м 814

Α.Τ.Ε.Ι. ΠΕΙΡΑΙΑ ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΙΑΣ

# ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ «ΕΛΕΓΧΟΣ ΑΤΡΑΚΤΟΥ ΣΕ ΣΥΝΘΕΤΗ ΚΑΤΑΠΟΝΗΣΗ ΜΕ ΔΙΑΒΑΘΜΙΣΗ ΚΑΙ ΣΦΗΝΑΥΛΑΚΑ»



ΣΠΟΥΔΑΣΤΕΣ ΑΝΔΡΕΟΥ ΑΝ ΑΛΛΑ ΜΟΥΡΣ ΥΠΕΥΘΥΝΟΣΙΩ

• BIBAIOGHKH • TEI ПЕІРАІА

# ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

# 1. – ΕΙΣΑΓΩΓΗ

- $1.1-\Pi EPI\Gamma PA\Phi H \,\Theta EMATO\Sigma$
- 1.2 ΣΥΝΤΟΜΗ ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ
- $1.3 \Sigma TO XO \Sigma TH \Sigma EP \Gamma A \Sigma I A \Sigma$

# 2. -ΜΕΘΟΔΟΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΤΑΣΕΩΝ ΕΓΚΟΠΩΝ

- $2.1 ME\ThetaO\Delta O\Sigma$  THUM
- $2.2 ME\ThetaO\Delta O\Sigma$  PETERSEN
- 2.3 ΜΕΘΟΔΟΣ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ

# 3. – ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΜΟΝΤΕΛΟΥ

# 4. – ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΣΕ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ

## 5. – ΕΙΔΗ ΚΑΤΑΠΟΝΗΣΕΩΝ

5.1 ΚΑΤΑΠΟΝΗΣΗ ΣΕ ΚΑΜΨΗ

5.1.1 КАТАПОNН <br/> ТА ΣЕ КАМ ΨΗ ΜΕ ΦΟΡΤΙΣΗ ΣΤΗ ΔΙΑΒΑΘΜΙΣΗ

5.1.2 ΚΑΤΑΠΟΝΗΣΗ ΣΕ ΚΑΜΨΗ ΜΕ ΦΟΡΤΙΣΗ ΣΤΗ ΣΦΗΝΑΥΛΑΚΑ

5.2 ΚΑΤΑΠΟΝΗΣΗ ΣΕ ΣΤΡΕΨΗ

5.2.1.ΚΑΤΑΠΟΝΗΣΗ ΣΕ ΣΤΡΕΨΗ ΜΕ ΦΟΡΤΙΣΗ ΡΟΠΗΣ ΣΤΗ ΜΕΓΑΛΗ ΔΙΑΜΕΤΡΟ ΤΗΣ ΑΤΡΑΚΤΟΥ ΚΑΙ ΠΑΚΤΩΣΗ ΣΤΗ ΣΦΗΝΑΥΛΑΚΑ. 5.2.2. ΚΑΤΑΠΟΝΗΣΗ ΣΕ ΣΤΡΕΨΗ ΜΕ ΦΟΡΤΙΣΗ ΡΟΠΗΣ ΣΤΗ ΠΕΡΙΟΧΗ ΤΗΣ ΣΦΗΝΑΥΛΑΚΑΣ ΚΑΙ ΠΑΚΤΩΣΗ ΣΤΗΝ ΑΚΡΗ ΤΗΣ ΑΤΡΑΚΤΟΥ (ΜΕΓΑΛΗ ΔΙΑΜΕΤΡΟΣ).

5.3 ΣΥΝΘΕΤΗ ΚΑΤΑΠΟΝΗΣΗ ΣΕ ΣΤΡΕΨΗ ΚΑΙ ΚΑΜΨΗ

5.3.1 ΠΑΚΤΩΣΗ ΣΤΗΝ ΜΕΓΑΛΗ ΔΙΑΜΕΤΡΟ ΦΟΡΤΙΑ ΚΑΜΨΗΣ ΣΤΗ ΔΙΑΒΑΘΜΙΣΗ ΚΑΙ ΡΟΠΗΣ ΣΤΗ ΜΙΚΡΗ ΔΙΑΜΕΤΡΟ.

5.3.2 ΠΑΚΤΩΣΗ ΣΤΙΣ ΠΑΡΙΕΣ ΤΗΣ ΣΦΗΝΑΥΛΑΚΑΣ ΦΟΡΤΙΑ ΚΑΜΨΗΣ ΣΤΗ ΔΙΑΒΑΘΜΙΣΗ ΚΑΙ ΡΟΓΙΗΣ ΣΤΗ ΜΕΓΑΛΗ ΔΙΑΜΕΤΡΟ.

5.3.3. ΠΑΚΤΩΣΗ ΣΤΑ ΑΚΡΑ ΤΙΣ ΑΤΡΑΚΤΟΥ , ΦΟΡΤΙΑ ΚΑΜΤΙΚΗ ΔΥΝΑΜΗ ΣΤΗ ΔΙΑΒΑΘΜΙΣΗ ΚΑΙ ΣΤΡΕΠΤΙΚΗ ΔΥΝΑΜΗ ΣΤΗ ΣΦΗΝΑΥΛΑΚΑ.

5.3.4. ΠΑΚΤΩΣΗ ΣΤΑ ΑΚΡΑ ΤΙΣ ΑΤΡΑΚΤΟΥ , ΦΟΡΤΙΑ ΚΑΜΤΙΚΗ ΔΥΝΑΜΗ ΚΑΙ ΣΤΡΕΠΤΙΚΗ ΔΥΝΑΜΗ ΣΤΗ ΣΦΗΝΑΥΛΑΚΑ.

#### 6. – ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ – ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

#### 7. – ΠΕΡΙΛΗΨΗ

#### 8. – ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

#### 1. – ΕΙΣΑΓΩΓΗ

#### 1.1 – ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΘΕΜΑΤΟΣ

Κατά το σχεδιασμό μιας μηχανολογικής κατασκευής είναι συνήθως σχεδόν αναπόφευκτη η χρήση εγκοπών τόσο για κατασκευαστικούς, όσο και για λειτουργικούς λόγους. Με τον γενικό όρο εγκοπή ορίζεται κάθε γεωμετρική ανομοιομορφία ενός στοιχείου, όπως είναι όλων των μορφών αυλάκια, οι οπές, οι εσοχές, οι προεξοχές, οι διαβαθμίσεις κλπ.. Οι εγκοπές αυξάνουν τοπικά την καταπόνηση του υλικού με αποτέλεσμα αυτό να παρουσιάζει τάσεις μεγαλύτερες από αυτές που υπολογίζονται βάσει της θεωρητικής αντοχής υλικών. Πιο συγκεκριμένα στις εγκοπές έχουμε συγκέντρωση τάσεων. Ο αναλυτικός υπολογισμός των αυξημένων αυτών τάσεων δεν είναι εύκολος και για το λόγο αυτό η εκτίμησή τους γίνεται κυρίως με τη βοήθεια της πειραματικής αντοχής των υλικών και της τασεομετρίας.

Τόσο η θεωρητική όσο και η πειραματική διερεύνηση της επιρροής των εγκοπών στην καταπόνηση των στοιχείων παραμένει σε συνεχή εξέλιξη. Η ανάπτυξη των υπολογιστών σε συνεργασία με την πρόοδο της τεχνολογίας των μετρητικών διατάξεων έχουν οδηγήσει σε μια σαφέστερη εικόνα των τάσεων που αναπτύσσονται στις περιοχές των εγκοπών. Η ανάπτυξη τάσεων σε περιοχές εγκοπών για διάφορα είδη φόρτισης και για τις συνηθέστερες μορφές εγκοπών παρουσιάζονται ευρέως στη βιβλιογραφία με τη μορφή ποιοτικών διαγραμμάτων.

Μεγάλο ενδιαφέρον παρουσιάζεται στην αλληλεπίδραση των εγκοπών, δηλαδή στον τρόπο με τον οποίο κατανέμονται οι τάσεις σε ένα στοιχείο που φέρει εγκοπές, ανάλογα με την μεταξύ τους θέση και αυτό είναι και το θέμα το οποίο θα μελετήσουμε.

#### 1.2 – ΣΥΝΤΟΜΗ ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ

Το πρόβλημα της εμφάνισης τάσεων μεγαλύτερων από των αναμενόμενων σε μηχανολογικές κατασκευές υπό δυναμική φόρτιση είχε διαπιστωθεί από νωρίς όταν οι άξονες στα βαγόνια των τρένων έσπαγαν σε χρονικό διάστημα πολύ μικρότερο από το αναμενόμενο . Το πρόβλημα αναλύθηκε αρχικά από τον γερμανό μηχανικό Wöhler το 1860. Ο Wöhler διαπίστωσε ότι η θραύση των αξόνων οφειλόταν στο φαινόμενο της κόπωσης .

Ο ίδιος ερευνητής μετά από σειρά πειραματικών μετρήσεων σε φορτισμένους άξονες, κατέληξε στο συμπέρασμα ότι το όριο αντοχής των υλικών που φορτίζονται σε δυναμική καταπόνηση είναι μικρότερο από το αυτό που προσδιορίζεται από το πείραμα εφελκυσμού. Ο ίδιος πρότεινε την καμπύλη δυναμικής θραύσεως όπως αυτή φαίνεται στο σχήμα 1



Σχήμα 1. Καμπύλη δυναμικής θραύσεως κατά Wöhler

Για την απόκτηση της καμπύλης Wöhler πρέπει σειρά δοκιμίων να υποβληθεί σε συμμετρική εναλλασσόμενη φόρτιση κατά την οποία η μέγιστη τάση που θα αναπτυχθεί να κυμαίνεται μεταξύ μιας μέγιστης θετικής  $+\sigma_a$  και μιας ελάχιστης αρνητικής  $-\sigma_a$  ενώ η μέση τιμή να είναι  $\sigma_m=0$ . Στην περίπτωση που τα δοκίμια καταπονηθούν με τιμές  $\sigma_a$  μεγαλύτερες από το όριο δυναμικής αντοχής  $\sigma_D$  τότε το υλικό βρίσκεται στην περιοχή κόπωσης και άρα μετά από ένα πλήθος φορτίσεων Ν, το οποίο είναι αντιστρόφως ανάλογο της  $\sigma_a$  θα παρουσιαστεί δυναμική θραύση. Μετά από σειρά πειραματικών μετρήσεων σε πλήθος φορτίσεων προκύπτει κατά προσέγγιση η καμπύλη του σχήματος 1. Για τιμές φόρτισης  $\sigma_D$  μικρότερες ή ίσες της  $\sigma_a$  δεν υπάρχει κίνδυνος θραύσης των δοκιμίων ακόμη και πολύ μεγάλο αριθμό φορτίσεων Ν≥10<sup>7</sup>. Σε αυτή τη την περίπτωση το υλικό βρίσκεται στην περιοχή

Περισσότερο διεξοδική έρευνα συνεχίστηκε την περίοδο 1905 – 1925 κυρίως στον τομέα της αεροναυπηγικής . Την περίοδο αυτή πραγματοποιήθηκαν πειραματικές μετρήσεις περισσότερο σε πραγματικές μηχανολογικές κατασκευές και πολύ λιγότερο σε δοκίμια ή πειραματικές διατάξεις. Την ίδια χρονική περίοδο αναφέρθηκε για πρώτη φορά η έννοια της εγκοπής και το γενικό πρόβλημα της αύξησης των τάσεων σε περιοχές εγκοπών από τον γερμανό μηχανικό Heyn.

