

11
ΠΟΛ

Τ.Ε.Ι ΠΕΙΡΑΙΑ (Τεχνολογικό Εκπαιδευτικό Ίδρυμα Πειραιά)

ΣΧΟΛΗ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΕΦΑΡΜΟΓΩΝ

ΤΜΗΜΑ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΔΟΜΙΚΩΝ ΕΡΓΩΝ

ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΜΟΡΦΕΣ ΤΗΣ ΑΡΧΙΤΕΚΤΟΝΙΚΗΣ ΠΟΥ ΕΠΙΛΥΟΝΤΑΙ ΜΕ ΤΗΝ
ΠΑΡΑΣΤΑΤΙΚΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Υπεύθυνος καθηγητής: Βασίλης Γεωργιάννης

Σπουδάστρια: Δημοπούλου Ελένη Α.Φ.Μ 13709

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΕΙΓΑΓΩΓΗ.....	1
1) ΣΤΕΓΗ.....	3
2) ΠΥΡΑΜΙΔΕΣ.....	6
3) ΠΥΡΓΟΣ ΜΕ ΚΕΚΛΙΜΕΝΗ ΣΚΕΠΗ.....	8
4) ΑΛΛΗΛΟΤΟΜΙΑ ΔΥΟ ΣΩΛΗΝΩΝ.....	11
5) ΑΛΛΗΛΟΤΟΜΙΑ ΤΡΙΩΝ ΣΩΛΗΝΩΝ.....	16
6) ΓΩΝΙΑ ΣΩΛΗΝΑ.....	17
7) ΚΑΓΚΕΛΑ.....	18
8) ΚΟΡΝΙΖΕΣ.....	20
9) ΤΡΟΥΛΟΙ.....	22
10) ΔΙΑΚΟΣΜΗΤΙΚΟ ΣΤΟΙΧΕΙΟ ΠΚΑΓΙΟΥ ΕΠΙΠΕΔΟΥ ΠΟΥ ΤΕΜΝΕΙ ΚΟΛΩΝΑ.....	26
11) ΚΟΛΩΝΕΣ ΜΕ ΚΙΟΝΟΚΡΑΜΑ	28
12) ΕΞΑΓΩΝΙΚΟ ΚΤΙΡΙΟ ΜΕ ΚΩΝΙΚΗ ΣΚΕΠΗ.....	30
13) ΣΦΑΙΡΙΚΟΙ ΤΡΟΥΛΟΙ.....	31
14) ΣΦΑΙΡΙΚΑ ΤΡΙΓΩΝΑ.....	35
15) ΙΓΚΛΟΥ.....	36
16) ΚΙΟΝΟΚΡΑΝΟ.....	37
17) ΤΡΟΥΛΟΣ ΕΛΛΕΙΨΟΕΙΔΗΣ ΕΚ ΠΕΡΙΣΤΡΟΦΗΣ.....	39
18) ΕΚΚΛΗΣΙΑ ΤΟΥ ΑΡΧΙΤΕΚΤΟΝΑ ΚΥΔΩΝΙΑΤΗ..... ΣΤΟ ΜΑΡΟΥΣΙ.....	42
19) ΣΤΑΔΙΟ ΕΙΡΗΝΗΣ ΚΑΙ ΦΙΛΙΑΣ.....	46
20) ΚΥΚΛΙΚΗ ΣΚΑΛΑ.....	48
21) ΣΤΕΓΑΣΤΡΑ.....	51
22) ΚΑΜΙΝΑΔΑ Δ.Ε.Η. ΚΑΙ ΤΕΝΤΑ.....	55
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....	58

Εισαγωγή

Σε μια φωτογραφική εξόρμηση που έγινε στην περιοχή του λεκανοπεδίου ή και λίγο πιο έξω φωτογραφήθηκαν διάφορα παραδείγματα που έχουν κάποια σχέση με την Π.Γ.. Η γενική εντύπωση είναι ότι οι Αρχιτέκτονες και οι Πολιτικοί Μηχανικοί αποφεύγουν τις δύσκολες μορφές τις καμπύλες επιφάνειες και τα στερεά σώματα (κώνους, σφαίρες κ.λ.π). Ο κανόνας είναι το κτίριο να επιλύεται με απλά επίπεδα στην μορφή πρίσματος και να αποφεύγονται γενικά οι αλληλοτομίες (προφανώς από έλλειψη σωστής διδασκαλίας της Π.Γ. στους μηχανικούς). Τα ελάχιστα παραδείγματα που βρέθηκαν αναλύονται σε εξειδικευμένα ή ομαδικά παραδείγματα και ακολουθούν οι φωτογραφίες με σύντομα σχόλια που βρέθηκαν.

Επίσης μια επίσκεψη σε αρχαιολογικούς χώρους μας πείθει ότι και οι αρχαίοι πρόγονοί μας προτιμούσαν τις ελεύθερες καμπύλες και όχι μαθηματικά μοντέλα. Απλά παραδείγματα είναι ο Παρθενώνας όπου δεν υπάρχει ευθεία γραμμή αλλά όλο ελεύθερες καμπύλες και οι εξηγήσεις οι οποίες δίδονται από τους ειδικούς είναι ότι αυτά ήταν οπτικές διορθώσεις των αρχαίων Ελλήνων ώστε το τελικό αποτέλεσμα να είναι αισθητικά ωραίο χωρίς να ακολουθεί μαθηματικά πρότυπα. Π.χ. στις Μυκήνες ο θησαυρός του Ατρέα (τάφος του Αγαμέμνονα) ναι μεν έχει κυκλική κάτοψη, στην τομή όμως δεν είναι ούτε σφαίρα, ούτε κώνος, ούτε κάποιο άλλο μαθηματικό μοντέλο. Είναι απλά ένα στερεό εκ περιστροφής σαν το ανάποδο μέρος μιας ληκύθου. Συμπερασματικά μπορούμε να πούμε ότι η αρχιτεκτονική αποφεύγει την παραστατική γεωμετρία πλην ελαχίστων εξαιρέσεων που υπάρχουν στην εργασία αυτή.

Τα σχέδια που ακολουθούν προσπαθούν να διαφωτίσουν την εμβαδομέτρηση δύσκολων στερεών π.χ. σφαίρας και ελπίζω να χρησιμεύσουν σαν βοήθημα σ' αυτούς όπου η μοίρα θα τους τάξει να χτίσουν εκκλησίες. Έτσι λοιπόν θα ξέρουν πόσα κεραμίδια θα παραγγείλουν για την στέγαση του τρούλου χωρίς να εμπιστεύονται στην εμπειρία του μάστορο-Θόδωρα και του μάστορο Μηνά.

Σαν επίλογο θέλω να γράψω ότι η πτυχιακή δεν αναλώθηκε στην εξήγηση της μαθηματικής επίλυσης των σχεδίων διότι δεν κάνω μάθημα παραστατικής γεωμετρίας, απλά προϋποθέτει ότι ο αναγνώστης γνωρίζει παραστατική γεωμετρία από κάποιο βιβλίο και καταλαβαίνει τις επιλύσεις μου όπως τις κατάλαβε ο καθηγητής μου που επέβλεψε την εργασία.

1) ΣΤΕΓΗ

Μια από τις πιο συνηθισμένες μορφές της Αρχιτεκτονικής που επιλύονται με την Παραστατική Γεωμετρία είναι τα διάφορα είδη στεγών. Στο συγκεκριμένο παράδειγμα έχουμε ένα κτίριο με κάτοψη σχήματος Γ. Η στέγη του είναι τετράρριχτη και η κλίση της προς όλες τις πλευρές είναι 30° .

Για την επίλυση παίρνουμε το σχήμα $A'B'Γ'D'E'Z'$ το οποίο αποτελεί το περίγραμμα της πρώτης προβολής της στέγης. Τα σημεία $A, B, Γ, Δ, E$ και Z βρίσκονται πάνω στο επίπεδο E_1 άρα έχουν $z=0$.

Θεωρούμε τα επίπεδα $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon$ και ζ των οποίων τα ίχνη $\sigma_{1\alpha'}$, $\sigma_{1\beta'}$, $\sigma_{1\gamma'}$, $\sigma_{1\delta'}$, $\sigma_{1\epsilon'}$, $\sigma_{1\zeta'}$, συμπίπτουν με τις πλευρές $A'B'$, $B'Γ'$, $Γ'D'$, $Δ'E'$, $E'Z'$, $Z'A'$ και έχουν κλίση 30° , το οποίο φαίνεται σε δεύτερη προβολή για τα επίπεδα α, γ, ϵ και σε τρίτη προβολή για τα επίπεδα β, δ, ζ . Το ζητούμενο είναι οι ευθείες κατά τις οποίες τέμνονται τα παρακάτω επίπεδα σε πρώτη προβολή οι οποίες και αποτελούν τη χάραξη της στέγης.

Είναι φανερό ότι τα σημεία $A, B, Γ, Δ, E$ και Z ανήκουν στις ευθείες κατά τις οποίες τέμνονται τα επίπεδα α και ζ , α και β , β και γ , γ και δ , δ και ϵ , ϵ και ζ αντίστοιχα. Αρκεί λοιπόν να βρεθεί από ένα σημείο ακόμα για να οριστούν οι ευθείες κατά τις οποίες τέμνονται τα επίπεδα. Για το λόγο αυτό βρίσκουμε τα ίχνη των επιπέδων β, δ και ζ στο E_2 έτσι ώστε να βρούμε τα σημεία που τέμνονται τα ίχνη των επιπέδων στο E_2 σε δεύτερη προβολή. Τα σημεία αυτά, επειδή βρίσκονται πάνω στο E_2 , σε πρώτη προβολή θα πέφτουν πάνω στον άξονα ψ_{12} . Ενώνοντας, λοιπόν τα αντίστοιχα σημεία των τομών των επιπέδων βρίσκουμε τις ευθείες τομής, οι οποίες τέμνονται μεταξύ τους

στα σημεία Η,Θ,Ι και Κ τα οποία αποτελούν την κορυφή της στέγης.

Για να σχεδιάσουμε το ανάπτυγμα της στέγης στρέφουμε τις πλευρές Α'Θ' (=Β'Η'=Γ'Η') και Ζ'Κ' (=Ε'Κ') κατά 45° και βρίσκουμε το φυσικό τους μέγεθος Α°Θ° (=Β°Η° = Γ°Η°) και Ζ°Κ° (Ε°Κ°). Οι πλευρές Α°Β°, Β°Γ°, Γ°Δ°, Δ°Ε°, Ε°Ζ° και Ζ°Α° λαμβάνονται από την πρώτη προβολή.

Στέγη στρογγυλής γλυφής από την Καλλιόπη

Στέγη λωτοειδούς γλυφής από την Καλλιόπη



Στέγη κατοικίας έξω από την Χαλκίδα



Στέγη κατοικίας με σοφίτα

ΣΥΓΓΡΑΜΜΑΤΣ

Μια από τις πιο απλές μορφές της Αρχιτεκτονικής που αναπτύχθηκαν στην Παραδοσιακή Γεωμετρία είναι η πυραμίδα, η οποία χρησιμοποιείται εκτός από τις γνωστές πυραμίδες της Αιγύπτου και ως στέγη ή άλλο αρχιτεκτονικό στοιχείο.

Εδώ επιλέγονται τέσσερα είδη πυραμίδας:

I. Πυραμίδα τετραγωνικής βάσης, όπου η κορυφή κ συμπίπτει σε πρώτη προβολή με το κέντρο βάρους του τετραγώνου.

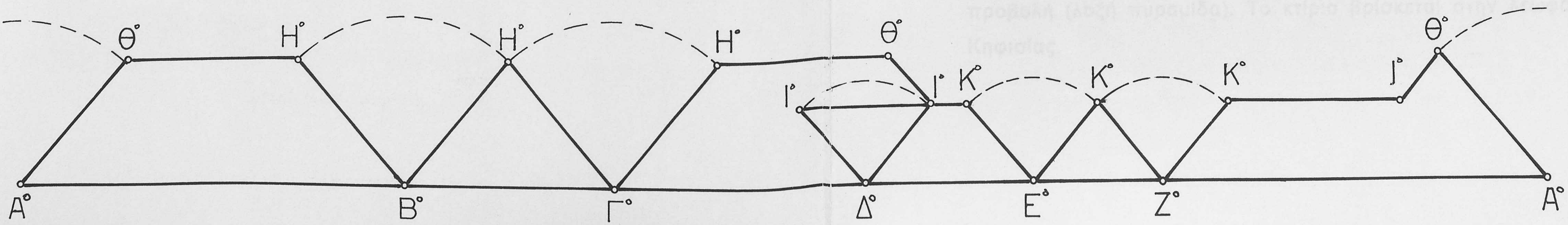
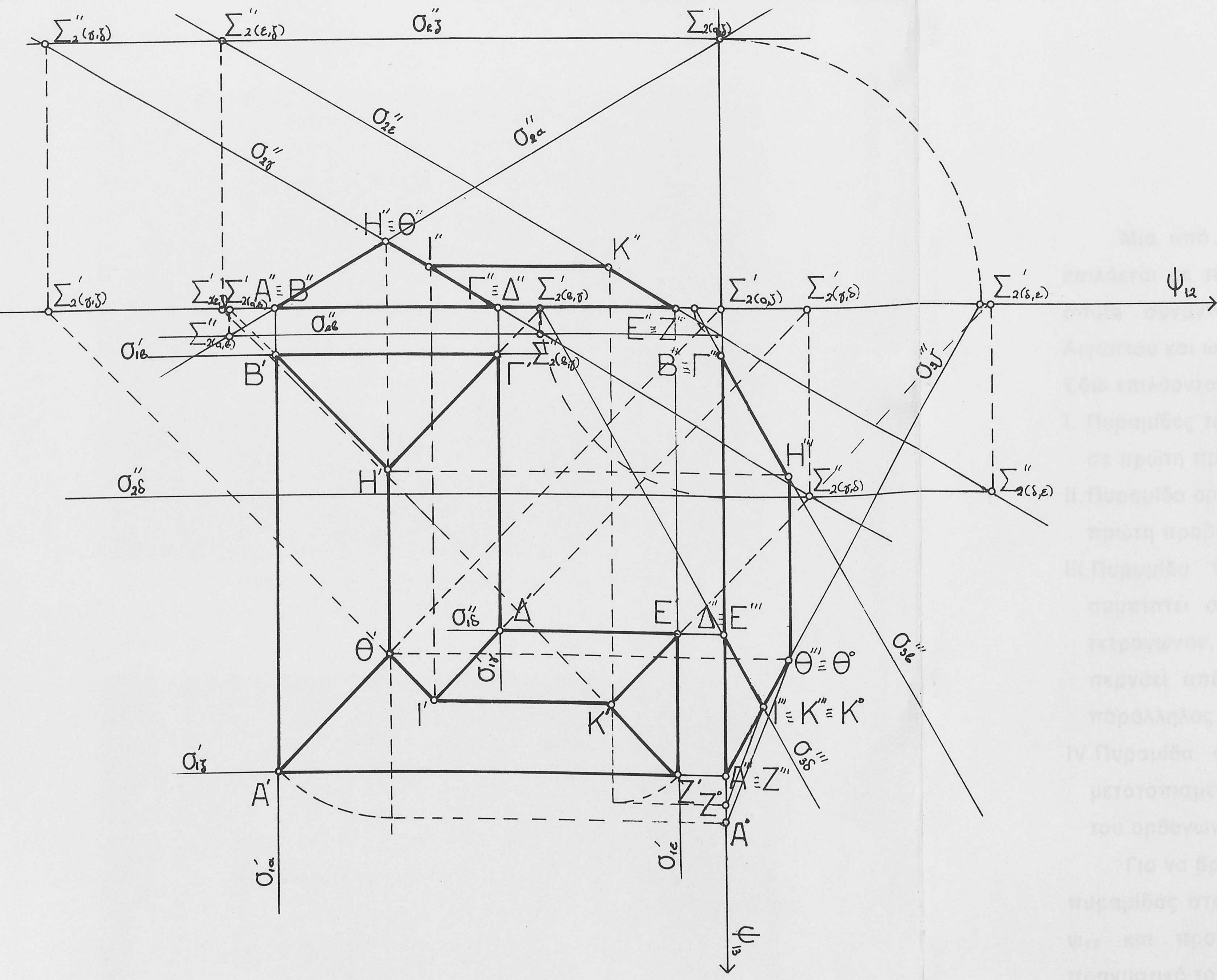
II. Πυραμίδα ορθογωνικής βάσης, όπου η κορυφή κ συμπίπτει σε πρώτη προβολή με το κέντρο βάρους του ορθογωνίου.

III. Πυραμίδα τετραγωνικής βάσης, όπου η κορυφή κ δεν συμπίπτει σε πρώτη προβολή με το κέντρο βάρους του τετραγώνου, αλλά είναι μετατοπισμένη πάνω σε άξονα που περνάει από το κέντρο βάρους του τετραγώνου και είναι παράλληλος στις πλευρές Α'Δ' και Θ'Γ'.

IV. Πυραμίδα ορθογωνικής βάσης, όπου η κορυφή κ είναι μετατοπισμένη κατά τυχαίο τρόπο ως προς το κέντρο βάρους του ορθογωνίου.

Για να βρεθούν τα πραγματικά μεγέθη των ακμών της κάθε πυραμίδας υποφέρονται έτσι ώστε να γίνουν παράλληλες με τα ψ_{12} και προβάλλονται στο E_2 οπότε παίρνουμε και τα πραγματικά τους μεγέθη.

Στις φωτογραφίες φαίνεται παράδειγμα πυραμίδας όπου η κορυφή δεν συμπίπτει με το κέντρο βάρους της βάσης σε πρώτη προβολή (αριστερή πυραμίδα). Το κέντρο βρίσκεται στην δεύτερη προβολή.



2) ΠΥΡΑΜΙΔΕΣ

Μια από τις πιο απλές μορφές της Αρχιτεκτονικής που επιλύεται με την Παραστατική Γεωμετρία είναι η πυραμίδα, η οποία συναντάτε εκτός από τις γνωστές πυραμίδες της Αιγύπτου και ως στέγη ή άλλο αρχιτεκτονικό στοιχείο.

Εδώ επιλύονται τέσσερα είδη πυραμίδας:

- I. Πυραμίδες τετραγωνικής βάσης, όπου η κορυφή κ συμπίπτει σε πρώτη προβολή με το κέντρο βάρους του τετραγώνου.
- II. Πυραμίδα ορθογωνικής βάσης, όπου η κορυφή κ συμπίπτει σε πρώτη προβολή με το κέντρο βάρους του ορθογωνίου.
- III. Πυραμίδα τετραγωνικής βάσης, όπου η κορυφή κ δεν συμπίπτει σε πρώτη προβολή με το κέντρο βάρους του τετραγώνου, αλλά είναι μετατοπισμένη πάνω σε άξονα που περνάει από το κέντρο βάρους του τετραγώνου και είναι παράλληλος στις πλευρές $A'D'$ και $B'G'$.
- IV. Πυραμίδα ορθογωνικής βάσης, όπου η κορυφή κ είναι μετατοπισμένη κατά τυχαίο τρόπο ως προς το κέντρο βάρους του ορθογωνίου.

Για να βρεθούν τα πραγματικά μεγέθη των ακμών της κάθε πυραμίδας στρέφονται έτσι ώστε να γίνουν παράλληλες με τα ψ_{12} και προβάλλονται στο E_2 οπότε παίρνουμε και το πραγματικό τους μέγεθος.

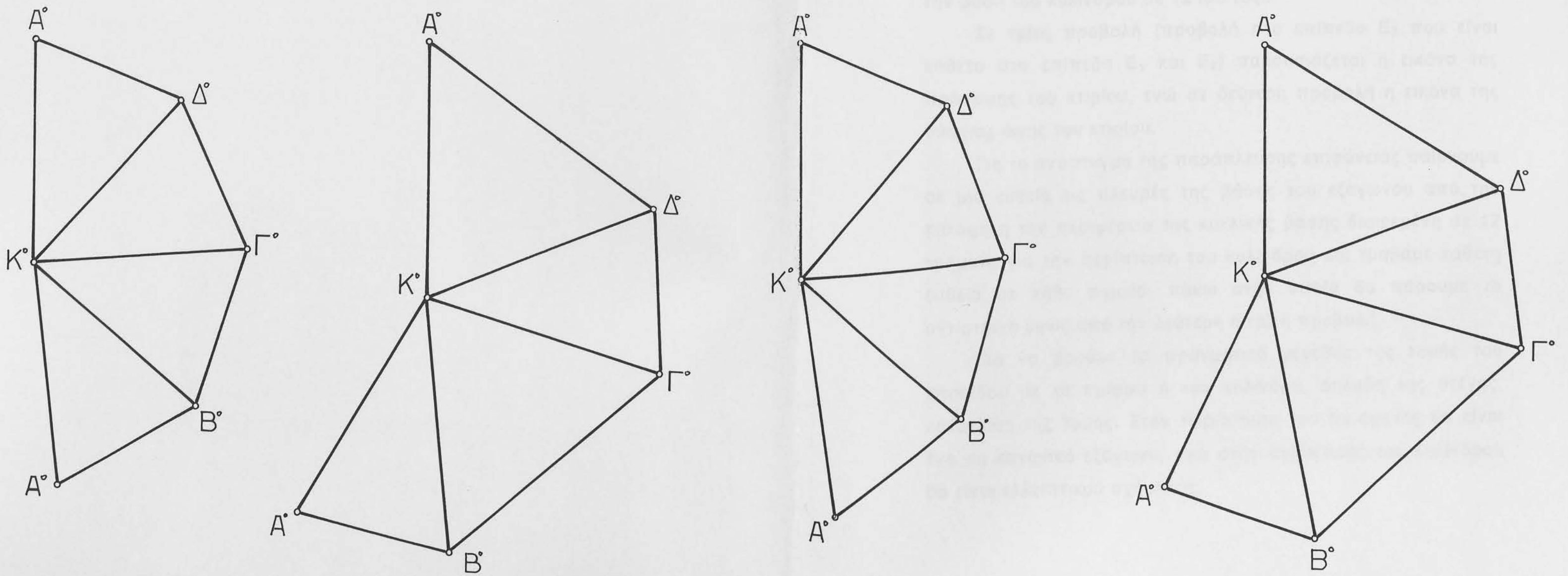
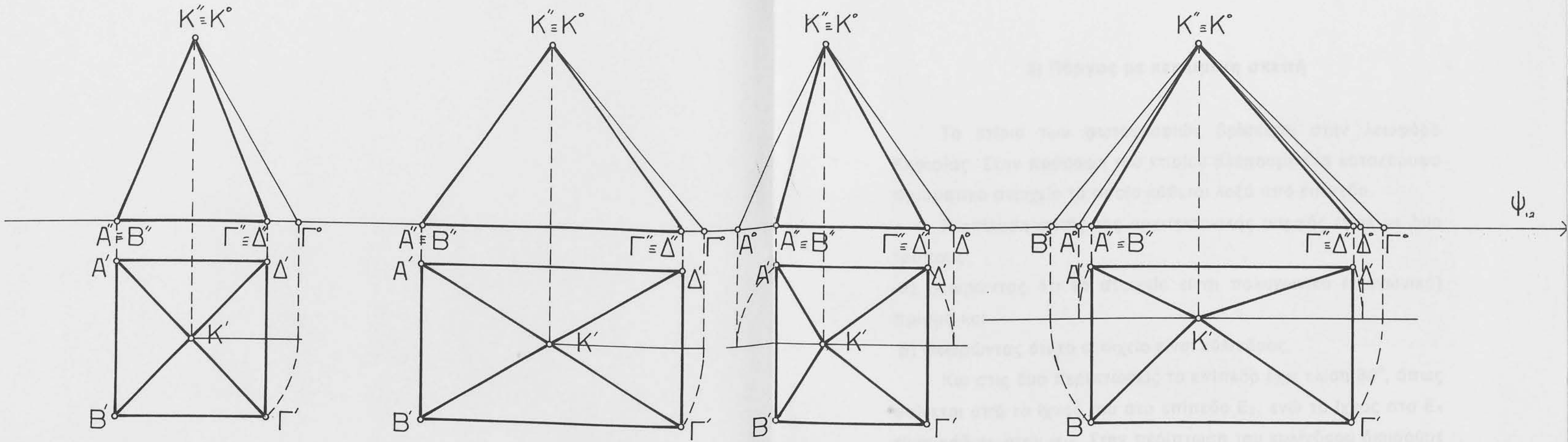
Στις φωτογραφίες φαίνεται παράδειγμα πυραμίδας όπου η κορυφή δεν ταυτίζεται με το κέντρο βάρους της βάσης σε πρώτη προβολή (λοξή πυραμίδα). Το κτίριο βρίσκεται στην λεωφόρο Κηφισίας.



Λοξή Πυραμίδα σε κτίριο επί της Λεωφόρου Κηφισίας



Λοξή Πυραμίδα σε κτίριο επί της Λεωφόρου Κηφισίας



3) Πύργος με κεκλιμένη σκεπή

Το κτίριο των φωτογραφιών βρίσκεται στην λεωφόρο Κηφισίας. Στην πρόσοψη του κτιρίου βλέπουμε ένα κατακόρυφο πρισματικό στοιχείο το οποίο κόβεται λοξά από επίπεδο.

Η επίλυση αυτής της αρχιτεκτονικής μορφής έγινε με δυο τρόπους:

α) Θεωρώντας ότι το στοιχείο είναι πολυγωνικό (εξαγωνικό) πρίσμα και

β) Θεωρώντας ότι το στοιχείο είναι κύλινδρος.

Και στις δυο περιπτώσεις το επίπεδο έχει κλίση 30° , όπως φαίνεται από το ίχνος του στο επίπεδο E_2 , ενώ το ίχνος στο E_1 είναι κάθετο στον ψ_{12} . Στην περίπτωση του κυλίνδρου διαιρούμε την βάση του κυλίνδρου σε 12 ίσα τόξα.

Σε τρίτη προβολή (προβολή στο επίπεδο E_3 που είναι κάθετο στα επίπεδα E_1 και E_2) παρουσιάζεται η εικόνα της πρόσοψης του κτιρίου, ενώ σε δεύτερη προβολή η εικόνα της πλάγιας όψης του κτιρίου.

Για το ανάπτυγμα της παράπλευρης επιφάνειας παίρνουμε σε μια ευθεία τις πλευρές της βάσης του εξαγώνου από την κάτοψη ή την περιφέρεια της κυκλικής βάσης διαιρεμένη σε 12 τμήματα για την περίπτωση του κυλίνδρου και τραβάμε κάθετη ευθεία σε κάθε σημείο, πάνω στην οποία θα πάρουμε το αντίστοιχο ύψος από την δεύτερη ή τρίτη προβολή.

Για να βρούμε το πραγματικό μέγεθος της τομής του επιπέδου με το πρίσμα ή τον κύλινδρο, δηλαδή της στέγης, κατάκλιση της τομής. Στην περίπτωση του πρισματος θα είναι ένα μη κανονικό εξαγώνο, ενώ στην περίπτωση του κυλίνδρου θα είναι ελλειπτικού σχήματος.



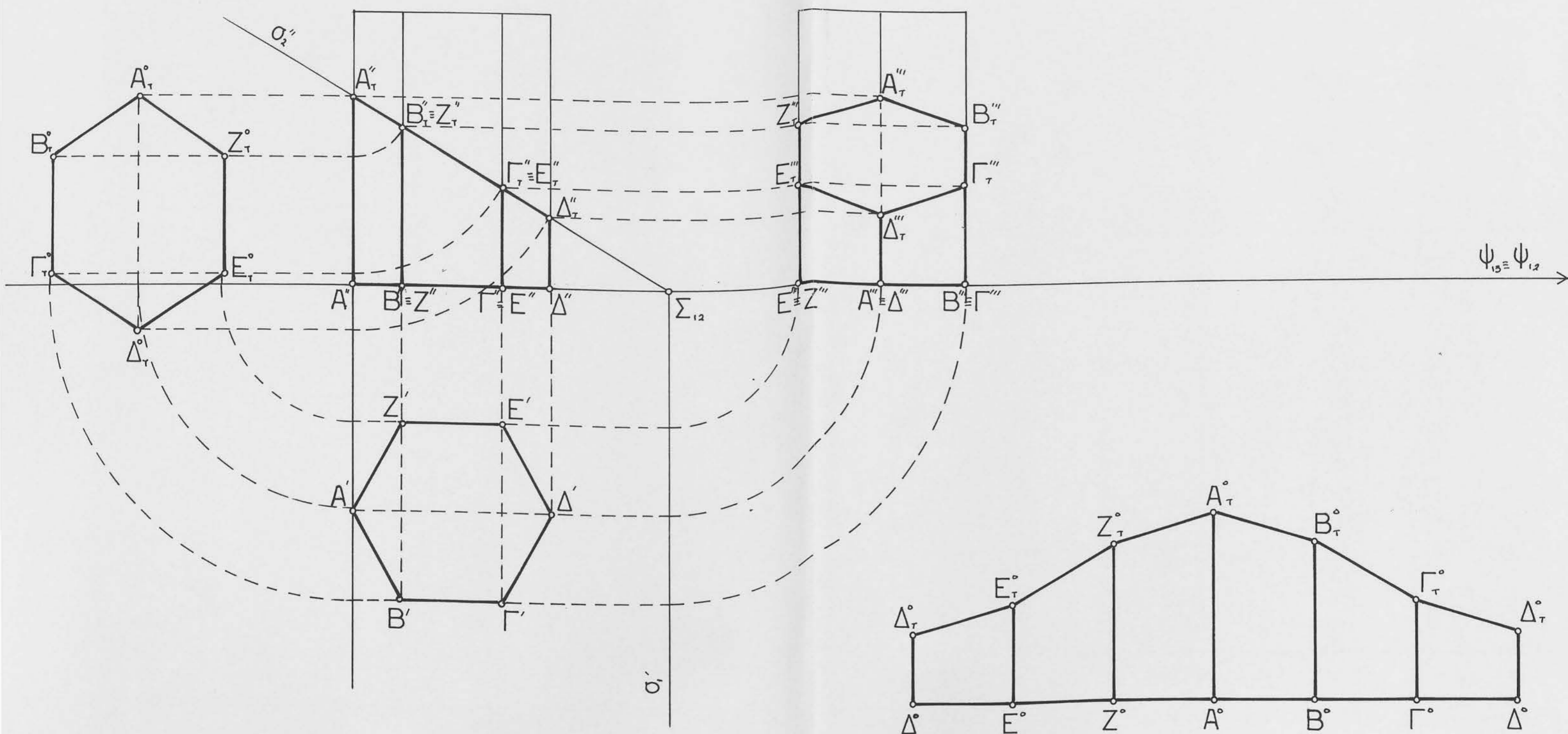
Κτίριο της Λεωφόρου Κηφισίας

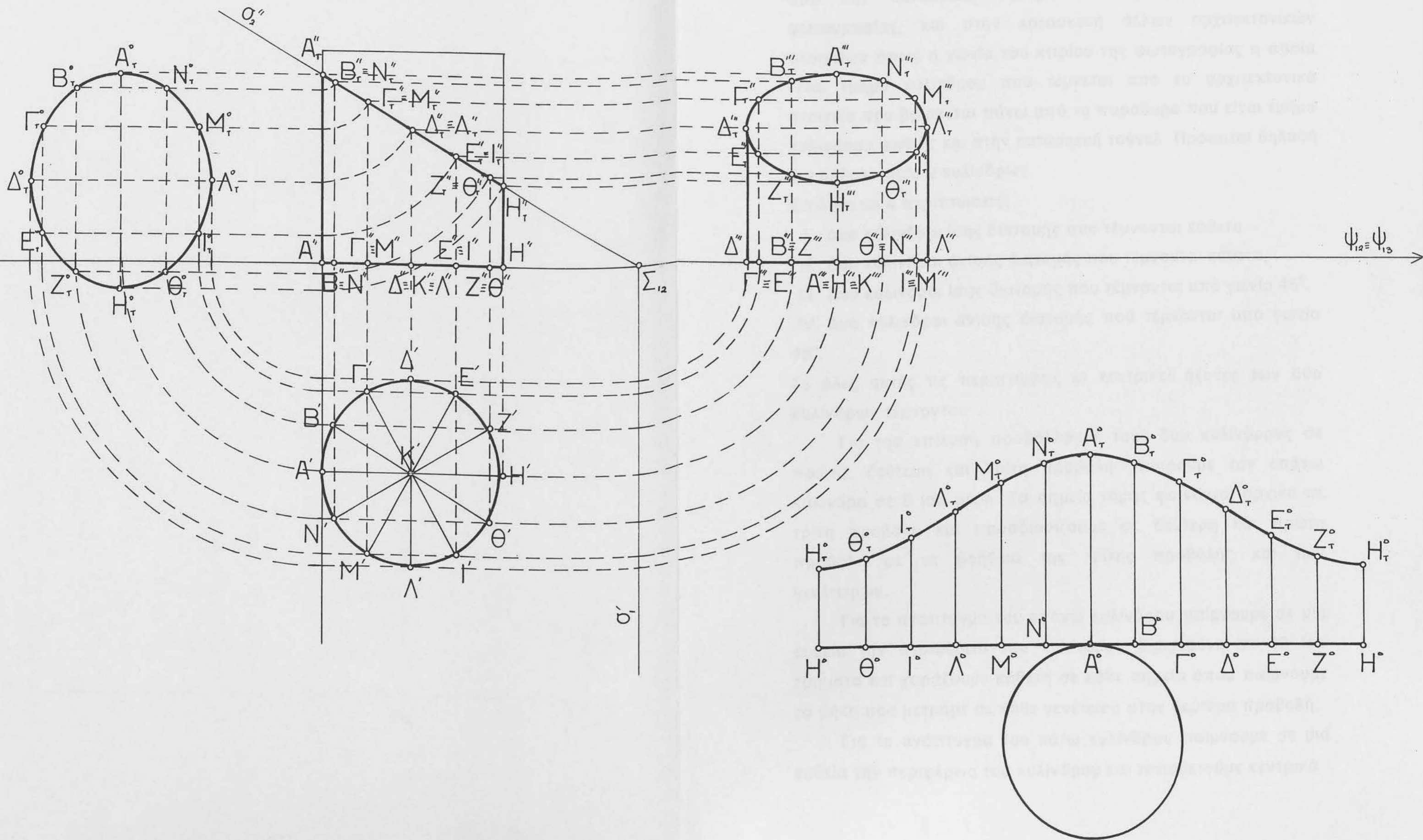


Πρόσοψη του κτιρίου επί της λεωφόρου Κηφισίας



Πλάγια άποψη του ιδίου κτιρίου





4) Αλληλοτομία δυο σωλήνων

Το παράδειγμα που ακολουθεί βρίσκει εφαρμογή εκτός από την κατασκευή σωλήνων όπως η καμινάδα της φωτογραφίας, και στην κατασκευή άλλων αρχιτεκτονικών στοιχείων όπως η γωνία του κτιρίου της φωτογραφίας η οποία είναι τμήμα κυλίνδρου που τέμνεται από το αρχιτεκτονικό στοιχείο που βρίσκεται πάνω από το παράθυρο που είναι τμήμα κυλίνδρου, καθώς και στην κατασκευή τούνελ. Πρόκειται δηλαδή για αλληλοτομία 2 κυλίνδρων.

