Francesco_Pellicano/publication/233904653_Dynamic_optimization_of_spur_gears/links/548dd4880cf2d1800d841f19.pdf)

- [26] Wikipedia, 2016. Modal analysis. (https://en.wikipedia.org/wiki/Modal_analysis)
- [27] Χατζόπουλος, Κ., 2005. Βιομηχανικά - Γρανάζια - Αλυσίδες - Γρανάζια. (<http://www.e-hatzopoulos.gr/>)
- [28] Μήλεσης, Ι., 2006. Κατασκευές γранаζιών. (<http://milesis.com.gr/products.html>)
- [29] Εικόνα επαφής οδόντων κατά το modal analysis. (<http://inpressco.com/wp-content/uploads/2013/12/Paper882104-2107.pdf>)
- [30] Λογότυπο του Inventor. (<http://creators.camp/ss2015-autodesk-inventor/>)
- [31] Λογότυπο του Solidworks. (https://en.wikipedia.org/wiki/File:SolidWorks_Logo.svg)
- [32] Wikipedia, 2013. Ιδιοσυχνότητα. (<https://el.wikipedia.org/wiki/Ιδιοσυχνότητα>)
- [33] Εικόνα φθίνουσας ταλάντωσης. (http://apellis-fysiki.blogspot.gr/2012/10/blog-post_7250.html)
- [34] Εικόνα σώματος που εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση. (http://ylikonet.blogspot.gr/2009/10/blog-post_08.html)
- [35] Εικόνα απλού εκκρεμούς. (http://physiclessons.blogspot.gr/2011/12/4_4704.html)
- [36] Ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα. (https://el.wikipedia.org/wiki/Ιδιοτιμές_και_ιδιοδιανύσματα)
- [37] Εικόνα προσομοίωσης ταλάντωσης. (http://www.g-physics.com/2012/07/blog-post_05.html)
- [38] Στεργίου, Ι.Κ., Στεργίου, Κ.Ι., 2002. Στοιχεία Μηχανών ΙΙ - Μετάδοση Κίνησης. Σύγχρονη Εκδοτική, Ελλάδα.

[39] Ζήσος, Α.Α., 2006. Φυσική Ι - Μηχανική - Θερμότητα. Σύγχρονη Εκδοτική, Ελλάδα.

[40] Ιωάννου, Α., Ντάνος, Ι., Πήττας, Ά., Ράπτης, Σ., 1999. Φυσική Γ' Γενικού Λυκείου Θετικής & Τεχνολογικής Κατεύθυνσης. Ελλάδα.