Συστηματική έρευνα συνεχίστηκε κυρίως από γερμανούς μηχανικούς την περίοδο 1925-1945. Το 1939 ο Thum επινόησε τον συντελεστή εγκοπής β<sub>κ</sub> καθώς έβγαλε το συμπέρασμα ότι η γεωμετρία ενός φορτισμένου τεμαχίου παίζει καθοριστικότερο ρόλο στην τελική του αντοχή από ότι το ίδιο το υλικό . Ο ίδιος σε σειρά εργασιών του παρουσίασε διαγράμματα προσδιορισμού του συντελεστή μορφής α<sub>κ</sub> για μεγάλο πλήθος εγκοπών, ενώ συγχρόνως παρουσίασε και μια μέθοδο για τον υπολογισμό της δυναμικής αντοχής τεμαχίου με εγκοπή. Η συνεισφορά του Thum ήταν καθοριστική αφού η μέθοδος που ο ίδιος ανέπτυξε είναι σε χρήση ακόμη και σήμερα.

Από τον δεύτερο παγκόσμιο πόλεμο και έπειτα η έρευνα συνεχίστηκε σε τομείς όπως η αεροναυπηγική, η αυτοκινητοβιομηχανία, οι συγκολλήσεις και η ναυπηγία. Μεγάλος αριθμός ερευνητών επηρεασμένοι κυρίως από τη δουλειά του Thum έκαναν σειρά πειραματικών μετρήσεων ώστε να γίνει το φαινόμενο περισσότερο κατανοητό. Σημαντικές ήταν οι εργασίες των Sigwart για λογαριασμό της Daimler-Benz, Erker για λογαριασμό της MAN και του Petersen. O Petersen διαχωρίζοντας πλήρως τα φαινόμενα της αντιστήριξης, της ευαισθησίας του υλικού και της αύξησης της τάσης στον πυθμένα μιας εγκοπής ανέπτυξε μια μέθοδο υπολογισμού δυναμικής αντοχής περισσότερο ακριβής από αυτήν του Thum .

Τα τελευταία χρόνια τόσο η επίδραση των εγκοπών όσο και το γενικότερο φαινόμενο της κόπωσης διερευνάται διεξοδικά από εταιρίες, πανεπιστήμια και ερευνητικούς φορείς. Η ανάπτυξη της τεχνολογίας των υπολογιστών έκανε δυνατή τη χρήση μεθόδων όπως αυτής των πεπερασμένων στοιχείων για τον ακριβέστερο υπολογισμό των κατασκευαστικών στοιχείων σε σύνθετες καταπονήσεις και με περίπλοκες γεωμετρίες.

#### $1.3 - \Sigma TO XO \Sigma TH \Sigma EP \Gamma A \Sigma IA \Sigma$

Στόχος της παρούσας εργασίας είναι η μελέτη της αλληλεπίδρασης που εμφανίζεται μεταξύ δύο εγκοπών με τη βοήθεια της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων. Ο στόχος μας δεν είναι να υπολογίσουμε μόνο τους συντελεστές μορφής ακ η τους συντελεστές εγκοπής βκ και τις μέγιστες τάσεις, ο στόχος μας είναι να μελετήσουμε πως κατανέμονται οι τάσεις ανάλογα με την απόσταση που απέχουν μεταξύ τους οι εγκοπές. Οι εγκοπές που επιλέχθηκε να αναλυθούν είναι μια διαβάθμιση με καμπυλότητα και μια σφηναυλακα κατασκευασμένες σε άτρακτο. Αρχικά, θα σχεδιαστούν οι δύο μορφές εγκοπών με τη βοήθεια τρισδιάστατου σχεδιαστικού λογισμικού (SolidWorks). Σε επόμενο βήμα θα μελετηθεί η ανάπτυξη των τάσεων στην περιοχή κάθε εγκοπής για φόρτιση του δοκιμίου σε κάμψη, στρέψη και σε σύνθετη καταπόνηση στρέψης και κάμψης με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων. Στη συνέχεια θα μελετήσουμε την αλληλεπίδραση των εγκοπών δηλαδή την ανάπτυξη των τάσεων στις εγκοπές αλλάζοντας κάθε φορά την μεταξύ τους απόσταση επάνω στην άτρακτο. Η αποτίμηση της αλληλεπίδρασης των εγκοπών σε σχέση με την εκάστοτε φόρτιση θα γίνει μέσω διαγραμμάτων της μέγιστης τάσης και της απόστασης των εγκοπών.

#### 2. -ΜΕΘΟΔΟΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΤΑΣΕΩΝ ΕΓΚΟΠΩΝ

Από την θεωρητική αντοχή των υλικών είναι γνωστό ότι αν μια λεία ράβδος ορθογωνικής διατομής κατασκευαστεί από ομοιογενές και ισότροπο υλικό για το οποίο ισχύει απολύτως ο νόμος του Hooke, τότε σε περίπτωση στατικής εφελκυστικής φόρτισης η κατανομή των τάσεων σε μια διατομή της Ε-Ε' θα είναι ισομερής όπως φαίνεται και στο σχήμα 2α.



Σχήμα 2. Κατανομή στατικών εφελκυστικών τάσεων σε ράβδο ορθογωνικής διατομής α) χωρίς εγκοπή και β) με εγκοπή

Η τιμή της σταθερής αυτής ονομαστικής τάσης σ<sub>z</sub> συμβολίζεται γενικά σ<sub>ov</sub> και υπολογίζεται από τη σχέση (1)

$$\sigma_{ov} = \sigma_z = \frac{F}{A}$$
(1)

Αν στην ίδια ράβδο ορθογωνικής διατομής υπάρχουν δύο συμμετρικές εγκοπές όπως φαίνεται στο σχήμα 1β ενώ η διατομή Ε-Ε' παραμένει η ίδια τότε σε περίπτωση εφελκυστικής φόρτισης δημιουργείται υπερφόρτιση του υλικού στον πυθμένα των εγκοπών και εκφόρτιση του υλικού στο κεντρικό τμήμα της διατομής [1]. Η μέγιστη τάση ΕΒ στην ράβδο του σχήματος 2β ονομάζεται στατική τάση εγκοπής σ<sub>κ</sub> και υπολογίζεται από τη σχέση (2)

$$\sigma_{\kappa} = \alpha_{\kappa} \sigma_{o\nu} \ (2)$$

Στη σχέση (2) ο συντελεστής α<sub>κ</sub> ονομάζεται συντελεστής μορφής και εξαρτάται από τη μορφή και τις διαστάσεις της εγκοπής αλλά και από το είδος της φόρτισης Τελείως ανάλογα συμπεράσματα προκύπτουν στην περίπτωση που οι ράβδοι του σχήματος 2 υποβληθούν σε καμπτική φόρτιση όπως φαίνεται στο σχήμα 3



Σχήμα 3. Κατανομή στατικών καμπτικών τάσεων σε ράβδο ορθογωνικής διατομής α) χωρίς εγκοπή και β) με εγκοπή

Στην περίπτωση που το υπό φόρτιση τεμάχιο παρουσιάζει κάποια εγκοπή στη διατομή του, τότε εκτός από την αύξηση της τάσης στον πυθμένα της εγκοπής, αυξάνεται στην ίδια θέση και η επιτρεπόμενη στατική αντοχή της διατομής σε σύγκριση με την αρχική στατική αντοχή του υλικού  $\sigma_{\rho}$ , ή  $\sigma_{0,2}$  για δοκίμιο χωρίς εγκοπές. Η αύξηση αυτή οφείλεται στο φαινόμενο της αντιστήριξης και λαμβάνεται υπόψη στους υπολογισμούς μέσω του συντελεστή στατικής αντιστήριξης δ. Ο συντελεστής δ είναι συνάρτηση της κρυσταλλικής δομής και της αρχικής στατικής αντοχής του υλικού, του είδους της φόρτισης, της μορφής της διατομής και της υλικού υπολογίζεται από τη σχέση (3)

$$\sigma_{e\pi} = \delta \sigma_z$$
 (3)

Ο προσδιορισμός του συντελεστή μορφής α<sub>κ</sub> είναι απαραίτητος για τον υπολογισμό τον τάσεων σε δοκίμια με εγκοπές. Σήμερα ο συντελεστής αυτός είναι υπολογισμένος για ένα πολύ μικρό αριθμό απλών μορφών εγκοπών και αυτό γιατί οι διαφορικές εξισώσεις που περιγράφουν την εντατική κατάσταση στην περιοχή της εγκοπής είναι τόσο πολύπλοκες που δεν έχει βρεθεί πλήρης μαθηματική λύση. Ποσοτικές αλλά και ποιοτικές τιμές του συντελεστή μορφής για τις συνηθέστερες μορφές εγκοπών έχουν προσδιορισθεί κυρίως πειραματικά και ισχύουν αποκλειστικά για την ελαστική περιοχή των υλικών. Στα σχήματα 4, 5, 6 παρουσιάζονται διαγράμματα συντελεστή μορφής για ράβδο κυκλικής διατομής με διαβάθμιση σε εφελκυστική, καμπτική και στρεπτική φόρτιση.



Σχήμα 4. Συντελεστής μορφής για εφελκυστική φόρτιση ράβδου κυκλικής διατομής με διαβάθμιση.



Σχήμα 5. Συντελεστής μορφής για καμπτική φόρτιση ράβδου κυκλικής διατομής με διαβάθμιση.



Σχήμα 6. Συντελεστής μορφής για στρεπτική φόρτιση ράβδου κυκλικής διατομής με διαβάθμιση.

Έχουν αναπτυχθεί αρκετές μέθοδοι για τον πειραματικό προσδιορισμό του συντελεστή μορφής. Οι γνωστότερες αυτών είναι η μέθοδος της φωτοελαστικότητας και η μέτρηση τάσεων με τη βοήθεια μηκυνσιομέτρων [6]. Η μέθοδος της φωτοελαστικότητας κάνει χρήση δοκιμίων από ειδικό υλικό όπως για παράδειγμα το Araldite το οποίο όταν φορτίζεται και παραμορφώνεται αποκτά διπλή διάθλαση. Στην κατάσταση αυτή το ειδικό αυτό υλικό αν φωτιστεί με μονοχρωματικό φως επιτρέπει το σχηματισμό σκοτεινών και φωτεινών γραμμώσεων συμβολής φωτός. Μελετώντας τη διάταξη και τον αριθμό των γραμμώσεων μπορεί να υπολογιστεί η τάση του υλικού σε οποιοδήποτε σημείο του ομοιώματος και να αναχθεί σε οποιοδήποτε σημείο του ομοιώματος και να αναχθεί σε οποιοδήποτε σημείο του οποίο βρίσκεται σε εντατική κατάσταση.



Σχήμα 7. Ανάλυση τάσεων με τη βοήθεια της μεθόδου της φωτοελαστικότητας

Κατά τη μέτρηση τάσεων με τη βοήθεια μηκυνσιομέτρων το πραγματικό δοκίμιο φορτίζεται σε συνθήκες ανάλογες με τις αναμενόμενες και με τη βοήθεια των μηκυνσιομέτρων γίνεται μέτρηση των πραγματικών τάσεων που αναπτύσσονται στην επιφάνεια του υλικού τη στιγμή της φόρτισης.

Τις τελευταίες δεκαετίες και με την εξέλιξη των ηλεκτρονικών υπολογιστών ο υπολογισμός των τάσεων σε κρίσιμες περιοχές των κατασκευών γίνεται με τη βοήθεια της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων. Ο υπολογισμός του συντελεστή μορφής παίζει καθοριστικό ρόλο στον υπολογισμό των τάσεων στις περιοχές των εγκοπών γιατί περιγράφει τη μορφή και τη διάσταση της εγκοπής. Στις επόμενες ενότητες ακολουθεί μια σύντομη ανάλυση των σημαντικότερων μεθόδων υπολογισμού των αναπτυσσόμενων τάσεων σε περιοχές εγκοπών για στατική και δυναμική φόρτιση. Οι μέθοδοι που θα αναλυθούν είναι αυτές των Thum και Petersen καθώς και η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων. Οι αναλυτικές μέθοδοι αυτές κάνουν εκτενή χρήση του συντελεστή μορφής ενώ η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων παρουσιάζεται ως διαδικασία υπολογισμού του συντελεστή μορφής.