Επιλύονται 4 περιπτώσεις:

- I. Δυο κύλινδροι ίσης διατομής που τέμνονται κάθετα.
- II. Δυο κύλινδροι άνισης διατομής που τέμνονται κάθετα.
- III. Δυο κύλινδροι ίσης διατομής που τέμνονται υπό γωνία 45° .
- IV. Δυο κύλινδροι άνισης διατομής που τέμνονται υπό γωνία 45° .

Σε όλες αυτές τις περιπτώσεις οι κεντρικοί άξονες των δύο κυλίνδρων τέμνονται.

Για την επίλυση προβάλλουμε τους δυο κυλίνδρους σε πρώτη, δεύτερη και Τρίτη προβολή. Διαιρούμε τον επάνω κύλινδρο σε 8 ίσα μέρη. Τα σημεία τομής φαίνονται αρχικά σε τρίτη προβολή και προσδιορίζουμε σε δεύτερη και πρώτη προβολή με τη βοήθεια της τρίτης προβολής και των γενέτειρων.

Για το ανάπτυγμα του επάνω κυλίνδρου παίρνουμε σε μια ευθεία την περιφέρεια του κυλίνδρου διαιρεμένη σε 12 ίσα τμήματα και χαράζουμε κάθετη σε κάθε σημείο όπου παίρνουμε τα μήκη που μετράμε σε κάθε γενέτειρα στην δεύτερη προβολή.

Για το ανάπτυγμα του κάτω κυλίνδρου παίρνουμε σε μια ευθεία την περιφέρεια του κυλίνδρου και τοποθετούμε κεντρικά

τα μήκη των τόξων που σχηματίζονται σε τρίτη προβολή από τα σημεία τομής. Χαράζουμε κάθετες ευθείες στις άκρες και στα σημεία που ορίζονται από τα μήκη των τόξων, οι οποίες σταματάνε στην ευθεία που ορίζει το μήκος του κυλίνδρου. Για να οριστούν τα σημεία τομής μετράμε τις αντίστοιχες αποστάσεις στην πρώτη ή δεύτερη προβολή και τις μεταφέρουμε πάνω στις ευθείες.



Κτίριο επί της οδού Σταδίου



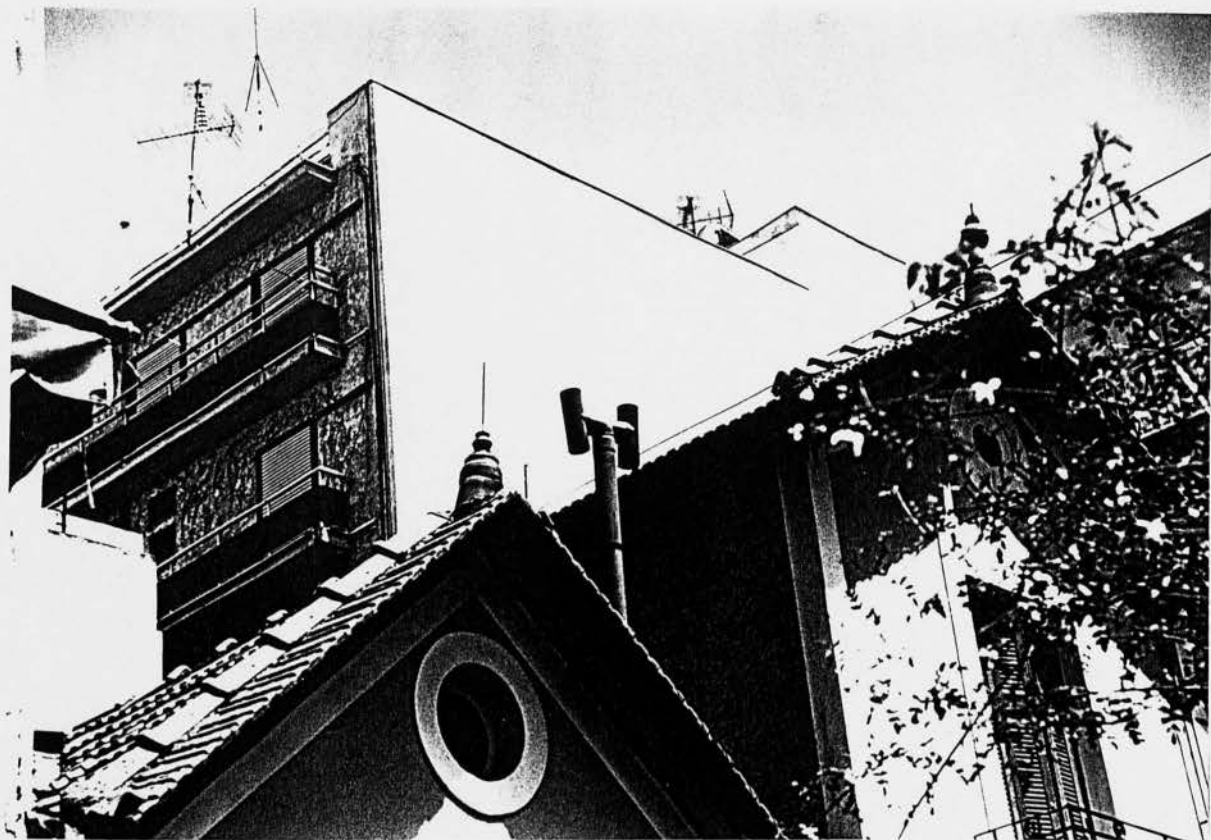
Κτίριο επί της οδού Σταδίου



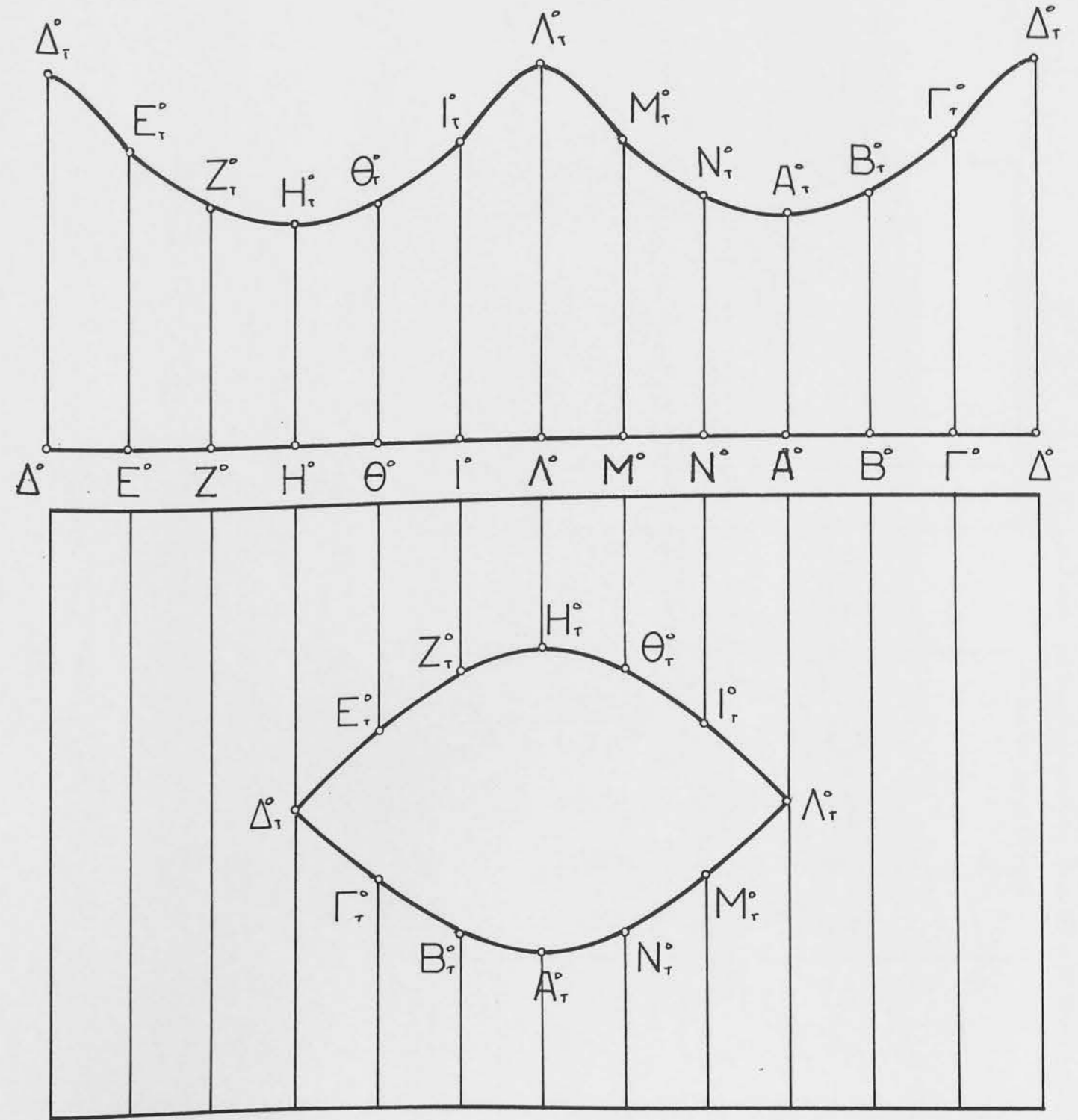
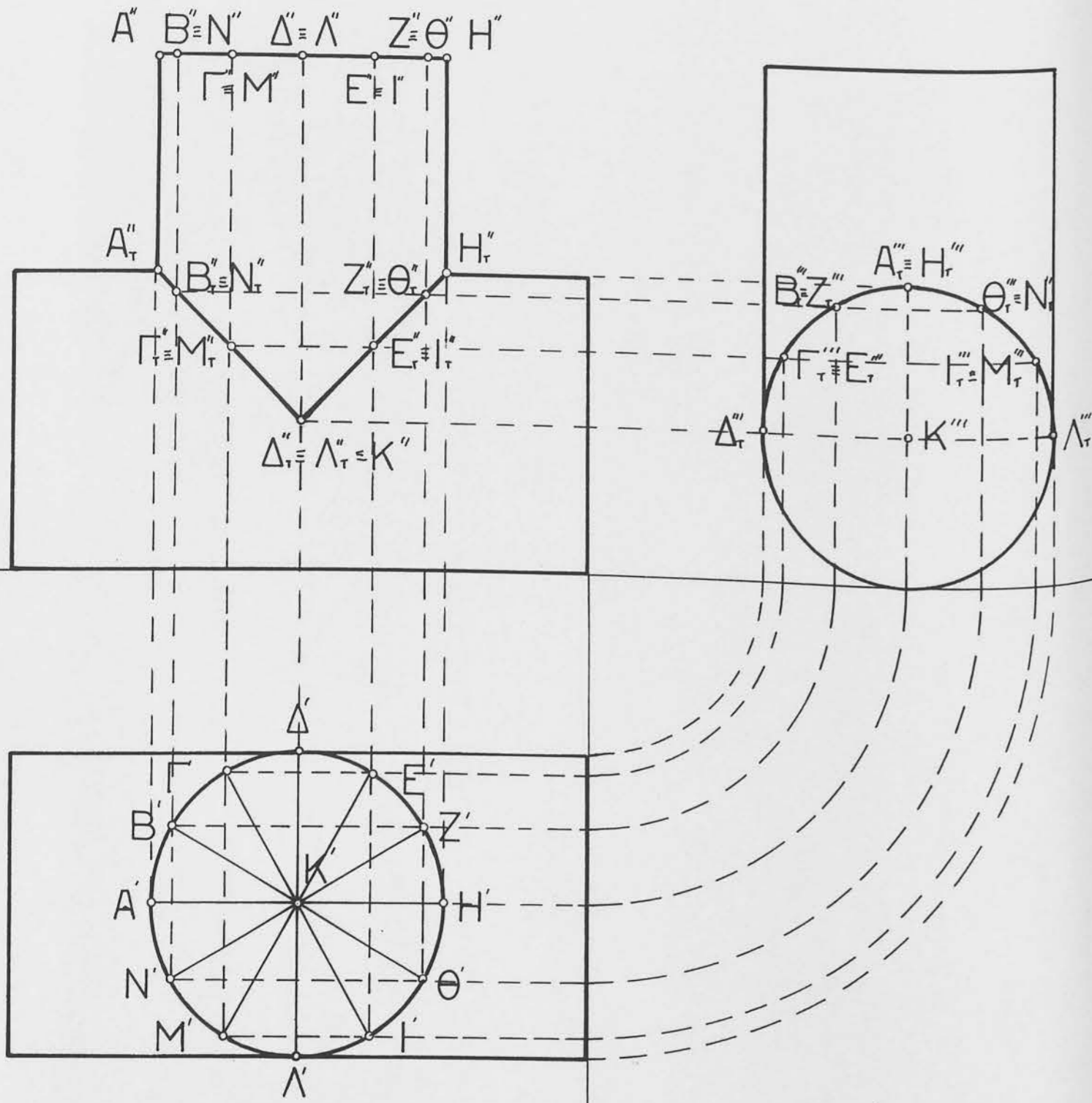
Κτίριο επί της οδού Σταδίου

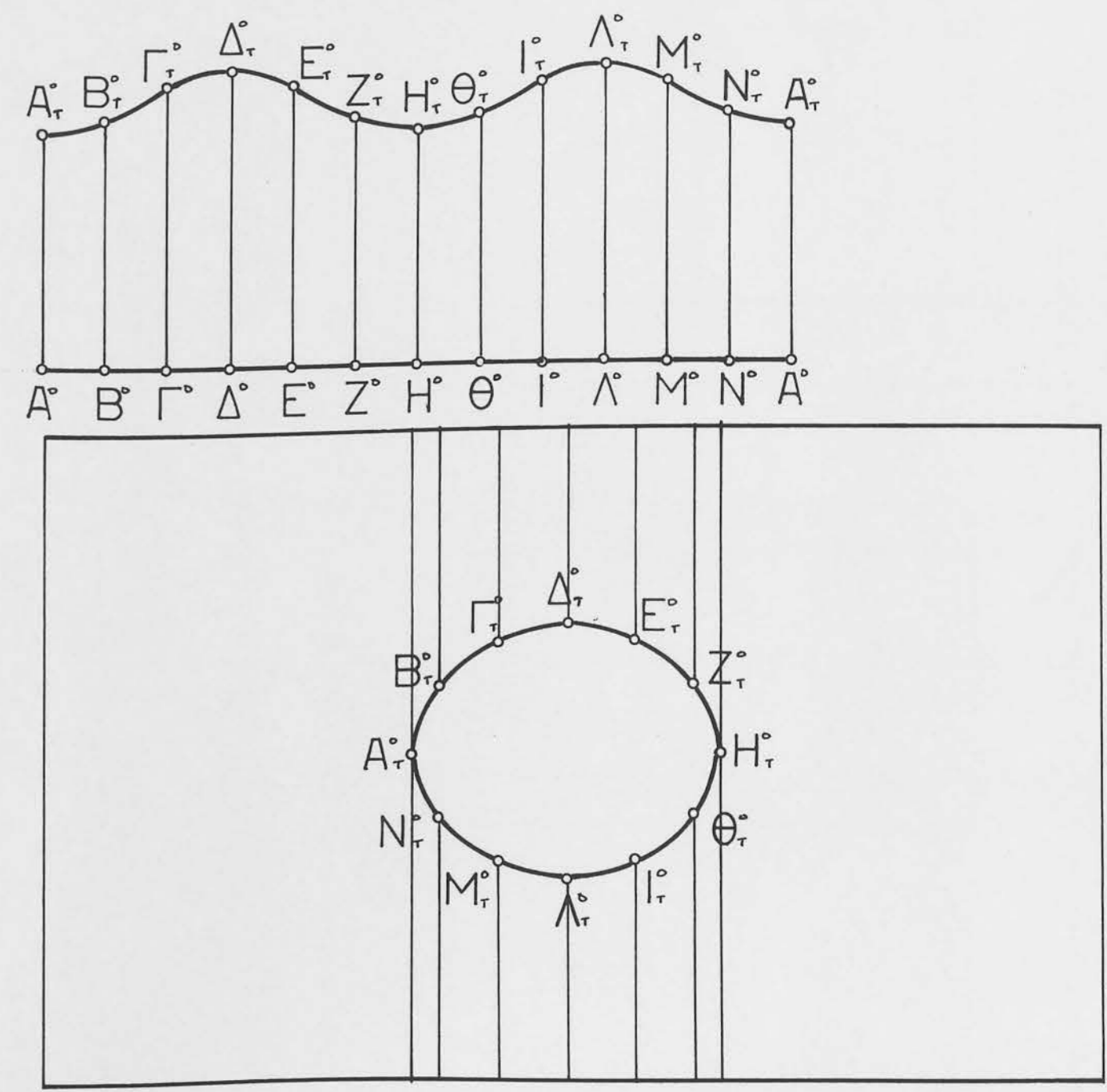
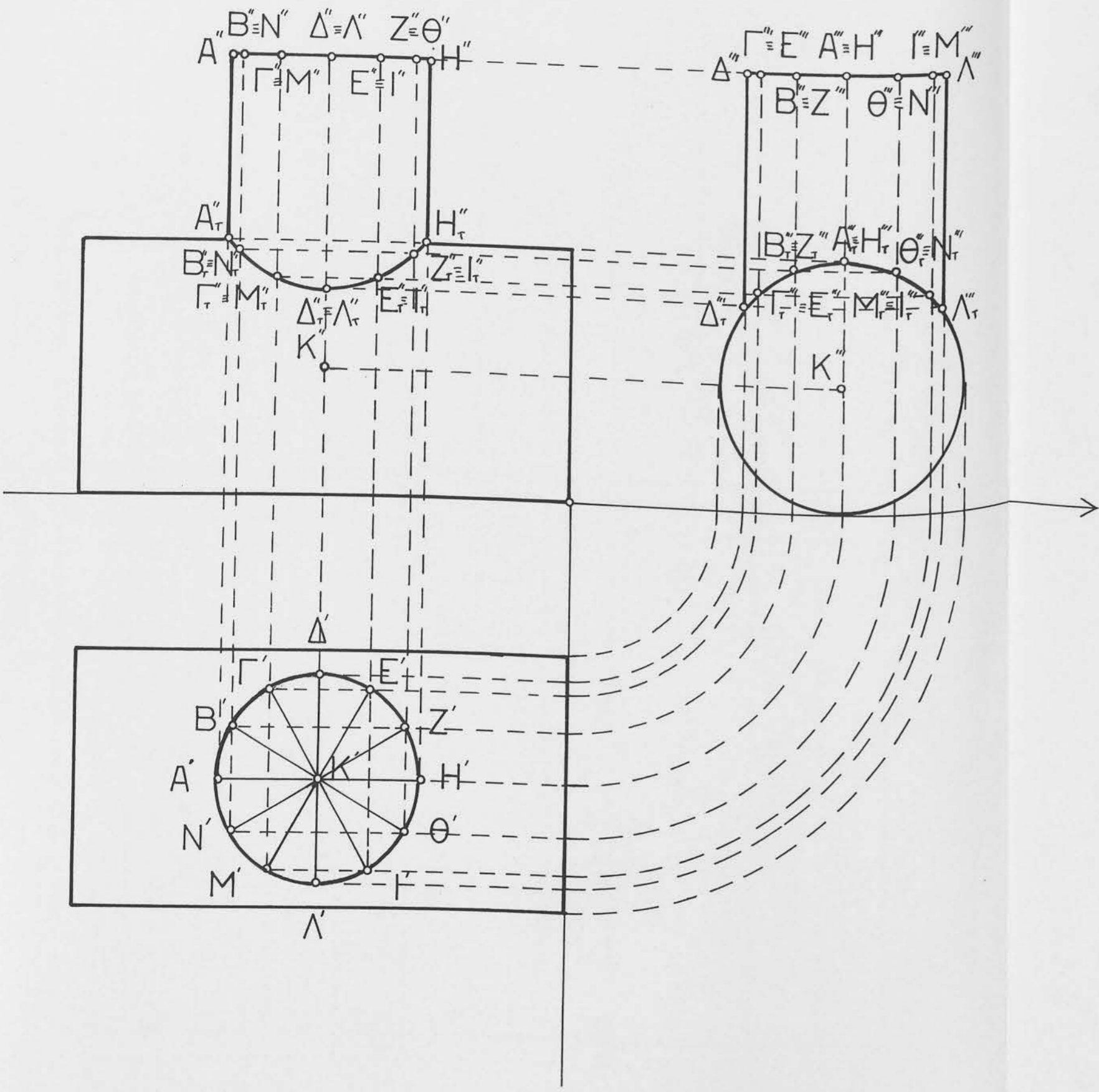


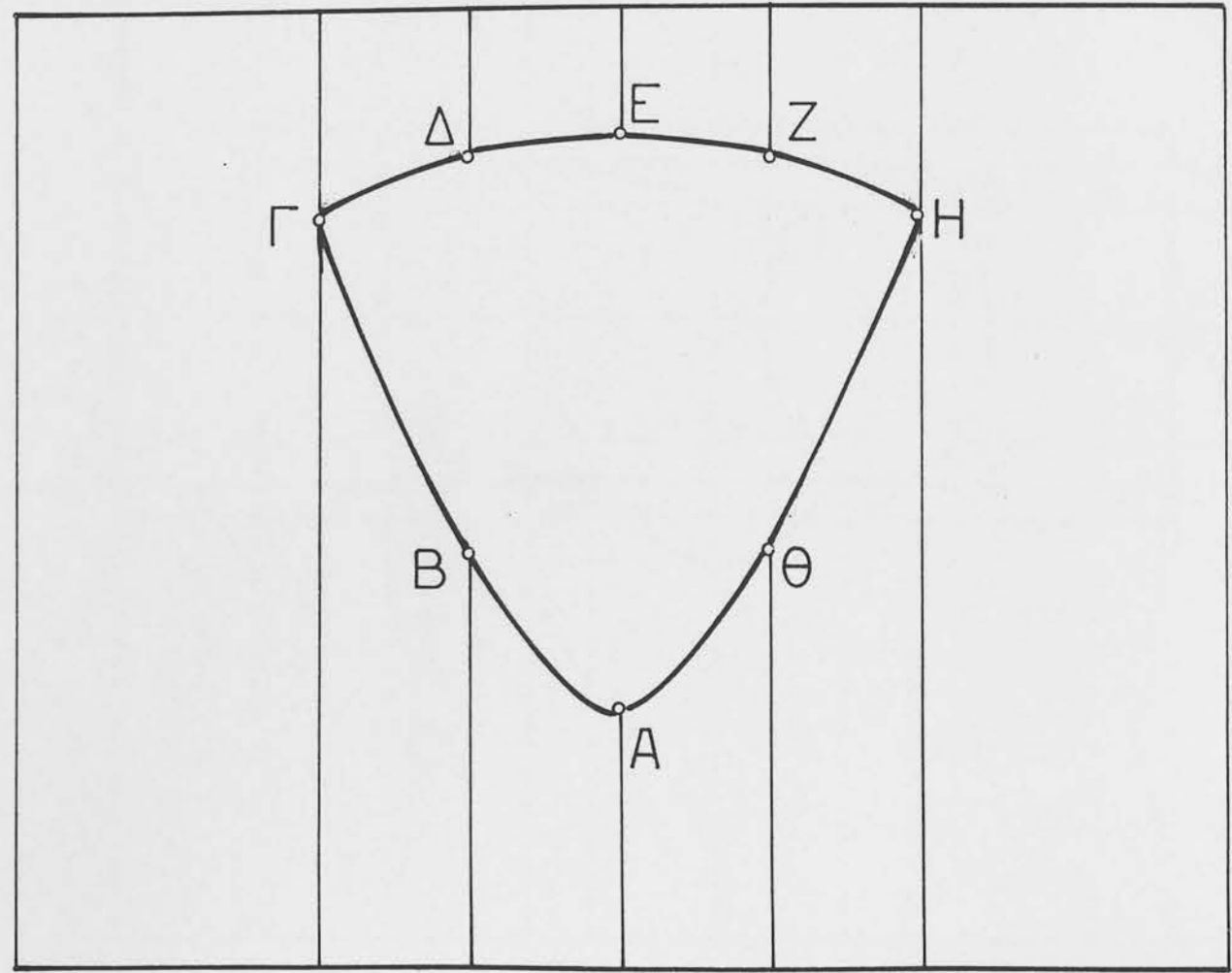
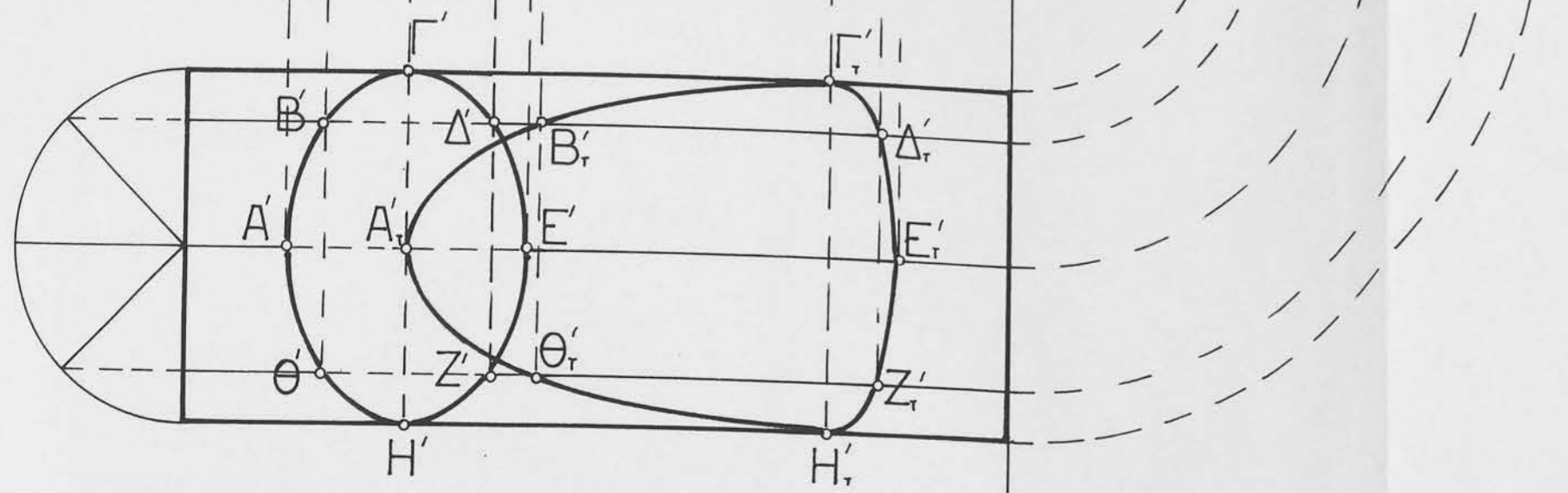
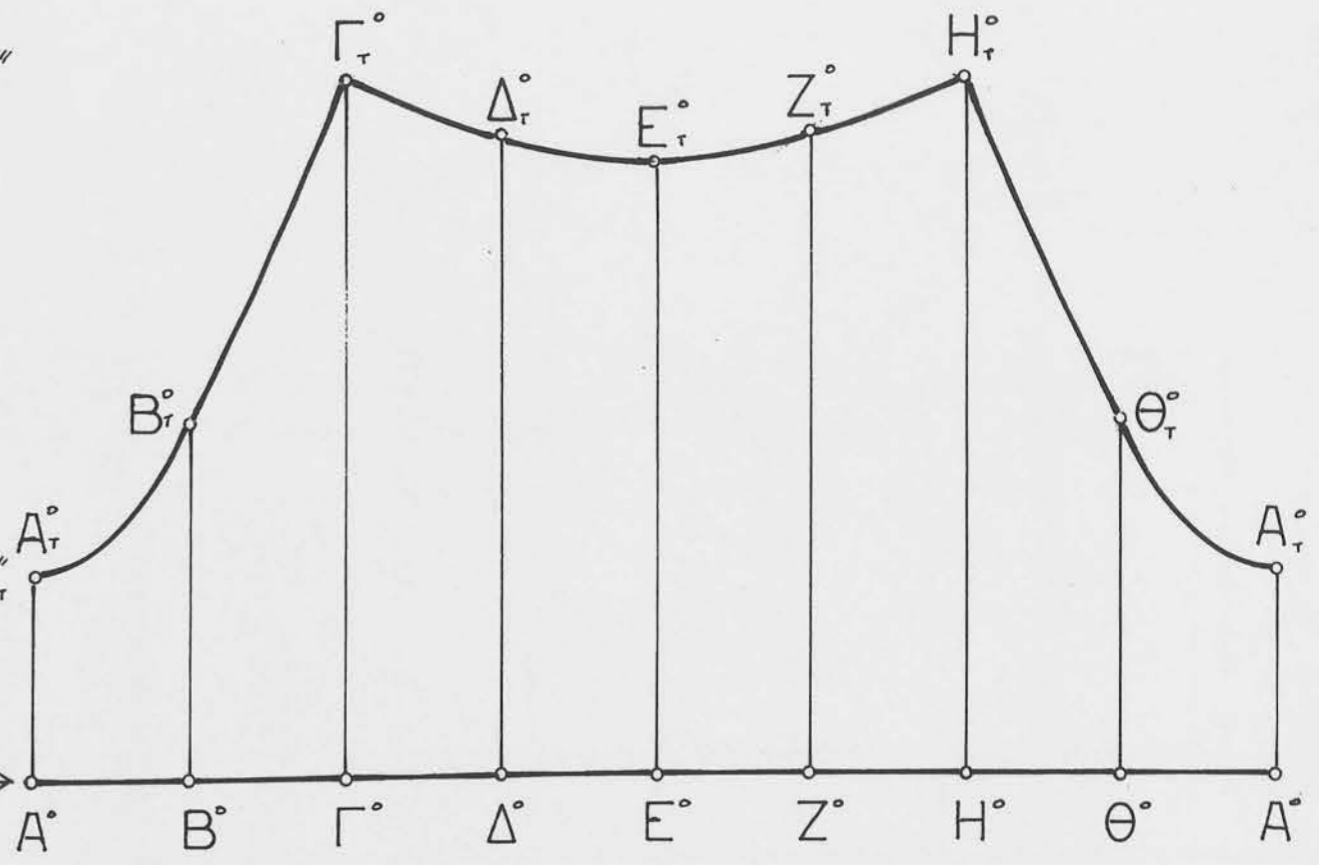
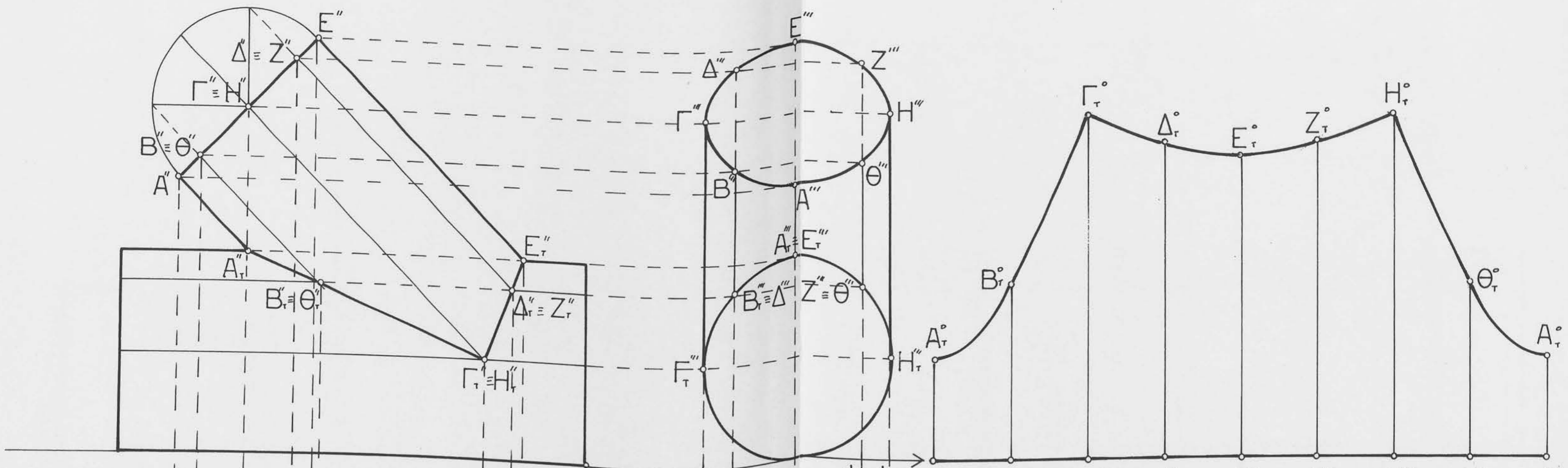
Καμινάδα σε μονοκατοικία στη Ν. Σμύρνη