#### $2.1 - ME\ThetaO\DeltaO\Sigma$ THUM

Η μέθοδος υπολογισμού δυναμικής αντοχής κατά THUM είναι ακόμη και σήμερα η περισσότερο εύχρηστη αλλά δίνει πριορισμένης ακρίβειας αποτελέσματα. Η μέθοδος στηρίζεται στα παρακάτω δύο μεγέθη

1. στον συντελεστή εγκοπής β<sub>κ</sub>

2. στον συντελεστή ευαισθησίας υλικού ηκ

Ο συντελεστής εγκοπής  $\beta_{\kappa}$ , ορίζεται ως ο λόγος του αρχικού ορίου δυναμικής αντοχής ( $\sigma_A$ )<sub>0</sub> του υλικού για δοκίμιο χωρίς εγκοπή προς το όριο δυναμικής αντοχής ( $\sigma_A$ )<sub>10</sub> ενός δοκιμίου με εγκοπή. Τα δύο δοκίμια εξ' ορισμού πρέπει να είναι από το ίδιο υλικό, να έχουν κυκλική διατομή, λεία επιφάνεια (δηλαδή τραχύτητα R<sub>t</sub>≤1 μm), διάμετρο d=10 mm και να καταπονούνται με το ίδιο είδος φόρτισης. Έτσι:

$$\beta_k = \frac{(\sigma_A)_0}{(\sigma_A)_{I0}}$$
(4)

Οι τιμές του αρχικού ορίου αντοχής των συνηθέστερων μηχανολογικών υλικών βρίσκονται εύκολα στη βιβλιογραφία. Ο συντελεστής εγκοπής β<sub>κ</sub> προσδιορίζεται κυρίως πειραματικά για την περίπτωση εναλλασσόμενης φόρτισης. Αν και το μέγεθος της μέσης τιμής της εναλλασσόμενης φόρτισης επιδρά στην τιμή του β<sub>κ</sub> η επίδραση αυτή θεωρείται αμελητέα. Η τιμή του β<sub>κ</sub> χρησιμοποιείται προσεγγιστικά για κάθε μορφή δυναμικής καταπόνησης. Ο συντελεστής ευαισθησίας υλικού η<sub>κ</sub> υπολογίζεται σύμφωνα με τη σχέση

$$\eta_k = \frac{\beta_\kappa - 1}{\alpha_\kappa - 1}$$
(5)

Ο η<sub>κ</sub> φαίνεται ότι εξαρτάται από το μέγεθος των συντελεστών εγκοπής β<sub>κ</sub> και μορφής α<sub>κ</sub>, άρα εξαρτάται από το υλικό, το είδος φόρτισης και τη μορφή και τη διάσταση της εγκοπής. Το μεγάλο πλήθος παραγόντων που καθορίζουν το συντελεστή ευαισθησίας υλικού κάνουν τον προσδιορισμό της τιμής του αρκετά δύσκολο. Ο συντελεστής ευαισθησίας προσδιορίζεται πειραματικά όπως φαίνεται στα διαγράμματα των σχημάτων 8 και 9.



Σχήμα 8. Συντελεστής ευαισθησίας η<sub>κb</sub> σε κάμψη ή εφελκυσμό για χάλυβα και ελατά κράματα αλουμινίου



Σχήμα 9. Συντελεστής ευαισθησίας η<sub>κb</sub> σε στρέψη για χάλυβα και ελατά κράματα αλουμινίου

Στα διαγράμματα παρουσιάζεται η μέση τιμή του συντελεστή ευαισθησίας για χάλυβα και ελατά κράματα αλουμινίου σαν συνάρτηση του ορίου θραύσεως, της ακτίνας καμπυλότητας ρ της εγκοπής και του είδους της φόρτισης. Από τα παραπάνω διαγράμματα που αναφέρονται σε όλκιμα υλικά προκύπτει ότι για μεγάλες ακτίνες καμπυλότητας ( $\rho$ >4 mm) μιας εγκοπής ο συντελεστής ευαισθησίας τείνει προς τη μονάδα. Επομένως, όταν σε ένα όλκιμο υλικό υπάρχουν αμφιβολίες για τις τιμές των η<sub>κ</sub> και β<sub>κ</sub> για να αυξηθεί η ασφάλεια του υπολογισμού αντοχής μπορεί να εκλεγεί η οριακή τιμή η<sub>κ</sub>=1 οπότε και β<sub>κ</sub>=α<sub>κ</sub>. Επίσης, στα ψαθυρά υλικά επειδή ο συντελεστής ευαισθησίας τείνει προς το μηδέν και καθώς δεν υπάρχουν πειραματικά δεδομένα για τη δημιουργία αντίστοιχων διαγραμμάτων μπορεί να εκλεγεί μια μέση τιμή η<sub>κ</sub>=0,25. Με γνωστό το συντελεστή ευαισθησίας υλικού η<sub>κ</sub> η σχέση (5) γράφεται:

$$\beta_{\kappa} = 1 + \eta_{\kappa} (\alpha_{\kappa} - 1)$$
(6)

Από την παραπάνω σχέση προκύπτει ότι όταν ένα υλικό είναι πολύ ευαίσθητο σε εγκοπές (η<sub>κ</sub>=1) τότε προκύπτει  $\beta_{\kappa}=\alpha_{\kappa}$ . Αντίστοιχα όταν ένα υλικό δεν παρουσιάζει ευαισθησία σε εγκοπές, τότε η<sub>κ</sub>=0 και  $\beta_{\kappa}=1$ .

Το επιτρεπόμενο όριο δυναμικής αντοχής μιας διατομής (σ<sub>A</sub>)<sub>επ</sub> κατά THUM προκύπτει από τη σχέση:

$$(\sigma_A)_{\varepsilon\pi} = (\sigma_A)_{I0} \beta_0 \beta_1 \beta_2$$
(7)

Στην παραπάνω σχέση ο  $\beta_0$  ονομάζεται συντελεστής μεγέθους, ο  $\beta_1$  συντελεστής επιφάνειας και ο  $\beta_2$  συντελεστής διατομής.

Ο συντελεστής μεγέθους β<sub>0</sub> λαμβάνει υπόψη του το φαινόμενο της μείωσης της δυναμικής αντοχής του υλικού με την αύξηση του μεγέθους της διατομής του όταν αυτό καταπονείται καμπτικά ή στρεπτικά. Οι τιμές του συντελεστή β<sub>0</sub> έχουν προκύψει πειραματικά και δίνονται στο διάγραμμα του σχήματος 10 ως συνάρτηση της διαμέτρου της διατομής



Σχήμα 10. Συντελεστής μεγέθους β<sub>ok</sub> ή β<sub>ot</sub> για καμπτική ή στρεπτική καταπόνηση. α και γ = Μέγιστη και ελάχιστη διασπορά πειραμάτων.

β = Μέση τιμή συντελεστή που παίρνεται υπόψη στους υπολογισμούς

Σε περίπτωση εφελκυστικής ή θλιπτικής καταπόνησης έχει διαπιστωθεί ότι το μέγεθος της διατομής δεν επηρεάζει αισθητά το όριο της δυναμικής αντοχής και γι' αυτό εκλέγεται β<sub>0</sub>=1.

Ο συντελεστής μεγέθους β<sub>1</sub> λαμβάνει υπόψη του το φαινόμενο της μείωσης της δυναμικής αντοχής του υλικού με την αύξηση της επιφανειακής τραχύτητας του υλικού. Οι τιμές του συντελεστή προκύπτουν από το διάγραμμα του σχήματος 11



Σχήμα 11. Συντελεστής επιφάνειας β<sub>1b</sub> για δυναμική καμπτική καταπόνηση των χαλύβων.

Ο συντελεστής μεγέθους β<sub>2</sub> τέλος λαμβάνει υπόψη του τη μορφή της διατομής. Έτσι για τετραγωνική διατομή που καταπονείται σε δυναμική εφελκυστική/θλιπτική ή καμπτική φόρτιση ο συντελεστής β<sub>2</sub> παίρνει την τιμή 0,8 που σημαίνει ότι το όριο αντοχής του υλικού μειώνεται κατά 20%. Αντίστοιχα, για ελλειπτική διατομή που καταπονείται σε δυναμική κάμψη ο συντελεστής μεγέθους β<sub>2</sub> παίρνει την τιμή 1. Τέλος, για ρομβοειδείς διατομές παρατειρήται αύξηση του ορίου αντοχής κατά 20% και επομένως β<sub>2=</sub>1,2.

Για διατομές που καταπονούνται σε δυναμική στρεπτική φόρτιση δεν υπάρχει αρκετό πειραματικό υλικό και έτσι ο συντελεστής διατομής εκλέγεται β<sub>2=</sub>1.

#### $2.2 - ME\ThetaO\DeltaO\Sigma$ PETERSEN

Η μέθοδος υπολογισμού δυναμικής αντοχής κατά Petersen δίνει αποτελέσματα περισσότερο ακριβή σε σχέση με τη μέθοδο Thum που αναπτύχθηκε στην ενότητα 2.1 και τα αποτελέσματα της έχουν μεγαλύτερη επικάλυψη με τα πειραματικά αποτελέσματα. Στη μέθοδο αυτή γίνεται σαφής διαχωρισμός μεταξύ των φαινομένων της αντιστήριξης, της ευαισθησίας του υλικού σε εγκοπές και της αύξησης της τάσης στον πυθμένα μιας εγκοπής. Για την ανάπτυξη της μεθόδου αρχικά ορίζονται τα μεγέθη:

1. ακτίνα καμπυλότητας ιδεατής εγκοπής υλικού ρ<sup>\*</sup> με την οποία λαμβάνεται υπόψη η ευαισθησία ενός υλικού σε εγκοπές. Με το μέγεθος αυτό λαμβάνονται υπόψη όλες οι εσωτερικές ανομοιογένειες και ατέλειες της δομής του υλικού αθροιστικά σαν μια ιδεατή εξωτερική εγκοπή με ακτίνα καμπυλότητας ρ<sup>\*</sup> και συγκριτικά με ένα απόλυτα ομοιογενές υλικό. Η ακτίνα καμπυλότητας ιδεατής εγκοπής υλικού ρ<sup>\*</sup> εξαρτάται αποκλειστικά και μόνο από την κρυσταλλική δομή του υλικού και έτσι ρ<sup>\*=0</sup> σημαίνει ότι το υλικό έχει τόσο μεγάλες εσωτερικές ανομοιογένειες ώστε δεν είναι καθόλου ευαίσθητο σε εξωτερικές εγκοπές. Η ακτίνα καμπυλότητας ματίνα καμπυλότητας μαι του υλικού και έτσι ρ<sup>\*=0</sup> σημαίνει ότι το υλικό έχει τόσο μεγάλες εσωτερικές ανομοιογένειες ώστε δεν είναι καθόλου ευαίσθητο σε εξωτερικές εγκοπές. Η ακτίνα καμπυλότητας ιδεατής του του λικού πρέπει να είναι πάντοτε θετική. Η τιμή της ρ<sup>\*</sup> έχει προσδιοριστεί πειραματικά και η τιμή της μπορεί να εκτιμηθεί από τα διαγράμματα των σχημάτων 12 και 13.



Σχήμα 12. Ακτίνα καμπυλότητας ιδεατής εγκοπής υλικού ρ<sup>\*</sup> για χάλυβα, χυτοχάλυβα, μαλακτοποιημένο χυτοσίδηρο και χυτοσίδηρο με σφαιροειδή γραφίτη.



Σχήμα 13. Ακτίνα καμπυλότητας ιδεατής εγκοπής υλικού για χυτοσίδηρο με βελονοειδή γραφίτη.

2. σχετική πτώση τάσης χ με την οποία λαμβάνεται υπόψη ο συντελεστής αντιστηρίξεως. Όταν ένα κατασκευαστικό στοιχείο χωρίς εγκοπές καταπονείται σε εφελκυσμό, τότε η κατανομή της τάσης σε κάθε διατομή του είναι ισομερής. Όταν το ίδιο στοιχείο φορτιστεί σε κάμψη ή στρέψη τότε η κατανομή της τάσης σε κάθε διατομή έναι ανισομερής. Σε ένα στοιχείο με μια εγκοπή η κατανομή της τάσης στη διατομή του πυθμένα της εγκοπής είναι για κάθε είδος φόρτισης επίσης ανισομερής. Όπως στη στατική έτσι και στην δυναμική φόρτιση η ανισομερής κατανομή της τάσης και αντιστηρίξεως λόγω τριαξονικής εντατικής κατάστασης του υλικού.

Η αύξηση της αντοχής του υλικού μιας διατομής λόγω του φαινομένου της αντιστήριξης κατά PETERSEN λαμβάνεται υπόψη μέσω της σχετικής πτώσης τάσης σύμφωνα με τη σχέση

$$\chi = \left(\frac{d\sigma/dx}{\sigma}\right)_{\sigma = \sigma_{\mu \in r}}$$
(8)

Η σχετική πτώση τάσης λαμβάνει υπόψη και το μέγεθος της διατομής. Στον πίνακα 1 παρουσιάζονται τύποι υπολογισμού της σχετικής πτώσης τάσης για τις περισσότερο γνωστές μορφές εγκοπών.

Είδος φορτίσεως	Μορφή στοιχείου με εγκοπή	χ ≃ σε mm <sup>-1</sup>	χ <sub>10</sub> = σε mm <sup>-1</sup> για d = 10	$\begin{array}{c} \chi_{\alpha} \simeq \\ \sigma \epsilon \ mm^{-1} \\ d = 10 \\ \gamma \alpha  _{p = \infty} \end{array}$	χ ≈ γιαρ ≈ ∞
Εφελκυσμός θλίψη	Ορθογωνική διατομή με εξωτερική εσωτερική με περι εγκοπή εγκοπή εγκ F	$χ_{r} = \frac{2}{\rho}$	$\chi_{\rm rm}\simeq rac{2}{\rho}$	χ <i>.</i> θ = 0	χ= 0
Κάμψη	Ορθογωνική διατομή με εξωτερική εγκοπή Μ( Μ( Μ		$\chi_{\rm bio}\simeq 0.2+\frac{2}{\rho}$	χ <sub>™</sub> ≈ 0,2	$\chi_{h\infty} \simeq \frac{2}{d}$
	Κυκλική διατομή με διαβάθμισ	$\chi_{h} \simeq \frac{4}{D+d} + \frac{2}{\rho}$			$\chi_{i\infty}\simeq \frac{4}{D+d}$
Στρέψη	Κυκλικη διατομή με περιφερειακή εγκοπή διαμήκη τ c d to C <sup>T</sup>	$\chi_{i} = \frac{4}{D+d} + \frac{1}{\rho}$ $\varepsilon \gamma \kappa \sigma n \dot{\eta}$ $\chi_{i} = \frac{2}{d}$	$\chi_{110} \simeq 0.2 + \frac{1}{p}$	<b>χ</b> ια ≈ 0,2	$\chi_{\rm free} \simeq \frac{4}{D+d}$ $\chi_{\rm free} \simeq \frac{2}{d}$
Κάμψη	Κυκλική διατομή με εγκάρσια		$\chi_{\rm MB}\simeq rac{4}{ ho}$	χ <sub>50</sub> = 0	$\chi_{h\infty} = 0$
Στρέψη	in the state in	$\chi_i \simeq \frac{3}{p}$	$\chi_{t10} \simeq \frac{3}{p}.$	χ = 0	χ.== 0

Πίνακας 1. Τύποι υπολογισμού σχετικής πτώσης τάσης χ για διάφορες μορφές

<sup>1)</sup> Για εφελκυσμό ισχύει ότι και για κυκλική διατομή με περιφερειακή εγκοπή.

Με τη βοήθεια της ακτίνας καμπυλότητας ιδεατής εγκοπής υλικού ρ<sup>\*</sup> και της σχετικής πτώσης τάσης υπολογίζεται ο συντελεστής δυναμικής αντιστηρίξεως δ<sub>Α</sub> σύμφωνα με τη σχέση

$$\delta_A = 1 + \sqrt{\rho^* x}$$
(9)

Ο συντελεστής δυναμικής αντιστήριξης  $\delta_A$  ορίζεται ως ο λόγος του ορίου δυναμικής αντοχής σ<sub>A</sub> μιας διατομής με εγκοπή τυχαίας διαμέτρου και τυχαίας φόρτισης ως προς το όριο δυναμικής αντοχής (σ<sub>zA</sub>)<sub>o</sub> δοκιμίου διαμέτρου d=10 mm χωρίς εγκοπή ( $\rho = \infty$ ) το οποίο καταπονείται σε εφελκυσμό όπως φαίνεται στη σχέση 10.

$$\delta_A = \frac{\sigma_A}{(\sigma_{zA})_0}$$
 (10)

Βασική παραδοχή του ορισμού δυναμικής αντιστήριξης είναι τόσο το υπό εξέταση κατασκευαστικό στοιχείο για το οποίο υπολογίζεται το όριο δυναμικής αντοχής όσο και το δοκίμιο από το οποίο προσδιορίζεται το αρχικό όριο δυναμικής αντοχής σε εφελκυσμό πρέπει να είναι κατασκευασμένα από το ίδιο υλικό, να έχουν λεία επιφάνεια ( $R_z \le 1\mu m$ ) και να έχουν κυκλική διατομή. Από τα παραπάνω το επιτρεπόμενο όριο δυναμικής αντοχής ( $\sigma_A$ )<sub>επ</sub> ενός κατασκευαστικού στοιχείου με εγκοπή κατά PETERSEN υπολογίζεται σύμφωνα με τη σχέση:

$$(\sigma_A)_{e\pi} = \sigma_A \beta_1 \beta_2 = (\sigma_{zA})_0 \delta_A \beta_1 \beta_2$$
(11)

Στον υπολογισμό κατά PETERSEN δεν λαμβάνεται άμεσα ο συντελεστής μεγέθους β<sub>0</sub> όπως στη μέθοδο THUM. Η επίδραση του μεγέθους της διατομής λαμβάνεται έμμεσα καθώς εμπεριέχεται στον συντελεστή αντιστηρίξεως δ<sub>A</sub>. Οι συντελεστές β<sub>1</sub> και β<sub>2</sub> είναι οι συντελεστές επιφάνειας και μεγέθους αντίστοιχα όπως αναπτύχθηκαν στην ενότητα 2.1. Το σημαντικότερο ίσως μειονέκτημα της μεθόδου PETERSEN είναι ότι για τον υπολογισμό αντοχής πρέπει για κάθε υλικό, για κάθε εγκοπή αλλά και για κάθε διάσταση μιας εγκοπής να σχεδιαστεί το αντίστοιχο διάγραμμα αντοχής της συγκεκριμένης διατομής. Το γεγονός αυτό αποτελεί σημαντικό μειονέκτημα της μεθόδου καθώς έτσι αυξάνεται ο απαιτούμενος υπολογιστικός χρόνος αλλά και μειώνεται η αριθμητική ακρίβεια των αποτελεσμάτων λόγω των σχεδιαστικών σφαλμάτων που μπορούν να προκύψουν. Σε περίπτωση δυναμικής καταπόνησης η τάση εγκοπής είναι ίδια με αυτήν που αναπτύσσεται σε στατική καταπόνηση

 $\sigma_{\alpha} = \sigma_{\kappa} = \alpha_{\kappa} \sigma_{ov}$  (12)

Ο συντελεστής εγκοπής βκ υπολογίζεται από τη σχέση

$$\beta_{\kappa} = \alpha_{\kappa} \frac{1 + \sqrt{\rho^* \chi_{\infty}}}{1 + \sqrt{\rho^* \chi}}$$
(13)

Όπου  $\chi_{\infty} = είναι$  η τιμή του χ για  $\rho^* = \infty$ 

#### 2.3 – ΜΕΘΟΔΟΣ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ

Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων (FEM) είναι μια αριθμητική διαδικασία για την προσεγγιστική επίλυση μερικών διαφορικών εξισώσεων. Η μέθοδος αυτή αναπτύχθηκε από την ανάγκη της επίλυσης των αναλυτικών διαφορικών εξισώσεων σύνθετων τεχνικών προβλημάτων όπου οι καταπονήσεις αλλά και η γεωμετρία της κατασκευής είναι εξαιρετικά περίπλοκες. Τα αποτελέσματα της μεθόδου είναι αρκετά αξιόπιστα, ενώ η ακρίβειά τους εξαρτάται έντονα από την εμπειρία του αναλυτή μηχανικού. Το σημαντικότερο ίσως μειονέκτημα της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων είναι η μεγάλη απαίτηση σε υπολογιστική ισχύ, ιδίως όταν αυτή εφαρμόζεται σε σύνθετα μοντέλα προσομοίωσης μηχανικών ή φυσικών φαινομένων. Το πρόβλημα αυτό έχει ελαχιστοποιηθεί σε μεγάλο βαθμό τα τελευταία χρόνια καθώς η ραγδαία τεχνολογική εξέλιξη των υπολογιστών έχει αυξήσει την υπολογιστική ισχύ σε σημαντικό βαθμό.

Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων αρχικά αναπτύχθηκε τη δεκαετία του 40' στην περιοχή της αεροναυπηγικής και των κατασκευών γεφυρών και φραγμάτων. Η φιλοσοφία της μεθόδου είναι το 'σπάσιμο' μιας πολύπλοκης γεωμετρικής κατασκευής σε ένα πεπερασμένο πλήθος στοιχείων γνωστής γεωμετρίας και μηχανικών ιδιοτήτων. Το πλήθος των στοιχείων αυτών είναι ανάλογο της ακρίβειας των τελικών αποτελεσμάτων αλλά και ανάλογο του χρόνου επίλυσης. Ως αριθμητική διαδικασία η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων αποτελεί εξέλιξη των μητρωικών μεθόδων αριθμητικής επίλυσης των διαφορικών εξισώσεων [7]. Σημαντικό ρόλο στην εξέλιξη της έπαιξαν πολύ ερευνητές.

Ο Zienkiewicz πρωτοπόρος της εξέλιξης της μεθόδου ανέπτυξε διάφορες διαδικασίες διακριτοποίησης της γεωμετρίας σε πλήθος διακριτών στοιχείων οι οποίες και ονομάστηκαν γεννήτριες πεπερασμένων στοιχείων. Παράλληλα, ερευνητές όπως οι Reylaigh, Ritz και Galerkin πρωτοδιατύπωσαν μεθόδους επίλυσης διακριτών προβλημάτων με τη βοήθεια των πεπερασμένων διαφορών, μέθοδος που αποτέλεσε τον προκάτοχο και το αρχικό στάδιο της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων. Τη δεκαετία του 50' οι Αργύρης και Clough κατέστρωσαν το μαθηματικό υπόβαθρο της μεθόδου με τρόπο που ελάχιστα έχει αλλάξει μέχρι σήμερα.

Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων στη μορφή που είναι ευρέως γνωστή σήμερα για να εφαρμοστεί απαιτεί τα παρακάτω τέσσερα στάδια:

- Εισαγωγή της γεωμετρίας της κατασκευής και των φυσικών ιδιοτήτων των υλικών σε πρόγραμμα CAD και δημιουργία τρισδιάστατου μοντέλου.
- Χωρισμός του μοντέλου σε πεπερασμένα στοιχεία και καθορισμός οριακών συνθηκών φόρτισης. (Pre Processing)
- 3. Επίλυση του προβλήματος (Solving)
- 4. Απεικόνιση και αποτίμηση τον αποτελεσμάτων (Post Processing)

Συνήθως μετά την αποτίμηση των αποτελεσμάτων ακολουθεί κάποιο στάδιο επανασχεδιασμού ενός ή περισσοτέρων τεμαχίων της κατασκευής και επανέλεγχος.