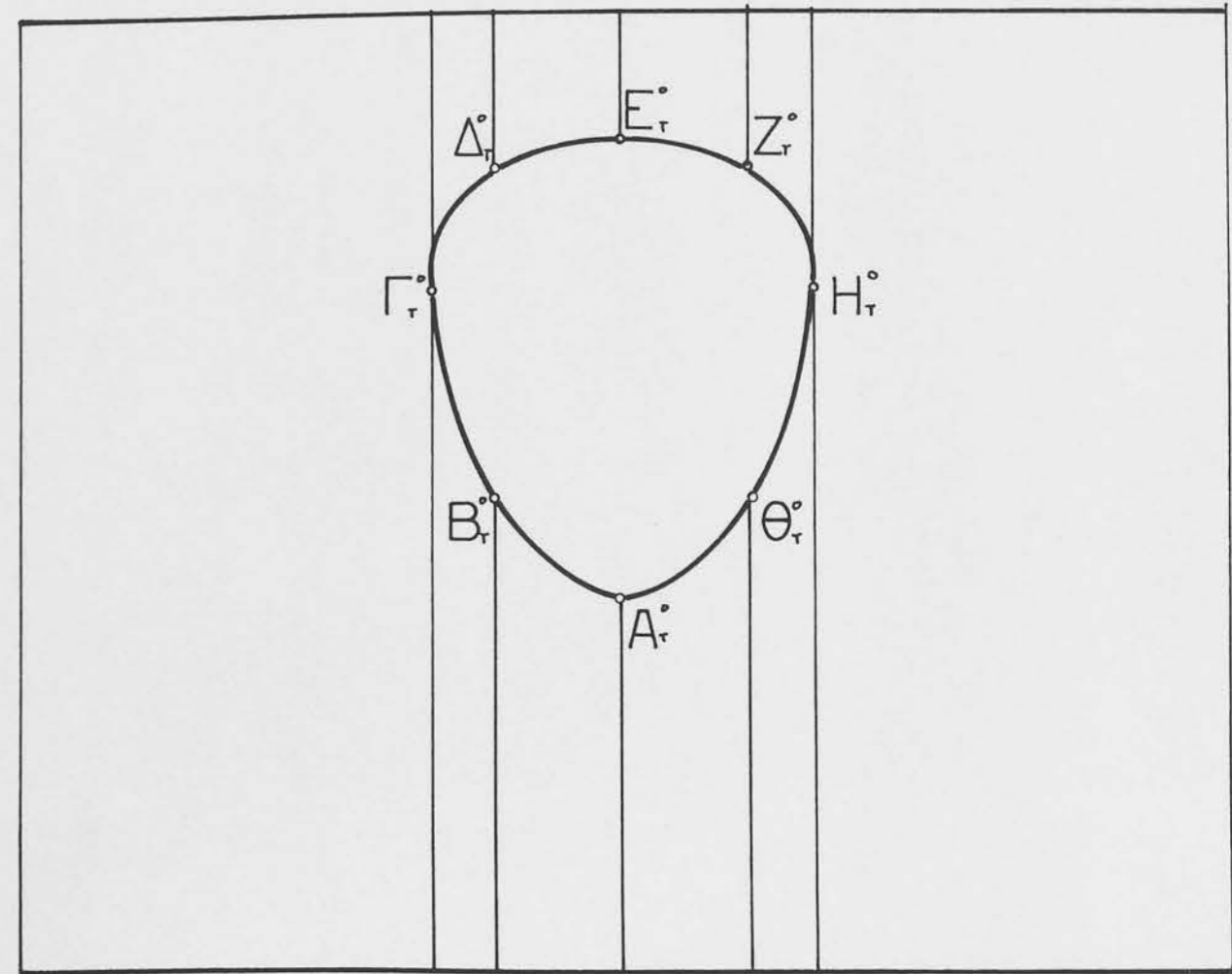
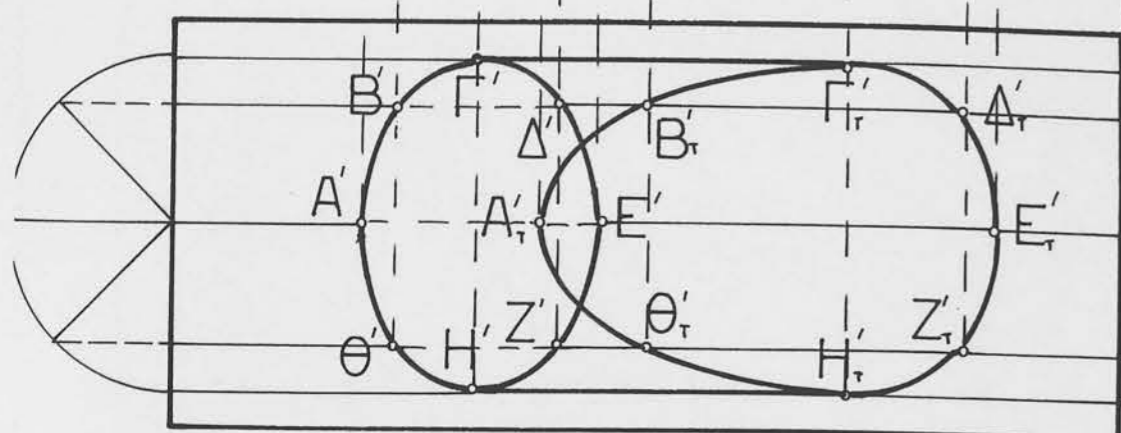
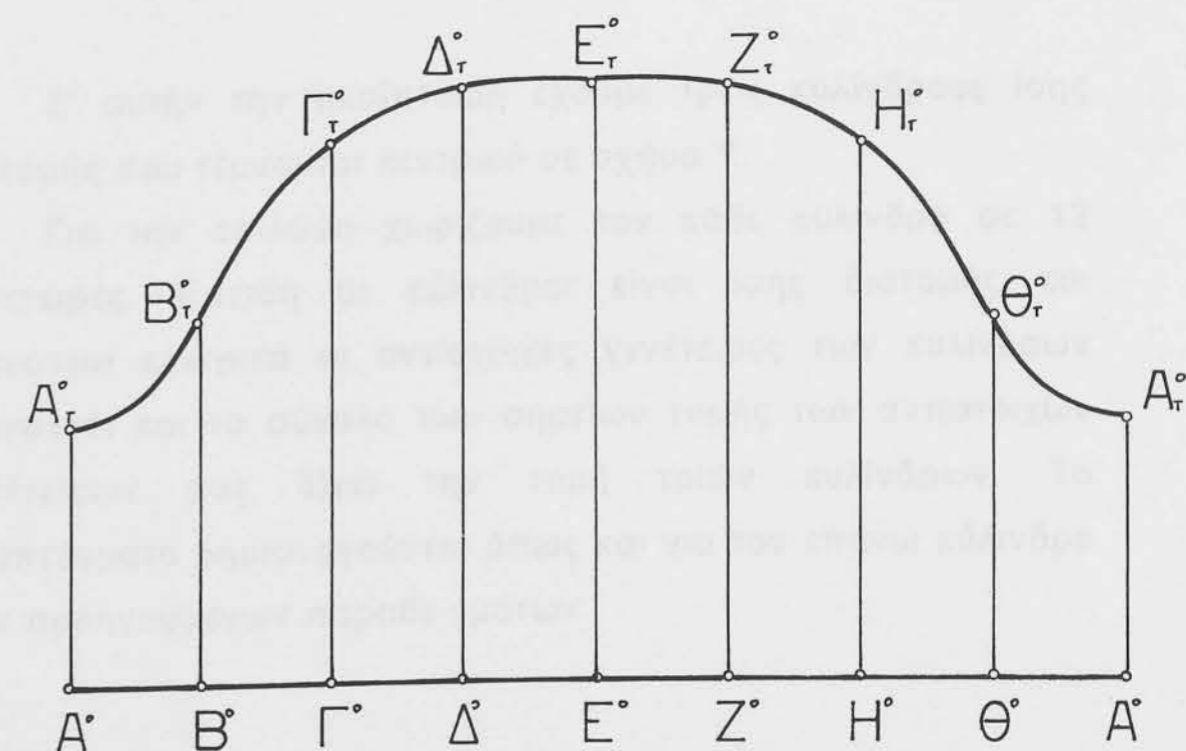
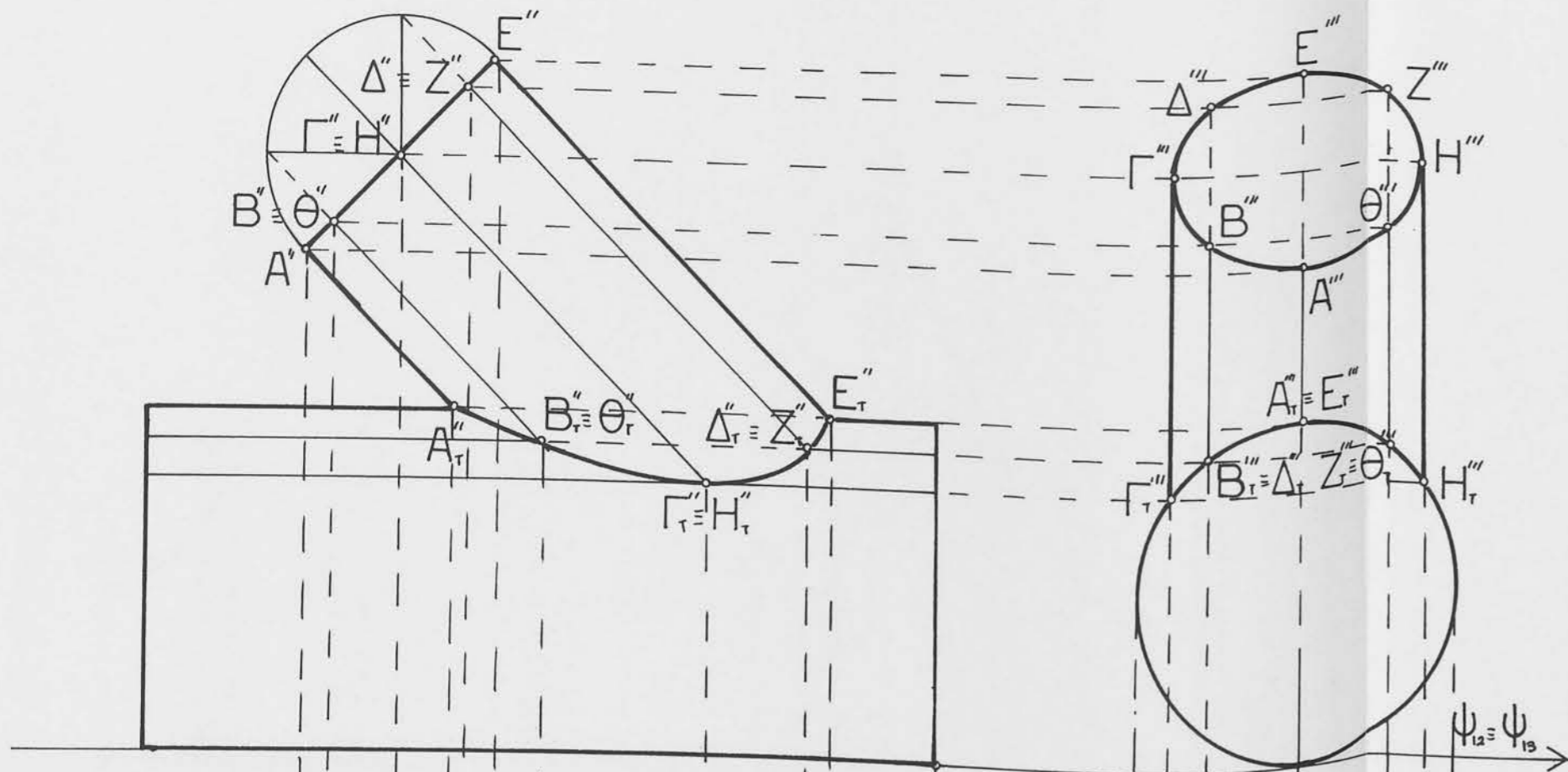


Όπως και πριν





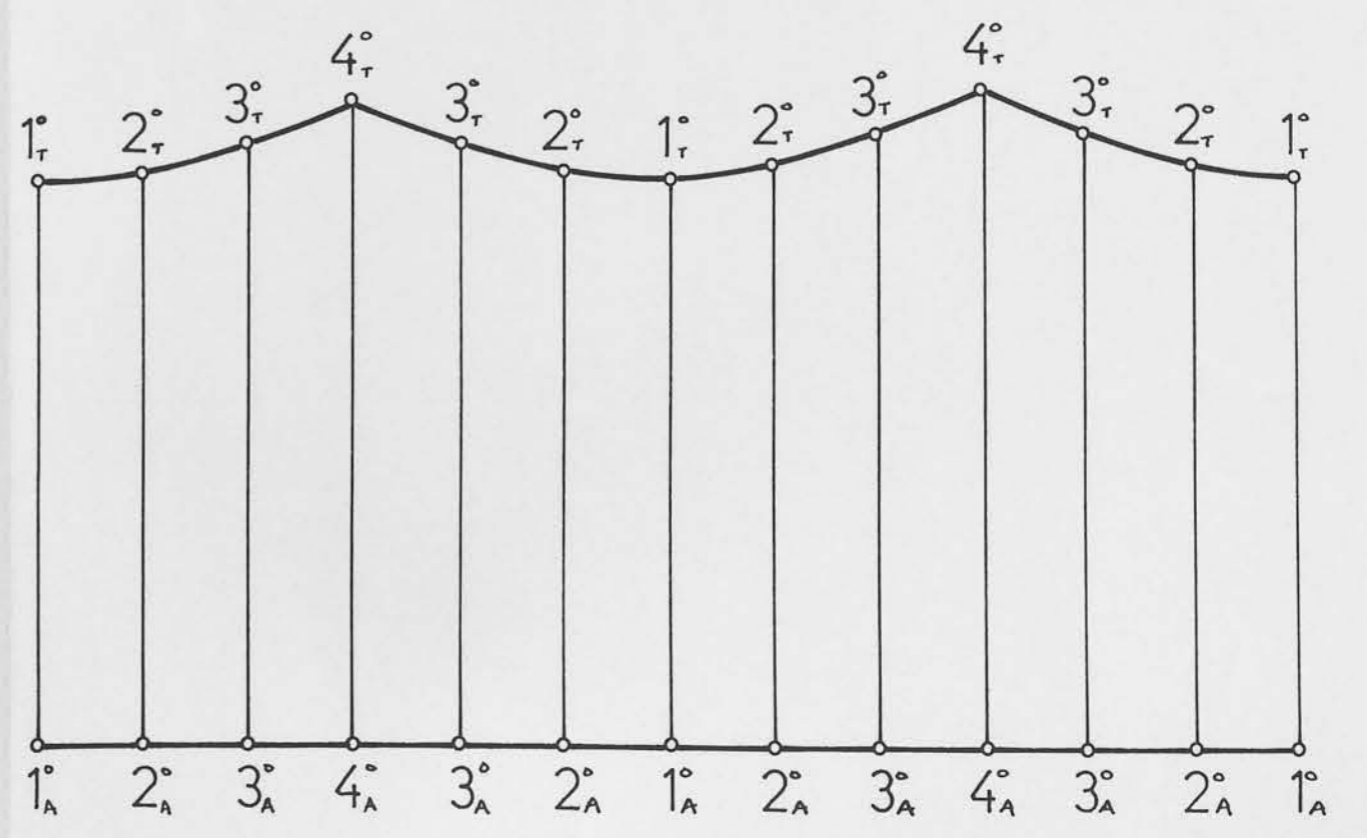
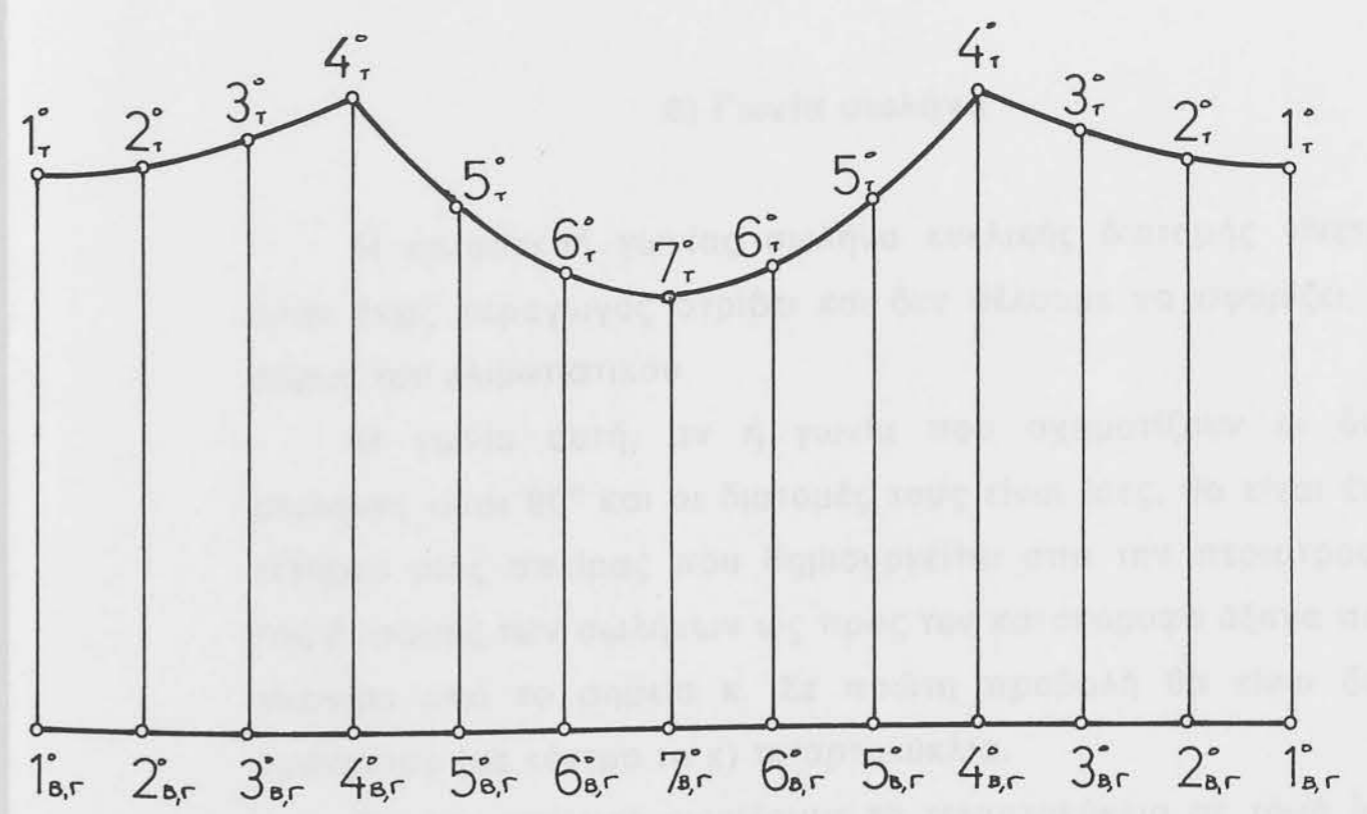
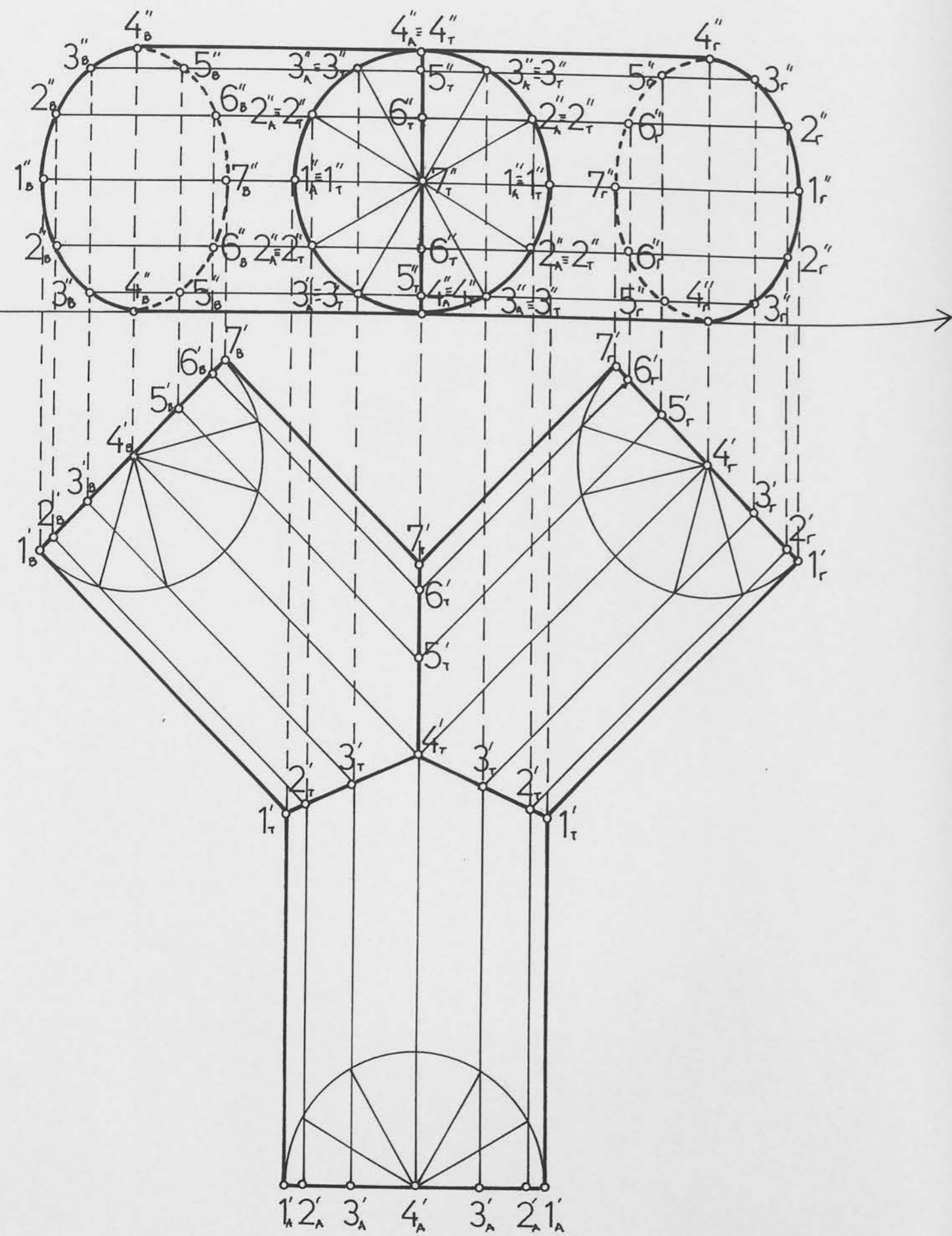




5)Αλληλοτομία τριών σωλήνων

Σ' αυτήν την περίπτωση έχουμε τρεις κυλίνδρους ίσης διατομής που τέμνονται κεντρικά σε σχήμα Υ.

Για την επίλυση χωρίζουμε τον κάθε κύλινδρο σε 12 γενέτειρες. Επειδή οι κύλινδροι είναι ίσης διατομής και τέμνονται κεντρικά οι αντίστοιχες γενέτειρες των κυλίνδρων τέμνονται και το σύνολο των σημείων τομής των αντίστοιχων γενέτειρων μας δίνει την τομή τριών κυλίνδρων. Τα αναπτύγματα δημιουργούνται όπως και για τον επάνω κύλινδρο των προηγούμενων παραδειγμάτων



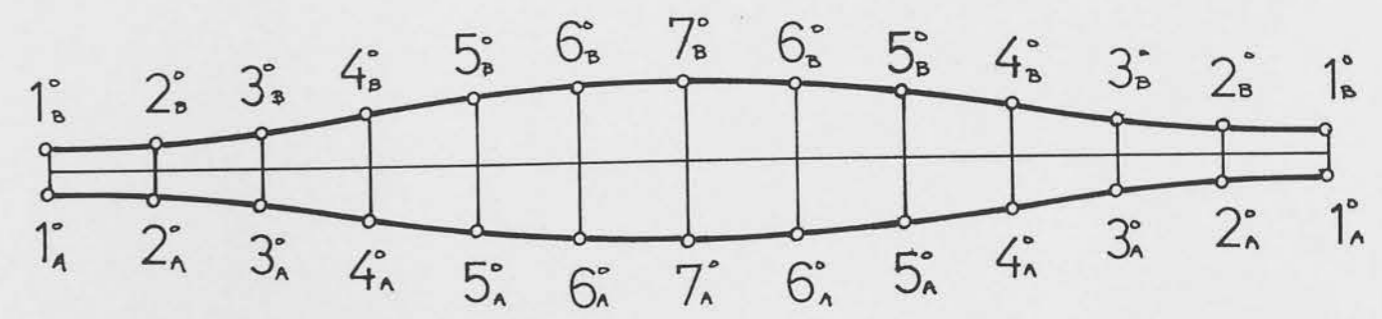
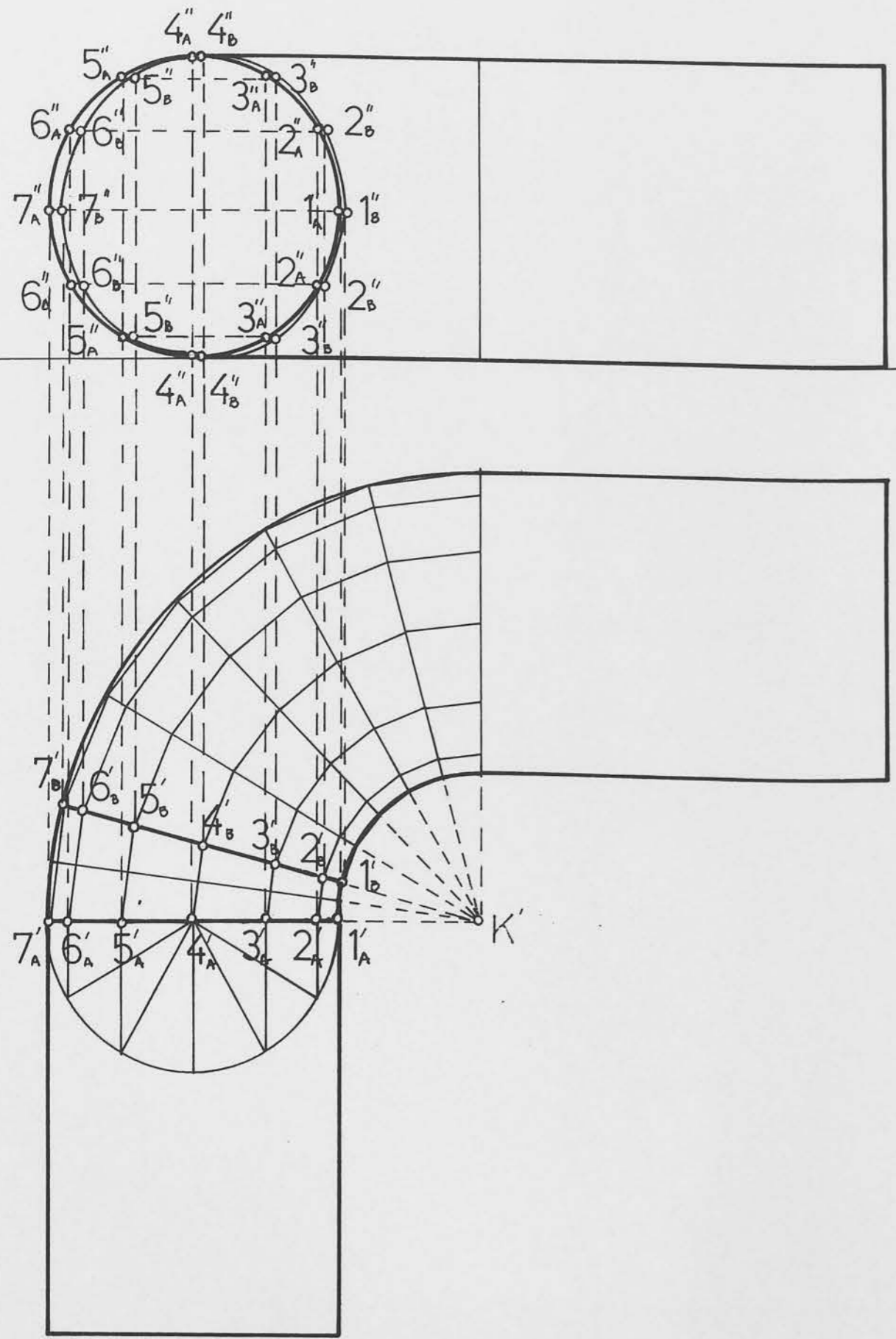
6) Γωνία σωλήνα

Η κατασκευή γωνίας σωλήνα κυκλικής διατομής γίνεται όταν ένας αεραγωγός στρίβει και δεν θέλουμε να σφυρίζει, ο αέρας του κλιματιστικού.