Σήμερα η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων βρίσκει χρήση σε πολύ μεγάλο εύρος εφαρμογών. Τυπικότερα παραδείγματα αποτελούν η αεροπορική βιομηχανία, η βιομηχανία αυτοκινήτων, η βιοιατρική αλλά και η μετερεωλογία. Στο εμπόριο διατίθεται μεγάλος αριθμός εμπορικών εφαρμογών που καλύπτουν όλα ή κάποια από τα απαραίτητα βήματα της μεθόδου. Τα εμπορικά αυτά πακέτα παρέχουν σημαντικά εργαλεία στους μηχανικούς για την βελτιστοποίηση των κατασκευών. Μια από τις σημαντικότερες δυνατότητες των σύγχρονων εφαρμογών είναι η δυνατότητα παραμετρικής σχεδίασης και ανάλυση, δηλαδή η δυνατότητα μεταβολής μίας ή και περισσότερων διαστάσεων της κατασκευής και η άμεση επίλυση της χωρίς την ανάγκη ολικού επανασχεδιασμού. Η παραμετρική σχεδίαση επιταχύνει το χρόνο σχεδίασης και ελέγχου σε σημαντικό βαθμό κάτι που αποτελεί σημαντικό κριτήριο στη βιομηχανία.

#### 3. – ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΜΟΝΤΕΛΟΥ

Στην παρούσα εργασία, η γεωμετρική περιγραφή της κατασκευής, ο διαχωρισμός σε πεπερασμένα στοιχεία, η επίλυση και η ανάλυση των αποτελεσμάτων θα γίνουν με τη βοήθεια της εμπορικής εφαρμογής SolidWorks.

Αρχικά σχεδιάσαμε ένα μοντέλο δυο διαστάσεων με τέτοιο τρόπο ώστε χρησιμοποιώντας τις εντολές του Solid Works να δημιουργήσουμε το τρισδιάστατο μοντέλο που επιθυμούμε. Δημιουργήσαμε δηλαδή γεωμετρική κατασκευή της ατράκτου με διαβάθμιση και σφηναυλακα.





Screenshots από το σχεδιασμό του μοντέλου.



Screenshots από το σχεδιασμό του μοντέλου.

Παρακάτω παρουσιάζουμε τις διαστάσεις του δοκιμίου μας.

 $D=15mm, η μεγάλη διάμετρος της ατράκτου \\ d=10mm, η μικρή διάμετρος της ατράκτου \\ r_{διαβάθμισης}=0.15mm, το ράδιο της διαβάθμισης \\ L=200mm, το ολικό μήκος της ατράκτου \\ L_1=90mm, το μήκος της ατράκτου με διάμετρο D \\ L_2=110mm, το μήκος της ατράκτου με διάμετρο d \\ l=20mm, το μήκος της σφηναυλακας \\ b=3mm, το πλάτος της σφηναυλακας \\ t=1mm, το βάθος της σφηναυλακας \\ r_{σφηναυλακας}=0.1mm, το ράδιο της σφηναυλακας.$ 

Η απόσταση της σφηναυλακας από τη διαβάθμιση δεν αναφέρεται γιατί θα μεταβάλλεται σε κάθε δοκιμή από ένα ως δέκα χιλιοστά του μέτρου.

### 4. – ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΣΕ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ

Για τη μοντελοποίηση των κυλινδρικών δοκιμίων έγινε χρήση του εργαλείου Simulation του λογισμικού Soliworks. Το εργαλείο αυτό επιτρέπει την ανάλυση τεμαχίων ή και συναρμολογημένων διατάξεων σε στατικές καταπονήσεις. Αρχικά λοιπόν καθορίστηκαν οι μηχανικές ιδιότητες του υλικού των κυλινδρικών δοκιμίων. Ως υλικό επιλέχθηκε κραμματοποιημένος χάλυβας με μέτρο ελαστικότητας 210Gpa. Το όριο ροής του υλικού δεν παίζει ιδιαίτερο ρόλο στην ανάλυση καθώς αυτή είναι γραμμική, δηλαδή το υλικό βρίσκεται συνεχώς στην ελαστική περιοχή.

Κάθε δοκίμιο χωρίστηκε στο μέγιστο δυνατό πλήθος πεπερασμένων στοιχείων. Το Solidworks δίνει τη δυνατότητα πύκνωσης του πλέγματος επιλέγοντας αυτό να είναι 100% fine. Σε αυτή την περίπτωση προκύπτει πλέγμα με περίπου 80000 χωρικά πεπερασμένα στοιχεία. Το μέγιστο δυνατό πλήθος στοιχείων επιλέχθηκε ώστε να προσδιορισθούν καλύτερα οι κατά πολύ μικρότερες διαστάσεις της εγκοπής σε σχέση με αυτές του συνολικού τεμαχίου, ειδικά στις περιοχές όπου η ακτίνα καμπυλότητας ήταν μικρή. Ο υπολογιστικός χρόνος ήταν της τάξης μερικών λεπτών κάτι που έκανε τη διαδικασία επίλυσης ιδιαίτερα αποδοτική ως προς το χρόνο.

# 5. – ΕΙΔΗ ΚΑΤΑΠΟΝΗΣΕΩΝ

#### 5.1 ΚΑΤΑΠΟΝΗΣΗ ΣΕ ΚΑΜΨΗ

Σε αυτό το είδος καταπόνησης έχουμε δυο διαφορετικές περιπτώσεις καταπόνησης σε κάμψη.

1.Καταπονηση σε κάμψη με φόρτιση στη διαβάθμιση.

2.καταπονηση σε κάμψη με φόρτιση στη σφηναυλακα.

Για να έχουμε ένα μέτρο σύγκρισης θα κάνουμε και μια μελέτη καταπόνησης σε κάμψη της ατράκτου μας μόνο με διαβάθμιση χωρίς τη σφηναυλακα.



Screenshot από το SolidWorks. Με πράσινο χρώμα απεικονίζονται οι πακτώσεις και με μωβ τα φορτία.

Το φορτίο που ασκήσαμε ήταν χίλια Newton. F<sub>y</sub>= 1000 N.

Στις επόμενες σελίδες παρουσιάζονται οι κατανομές των τάσεων όπως τις απεικονίζει το Soliworks .



Κατανομή τάσεων στη διαβάθμιση (σε άτρακτο χωρίς σφηναυλακα).

#### 5.1.1 ΚΑΤΑΠΟΝΗΣΗ ΣΕ ΚΑΜΨΗ ΜΕ ΦΟΡΤΙΣΗ ΣΤΗ ΔΙΑΒΑΘΜΙΣΗ

Στη πρώτη περίπτωση το δοκίμιο μας το έχουμε πακτώσει στα δυο άκρα του και του ασκήσαμε φόρτιση ακριβώς στη διαβάθμιση. Συνολικά αυτή η μελέτη έγινε δέκα φορές και κάθε φορά αυξάναμε την απόσταση της σφηναυλακας από τη διαβάθμιση κατά ένα χιλιοστό του μέτρου ξεκινώντας από το ένα χιλιοστό μέχρι τα δέκα χιλιοστά στην τελευταία μελέτη.



Screenshot από το SolidWorks. Με πράσινο χρώμα απεικονίζονται οι πακτώσεις και με μωβ τα φορτία.

Το φορτίο που ασκήσαμε ήταν χίλια Newton. F<sub>v</sub>= 1000 N.

Στις επόμενες σελίδες παρουσιάζονται οι κατανομές των τάσεων όπως τις απεικονίζει το Soliworks .



Κατανομή τάσεων για απόσταση διαβάθμισης-σφηναυλακας 1mm.

![](_page_31_Picture_0.jpeg)

Κατανομή τάσεων για απόσταση διαβάθμισης-σφηναυλακας 2mm.

![](_page_32_Figure_0.jpeg)

Κατανομή τάσεων για απόσταση διαβάθμισης-σφηναυλακας 3mm.

![](_page_33_Figure_0.jpeg)

Κατανομή τάσεων για απόσταση διαβάθμισης-σφηναυλακας 4mm.

![](_page_34_Figure_0.jpeg)

Κατανομή τάσεων για απόσταση διαβάθμισης-σφηναυλακας 5mm.

![](_page_35_Figure_0.jpeg)

Κατανομή τάσεων για απόσταση διαβάθμισης-σφηναυλακας 6mm.


Κατανομή τάσεων για απόσταση διαβάθμισης-σφηναυλακας 7mm.



Κατανομή τάσεων για απόσταση διαβάθμισης-σφηναυλακας 8mm.



Κατανομή τάσεων για απόσταση διαβάθμισης-σφηναυλακας 9mm.



Κατανομή τάσεων για απόσταση διαβάθμισης-σφηναυλακας 10mm.

## 5.1.2 ΚΑΤΑΠΟΝΗΣΗ ΣΕ ΚΑΜΨΗ ΜΕ ΦΟΡΤΙΣΗ ΣΤΗ ΣΦΗΝΑΥΛΑΚΑ

Στη δεύτερη περίπτωση το δοκίμιο μας το έχουμε πακτώσει στα δυο άκρα του και του ασκήσαμε φόρτιση ακριβώς στη σφηναυλακα. Συνολικά αυτή η μελέτη έγινε δέκα φορές και κάθε φορά αυξάναμε την απόσταση της σφηναυλακας από τη διαβάθμιση κατά ένα χιλιοστό του μέτρου ξεκινώντας από το ένα χιλιοστό μέχρι τα δέκα χιλιοστά στην τελευταία μελέτη.



Screenshot από το SolidWorks. Με πράσινο χρώμα απεικονίζονται οι πακτώσεις και με μωβ τα φορτία.

Το φορτίο που ασκήσαμε ήταν χίλια Newton. F<sub>y</sub>= 1000 N.

Στις επόμενες σελίδες παρουσιάζονται οι κατανομές των τάσεων όπως τις απεικονίζει το Soliworks .



Κατανομή τάσεων για απόσταση διαβάθμισης-σφηναυλακας 1mm.



Κατανομή τάσεων για απόσταση διαβάθμισης-σφηναυλακας 2mm.



Κατανομή τάσεων για απόσταση διαβάθμισης-σφηναυλακας 3mm.



Κατανομή τάσεων για απόσταση διαβάθμισης-σφηναυλακας 4mm.



Κατανομή τάσεων για απόσταση διαβάθμισης-σφηναυλακας 5mm.





Κατανομή τάσεων για απόσταση διαβάθμισης-σφηναυλακας 6mm.



Κατανομή τάσεων για απόσταση διαβάθμισης-σφηναυλακας 7mm.



Κατανομή τάσεων για απόσταση διαβάθμισης-σφηναυλακας 8mm.



Κατανομή τάσεων για απόσταση διαβάθμισης-σφηναυλακας 9mm.



Κατανομή τάσεων για απόσταση διαβάθμισης-σφηναυλακας 10mm.

## 5.2 ΚΑΤΑΠΟΝΗΣΗ ΣΕ ΣΤΡΕΨΗ

Σε αυτό το είδος καταπόνησης έχουμε δυο διαφορετικές περιπτώσεις καταπόνησης σε στρέψη.

1.Καταπονηση σε στρέψη με φόρτιση ροπής στη μεγάλη διάμετρο της ατράκτου και πάκτωση στη σφηναυλακα.

 καταπονηση σε στρέψη με φόρτιση ροπής στη περιοχή της σφηναυλακας και πάκτωση στην άκρη της ατράκτου (μεγάλη διάμετρος).

Για να έχουμε ένα μέτρο σύγκρισης θα κάνουμε και τρεις μελέτες καταπόνησης σε στρέψη της ατράκτου μας μόνο με διαβάθμιση χωρίς τη σφηναυλακα.

 Α) Έχουμε πάκτωση στην άκρη της ατράκτου με τη μεγάλη διάμετρο και εφαρμόσαμε ροπή στο κομμάτι της ατράκτου με τη μικρή διάμετρο.



Screenshot από το SolidWorks για την α περίπτωση.

Η ροπή που εφαρμόσαμε είναι 50 Nm (M=50 Nm).

Στην επόμενη σελίδα παρουσιάζεται η κατανομή των τάσεων όπως τις απεικονίζει το Soliworks.



Κατανομή τάσεων στη διαβάθμιση (σε άτρακτο χωρίς σφηναυλακα).

B) Έχουμε πάκτωση στην άκρη της μικρής διαμέτρου της ατράκτου και ροπή στην άκρη της μεγάλης διαμέτρου της ατράκτου. Η ροπή που εφαρμόσαμε είναι 50 Nm.





Γ) Έχουμε πάκτωση στο κομμάτι της ατράκτου με τη μικρή διάμετρο και ροπή στην άκρη της μεγάλης διαμέτρου της ατράκτου. Η ροπή που εφαρμόσαμε είναι 50 Nm.



1 Study 1 Study 2

Κατανομή τάσεων στη διαβάθμιση (σε άτρακτο χωρίς σφηναυλακα).

## 5.2.1.ΚΑΤΑΠΟΝΗΣΗ ΣΕ ΣΤΡΕΨΗ ΜΕ ΦΟΡΤΙΣΗ ΡΟΠΗΣ ΣΤΗ ΜΕΓΑΛΗ ΔΙΑΜΕΤΡΟ ΤΗΣ ΑΤΡΑΚΤΟΥ ΚΑΙ ΠΑΚΤΩΣΗ ΣΤΗ ΣΦΗΝΑΥΛΑΚΑ.

Στη πρώτη περίπτωση το δοκίμιο μας το έχουμε πακτώσει στις παρίες της σφηναυλακας και του ασκήσαμε φόρτιση ροπής στη μεγάλη διάμετρο της ατράκτου. Συνολικά αυτή η μελέτη έγινε δέκα φορές και κάθε φορά αυξάναμε την απόσταση της σφηναυλακας από τη διαβάθμιση κατά ένα χιλιοστό του μέτρου ξεκινώντας από το ένα χιλιοστό μέχρι τα δέκα χιλιοστά στην τελευταία μελέτη.



Screenshot από το SolidWorks. Με πράσινο χρώμα απεικονίζονται οι πακτώσεις και με μωβ τα φορτία.

Το φορτίο που ασκήσαμε ήταν ροπή πενήντα Nm , M= 50 Nm.

Στις επόμενες σελίδες παρουσιάζονται οι κατανομές των τάσεων όπως τις απεικονίζει το Soliworks .



Κατανομή τάσεων για απόσταση διαβάθμισης-σφηναυλακας 1mm.



Κατανομή τάσεων για απόσταση διαβάθμισης-σφηναυλακας 2mm.



Κατανομή τάσεων για απόσταση διαβάθμισης-σφηναυλακας 3mm.



Κατανομή τάσεων για απόσταση διαβάθμισης-σφηναυλακας 4mm.



Κατανομή τάσεων για απόσταση διαβάθμισης-σφηναυλακας 5mm.



Κατανομή τάσεων για απόσταση διαβάθμισης-σφηναυλακας 6mm.



Κατανομή τάσεων για απόσταση διαβάθμισης-σφηναυλακας 7mm.



Κατανομή τάσεων για απόσταση διαβάθμισης-σφηναυλακας 8mm.



Κατανομή τάσεων για απόσταση διαβάθμισης-σφηναυλακας 9mm.



Κατανομή τάσεων για απόσταση διαβάθμισης-σφηναυλακας 10mm.

## 5.2.2. ΚΑΤΑΠΟΝΗΣΗ ΣΕ ΣΤΡΕΨΗ ΜΕ ΦΟΡΤΙΣΗ ΡΟΠΗΣ ΣΤΗ ΠΕΡΙΟΧΗ ΤΗΣ ΣΦΗΝΑΥΛΑΚΑΣ ΚΑΙ ΠΑΚΤΩΣΗ ΣΤΗΝ ΑΚΡΗ ΤΗΣ ΑΤΡΑΚΤΟΥ (ΜΕΓΑΛΗ ΔΙΑΜΕΤΡΟΣ).

Στη δεύτερη περίπτωση το δοκίμιο μας το έχουμε πακτώσει στη μεγάλη διάμετρο στην άκρη της ατράκτου και του ασκήσαμε φόρτιση ροπής στη σφηναυλακα. Συνολικά αυτή η μελέτη έγινε δέκα φορές και κάθε φορά αυξάναμε την απόσταση της σφηναυλακας από τη διαβάθμιση κατά ένα χιλιοστό του μέτρου ξεκινώντας από το ένα χιλιοστό μέχρι τα δέκα χιλιοστά στην τελευταία μελέτη.



Screenshot από το SolidWorks.

Το φορτίο που ασκήσαμε ήταν ροπή πενήντα Nm , M= 50 Nm.

Στις επόμενες σελίδες παρουσιάζονται οι κατανομές των τάσεων όπως τις απεικονίζει το Soliworks .



Κατανομή τάσεων για απόσταση διαβάθμισης-σφηναυλακας 1mm.



Κατανομή τάσεων για απόσταση διαβάθμισης-σφηναυλακας 2mm.



Κατανομή τάσεων για απόσταση διαβάθμισης-σφηναυλακας 3mm.



Κατανομή τάσεων για απόσταση διαβάθμισης-σφηναυλακας 4mm.



Κατανομή τάσεων για απόσταση διαβάθμισης-σφηναυλακας 5mm.


Κατανομή τάσεων για απόσταση διαβάθμισης-σφηναυλακας 6mm.



Κατανομή τάσεων για απόσταση διαβάθμισης-σφηναυλακας 7mm.



Κατανομή τάσεων για απόσταση διαβάθμισης-σφηναυλακας 8mm.



Κατανομή τάσεων για απόσταση διαβάθμισης-σφηναυλακας 9mm.



Κατανομή τάσεων για απόσταση διαβάθμισης-σφηναυλακας 10mm.

#### 5.3 ΣΥΝΘΕΤΗ ΚΑΤΑΠΟΝΗΣΗ ΣΕ ΣΤΡΕΨΗ ΚΑΙ ΚΑΜΨΗ

Στη σύνθετη καταπόνηση του δοκιμίου σε στρέψη και κάμψη θα μελετήσουμε τέσσερις διαφορετικές περιπτώσεις φορτίσεων και πακτώσεων.

- Πάκτωση στην μεγάλη διάμετρο φορτία κάμψης στη διαβάθμιση και ροπής στη μικρή διάμετρο.
- Πάκτωση στις παρίες της σφηναυλακας φορτία κάμψης στη διαβάθμιση και ροπής στη μεγάλη διάμετρο.
- Πάκτωση στα άκρα τις ατράκτου, φορτία καμτική δύναμη στη διαβάθμιση και στρεπτική δύναμη στη σφηναύλακα.
- Πάκτωση στα άκρα τις ατράκτου, φορτία καμτική δύναμη και στρεπτική δύναμη στη σφηναύλακα.

Για να έχουμε ένα μέτρο σύγκρισης θα κάνουμε και δύο μελέτες καταπόνησης σε στρέψη και κάμψη της ατράκτου μας μόνο με διαβάθμιση χωρίς τη σφηναυλακα.

A) Πάκτωση στη μικρή διάμετρο (στην άκρη της ατράκτου) φορτίο κάμψης στη διαβάθμιση και ροπή στη μικρή διάμετρο.



Screenshot από το SolidWorks.

Τα φορτία που ασκήσαμε ήταν ροπή πενήντα Nm , M= 50 Nm,

#### δύναμη χίλια Newton , F= 1000 N

Στην επόμενη σελίδα παρουσιάζονται οι κατανομές των τάσεων όπως τις απεικονίζει το Soliworks .



Κατανομή τάσεων στη διαβάθμιση (σε άτρακτο χωρίς σφηναυλακα).

B)Πάκτωση στη μικρή διάμετρο , φορτία καμπτική δύναμη στη διαβάθμιση και ροπή στη μεγάλη διάμετρο στην άκρη της ατράκτου.



Screenshot από το SolidWorks. Τα φορτία που ασκήσαμε ήταν

ροπή πενήντα Nm , M= 50 Nm, δύναμη χίλια Newton , F= 1000 N



# 5.3.1 ΠΑΚΤΩΣΗ ΣΤΗΝ ΜΕΓΑΛΗ ΔΙΑΜΕΤΡΟ ΦΟΡΤΙΑ ΚΑΜΨΗΣ ΣΤΗ ΔΙΑΒΑΘΜΙΣΗ ΚΑΙ ΡΟΠΗΣ ΣΤΗ ΜΙΚΡΗ ΔΙΑΜΕΤΡΟ.



Screenshot από το SolidWorks.

Τα φορτία που ασκήσαμε ήταν ροπή πενήντα Nm , M= 50 Nm,

## δύναμη χίλια Newton , F= 1000 N

Στις επόμενες σελίδες παρουσιάζονται οι κατανομές των τάσεων όπως τις απεικονίζει το Soliworks .



Κατανομή τάσεων για απόσταση διαβάθμισης-σφηναυλακας 1mm.



Κατανομή τάσεων για απόσταση διαβάθμισης-σφηναυλακας 2mm.



Κατανομή τάσεων για απόσταση διαβάθμισης-σφηναυλακας 3mm.



Κατανομή τάσεων για απόσταση διαβάθμισης-σφηναυλακας 4mm.



Κατανομή τάσεων για απόσταση διαβάθμισης-σφηναυλακας 5mm.



Κατανομή τάσεων για απόσταση διαβάθμισης-σφηναυλακας 6mm.



Κατανομή τάσεων για απόσταση διαβάθμισης-σφηναυλακας 7mm.



Κατανομή τάσεων για απόσταση διαβάθμισης-σφηναυλακας 8mm.



Κατανομή τάσεων για απόσταση διαβάθμισης-σφηναυλακας 9mm.



Κατανομή τάσεων για απόσταση διαβάθμισης-σφηναυλακας 10mm.

## 5.3.2 ΠΑΚΤΩΣΗ ΣΤΙΣ ΠΑΡΙΕΣ ΤΗΣ ΣΦΗΝΑΥΛΑΚΑΣ ΦΟΡΤΙΑ ΚΑΜΨΗΣ ΣΤΗ ΔΙΑΒΑΘΜΙΣΗ ΚΑΙ ΡΟΠΗΣ ΣΤΗ ΜΕΓΑΛΗ ΔΙΑΜΕΤΡΟ.



Screenshot από το SolidWorks.

Τα φορτία που ασκήσαμε ήταν ροπή πενήντα Nm , M= 50 Nm,

#### δύναμη χίλια Newton , F= 1000 N

Στις επόμενες σελίδες παρουσιάζονται οι κατανομές των τάσεων όπως τις απεικονίζει το Soliworks .



Κατανομή τάσεων για απόσταση διαβάθμισης-σφηναυλακας 1mm.



Κατανομή τάσεων για απόσταση διαβάθμισης-σφηναυλακας 2mm.



Κατανομή τάσεων για απόσταση διαβάθμισης-σφηναυλακας 3mm.



Κατανομή τάσεων για απόσταση διαβάθμισης-σφηναυλακας 4mm.



Κατανομή τάσεων για απόσταση διαβάθμισης-σφηναυλακας 5mm.



Κατανομή τάσεων για απόσταση διαβάθμισης-σφηναυλακας 6mm.



Κατανομή τάσεων για απόσταση διαβάθμισης-σφηναυλακας 7mm.



Κατανομή τάσεων για απόσταση διαβάθμισης-σφηναυλακας 8mm.



Κατανομή τάσεων για απόσταση διαβάθμισης-σφηναυλακας 9mm.



Κατανομή τάσεων για απόσταση διαβάθμισης-σφηναυλακας 10mm.

# 5.3.3. ΠΑΚΤΩΣΗ ΣΤΑ ΑΚΡΑ ΤΙΣ ΑΤΡΑΚΤΟΥ , ΦΟΡΤΙΑ ΚΑΜΤΙΚΗ ΔΥΝΑΜΗ ΣΤΗ ΔΙΑΒΑΘΜΙΣΗ ΚΑΙ ΣΤΡΕΠΤΙΚΗ ΔΥΝΑΜΗ ΣΤΗ ΣΦΗΝΑΥΛΑΚΑ.



Screenshot από το SolidWorks.