Η γωνία αυτή, αν η γωνία που σχηματίζουν οι δυο σωλήνες είναι 90° και οι διατομές τους είναι ίσες, θα είναι ένα τέταρτο μιας σπείρας που δημιουργείται από την περιστροφή της διατομής των σωλήνων ως προς τον κατακόρυφο άξονα που περνάει από το σημείο κ. Σε πρώτη προβολή θα είναι δυο ομόκεντρα (με κέντρο το κ) τεταρτοκύκλια.

Για την επίλυση χωρίζουμε τα τεταρτοκύκλια σε τόσα ίσα τμήματα έτσι ώστε τα τόξα να είναι κατά προσέγγιση ίσα με τις χορδές. Έτσι δημιουργούνται τμήματα κυλίνδρων την διατομή των οποίων χωρίζουμε σε 12 γενέτειρες.

Το ανάπτυγμα του κάθε τμήματος γίνεται όπως και πριν.



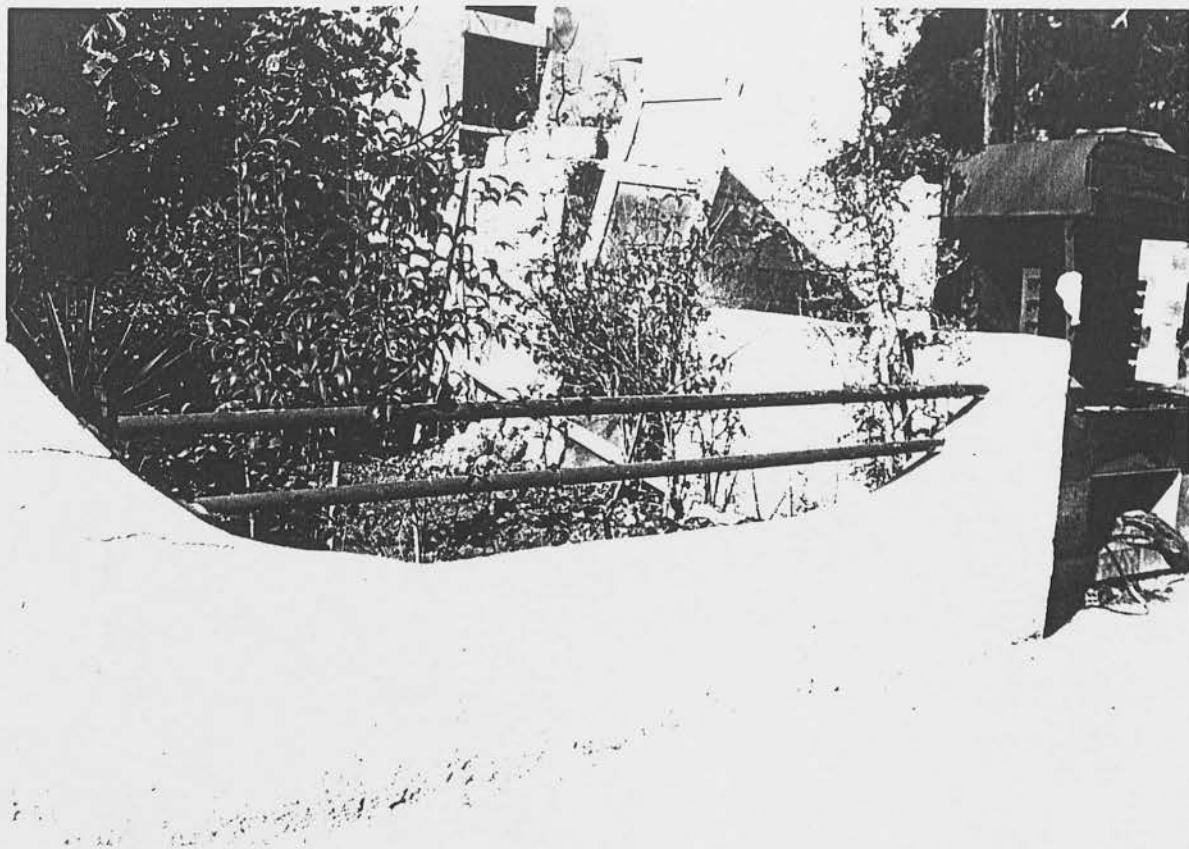
7) Κύματα

Το παράδειγμα της επιπέδου βολύβου στο Ανώγειο
 και αποτελεί μία από τις καλύτερες λύσεις για την αντιμετώπιση
 της κλίσης των τοίχων. Η λύση αυτή αποτελείται από
 δύο επίπεδα κλίσης που είναι κεντρικά, αλλά οι οποίες
 βρίσκονται κλιμακωτά (αλλάζουν τον μέγεθος των
 κλίσεων από το κέντρο προς τα έξω).

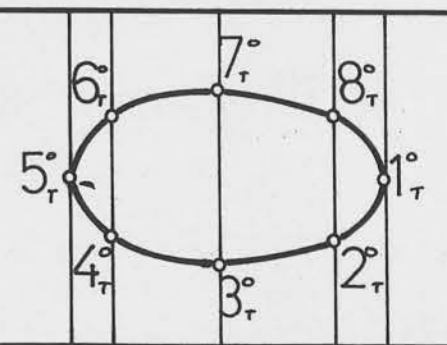
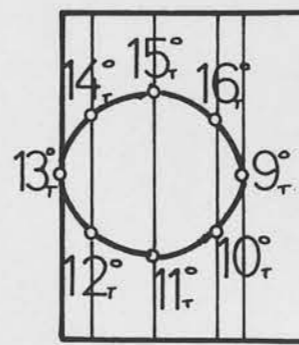
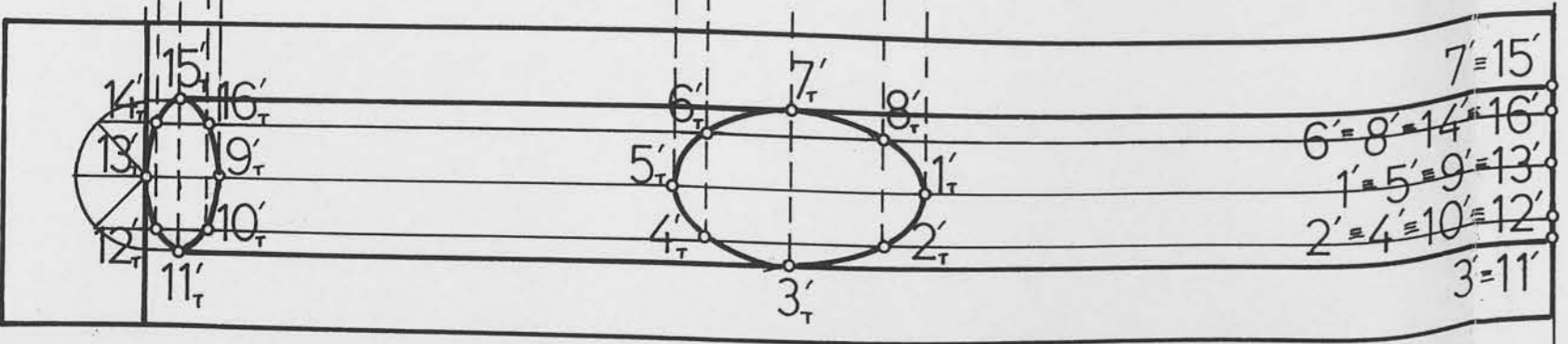
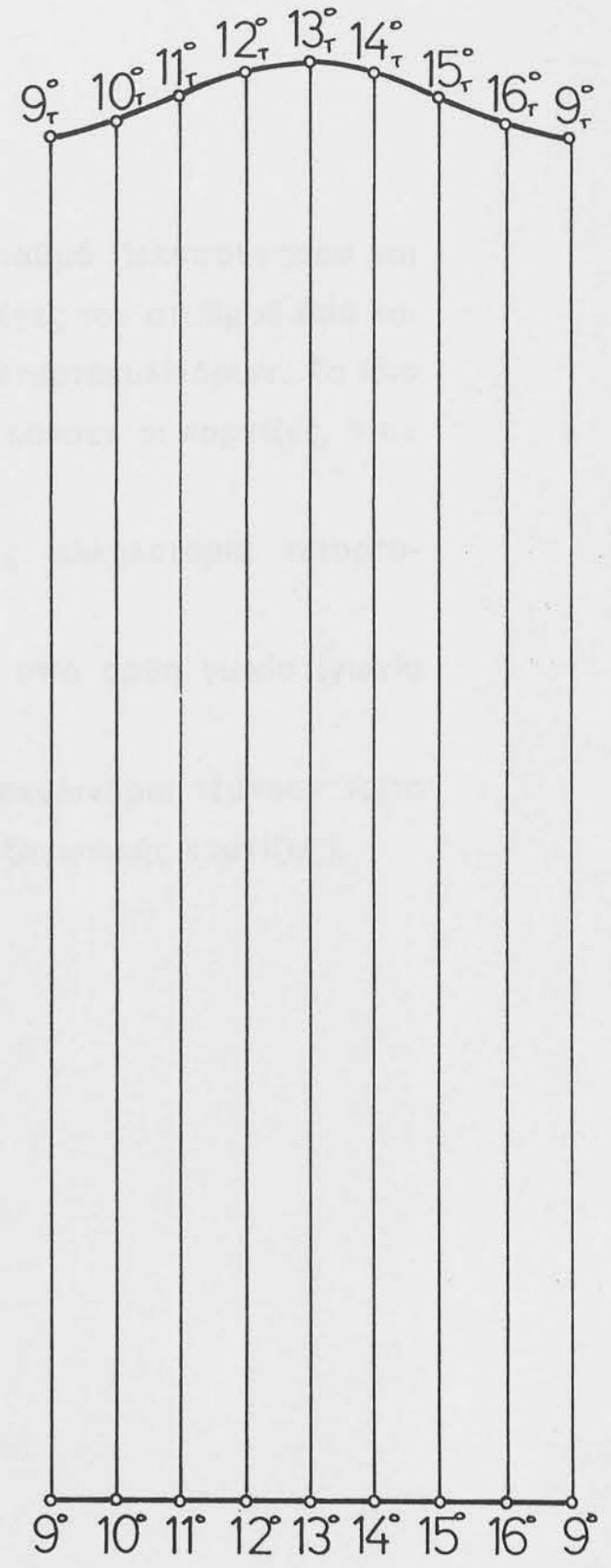
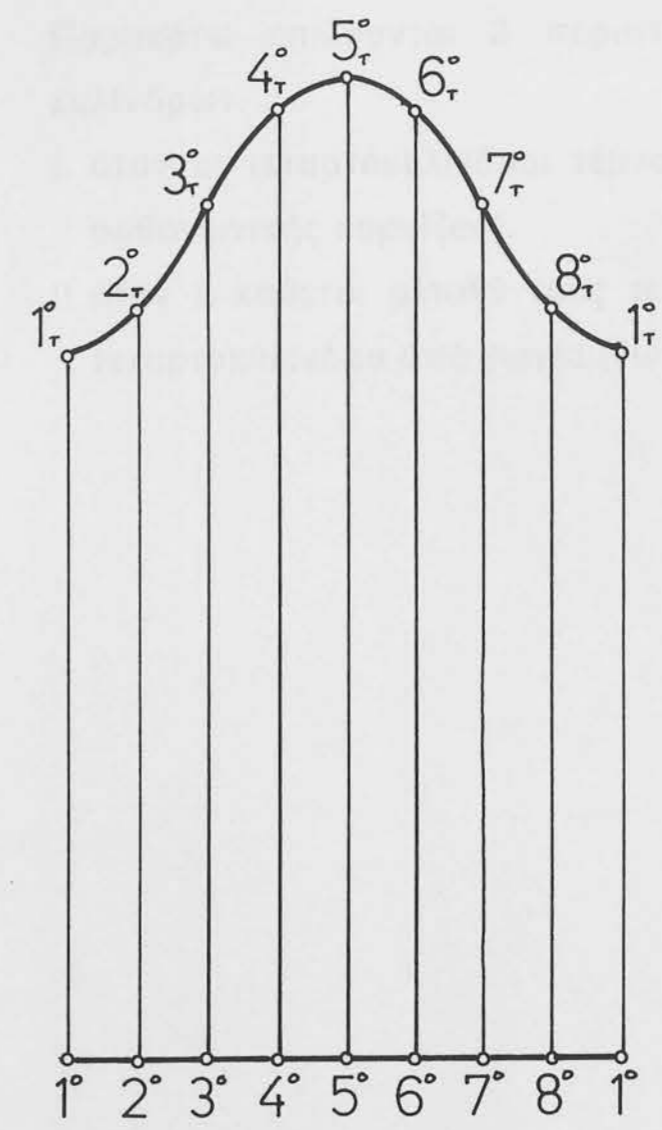
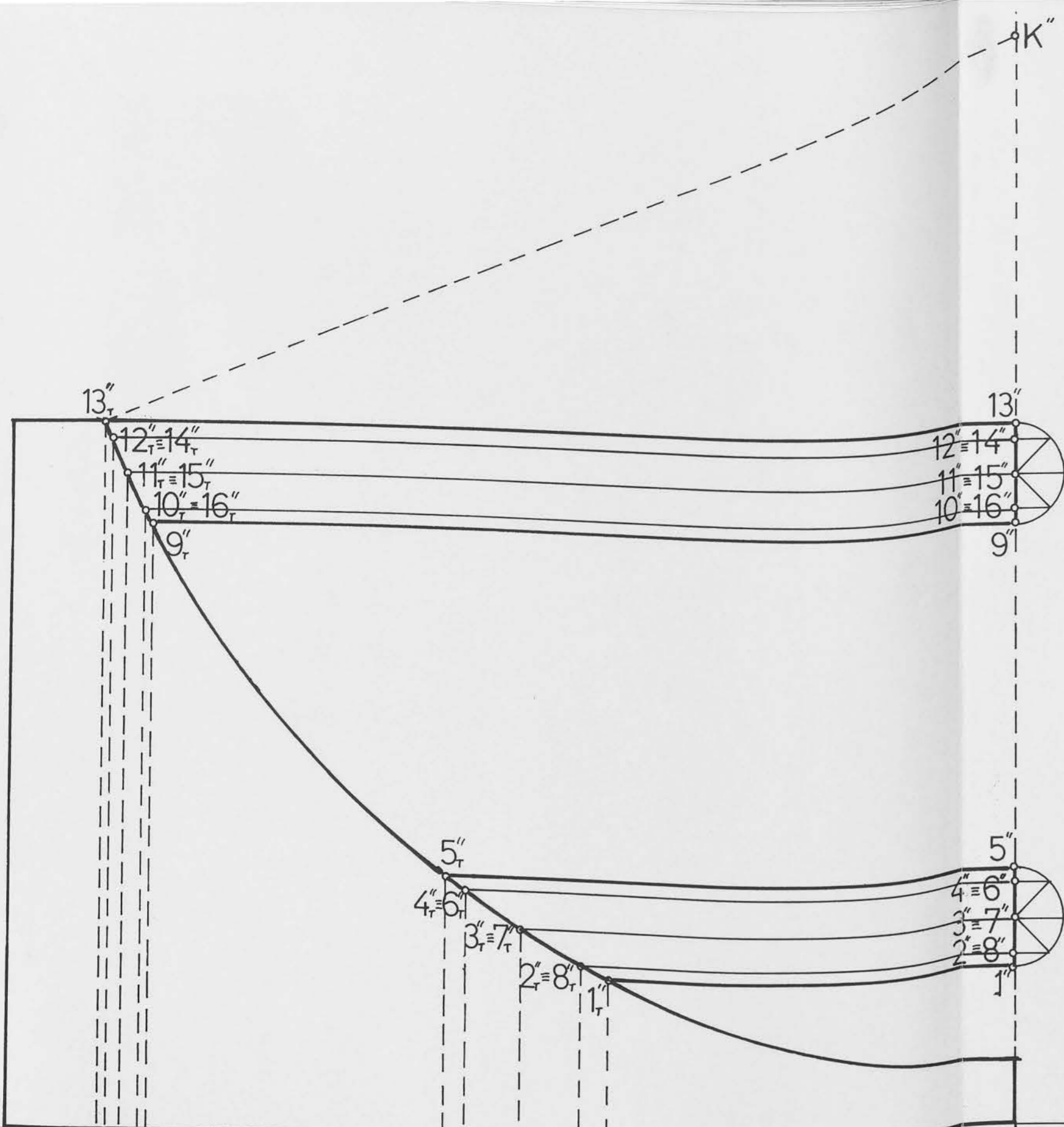
ψ_{12} →

7) Κάγκελα

Το παράδειγμα της φωτογραφίας βρίσκεται στο Αιγάλεω και αποτελεί αλληλοτομία κυλίνδρων. Σ' αυτή την περίπτωση όμως οι κύλινδροι δεν τέμνονται κεντρικά, αλλά οι μικρότεροι οριζόντιοι κύλινδροι (κάγκελα) τέμνουν τον μεγάλο κύλινδρο (κατασκευή από σκυρόδεμα) σε μη συμμετρικά σημεία.



Κάγκελα σε μονοκατοικία στο Αιγάλεω

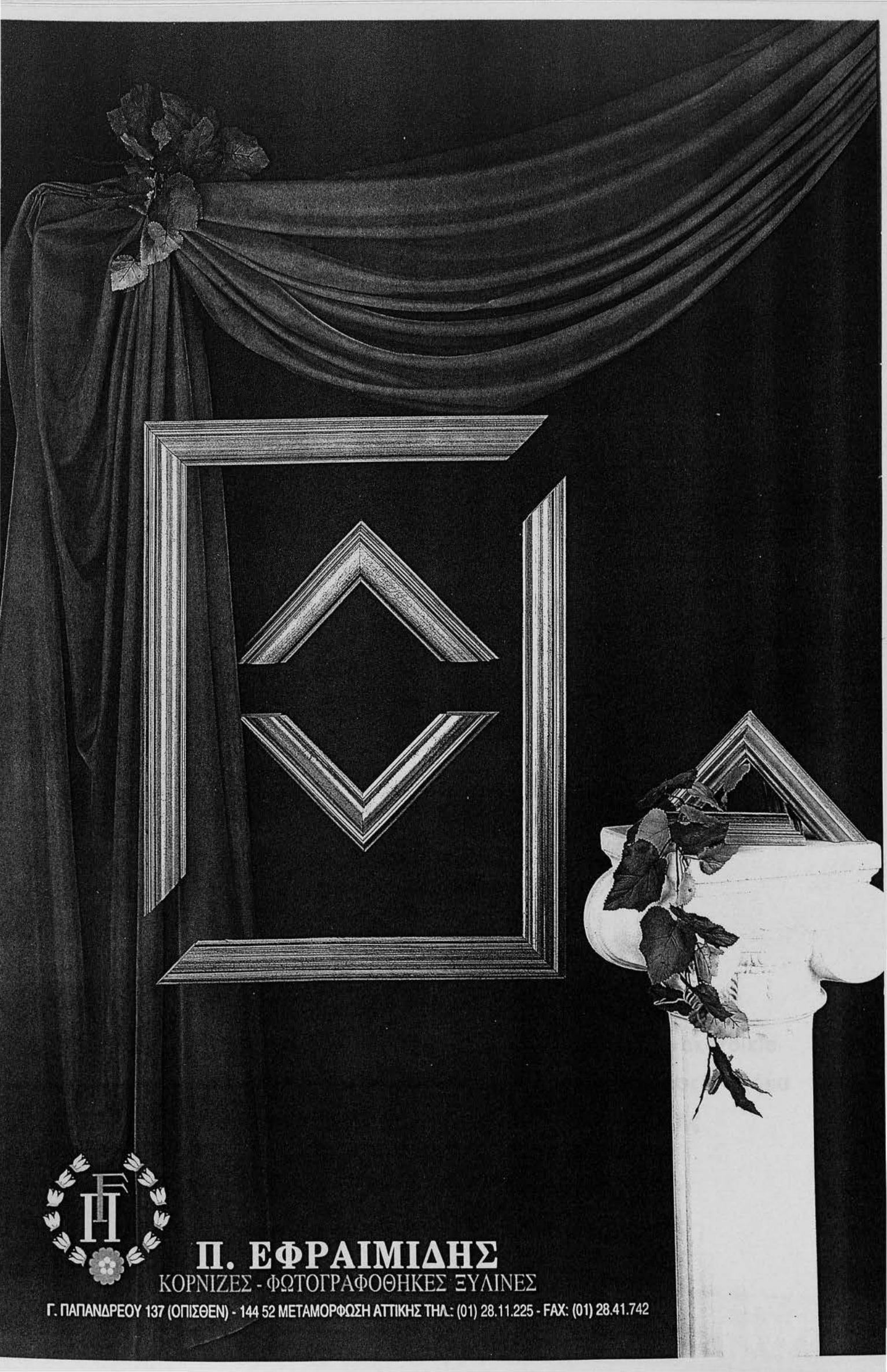


8) Κορνίζες

Στις φωτογραφίες βλέπουμε το σταθμό Πελοποννήσου και ένα μπαλκόνι στον Πειραιά. Τόσο οι στέγες του σταθμού όσο και το μπαλκόνι αποτελούν αλληλοτομία τεταρτοκυλίνδρων. Το ίδιο σχήμα συναντάμε και στις γωνίες που κάνουν οι κορνίζες, όταν αυτές έχουν κυκλική διατομή.

Παρακάτω επιλύονται 2 περιπτώσεις αλληλοτομία τεταρτοκυλίνδρων.

- I. όταν οι τεταρτοκύλινδροι τέμνονται υπό ορθή γωνία (γωνία ορθογωνικής κορνίζας).
- II. όταν 2 κάθετοι μεταξύ τους τεταρτοκύλινδροι τέμνουν τρίτο τεταρτοκύλινδρο υπό γωνία (γωνία εξαγωνικής κορνίζας).

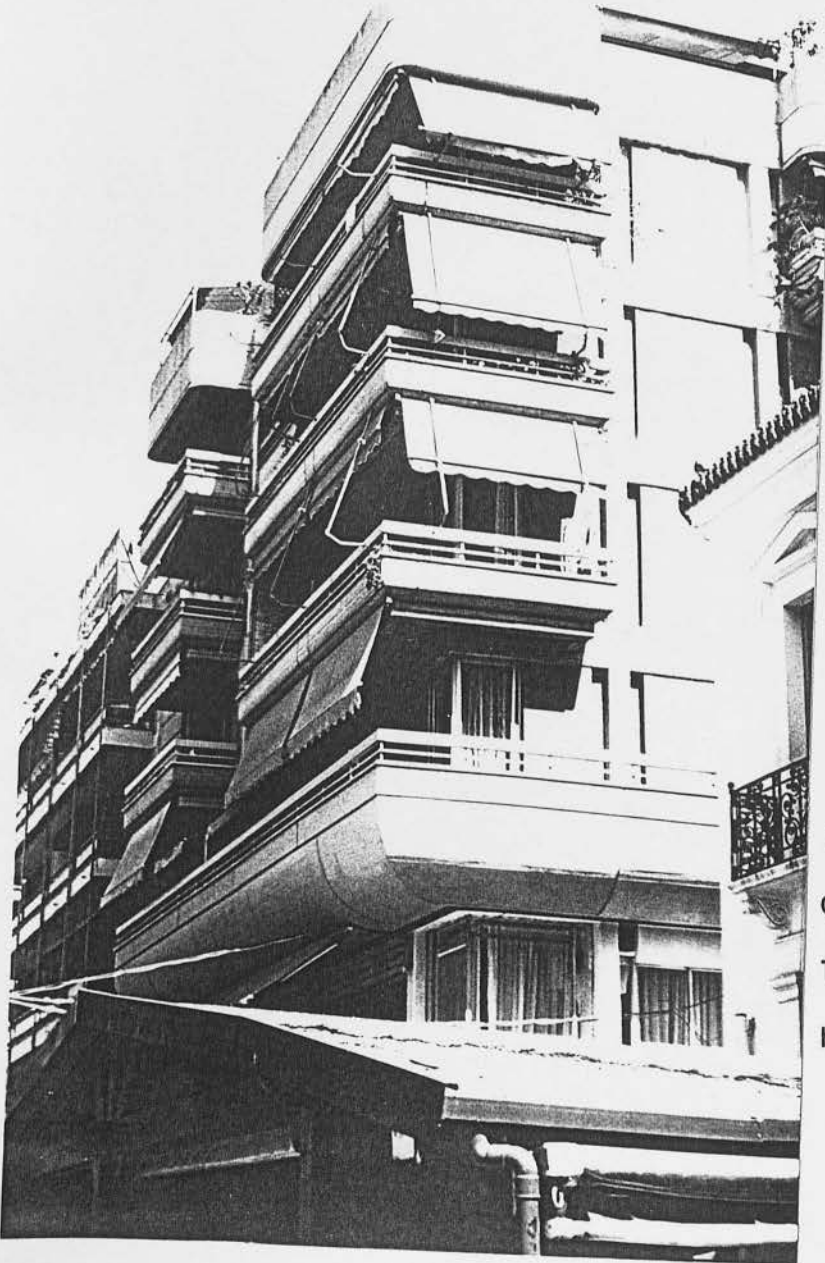


Π. ΕΦΡΑΙΜΙΔΗΣ
ΚΟΡΝΙΖΕΣ - ΦΩΤΟΓΡΑΦΟΘΗΚΕΣ ΕΥΛΙΝΕΣ

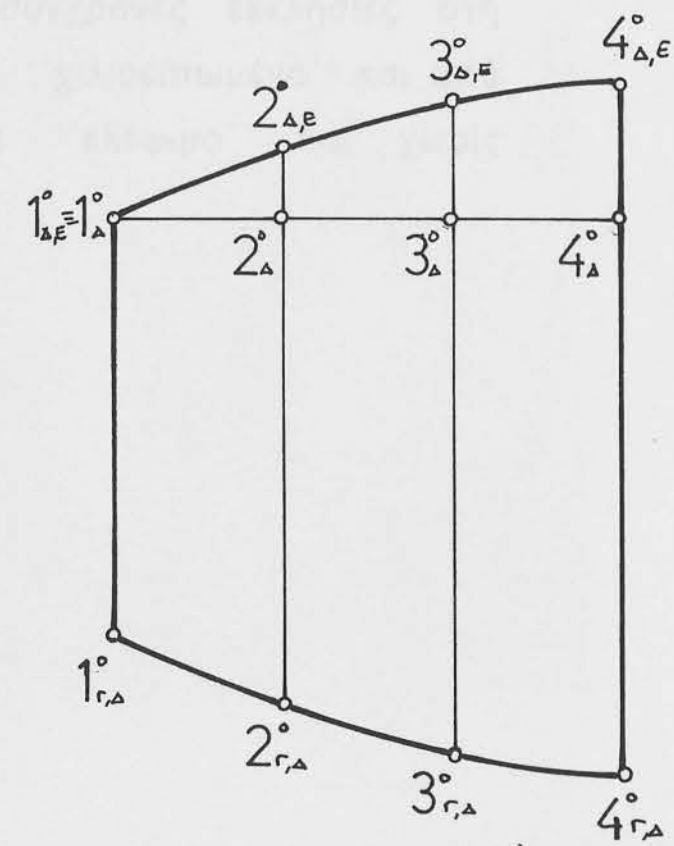
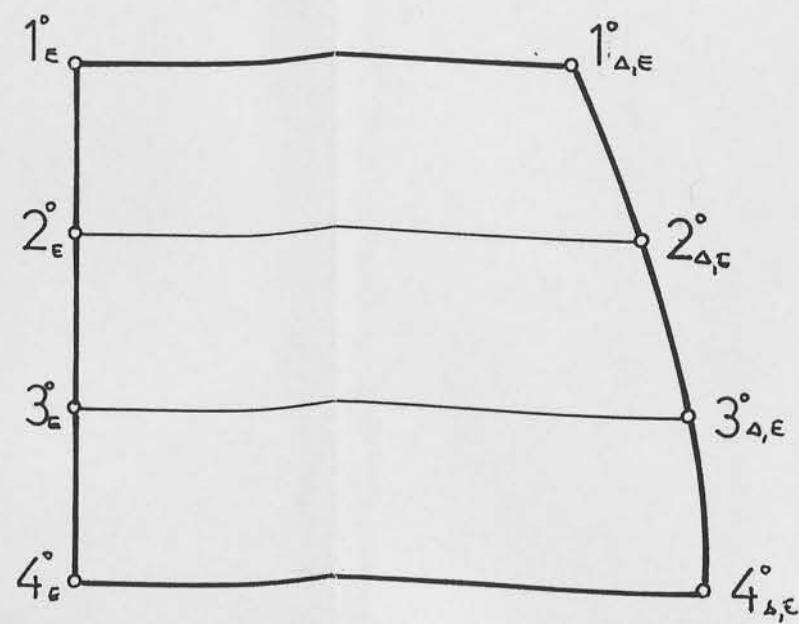
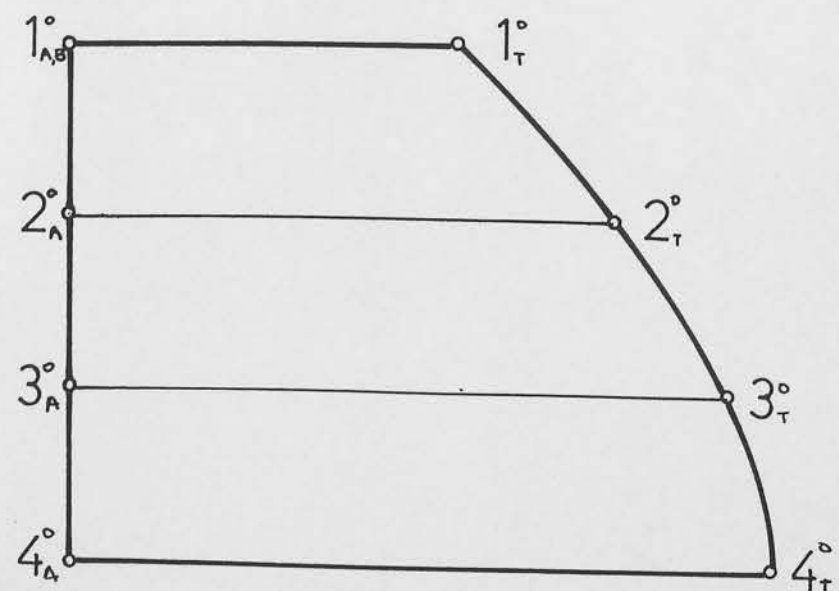
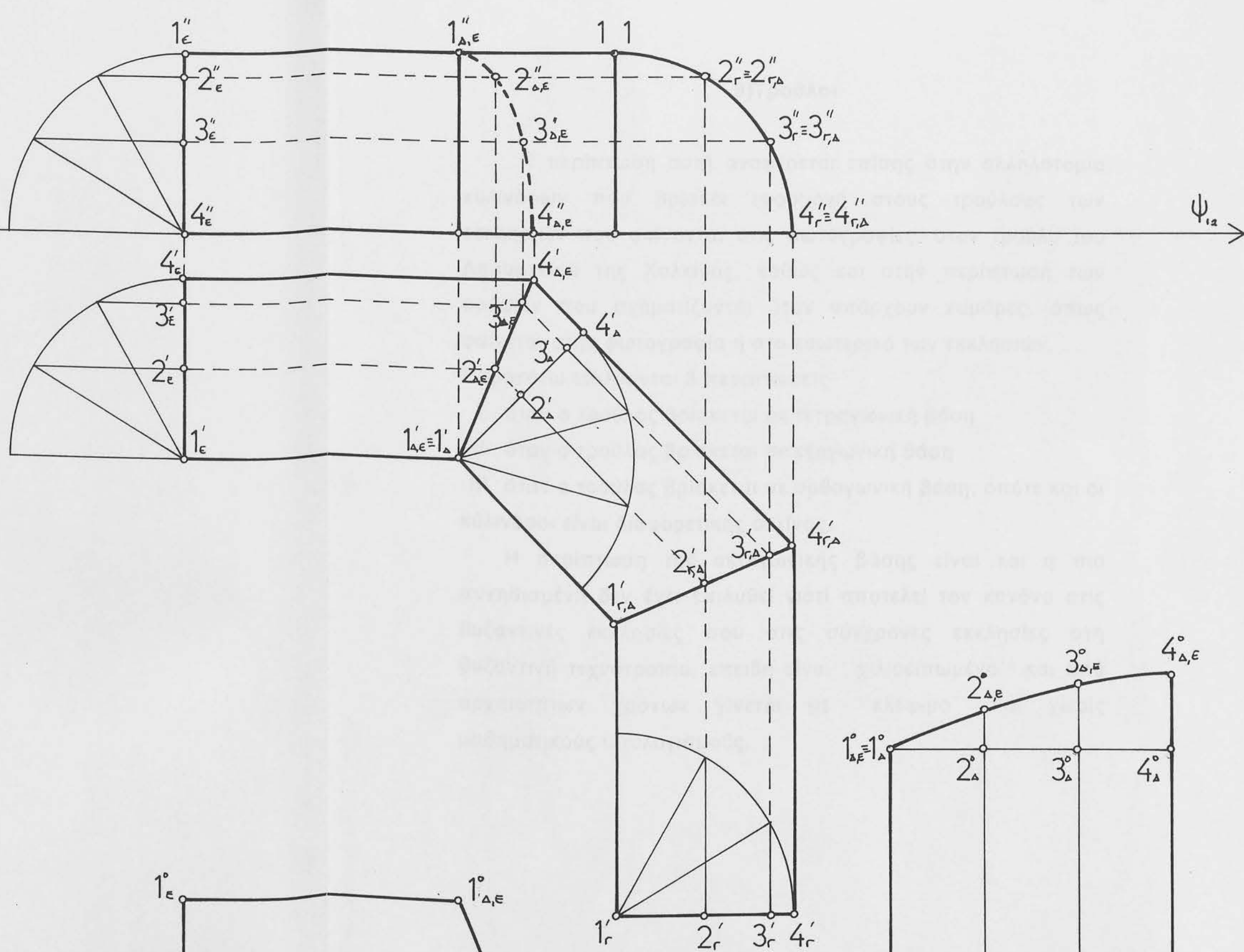
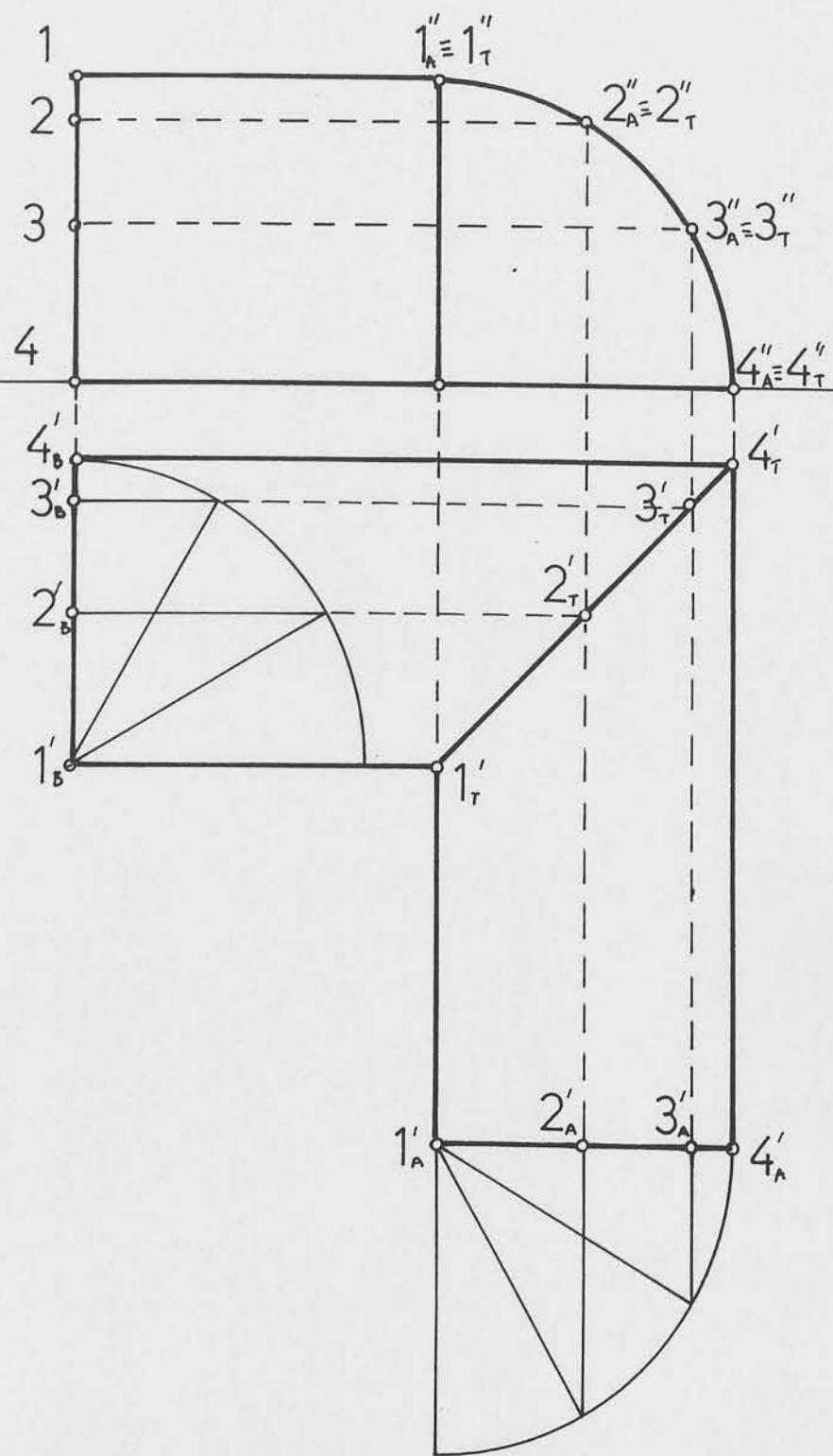
Γ. ΠΑΠΑΝΔΡΕΟΥ 137 (ΟΠΙΣΘΕΝ) - 144 52 ΜΕΤΑΜΟΡΦΩΣΗ ΑΤΤΙΚΗΣ ΤΗΛ.: (01) 28.11.225 - FAX: (01) 28.41.742