Τα φορτία που ασκήσαμε ήταν κάθετη δύναμη χίλια Newton, Fy= 1000 N

Στρεπτικη δύναμη 5555 Newton , F<sub>x</sub>= 5555 N

 $F_y/F_x = \epsilon \varphi 20^0/2$ 

Στις επόμενες σελίδες παρουσιάζονται οι κατανομές των τάσεων όπως τις απεικονίζει το Soliworks .





Κατανομή τάσεων για απόσταση διαβάθμισης-σφηναυλακας 1mm.



Κατανομή τάσεων για απόσταση διαβάθμισης-σφηναυλακας 2mm.



Κατανομή τάσεων για απόσταση διαβάθμισης-σφηναυλακας 3mm.



Κατανομή τάσεων για απόσταση διαβάθμισης-σφηναυλακας 4mm.



Κατανομή τάσεων για απόσταση διαβάθμισης-σφηναυλακας 5mm.


Κατανομή τάσεων για απόσταση διαβάθμισης-σφηναυλακας 6mm.



Κατανομή τάσεων για απόσταση διαβάθμισης-σφηναυλακας 7mm.



Κατανομή τάσεων για απόσταση διαβάθμισης-σφηναυλακας 8mm.



Κατανομή τάσεων για απόσταση διαβάθμισης-σφηναυλακας 9mm.



Κατανομή τάσεων για απόσταση διαβάθμισης-σφηναυλακας 10mm.

# 5.3.4. ΠΑΚΤΩΣΗ ΣΤΑ ΑΚΡΑ ΤΙΣ ΑΤΡΑΚΤΟΥ , ΦΟΡΤΙΑ ΚΑΜΤΙΚΗ ΔΥΝΑΜΗ ΚΑΙ ΣΤΡΕΠΤΙΚΗ ΔΥΝΑΜΗ ΣΤΗ ΣΦΗΝΑΥΛΑΚΑ.



Screenshot από το SolidWorks.

Τα φορτία που ασκήσαμε ήταν κάθετη δύναμη χίλια Newton, Fy= 1000 N

Στρεπτικη δύναμη 5555 Newton ,  $F_x$ = 5555 N

 $F_y/F_x = \epsilon \varphi 20^0/2$ 

Στις επόμενες σελίδες παρουσιάζονται οι κατανομές των τάσεων όπως τις απεικονίζει το Soliworks .



Κατανομή τάσεων για απόσταση διαβάθμισης-σφηναυλακας 1mm.



Κατανομή τάσεων για απόσταση διαβάθμισης-σφηναυλακας 2mm.



Κατανομή τάσεων για απόσταση διαβάθμισης-σφηναυλακας 3mm.



Κατανομή τάσεων για απόσταση διαβάθμισης-σφηναυλακας 4mm.



Κατανομή τάσεων για απόσταση διαβάθμισης-σφηναυλακας 5mm.



Κατανομή τάσεων για απόσταση διαβάθμισης-σφηναυλακας 6mm.



Κατανομή τάσεων για απόσταση διαβάθμισης-σφηναυλακας 7mm.



Κατανομή τάσεων για απόσταση διαβάθμισης-σφηναυλακας 8mm.



Κατανομή τάσεων για απόσταση διαβάθμισης-σφηναυλακας 9mm.



Κατανομή τάσεων για απόσταση διαβάθμισης-σφηναυλακας 10mm.

### 6. – ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ – ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Από τον υπολογισμό των τάσεων που προέκυψαν από την εφαρμογή SolidWorks για όλες τις παραλλαγές των αποστάσεων των δύο εγκοπών της ατράκτου μας και για κάθε είδος φόρτισης προέκυψαν τα παρακάτω διαγράμματα μέγιστων τάσεων- αποστάσεων εγκοπών. Στα σχήματα που ακολουθούν παρουσιάζονται τα διαγράμματα των μέγιστων τάσεων – αποστάσεων εγκοπών για κάθε είδος φόρτισης που προέκυψαν υπολογιστικά.

Αναλυτικότερα:

ΑΠΟΣΤΑΣΗ ΣΕ mm	ΤΑΣΗΣ (N/m <sup>2</sup> )	
1	614.426.752	
2	631.907.326	
3	619.555.584	
4	497.510.368	
5	409.302.368	
6	414.679.520	
7	423.312.576	
8	414.660.512 487.388.672 390.103.104	
9		
10		

#### ΚΑΤΑΠΟΝΗΣΗ ΣΕ ΚΑΜΨΗ

Στην πρώτη περίπτωση έχουμε εφαρμόσει μια κάθετη δύναμη στην διαβάθμιση της ατράκτου δημιουργώντας κάμψη στην άτρακτο. Η σφηναύλακα απομακρυνόταν σταθερά ανά 1 mm από την διαβάθμιση (στο πείραμα μας έχουμε σαν όριο διαρροής 620.422.000 (N/m2)) παρατηρούμε πως στο 1 mm είναι σχετικά οριακά κοντά στο όριο ενώ στα 2 mm το έχει ξεπεράσει λίγο από το 3 έως τα 10 αρχίζει να είναι ποιο κάτω από το όριο κατά πολύ αλλά οι τιμές διαφορών μεταξύ τους σε κάποια σημεία ανέβαιναν και σε αλλά κατέβαιναν. Παρόλα αυτά ήταν πολύ γαμηλά από το όριο πιο διαρροής. Παρατηρούμε επίσης από τις εικόνες πως η τάση στην διαβάθμιση όσο απομακρυνόμαστε μειώνετε εκτός από τα 5,6 και 7 mm οπού εκεί εμφανίζεται μια μικρή αυξημένη τάση. Επίσης γύρω από την σφηναύλακα οι τάσεις πάλι μειώνονται όσο απομακρυνόμαστε.

κάμψη στην ο	σφηναύλακα
ΑΠΟΣΤΑΣΗ ΣΕ mm	TAΣHΣ $(N/m^2)$
1	443.797.440
2	478.726.304
3	436.187.520
4	453.556.672
5	392.877.888
6	350.636.800
7	128.829.520
8	123.967.048
9	441.798.720
10	136.107.120

Στην δεύτερη περίπτωση έχουμε εφαρμόσει κάθετη δύναμη στην περιοχή της σφηναύλακας όπου και ακολουθει την πορεία σφηναύλακας κάθε φορά της που απομακρύνετε από την διαβάθμιση κατά 1 mm. Εδω παρατηρούμε ότι σε κανένα σημείο δεν ξεπερνά το όριο διαρροής και πως κάθε φορά που απομακρυνόμαστε η τάση μειώνετε στο σημείο της διαβάθμισης ενώ οι τάσεις επικρατούν που στην περιοχή της σφηναύλακας είναι σταθερές λόγο ότι πάνω της ασκείτε μια σταθερή δύναμη.

Κάμψη χωρίς σφηναύλακα	
ΑΠΟΣΤΑΣΗ ΣΕ mm	ΤΑΣΗΣ (N/m <sup>2</sup> )
0	513.138.944

Στην τελευταία περίπτωση της κάμψης κάναμε μονό μια μελέτη χωρίς σφηναύλακα τοποθετώντας μια κάθετη δύναμη στην διαβάθμιση της ατράκτου για να δούμε τις αντιδράσεις στην περιοχή της διαβάθμισης χωρίς την σφηναύλακα. Παρατηρούμε ότι δεν

ξεπερνά όριο διαρροής και εμφανίζεται μια υψηλή τάση ακριβώς κάτω από το σημείο που τοποθετήσαμε την κατακόρυφη δύναμη.



#### ΚΑΤΑΠΟΝΗΣΗ ΣΕ ΣΤΡΕΨΗ

Στρέψη (πάκτο	ωση στην σφήνα)	
ΑΠΟΣΤΑΣΗ ΣΕ	E   TAΣHΣ (N/m <sup>2</sup> )	
mm		
1	1.194.882.816	
2	1.198.030.592	
3	1.215.108.352	
4	1.443.980.288	
5	1.311.529.984	
6	1.130.726.064	
7	1.595.101.824	
8	1.467.342.312	
9	1.280.956.032	
10	1.147.458.304	
Στρέψη (πάκτωσι	η στην άκρη της D)	
<u>ΑΠΟΣΤΑΣΗ ΣΕ</u>	$TA\Sigma H\Sigma (N/m^2)$	
mm	(ivin)	
1	871.456.576	
2	910.895.680	
3	913.183.040	
4	913.737.600	
5	887.935.040	
6	814.277.696	
7	810.723.072	
8	871.078.592	

9

10

878.367.040

821.663.296

Στην πρώτη περίπτωση έχουμε εφαρμόσει μια ροπή στην άκρη της μεγάλης διαμέτρου στο αριστερό τμήμα και πακτώσαμε την σφηναύλακα στις παρίες της δημιουργώντας στρέψη ώστε να δούμε τις αντιδράσεις αυτής της περίπτωσης παρατηρήσαμε ότι οι τάσεις αυξάνονται εκτός από κάποια σημεία στα οποία έχουμε αυτό αυξομείωση. έγινε γιατί έγει ξεπεραστεί το όριο διαρροής του υλικού μας. Αυτές οι υψηλές τάσεις είναι όλες στο τοίχωμα της σφηναύλακας από την πλευρά της διαβάθμισης. Επίσης ανάμεσα από την διαβάθμιση και την σφηναύλακα μόνο στο 1 mm είγαμε μια υψηλή αύξηση σγετικά κοντά με της σφηναυλακας, μετά όσο απομακρυνόταν από την διαβάθμιση η σφηναύλακα μειωνόταν οι τάσεις εκεί. Επίσης παρατηρούμε την εμφάνιση της μεγαλύτερης τάση κατά την στρέψη σε σχέση με την επόμενη περίπτωση.

Στην δεύτερη περίπτωση έχουμε εφαρμόσει πάκτωση στην άκρη της μεγάλης διαμέτρου και εφαρμόσαμε μια ροπή σε όλο το μήκος της μικρής διαμέτρου έτσι ώστε να ελέγζουμε και σε αυτήν την περίπτωση την ροη των τάσεων. Παρατηρούμε πως υψηλές τάσεις εμφανίζονται στο σημείο της διαβάθμισης, είναι σχετικά πάνω από το όριο διαρροής και όσο απομακρυνόμαστε αυξομειώνονται οι τάσεις, ενώ στην περιοχή της σφηναύλακας δεν ξεπερνά το όριο διαρροής του υλικού και δεν έχει ιδιαίτερα υψηλές τάσεις.

Πάκτωση στη D μικρή δ	και στρέψη στην ιάμετρο
ΑΠΟΣΤΑΣΗ ΣΕ mm	TAΣHΣ $(N/m^2)$
0	874.660.096
Πάκτωση στη	ι ην άκρη της d
ΑΠΟΣΤΑΣΗ ΣΕ mm	TAΣHΣ $(N/m^2)$
0	1.123.010.816
Πάκτωση σε ο	λόκληρη τη d
ΑΠΟΣΤΑΣΗ ΣΕ mm	TAΣHΣ $(N/m^2)$
0	1.262.797.824

Στην τελευταία περίπτωση της στρέψης τρέξαμε 3 διαφορετικές περιπτώσεις και οι τρεις είναι χωρίς σφηναύλακα. Για την πρώτη περίπτωση παρατηρούμε σαφώς να ξεπερνιέται το όριο διαρροής αλλά να εμφανίζεται υψηλή τάση σε ένα μέρος της μονό ενώ μακριά από το σημείο της διαβάθμισης να μειώνετε η τάση. Στη δεύτερη περίπτωση παρατηρούμε πως υψηλή τάση εμφανίζεται στην άκρη στο σημείο που εφαρμόσαμε την πάκτωση ενώ στο σημείο της διαβάθμισης είναι σχετικά κοντά έως λίγο αυξημένο από το όριο διαρροής. Στην τελευταία περίπτωση λόγο ότι πακτώσαμε όλη την μικρή διάμετρο υψηλή τάση εμφανίστηκε στο σημείο της διαβάθμισης οπού είναι και η πιο μεγάλη που έχει εμφανιστεί σε σγέση με τις άλλες δυο.



#### ΣΥΝΘΕΤΗ ΚΑΤΑΠΟΝΗΣΗ ΣΕ ΣΤΡΕΨΗ ΚΑΙ ΚΑΜΨΗ

Με δύναμη στην διαβάθμιση ,ροπή στη D, πάκτωση στην σφήνα		
ΑΠΟΣΤΑΣΗ ΣΕ mm	TASHS $(N/m^2)$	
1	1.195.388.288	
2	1.202.227.840	
3	1.211.418.504	
4	1.359.656.320	
5	1.303.623.680	
6	1.141.592.832	
7	1.575.467.264 1.377.487.144	
8		
9	1.312.369.792	
10	1.206.317.568	

Στην πρώτη περίπτωση έγουμε εφαρμόσει μια δύναμη στην διαβάθμιση δημιουργώντας κάμψη και ροπή στη μεγάλη διάμετρο D της ατράκτου έχοντας πάκτωση στην σφήνα. Εδω παρατηρούμε η τάση να αυξομειώνεται ξεπερνώντας κατά πολύ το όριο ελαστικότητας του υλικού μας. Επίσης βλέπουμε πως η μέγιστη τάση μεταφέρετε κάθε φορά που απομακρυνόμαστε από το της διαβάθμισης σημείο μέσα στην σφηναύλακα στο τοίχωμα που είναι κοντά στην διαβάθμιση.

Με δύναμη	στην	διαβάθμισι	,ροπή	στην d,
	πάκ	πωση στη Ι	<b>)</b> .	

ΑΠΟΣΤΑΣΗ ΣΕ mm	nm ΤΑΣΗΣ (N/m²)   866.541.760 920.386.808   914.201.920 909.842.112   835.835.776 830.350.784   805.094.784 891.406.760	
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9	874.182.592	
10	809.496.128	

Στην δεύτερη περίπτωση έχουμε εφαρμόσει μια δύναμη στην διαβάθμιση, ροπή στην μικρή διάμετρο d και πάκτωση αριστερά. Εδω παρατηρούμε η τάση να αυξομειώνεται ξεπερνώντας κατά πολύ το όριο ελαστικότητας του υλικού μας. Παρατηρούμε τη μεγίστη τάση να είναι μόνιμα στη περιοχή της διαβάθμισης. Η μόνη μεταβολή που υπάρχει είναι η αυξομείωση των τάσεων και η περιφερειακή μετατόπιση γύρω από την άτρακτο.

Με δυνάμεις στη διαβάθμιση και στη σφηναύλακα		
ΑΠΟΣΤΑΣΗ ΣΕ mm	TAΣHΣ $(N/m^2)$	
1	1.351.602.660	
2	1.426.654.464	
3	1.447.264.896	
4	1.553.458.816	
5	1.483.058.432	
6	1.466.093.568	
7	1.482.712.704	
8	1.487.089.520	
9	1.496.827.648	
10	1.521.743.872	

έχουμε Στην τρίτη περίπτωση μια προσομοίωση της στρέψης και της πάκτωσης εφαρμόζοντας τη δύναμη ως υποκατάστατο βάση της σχέσης Fy/Fx=εφ20/2, με Fy=1000 και Fx=5555. Η δύναμη στη διαβάθμιση Fy δημιουργεί κάμψη . Η δύναμη Fx στη σφηναύλακα δημιουργεί στρέψη σε συνεργασία με την δύναμη που υπόκειται από την Fy. Εδω λόγο των δυνάμεων οι υψηλές τάσεις εμφανίζονται κυρίως στα άκρα ενώ στο σημείο της διαβάθμισης ξεπερνούν το όριο διαρροής.

ΑΠΟΣΤΑΣΗ ΣΕ mm	TASHS $(N/m^2)$		
1	1.362.358.720		
2	1.426.896.384 1.449.718.272		
3			
4	1.421.077.632		
5	1.487.656.320		
6	1.468.426.240 1.483.100.288		
7			
8	1.487.462.016		
9	1.647.452.544		
10	1.674.293.376		

Με δυνάμεις στην σφηναύλακα μόνο

Στην τέταρτη περίπτωση έχουμε μια προσομοίωση της στρέψης και της πάκτωσης εφαρμόζοντας τη δύναμη ως υποκατάστατο βάση της σχέσης Fy/Fx=εφ20/2, με Fy=1000 και Fx=5555. Η δύναμη στο πυθμένα της σφηναυλακας Fy δημιουργεί κάμψη . Η δύναμη Fx στη παρία της σφηναύλακας δημιουργεί στρέψη σε συνεργασία με την δύναμη που υπόκειται από την Fy. Εδω λόγο των δυνάμεων οι υψηλές τάσεις εμφανίζονται κυρίως στα άκρα ενώ στο σημείο της διαβάθμισης ξεπερνούν το όριο διαρροής.

Πάκτωσ	η στη D
ΑΠΟΣΤΑΣΗ ΣΕ mm	ΤΑΣΗΣ (N/m <sup>2</sup> )
0	873.538.112

Εφαρμόσαμε μια πάκτωση στη μεγάλη διάμετρο D της ατράκτου , δύναμη κατακόρυφη στη διαβάθμιση και ροπή δεξιά στην μικρή διάμετρο d. Στην συγκεκριμένη άτρακτο δεν έχουμε σφηναύλακα. Η υψηλή τάση εμφανίστηκε στο σημείο της

διαβάθμισης, είναι σχετικά υψηλή και έχει περάσει το όριο διαρροής του υλικού μας.

Πάκτωση στη d	
ΑΠΟΣΤΑΣΗ ΣΕ mm	ΤΑΣΗΣ (N/m <sup>2</sup> )
0	1.146.788.224

Τέλος εδώ εφαρμόσαμε μια πάκτωση στη μικρή διάμετρο d της ατράκτου. Εφαρμόσαμε κατακόρυφη δύναμη στην διαβάθμιση και ροπή στη μεγάλη διάμετρο D της ατράκτου. Όπως και στην προηγούμενη περίπτωση δεν έχουμε σφηναύλακα. Παρατηρούμε ότι η μεγαλύτερη τάση εμφανίζεται στο σημείο της

πάκτωσης ενώ στο σημείο της διαβάθμισης έχουμε σχετικά υψηλές τάσεις σε σχέση με το όριο διαρροής αλλά δεν είναι τόσο μεγάλες όσο αυτές στο σημείο της πάκτωσης.





## 7. – ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Με τον γενικό όρο εγκοπή ορίζεται κάθε γεωμετρική ανομοιομορφία ενός στοιχείου, όπως είναι όλων των μορφών αυλάκια, οι οπές, οι εσοχές, οι προεξοχές, οι διαβαθμίσεις κλπ.. Οι εγκοπές αυξάνουν τοπικά την καταπόνηση του υλικού με αποτέλεσμα αυτό να παρουσιάζει τάσεις μεγαλύτερες από αυτές που υπολογίζονται βάσει της θεωρητικής αντοχής υλικών. Μεγάλο ενδιαφέρον παρουσιάζεται στην αλληλεπίδραση των εγκοπών, δηλαδή στον τρόπο με τον οποίο κατανέμονται οι τάσεις σε ένα στοιχείο που φέρει εγκοπές, ανάλογα με την μεταξύ τους θέση. Στόχος της παρούσας εργασίας είναι η μελέτη της αλληλεπίδρασης που εμφανίζεται μεταξύ δύο εγκοπών με τη βοήθεια της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων.

Οι εγκοπές που επιλέχθηκε να αναλυθούν είναι μια διαβάθμιση με καμπυλότητα και μια σφηναύλακα κατασκευασμένες σε άτρακτο. Αρχικά, σχεδιάσαμε τις δύο μορφές εγκοπών με τη βοήθεια τρισδιάστατου σχεδιαστικού λογισμικού (SolidWorks). Στο επόμενο βήμα μελετήσαμε την ανάπτυξη των τάσεων στην περιοχή κάθε εγκοπής για φόρτιση του δοκιμίου σε κάμψη, στρέψη και σε σύνθετη καταπόνηση στρέψης και κάμψης με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων. Η μελέτη της αλληλεπίδρασης των εγκοπών δηλαδή της ανάπτυξης των τάσεων στις εγκοπές έγινε αλλάζοντας κάθε φορά την μεταξύ τους απόσταση επάνω στην άτρακτο. Η αποτίμηση της αλληλεπίδρασης των εγκοπών σε σχέση με την εκάστοτε φόρτιση έγινε ποσοτικά μέσω διαγραμμάτων της μέγιστης τάσης και της απόστασης των εγκοπών και ποιοτικά μέσω των απεικονίσεων του SolidWorks.

Από τα διαγράμματα που δημιουργήσαμε καταλήξαμε στα εξής συμπεράσματα:

Στην κάμψη παρατηρήσαμε ότι όσο αυξάναμε την απόσταση των εγκοπών οι τιμές των τάσεων μέσα από αυξομειώσεις στις μέγιστες τιμές τους, σταδιακά μειώνονταν, έχουμε δηλαδή κυρίως αρνητική κλίση των καμπυλών στα διαγράμματα. Μεγαλύτερη συγκέντρωση τάσεων είχαμε στις παρίες της σφηναύλακας και μικρότερη στη διαβάθμιση.

Στην στρέψη παρατηρήσαμε ότι όσο αυξάναμε την απόσταση των εγκοπών οι τιμές των τάσεων παρουσίασαν αρκετά έντονες αυξομειώσεις χωρίς όμως να υπερτερούν οι αρνητικές ή οι θετικές κλίσεις των καμπυλών. Μεγαλύτερη συγκέντρωση τάσεων είχαμε στις παρίες της σφηναύλακας όμως σε σχέση με τη κάμψη είχαμε πολύ μεγαλύτερες τιμές τάσεων στη διαβάθμιση αρκετά κοντά με αυτές της σφηναύλακας.

Στην σύνθετη καταπόνηση σε στρέψη και κάμψη παρατηρήσαμε ότι στις περιπτώσεις που ασκήσαμε ροπή στα άκρα της ατράκτου όσο αυξάναμε την απόσταση των εγκοπών οι τιμές των τάσεων παρουσίασαν αρκετά έντονες αυξομειώσεις χωρίς όμως να υπερτερούν οι αρνητικές ή οι θετικές κλίσεις των καμπυλών. Στην περίπτωση που η στρέψη επήλθε ως αποτέλεσμα ασκούμενης δυνάμεως στις παρίες της σφηναύλακας παρατηρήσαμε ότι όσο αυξάναμε την απόσταση των εγκοπών οι τιμές των τάσεων ελαφρώς αυξανόταν (θετική κλίση καμπυλών) και ήταν και αρκετά μεγαλύτερες από τις τάσεις της προηγούμενης περίπτωσης. Μεγαλύτερη συγκέντρωση τάσεων και στις δύο περιπτώσεις είχαμε στις παρίες της σφηναύλακας όμως σε σχέση με τη κάμψη και τη στρέψη μόνο είχαμε πολύ μεγαλύτερες τιμές τάσεων τόσο στη σφηναύλακα όσο και στη διαβάθμιση.

### 8. – ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Ρ. Γραικούσης - Στοιχεία Μηχανών Ι, Εκδόσεις Γιαχούδη, 1983

 W. Schutz – A history of fatigue, Engineering Fracture Mechanics Vol 54, No. 2, 1996

3. A. Wöhler – Über die Festigkeits-Versuche mit Eisen und Stahl. Zeitschrift für Bauwesen, 1870

4 A. Thum – Festigkeitprüfung bei schwingender Beanspruchung. Siebel, Handbuch der Werkstoffprüfung, Verlag Springer Berlin, 1939

5. R. E. Peterson, Stress Concentration Factors, John Wiley & Sons, 1974

6. J. E. Shigley – C. R. Mischke – Standard handbook of machine design, 2<sup>nd</sup> Ed, McGraw Hill, 1996

7. J. Fish, T. Belytschko - A first course in finite elements, Wiley, 2007