Σταθμός Πελοποννήσου



Μπαλκόνι σε μονοκατοικία
στον Πειραιά σε σχήμα
τετατροκυλινδρικής
κορνίζας.



9) Τρούλοι

Η περίπτωση αυτή αναφέρεται επίσης στην αλληλοτομία κυλίνδρων που βρίσκει εφαρμογή στους τρούλους των εκκλησιών που φαίνονται στις φωτογραφίες, στον τρούλο του Δημαρχείου της Χαλκίδας, καθώς και στην περίπτωση των ορόφων που σχηματίζονται όταν υπάρχουν καμάρες, όπως φαίνεται στην φωτογραφία ή στο εσωτερικό των εκκλησιών.

Παρακάτω επιλύονται 3 περιπτώσεις

- I. όταν ο τρούλος βρίσκεται σε τετραγωνική βάση
- II. όταν ο τρούλος βρίσκεται σε εξαγωνική βάση
- III. όταν ο τρούλος βρίσκεται σε ορθογωνική βάση, οπότε και οι κύλινδροι είναι διαφορετικής ακτίνας.

Η περίπτωση της οκταγωνικής βάσης είναι και η πιο συνηθισμένη δεν έχει επιλυθεί γιατί αποτελεί τον κανόνα στις βυζαντινές εκκλησίες που στις σύγχρονες εκκλησίες στη βυζαντινή τεχνοτροπία, επειδή είναι "χιλιοειπωμένο" και από αρχαιοτάτων χρόνων γίνεται με "κλέψιμο" και χωρίς μαθηματικούς υπολογισμούς.



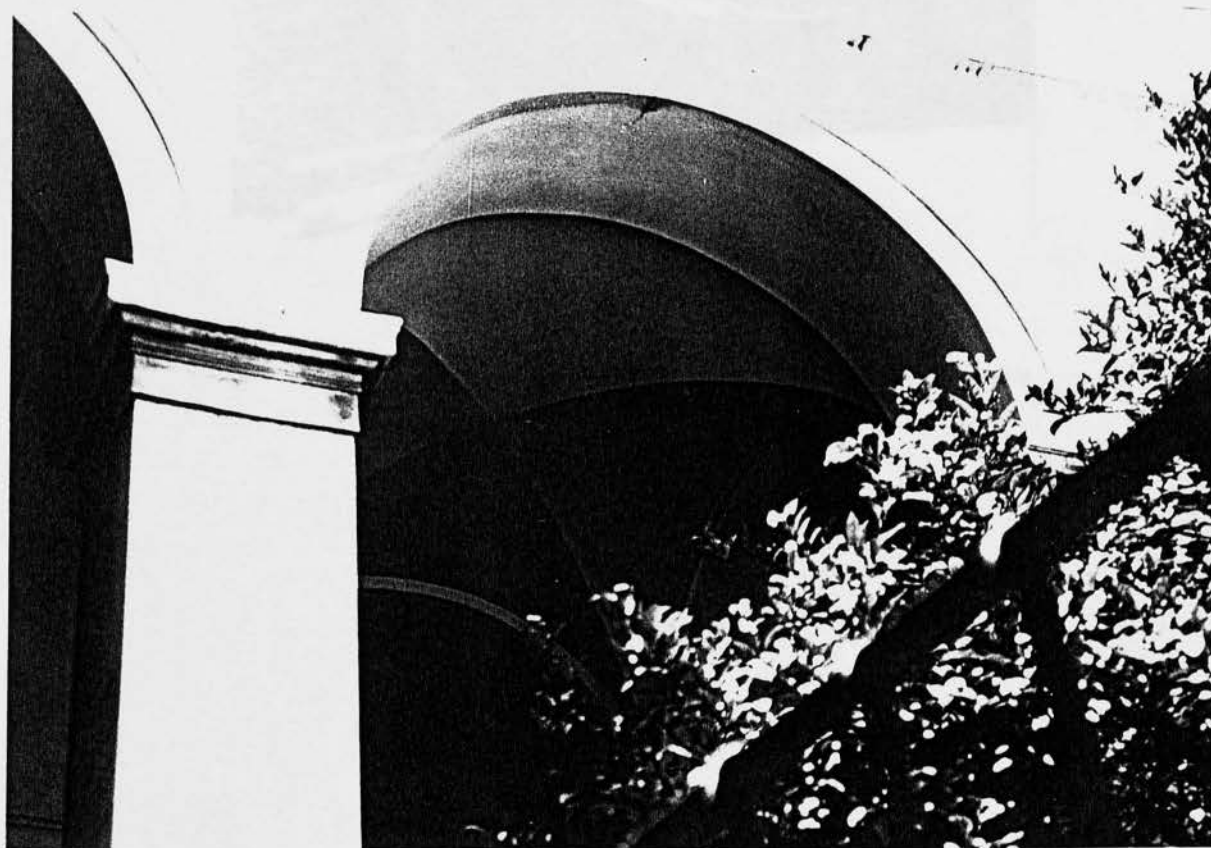
Εξαγωνικός τρούλος στην εκκλησία του Αγίου Σώστη στη
λεωφόρο Συγγρού



Εκκλησία με τρούλο οκταγωνικής βάσης



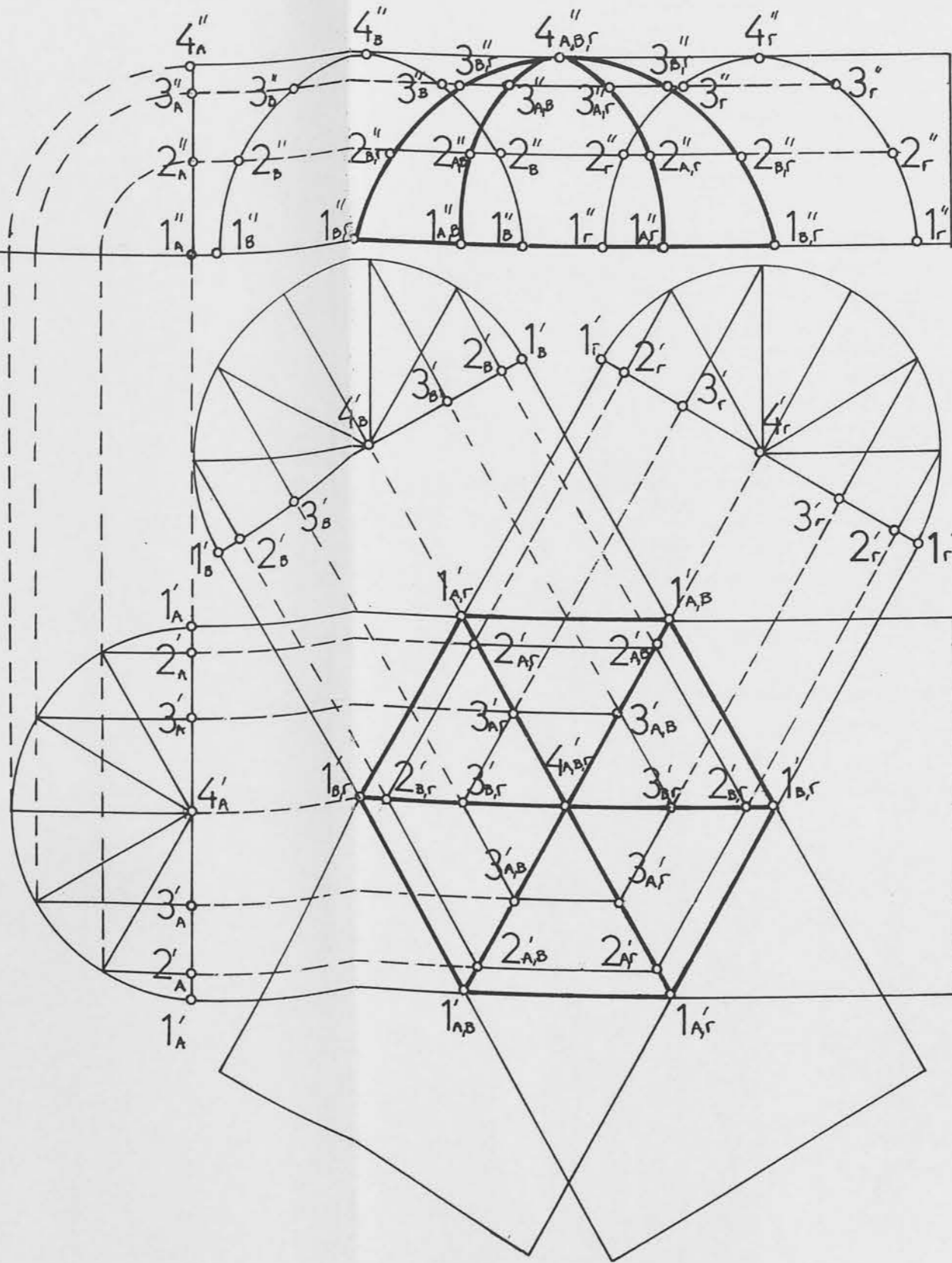
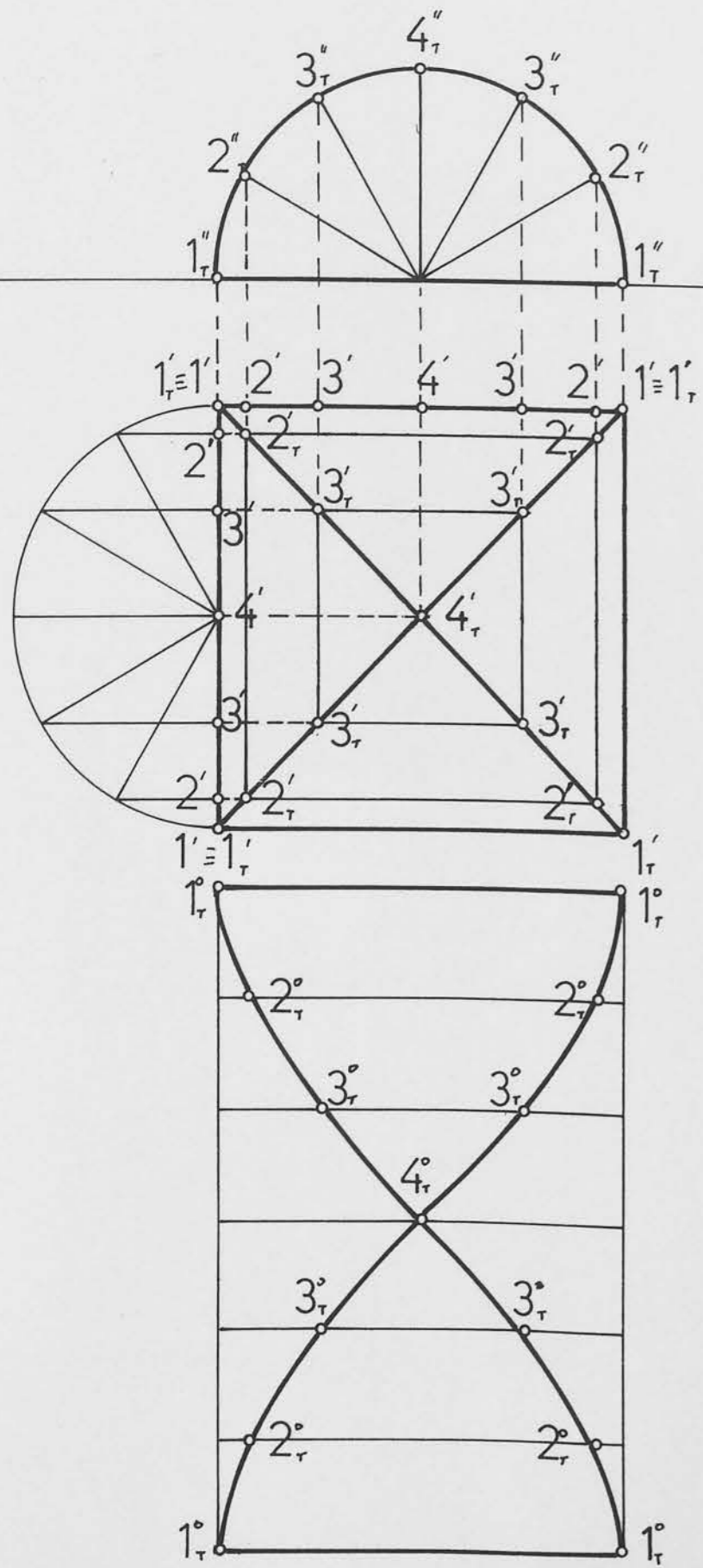
Τεταρτοθόλιο σε κτίριο της οδού Πανεπιστημίου



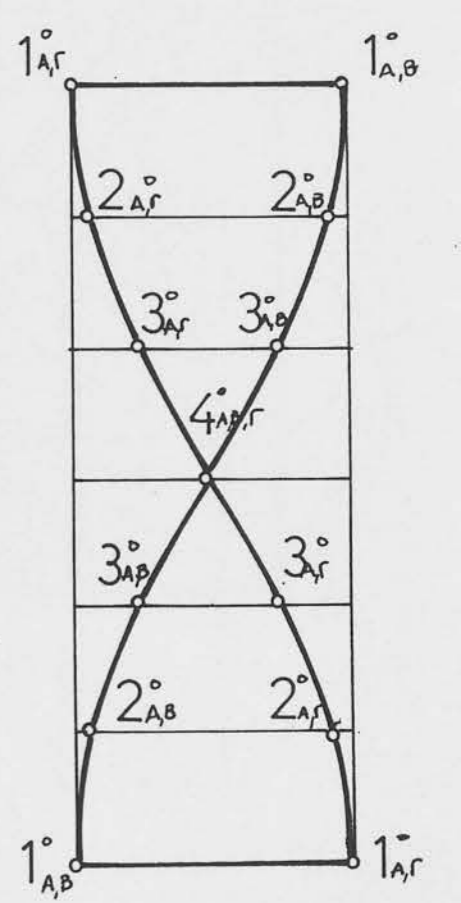
Όπως και πριν

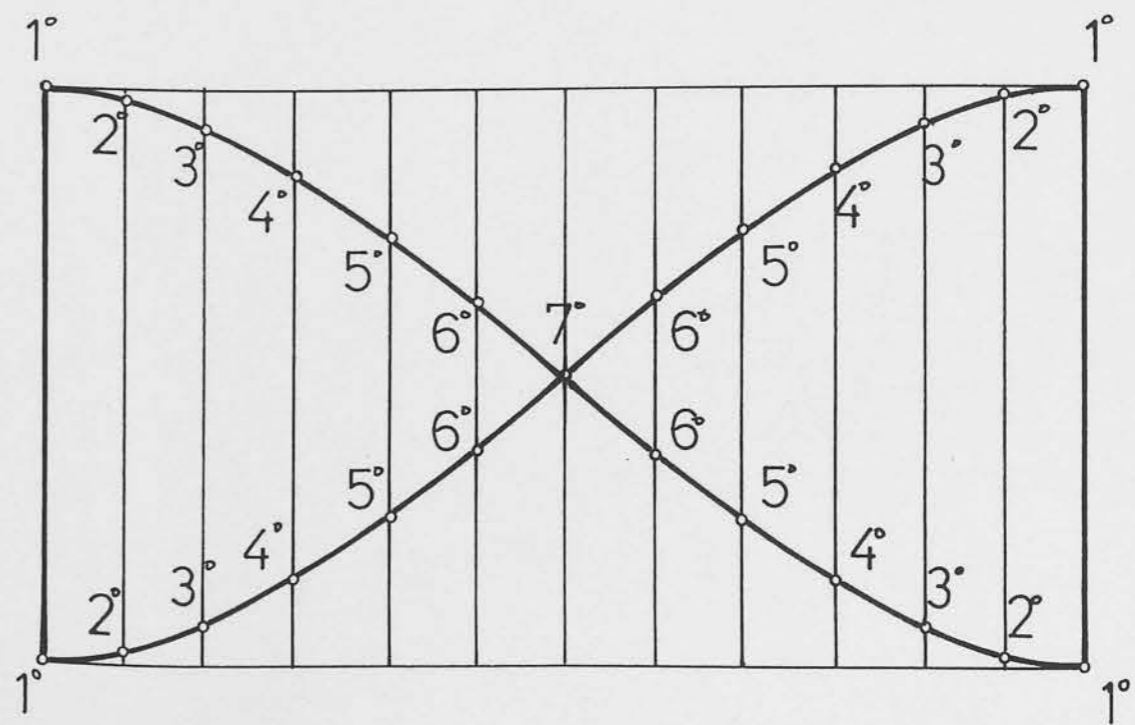
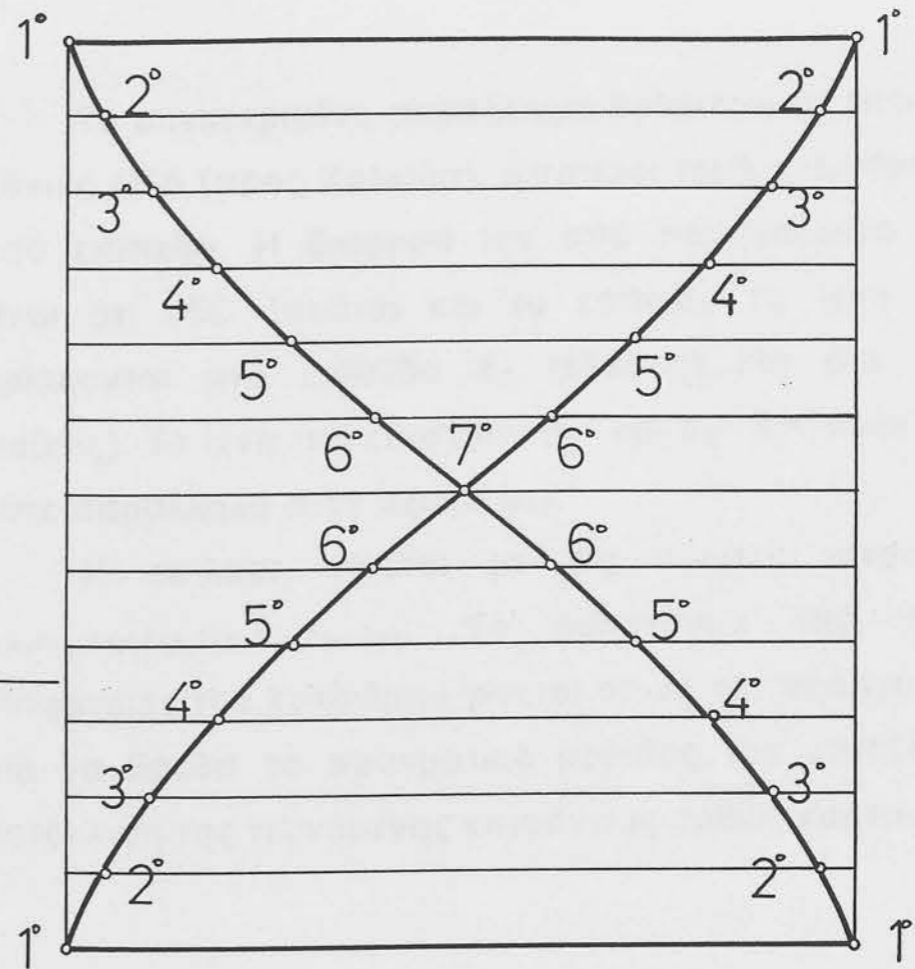
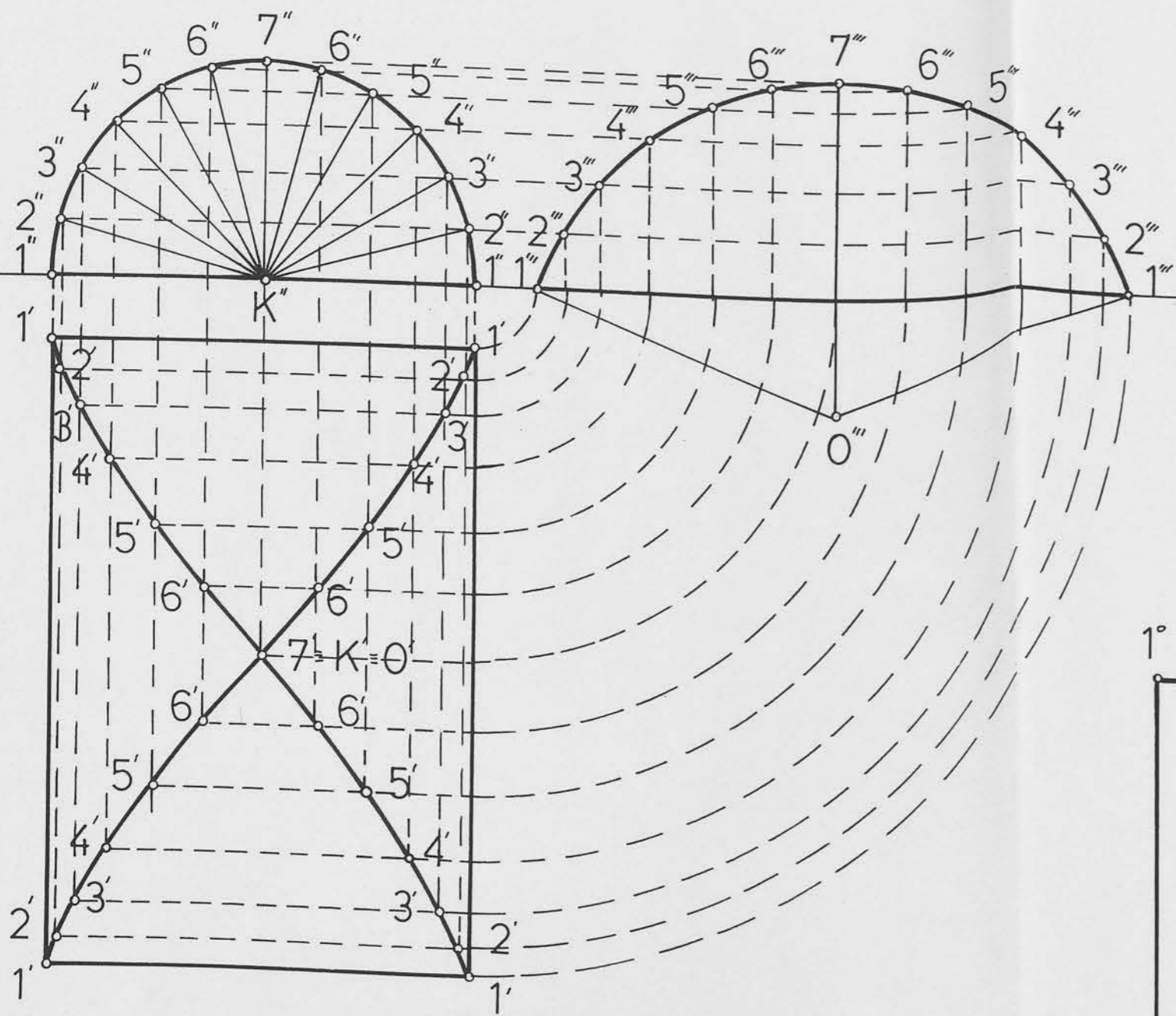


Το Δημαρχείο της Χαλκίδας.
Οι τρούλοι είναι αλληλοτομία δυο κυλίνδρων



ψ_{12}

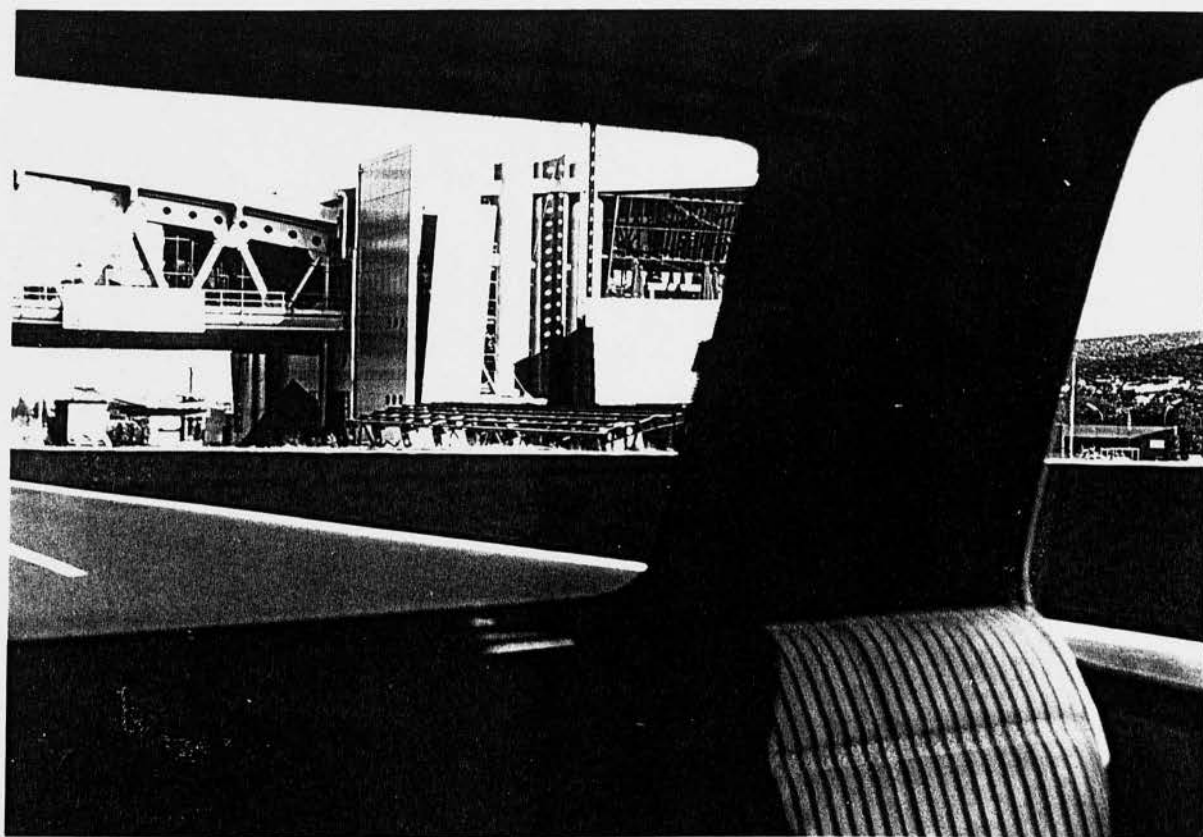




10) Διακοσμητικό στοιχείο πλάγιου επιπέδου που τέμνει κολώνα

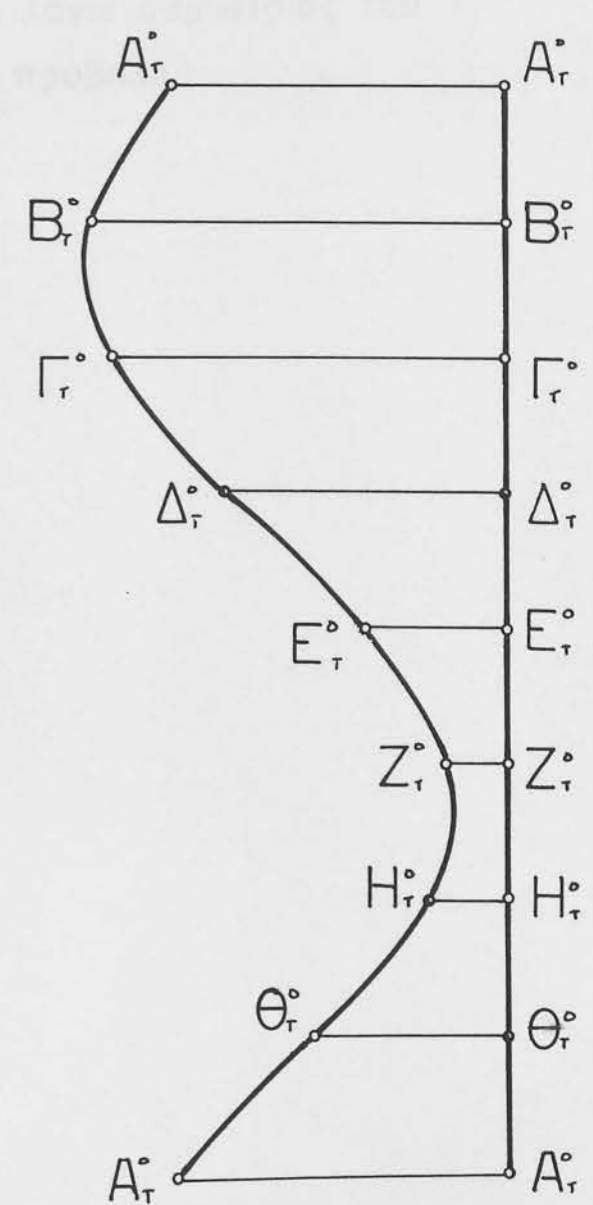
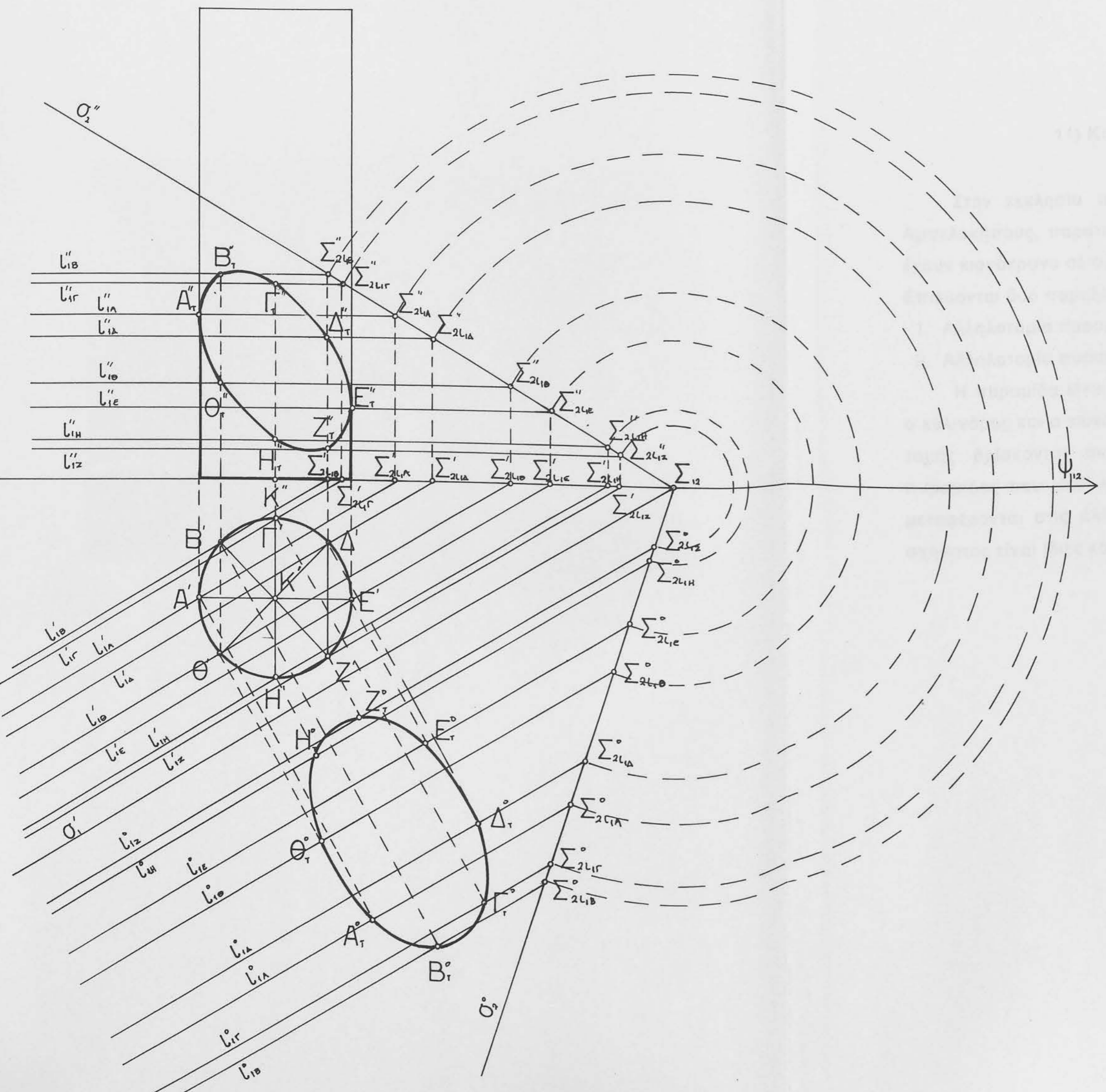
Το συγκεκριμένο παράδειγμα βρίσκεται σε εστιατόριο στην Εθνική Οδό (προς Χαλκίδα). Αποτελεί τομή κυλίνδρου (κολώνα) από επίπεδο. Η διαφορά του από προηγούμενο παράδειγμα είναι ότι εδώ ζητείται και το επίπεδο τα ίχνη του οποίου βρίσκονται στο επίπεδο E_1 (έδαφος) και στο επίπεδο E_2 (τοίχος). Τα ίχνη του επιπέδου σ_1 και σ_2 δεν είναι ούτε κάθετα ούτε παράλληλα στον άξονα ψ_{12} .

Η επίλυση γίνεται με τις πρώτες ιχνοπαραλλήλους $l_{1A}, l_{1B}, l_{1Γ}, l_{1Δ}, l_{1E}, l_{1Z}, l_{1H}, l_{1Θ}$. Το ανάπτυγμα της παράπλευρης επιφάνειας του κυλίνδρου γίνεται όπως και προηγουμένως, ενώ για να βρεθεί το πραγματικό μέγεθος του επιπέδου κάνουμε κατάκλιση της τεμνόμενης επιφάνειας καθώς και του ίχνους σ_2 .



Εστιατόριο στην Εθνική Οδό

1) Καύση με συντόμως



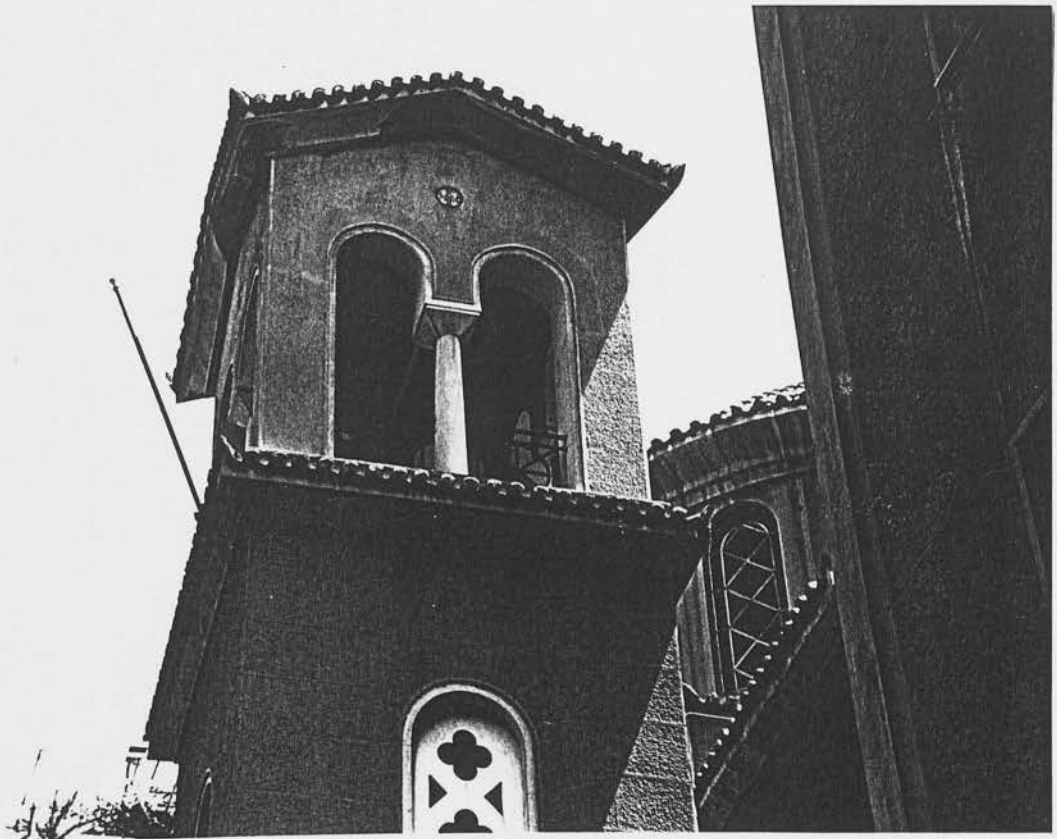
11) Κολώνες με κιονόκρανα

Στην εκκλησία της φωτογραφίας, που βρίσκεται στους Αμπελοκήπους, παρατηρούμε κολώνες με κυκλική διατομή που έχουν κιονόκρανα σε σχήμα πυραμίδας.

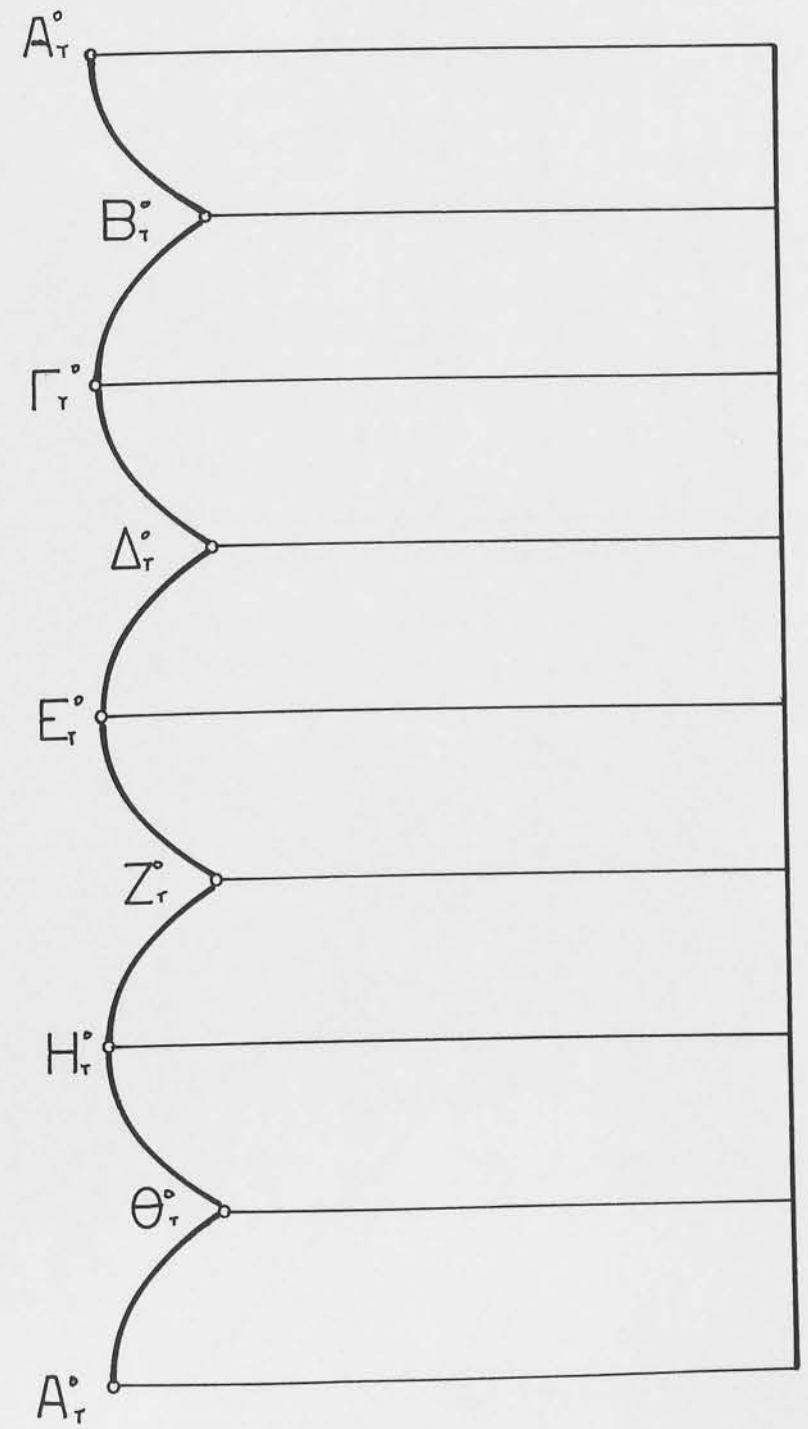
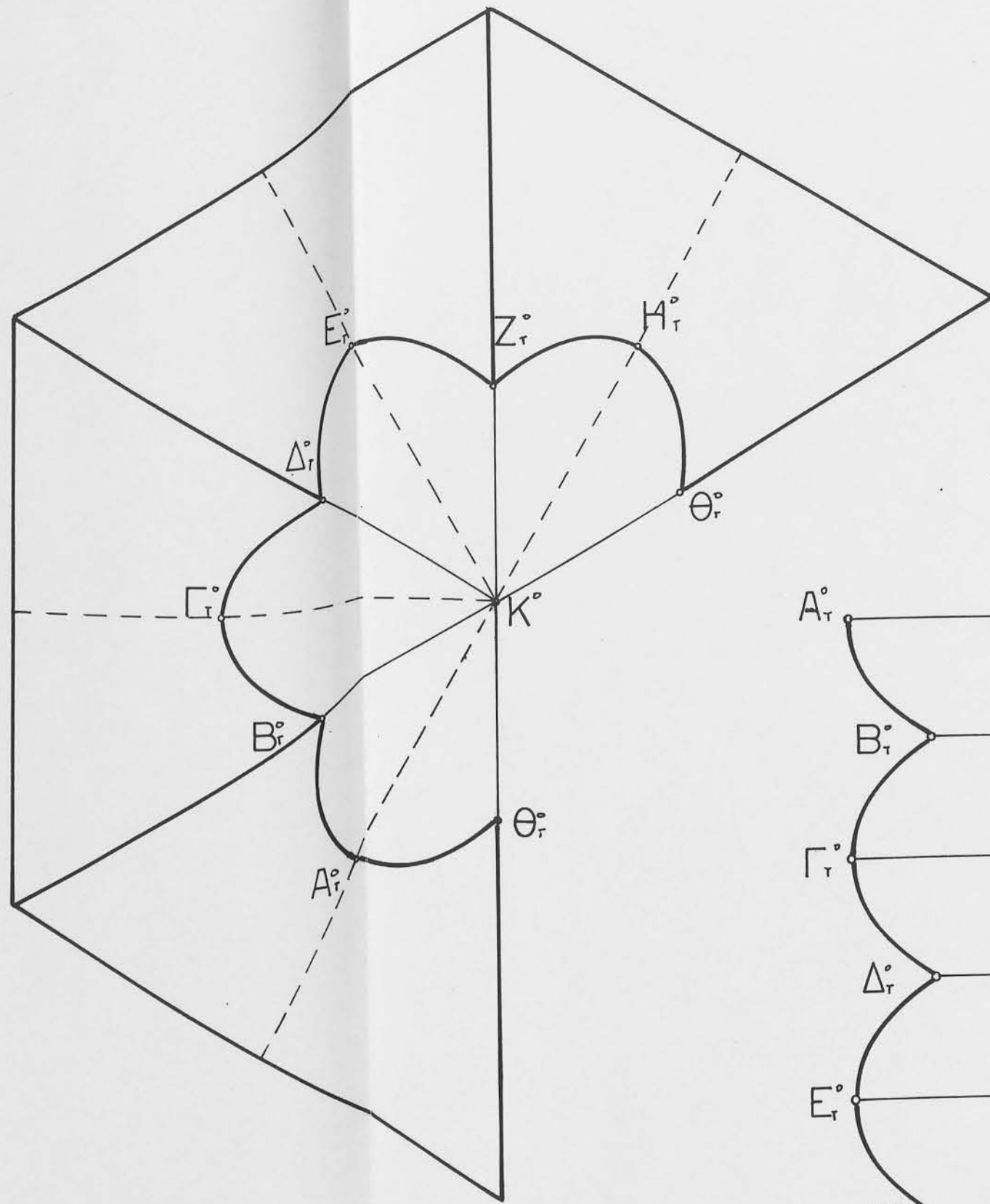
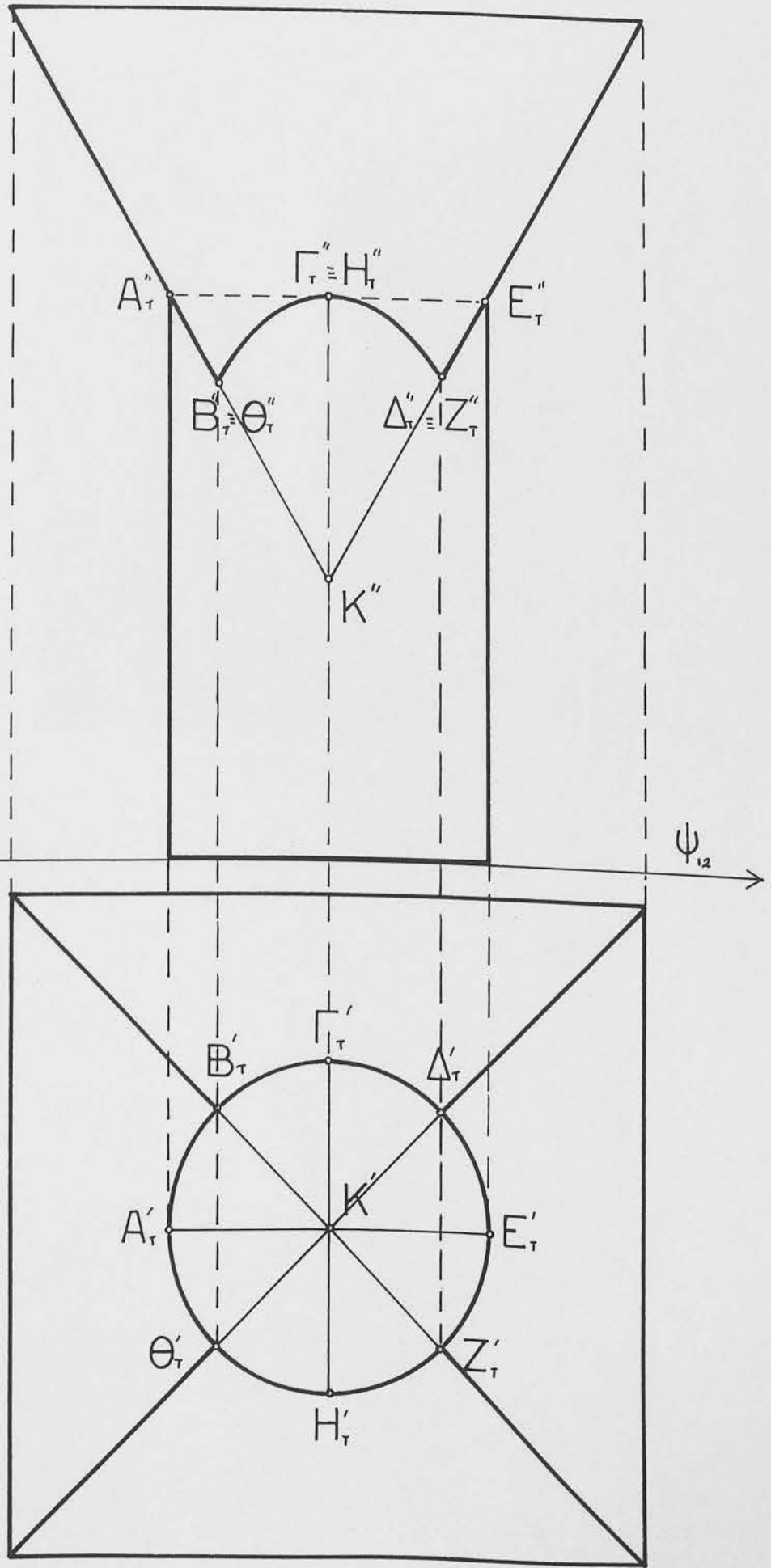
Επιλύονται δυο παραλλαγές.

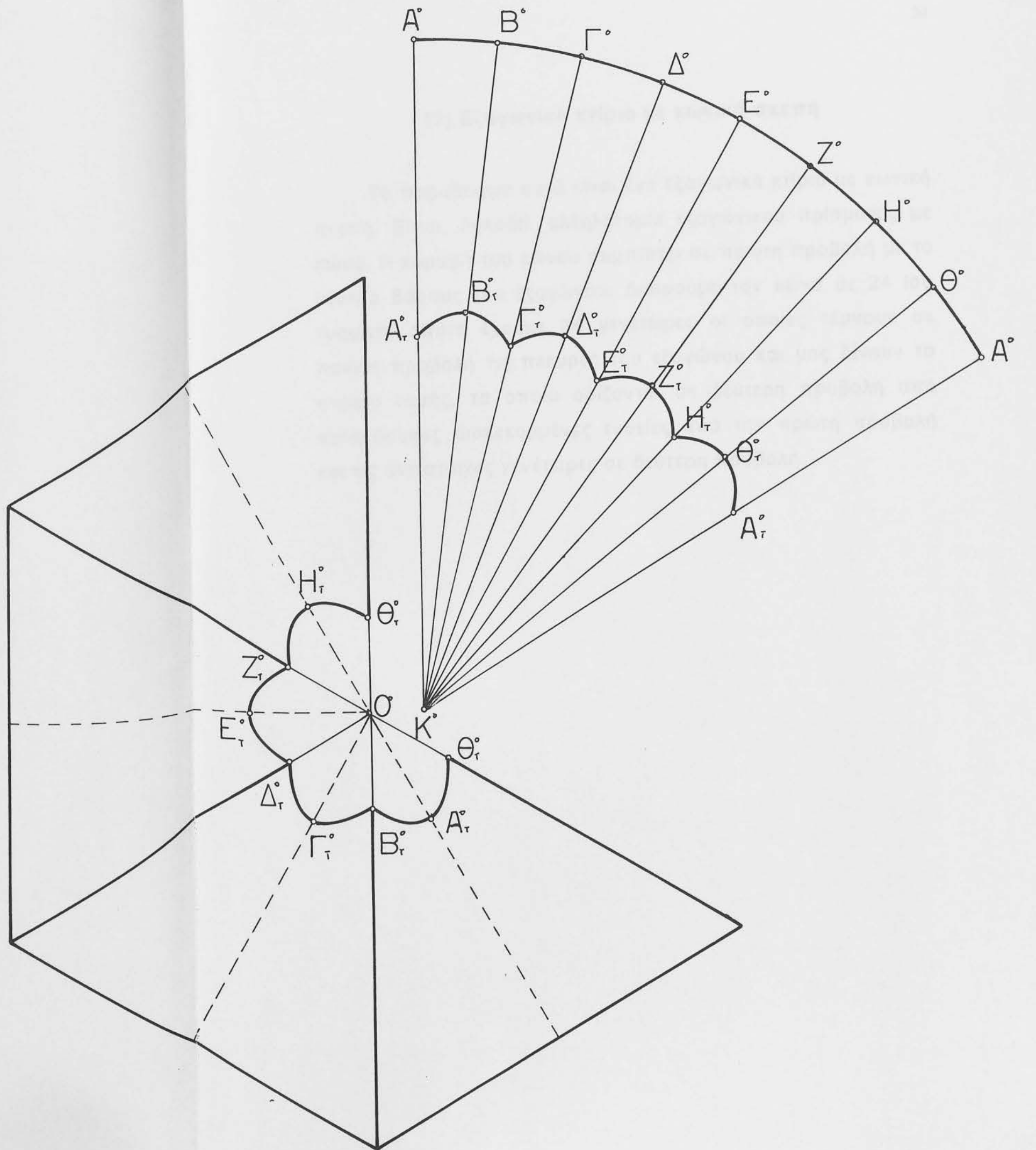
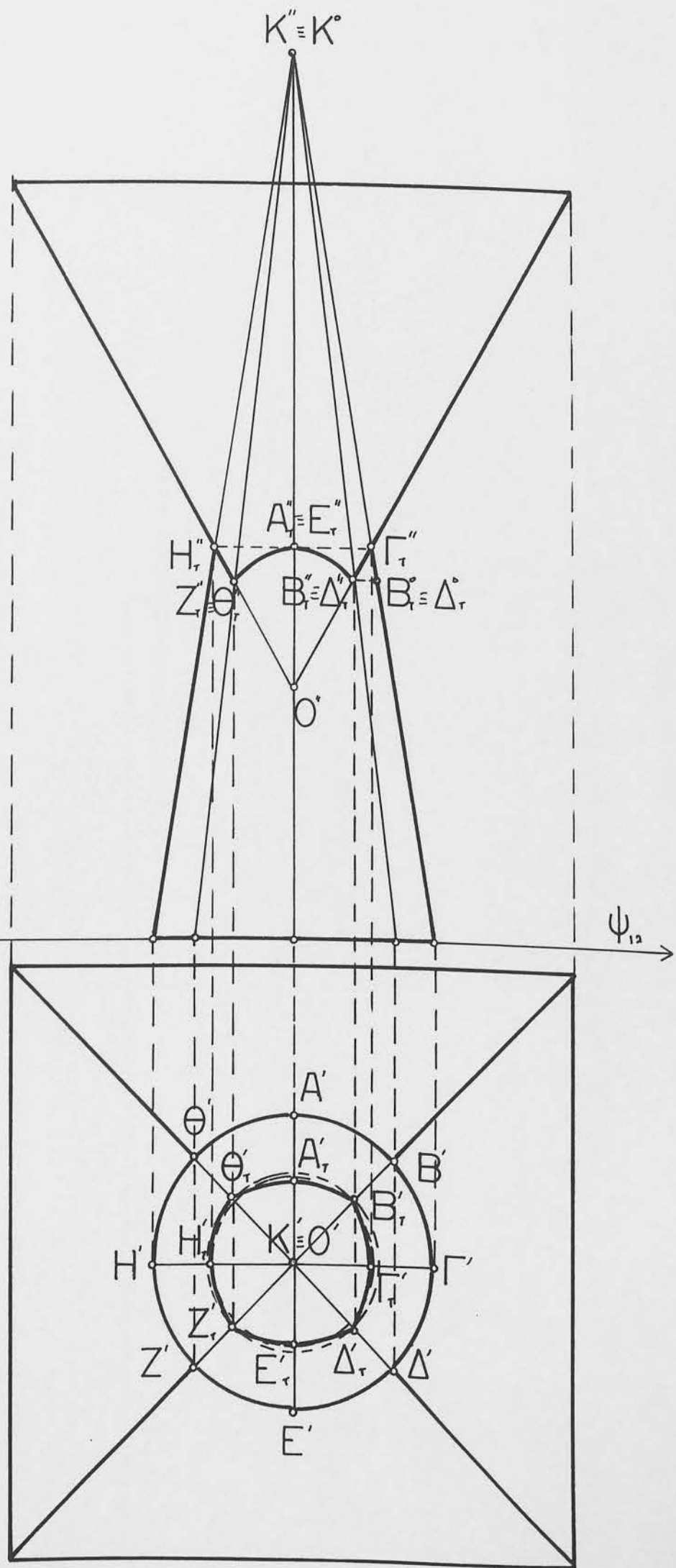
- I. Αλληλοτομία πυραμίδας και κυλίνδρου
- II. Αλληλοτομία πυραμίδας και κώνου

Η πυραμίδα είναι κανονική και στις δύο περιπτώσεις, ενώ ο κύλινδρος και ο κώνος διαιρούνται σε 8 γενέτειρες. Τα σημεία τομής βρίσκονται σε δεύτερη προβολή στις πλευρές της πυραμίδας που είναι κάθετες σε πρώτη προβολή στον ψ_{12} και μεταφέρονται στις άλλες πλευρές όπου λόγω συμμετρίας του σχήματος είναι ίδιες καθώς και σε πρώτη προβολή.



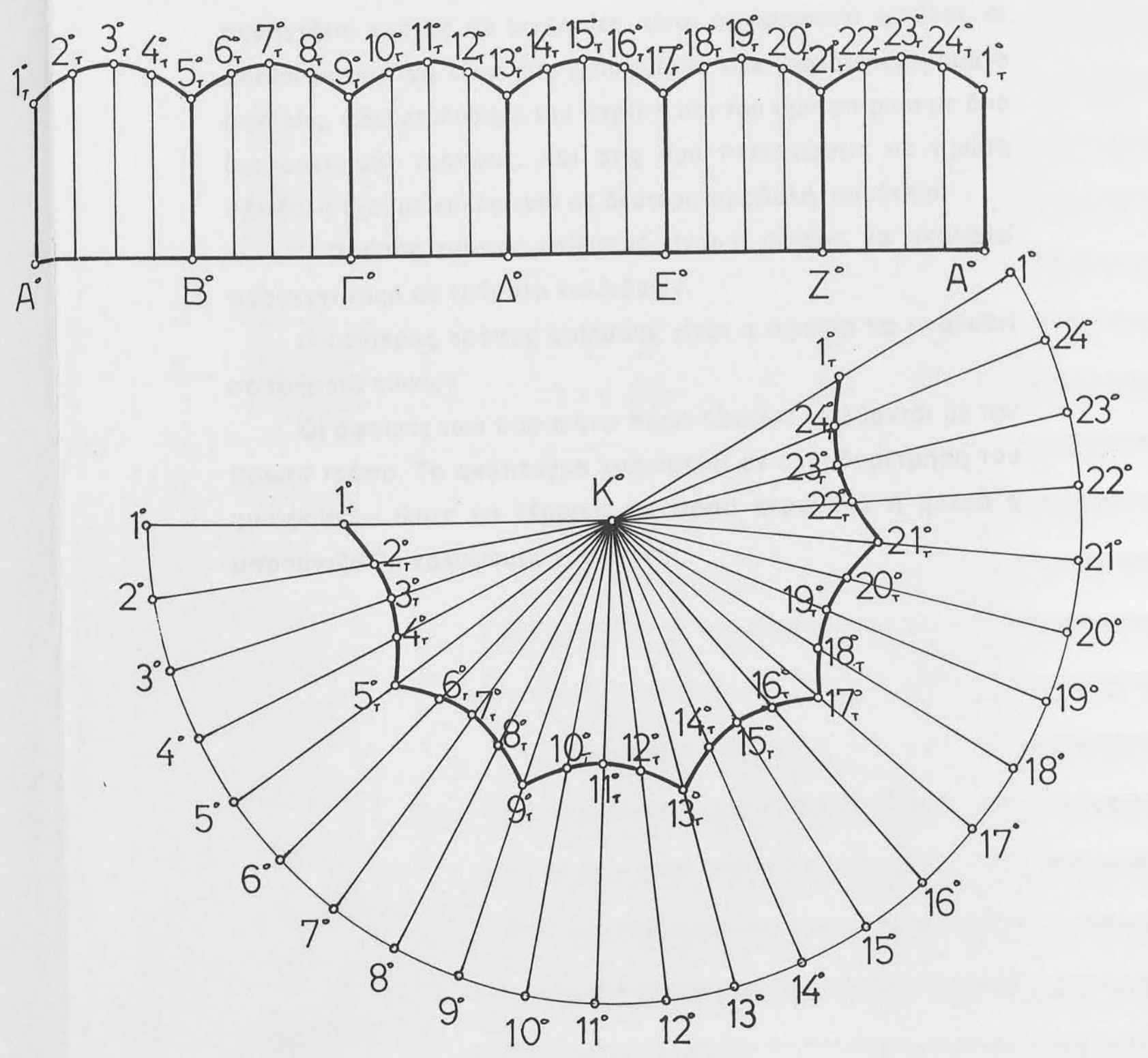
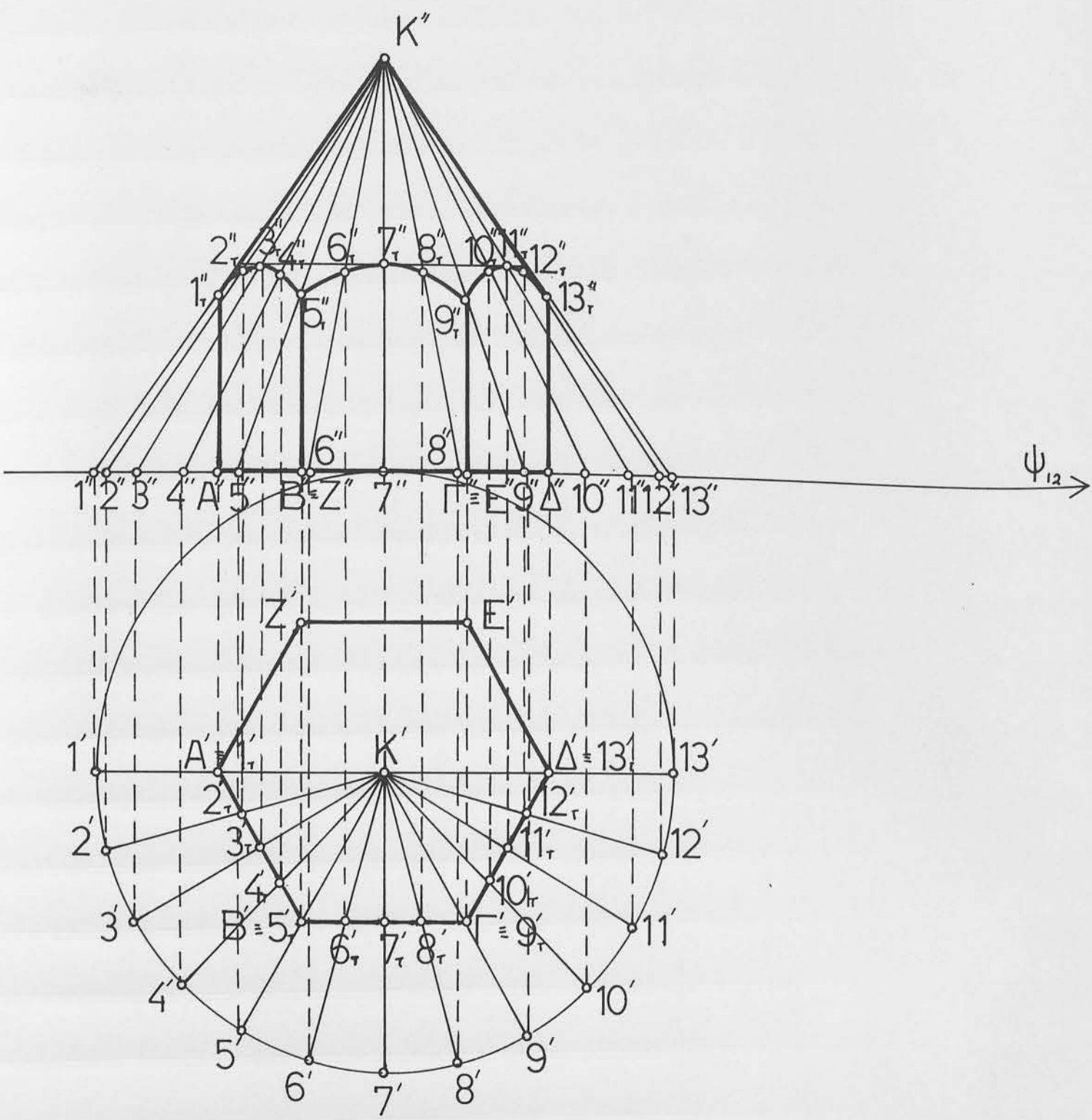
Τμήμα εκκλησίας στη λεωφόρο Κηφισίας
(Κολώνα με κιονόκρανα)





12) Εξαγωνικό κτίριο με κωνική σκεπή

Το παράδειγμα αυτό είναι ένα εξαγωνικό κτίριο με κωνική σκεπή. Είναι, δηλαδή, αλληλοτομία εξαγωνικού πρίσματος με κώνο. Η κορυφή του κώνου συμπίπτει σε πρώτη προβολή με το κέντρο βάρους του εξαγώνου. Διαιρούμε τον κώνο σε 24 ίσα τμήματα οπότε έχουμε 24 γενέτειρες οι οποίες τέμνουν σε πρώτη προβολή τις πλευρές του εξαγώνου και μας δίνουν το σημείο τομής, τα οποία ορίζονται σε δεύτερη προβολή από κατακόρυφες διακεκομμένες ευθείες από την πρώτη προβολή και τις αντίστοιχες γενέτειρες σε δεύτερη προβολή.



13) Σφαιρικοί τρούλοι

Μια άλλη συνηθισμένη μορφή της αρχιτεκτονικής, η οποία συναντάται κυρίως σε εκκλησίες, είναι οι σφαιρικοί τρούλοι, οι οποίοι μπορεί να είναι είτε ημισφαίρια, είτε μικρότερα τμήματα σφαίρας. Εδώ επιλύουμε την περίπτωση του ημισφαιρίου με δυο διαφορετικούς τρόπους. Και στις δυο περιπτώσεις σε πρώτη προβολή έχουμε κύκλο ενώ σε δεύτερη προβολή ημικύκλιο.

Ο πρώτος τρόπος επίλυσης είναι η σφαίρα να αναλυθεί προσεγγιστικά σε τμήματα κυλίνδρων.

Ο δεύτερος τρόπος επίλυσης είναι η σφαίρα να αναλυθεί σε τμήματα κώνων.

Οι σφαίρες των παρακάτω περιπτώσεων επιλύονται με τον πρώτο τρόπο. Το ανάπτυγμα χρησιμεύει σε εμβαδομέτρηση του ημισφαιρίου ώστε να ξέρουμε με πόσα κεραμίδια ή χαλκό ή μπρούντζο θα καλύψουμε την στέγη.



Σφαιρικός τρόπος σε εκκλησία στον Πειραιά



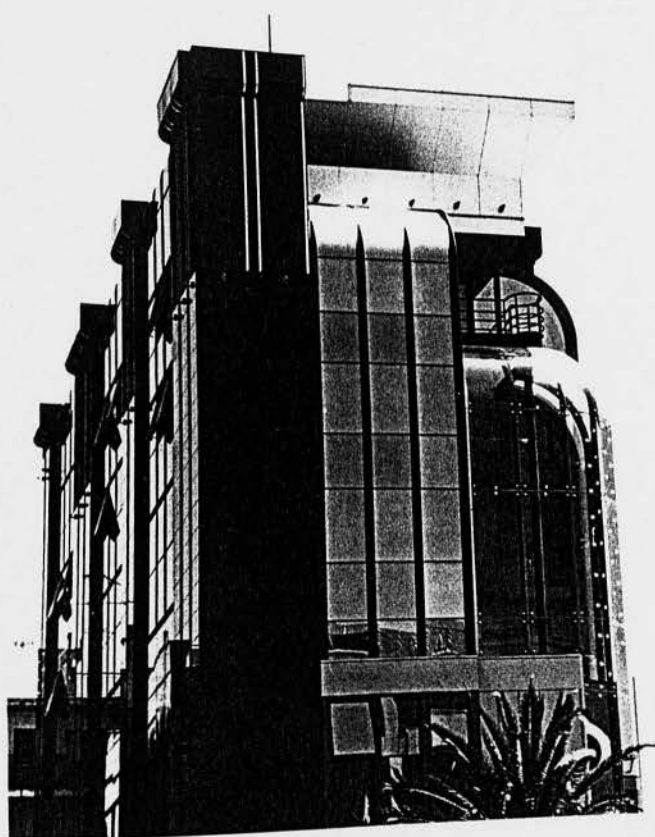
Ο Τρούλος του Αγίου Παντελεήμονα



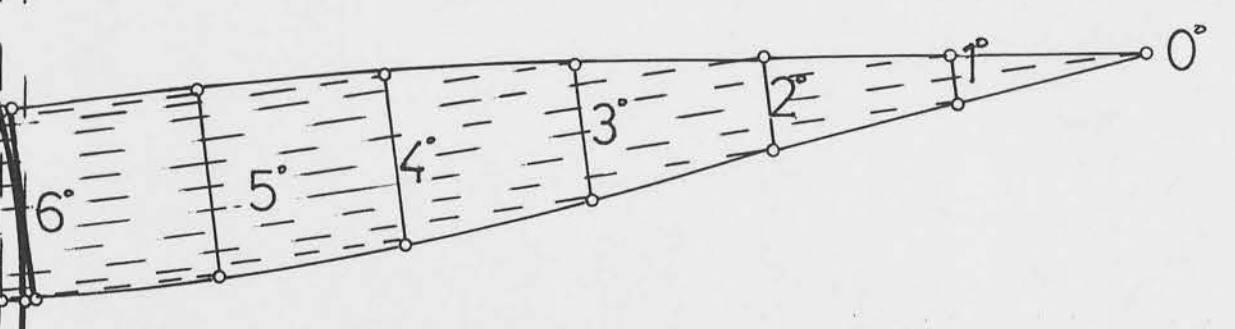
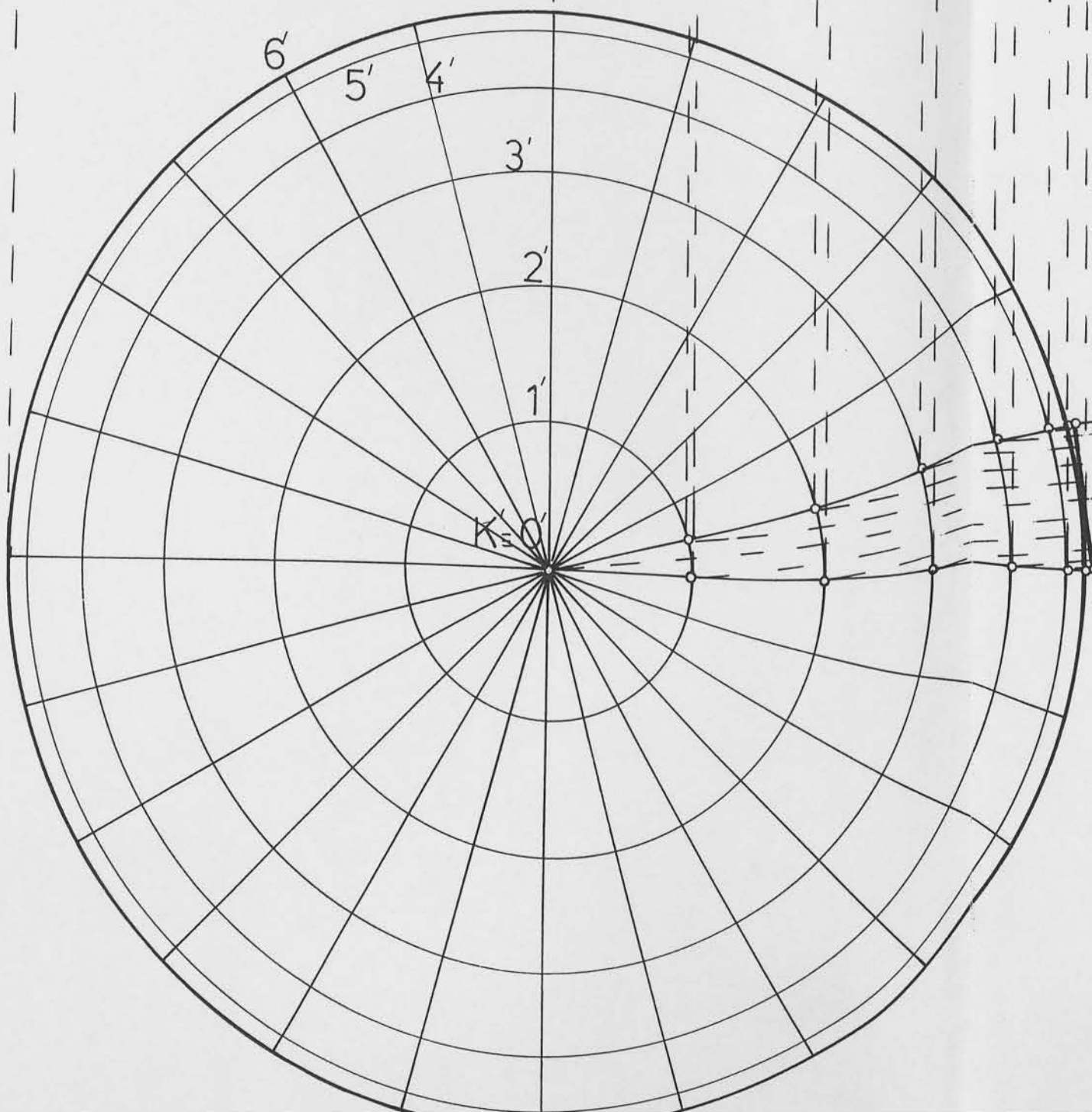
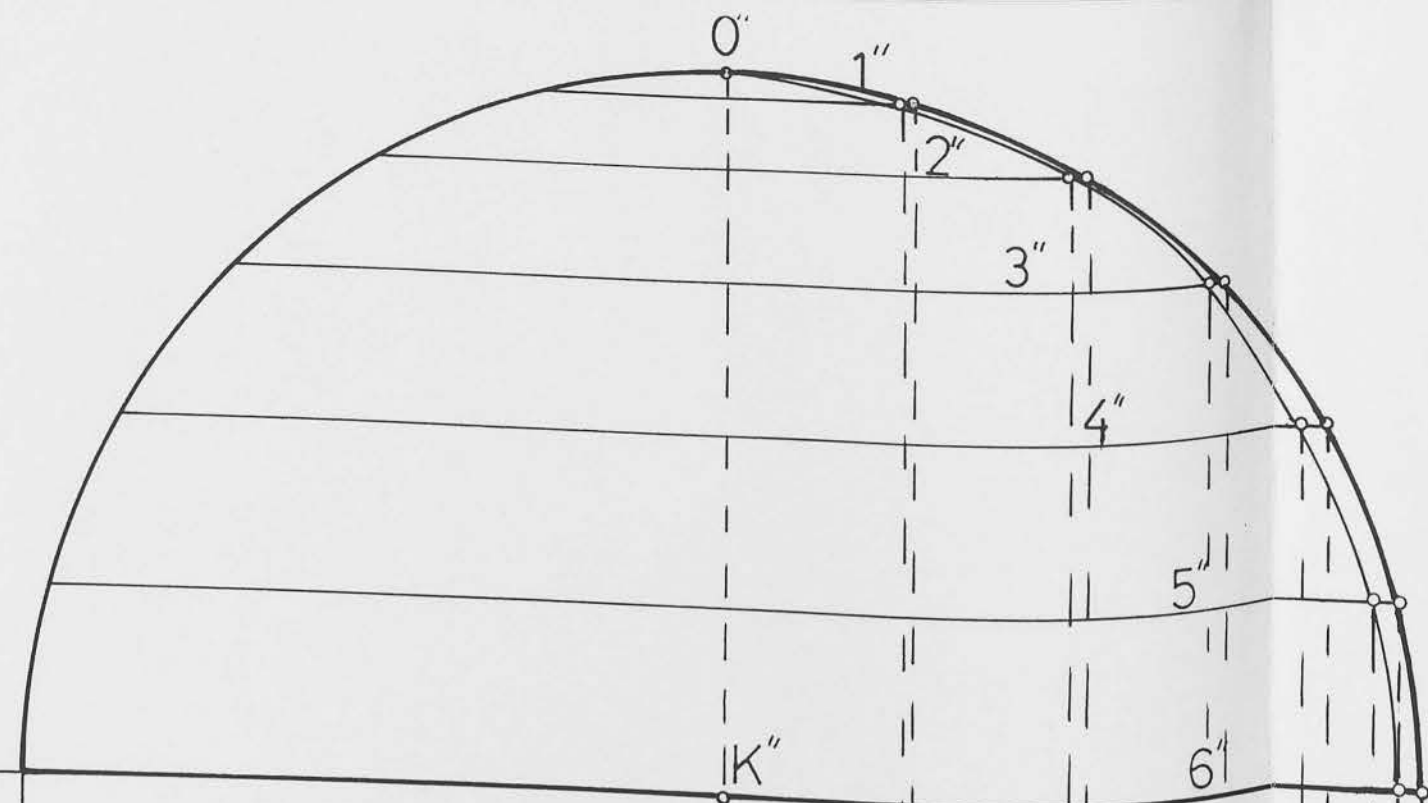
Το Μουσικό θέατρο στη λεωφόρο Συγγρού
με σφαιρικό στοιχείο



Όπως και πριν



Όπως και πριν

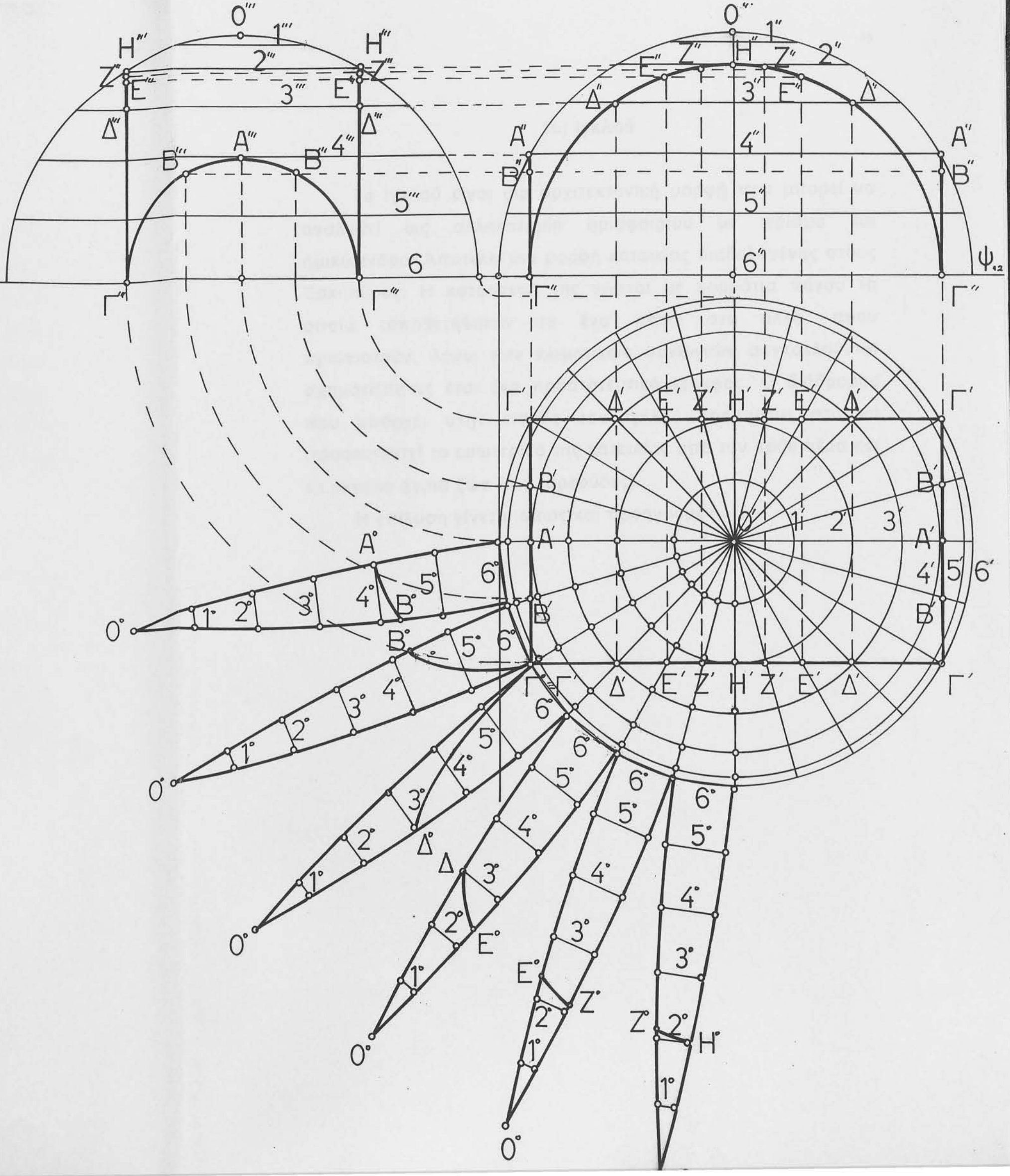
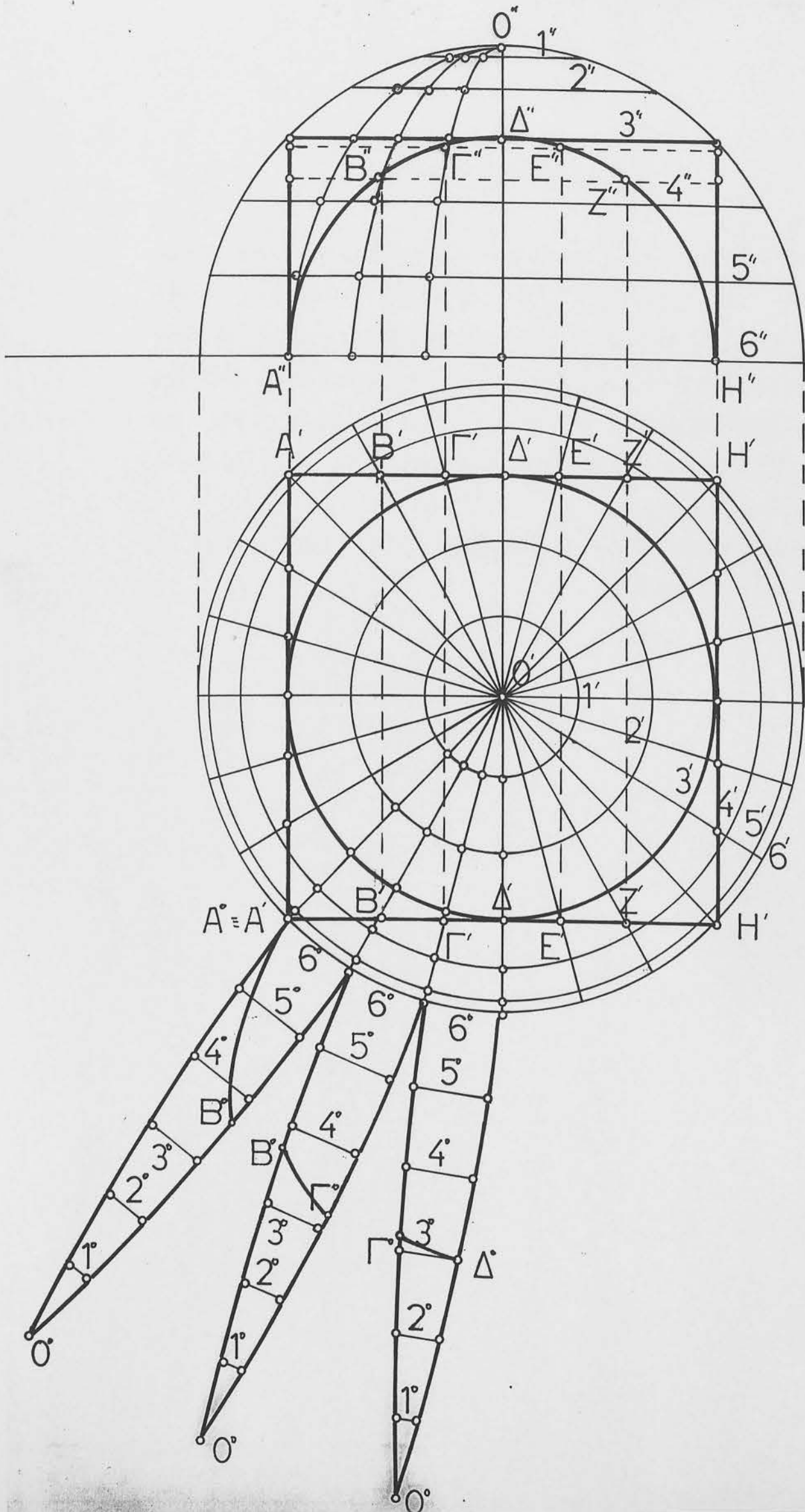


ψ_{12}

14) Σφαιρικά τρίγωνα

Τα σφαιρικά τρίγωνα είναι αρχιτεκτονικές μορφές που βλέπουμε στο εσωτερικό των εκκλησιών. Πάνω σ' αυτά στηρίζεται ο τρούλος. Είναι αλληλοτομία της μεγάλης σφαίρας με τετραγωνικό πρίσμα. Σημειώνεται ότι η σφαίρα από την οποία αποσπάσθηκαν τα 4 σφαιρικά τρίγωνα είναι μια μεγαλύτερη σφαίρα και όχι το ημισφαίριο του θόλου το οποίο θα καθίσει πάνω σε αυτά.

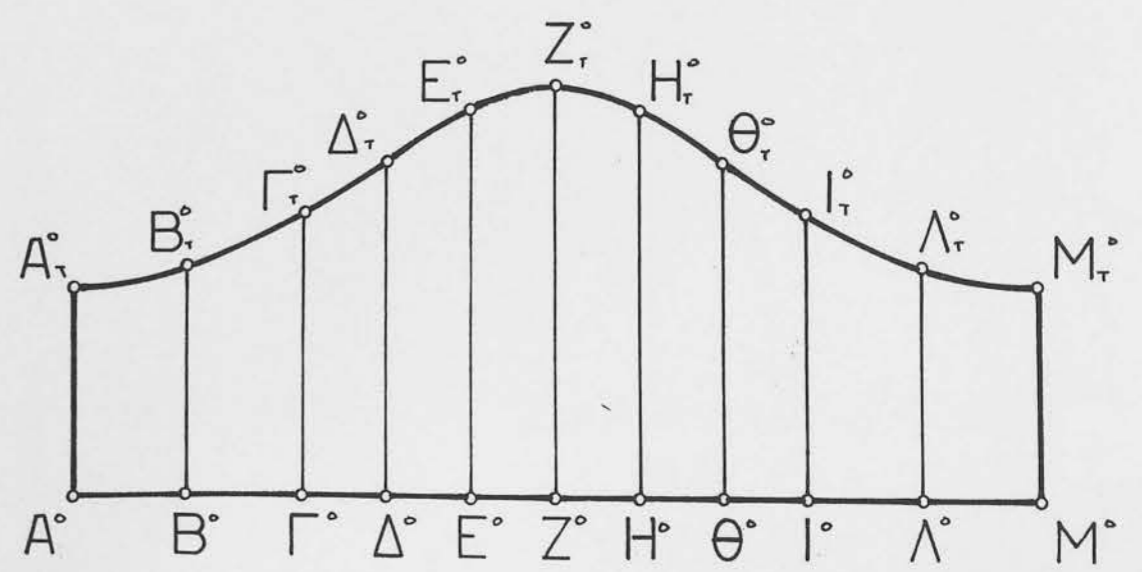
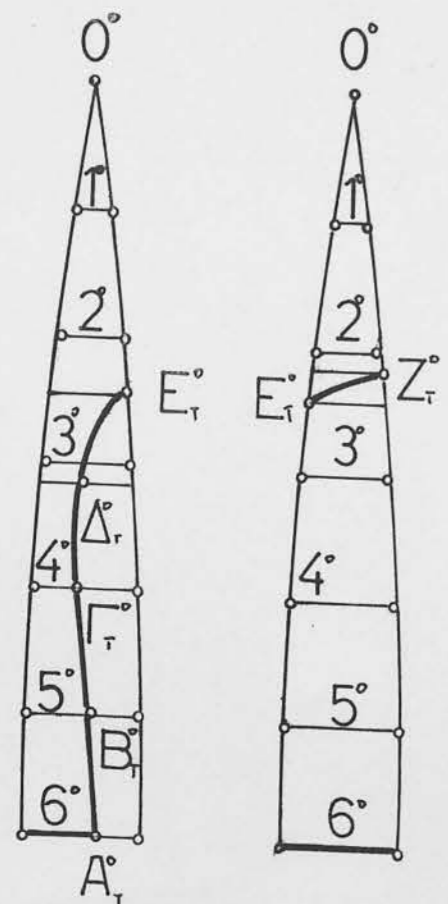
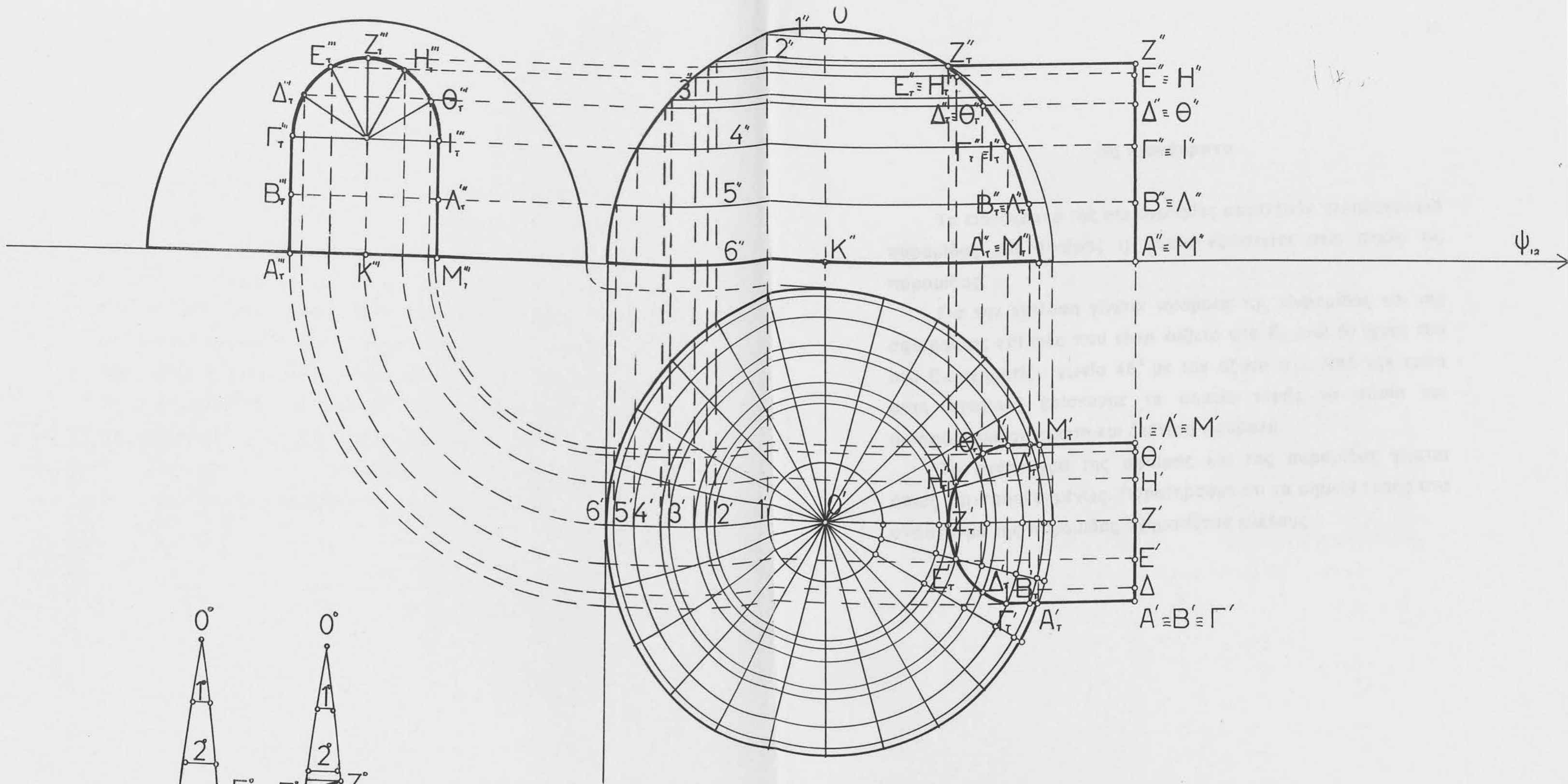
Επίσης επιλύεται και η περίπτωση που η σφαίρα τέμνεται από ορθογωνικό πρίσμα.



15) Ιγκλού

Το ιγκλού είναι μια αρχιτεκτονική μορφή που μπορεί να αναλυθεί ως αλληλοτομία ημισφαιρίου με πρίσμα και ημικύλινδρο. Αποτελεί μια μορφή κατοικίας διαδομένης στους Εσκιμώους. Η κατασκευή της γίνεται με κομμάτια πάγου τα οποία τοποθετήθηκαν το ένα πάνω στο άλλο, αφού πριονιστούν, λόγω των κλιματικών συνθηκών συγκολλούνται σχηματίζοντας έτσι ένα προστατευτικό κέλυφος. Ο διάδρομος που υπάρχει στην είσοδο του Ιγκλού χρησιμεύει στο να προστατευτεί το εσωτερικό της κατοικίας από τον κρύο αέρα και τα μεγάλα άγρια ζώα (π.χ. αρκούδες).

Η επίλυση γίνεται όπως και προηγουμένως.



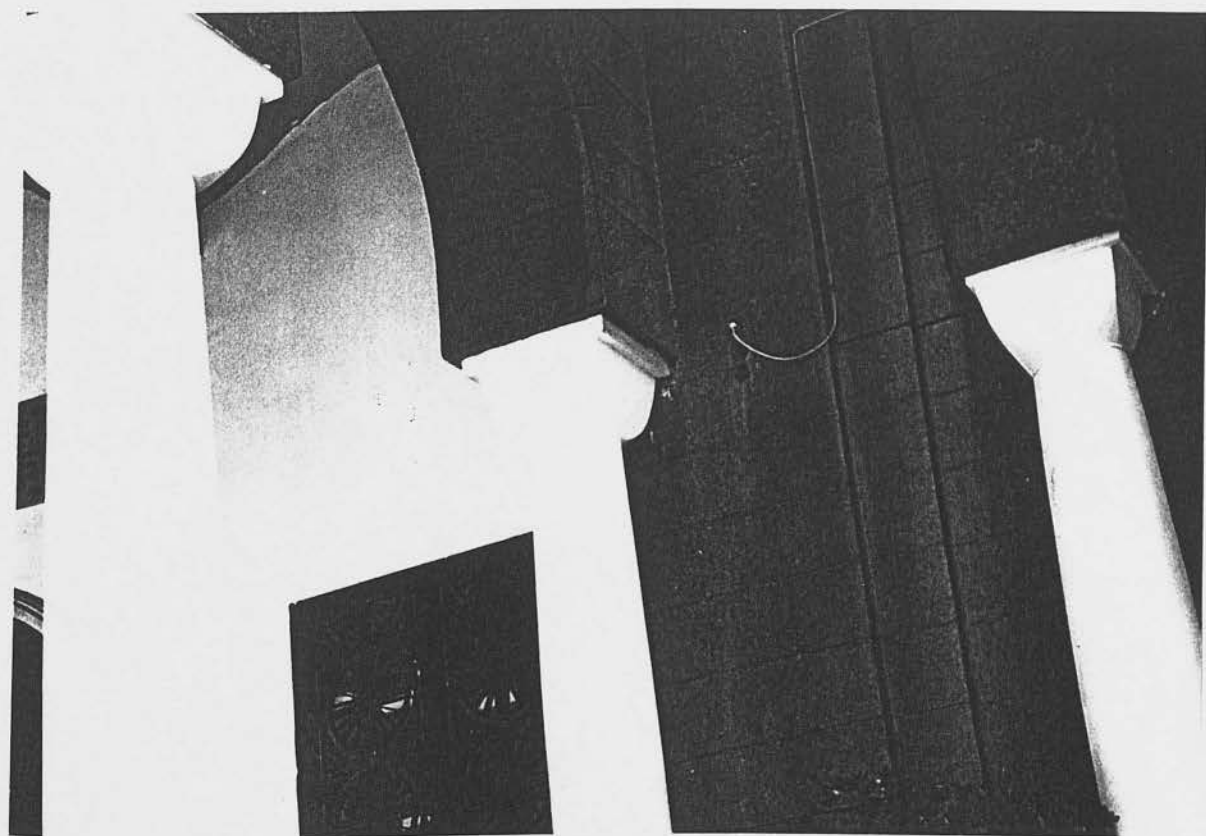
16) Κιονόκρανα

Τα κιονόκρανα της φωτογραφίας αποτελούν αλληλογραφία πυραμίδας και σφαίρας η οποία εφάπτεται στις ακμές τις πυραμίδας.

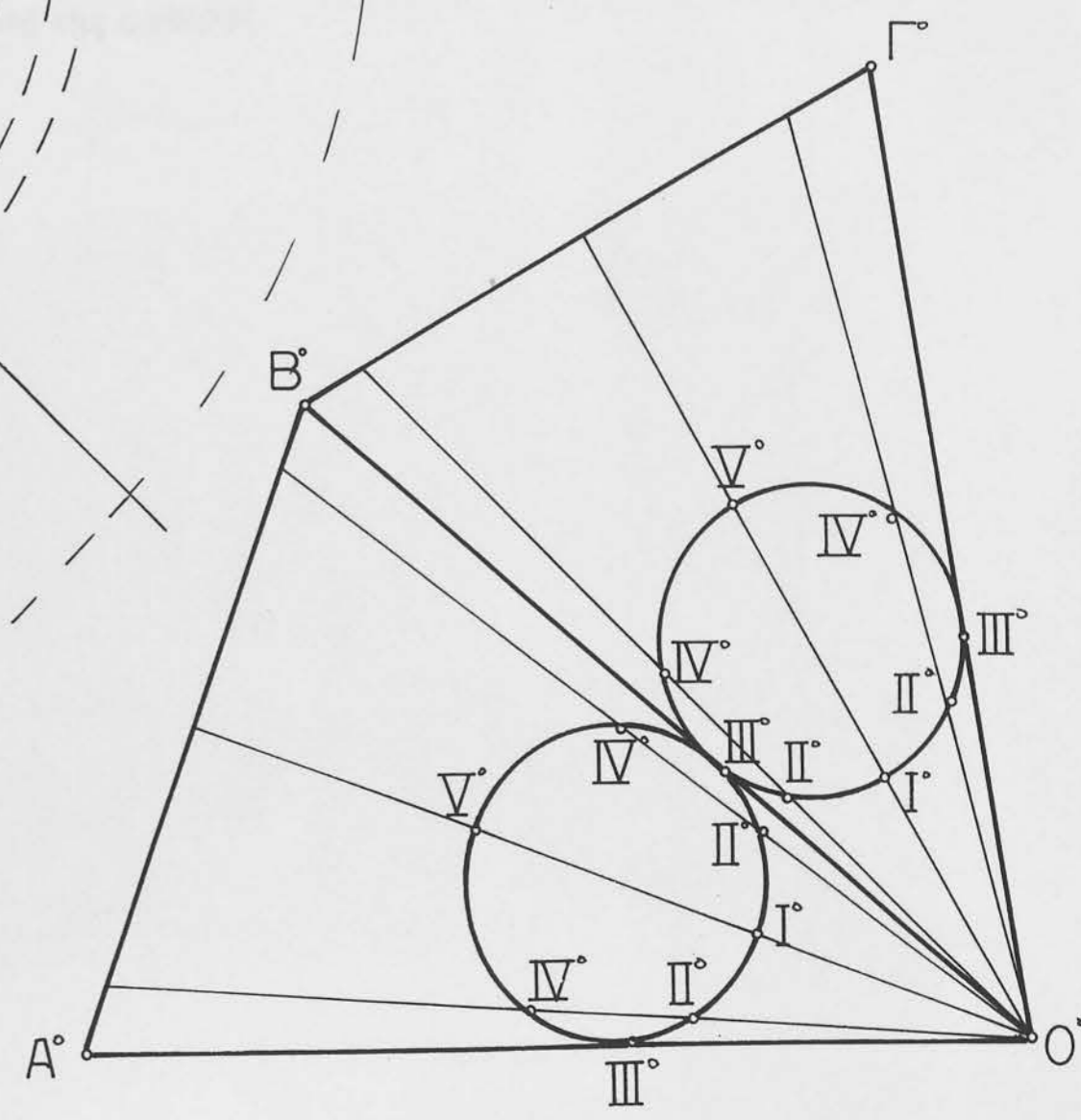
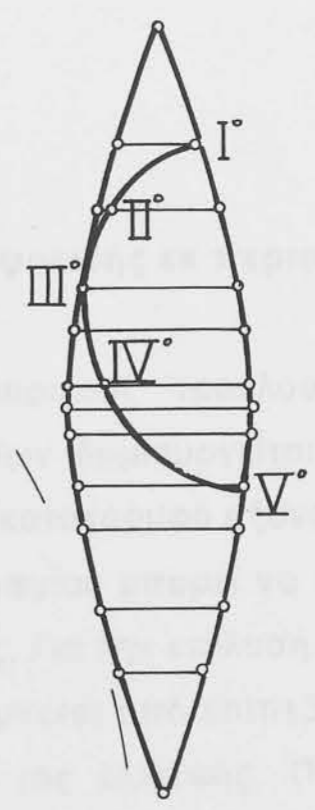
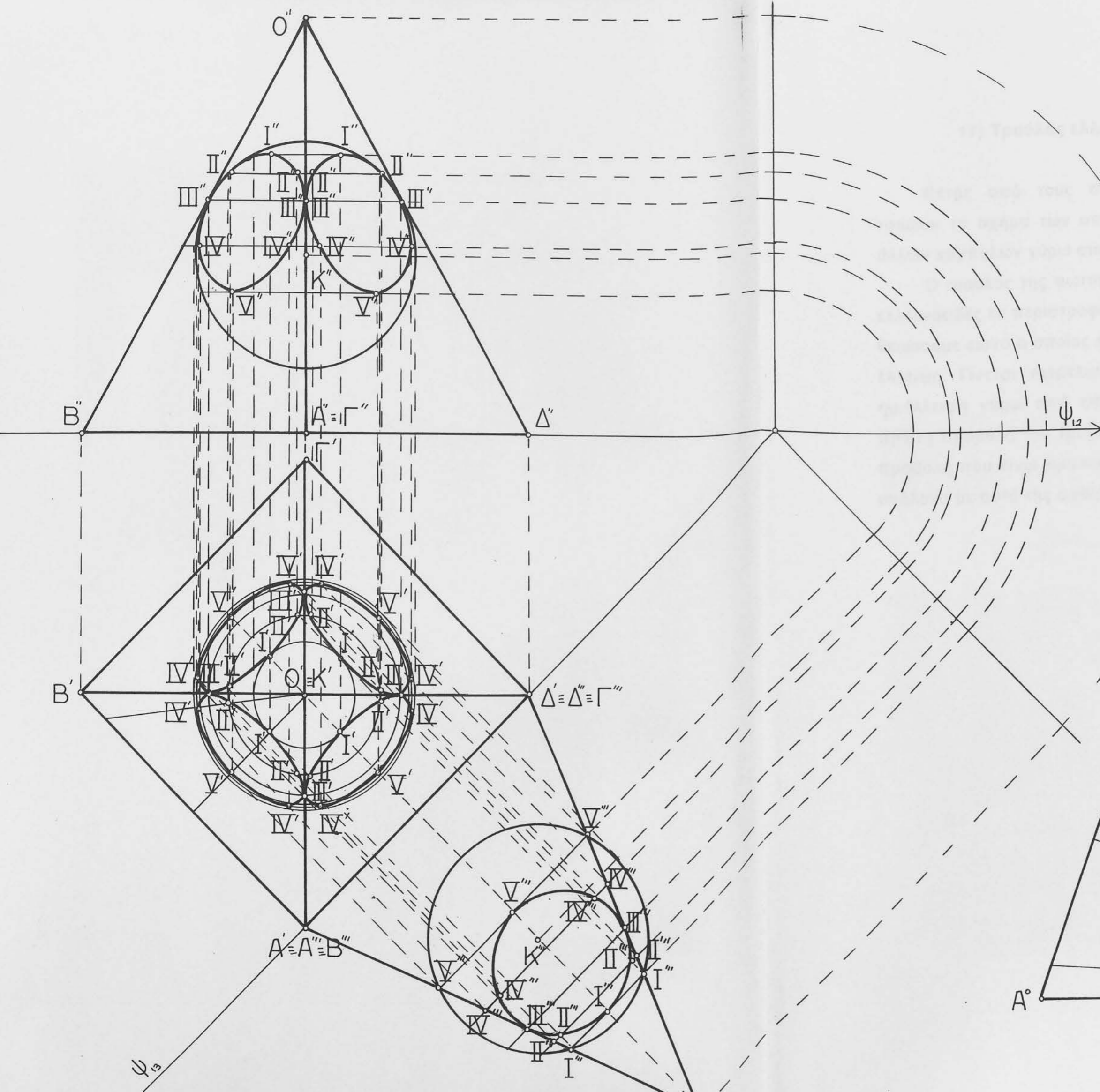
Για την επίλυση γίνεται προβολή της πυραμίδας και της σφαίρας σε επίπεδο που είναι κάθετο στο E_2 ενώ το ίχνος του στο E_1 σχηματίζει γωνία 45° με τον άξονα ψ_{12} . Από την τρίτη αυτή προβολή βρίσκουμε τα σημεία τομής τα οποία και μεταφέρουμε σε πρώτη και δεύτερη προβολή.

Το ανάπτυγμα της σφαίρας και της πυραμίδας γίνεται όπως και προηγουμένως. Παρατηρούμε ότι τα σημεία τομής στο ανάπτυγμα της πυραμίδας σχηματίζουν κύκλους.

Κιονόκρανα με στραγγιλιτικές γωνίες



Κιονόκρανα με "στρογγυλεμένες" γωνίες



17) Τρούλος ελλειψοειδής εκ περιστροφής

Εκτός από τους σφαιρικούς τρούλους υπάρχουν και τρούλοι το σχήμα των οποίων δημιουργείται από περιστροφή άλλων καμπυλών γύρω από κατακόρυφο άξονα.

Ο τρούλος της φωτογραφίας μπορεί να θεωρηθεί ως μισό ελλειψοειδές εκ περιστροφής. Για την επίλυση αυτής της μορφής θεωρούμε κώνο ο οποίος τέμνεται από επίπεδο και η τομή είναι έλλειψη. Γίνεται κατάκλιση της έλλειψης. Περιστρέφουμε την ημιέλλειψη γύρω από κατακόρυφο άξονα και παίρνουμε την πρώτη προβολή του τρούλου που είναι κύκλος και την δεύτερη προβολή που είναι ημιέλλειψη. Το ανάπτυγμα βγαίνει με τρόπο ανάλογο με αυτό της σφαίρας.



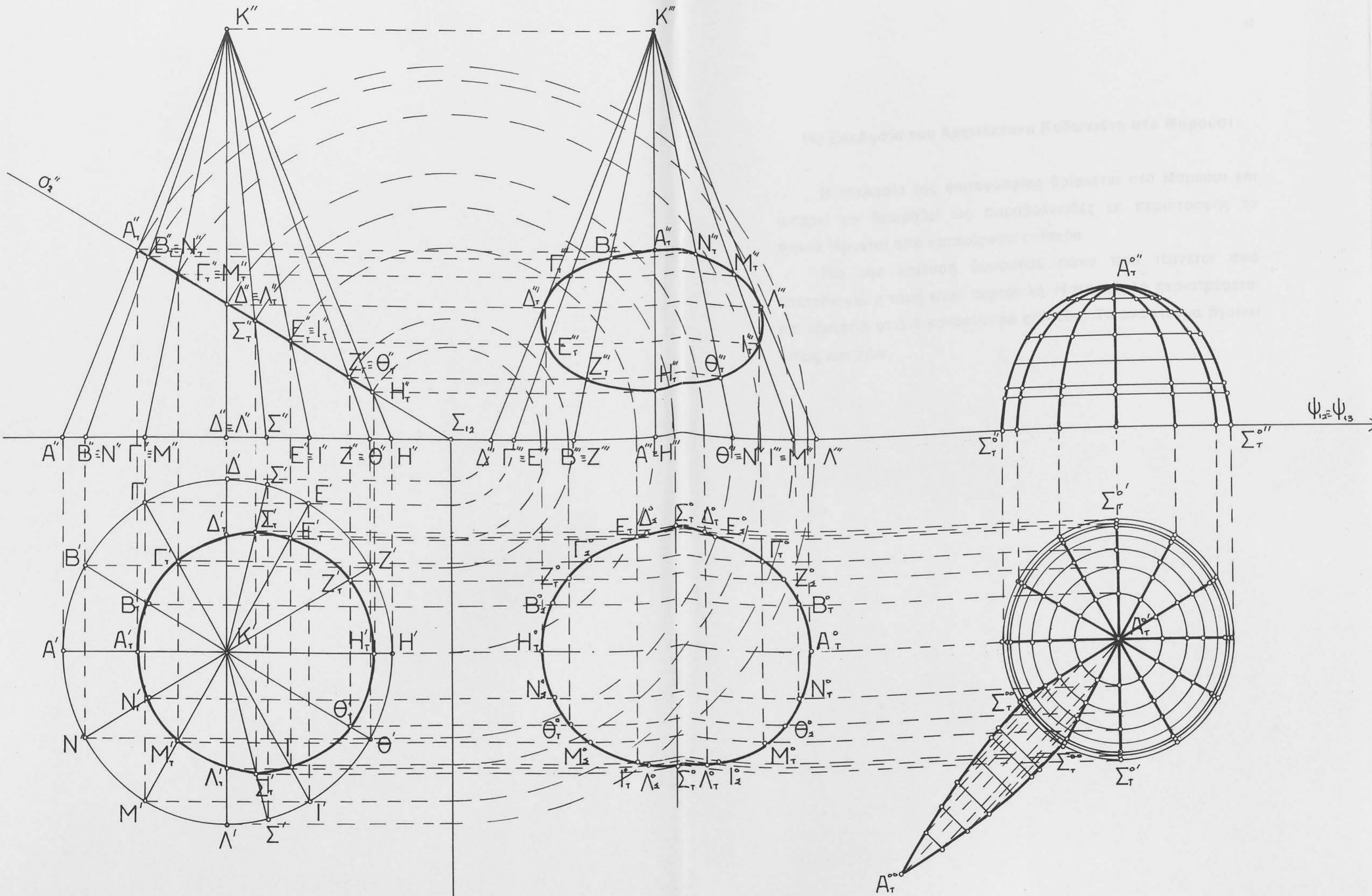
Τρούλος σε κτίριο της οδού Σταδίου



Χαρακτηριστικό δείγμα κώνων: οι ομπρέλες



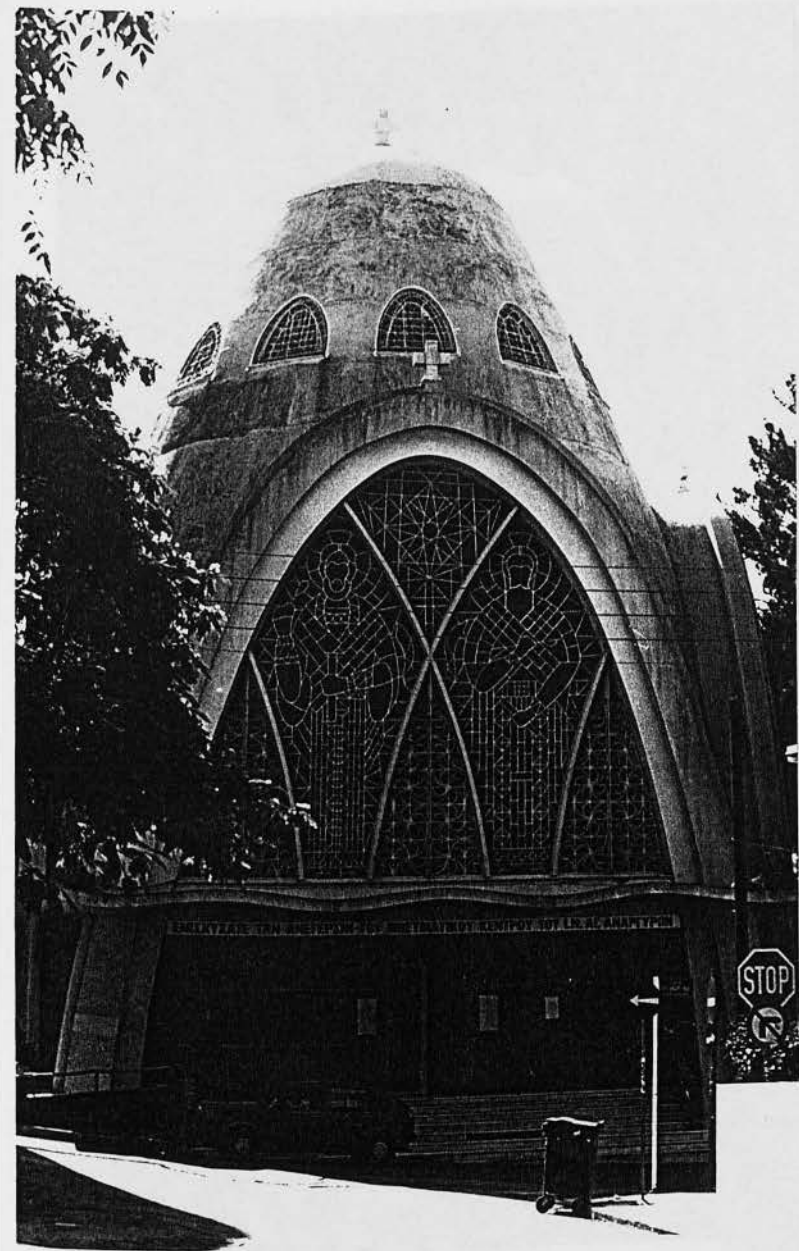
Εμπορικό Κέντρο στον Πειραιά που εμφανίζει κωνική τομή



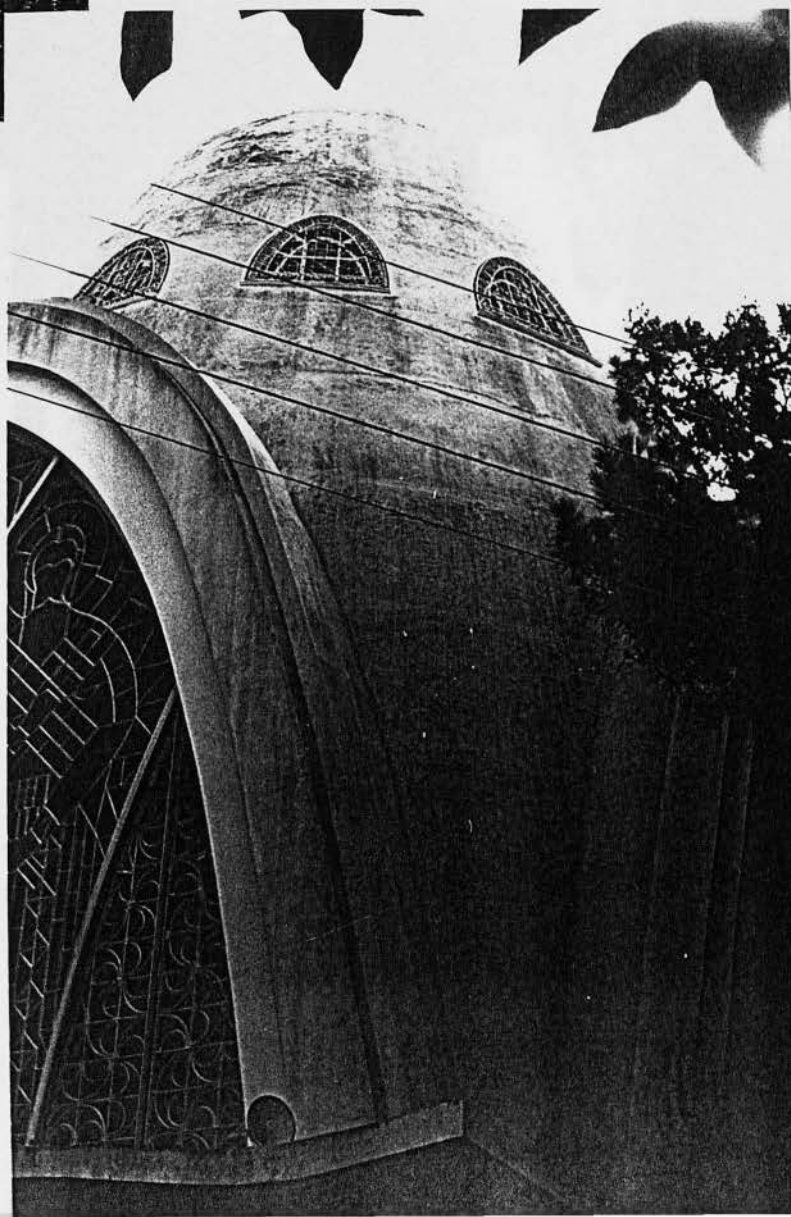
18) Εκκλησία του Αρχιτέκτονα Κυδωνιάτη στο Μαρούσι

Η εκκλησία της φωτογραφίας βρίσκεται στο Μαρούσι και μπορεί να θεωρηθεί ως παραβολοειδές εκ περιστροφής το οποίο τέμνεται από κατακόρυφα επίπεδα.

Για την επίλυση θεωρούμε κώνο που τέμνεται από επίπεδο και η τομή είναι παραβολή. Η παραβολή περιστρέφεται και τέμνεται από 4 κατακόρυφα επίπεδα. Το ανάπτυγμα βγαίνει όπως και πριν.



Η εκκλησία του αρχιτέκτονα
Κυδωνιάτη στο Μαρούσι

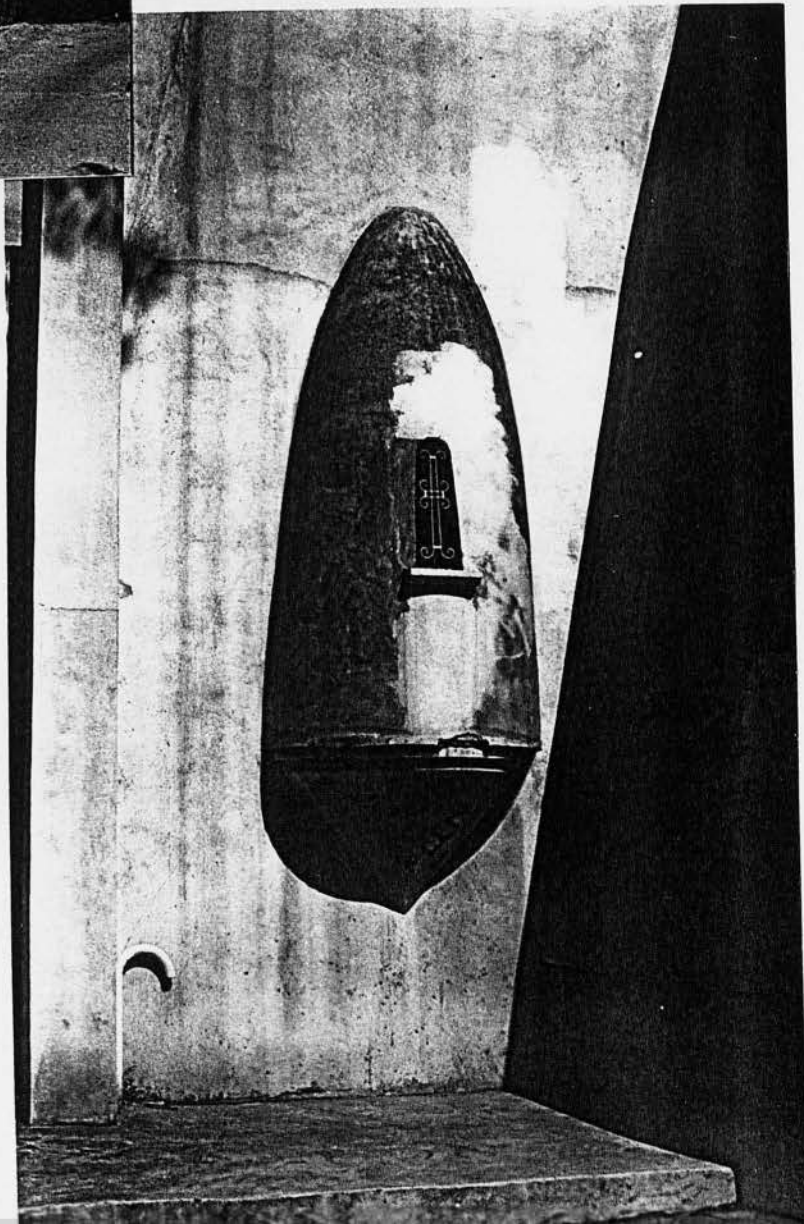


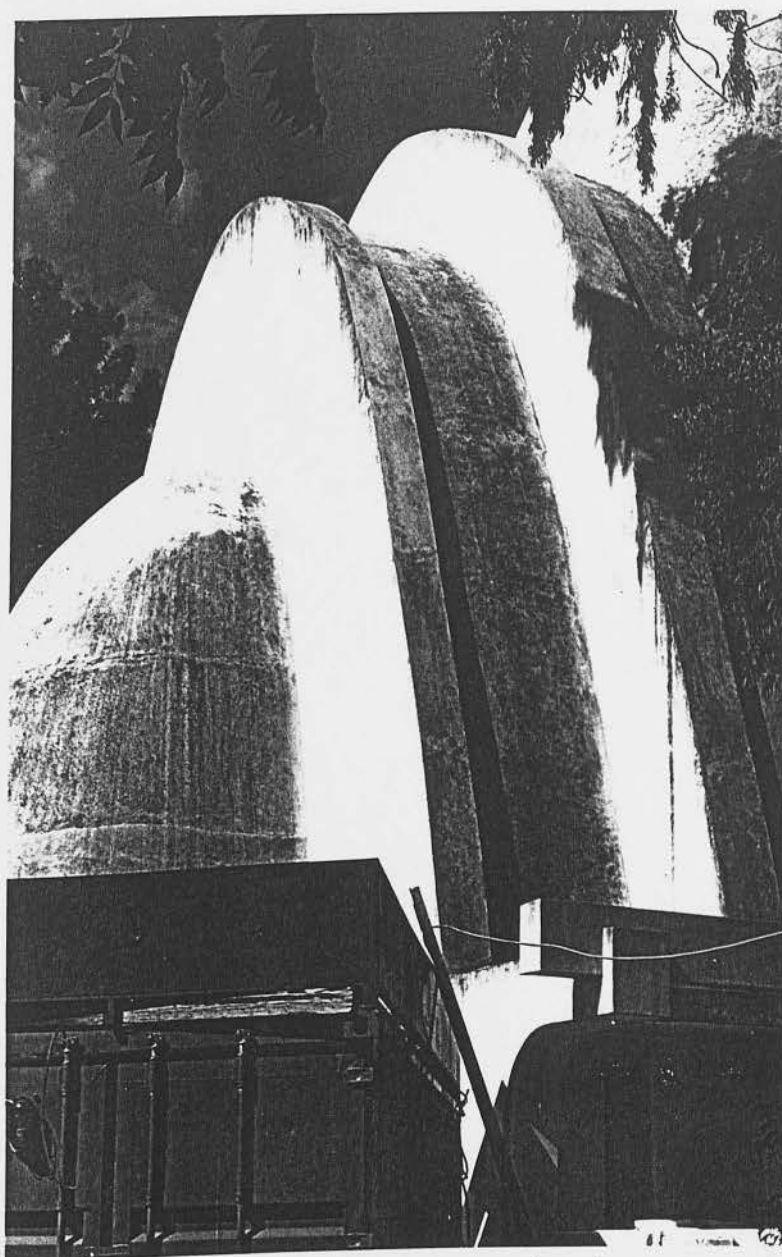
Όπως και πριν



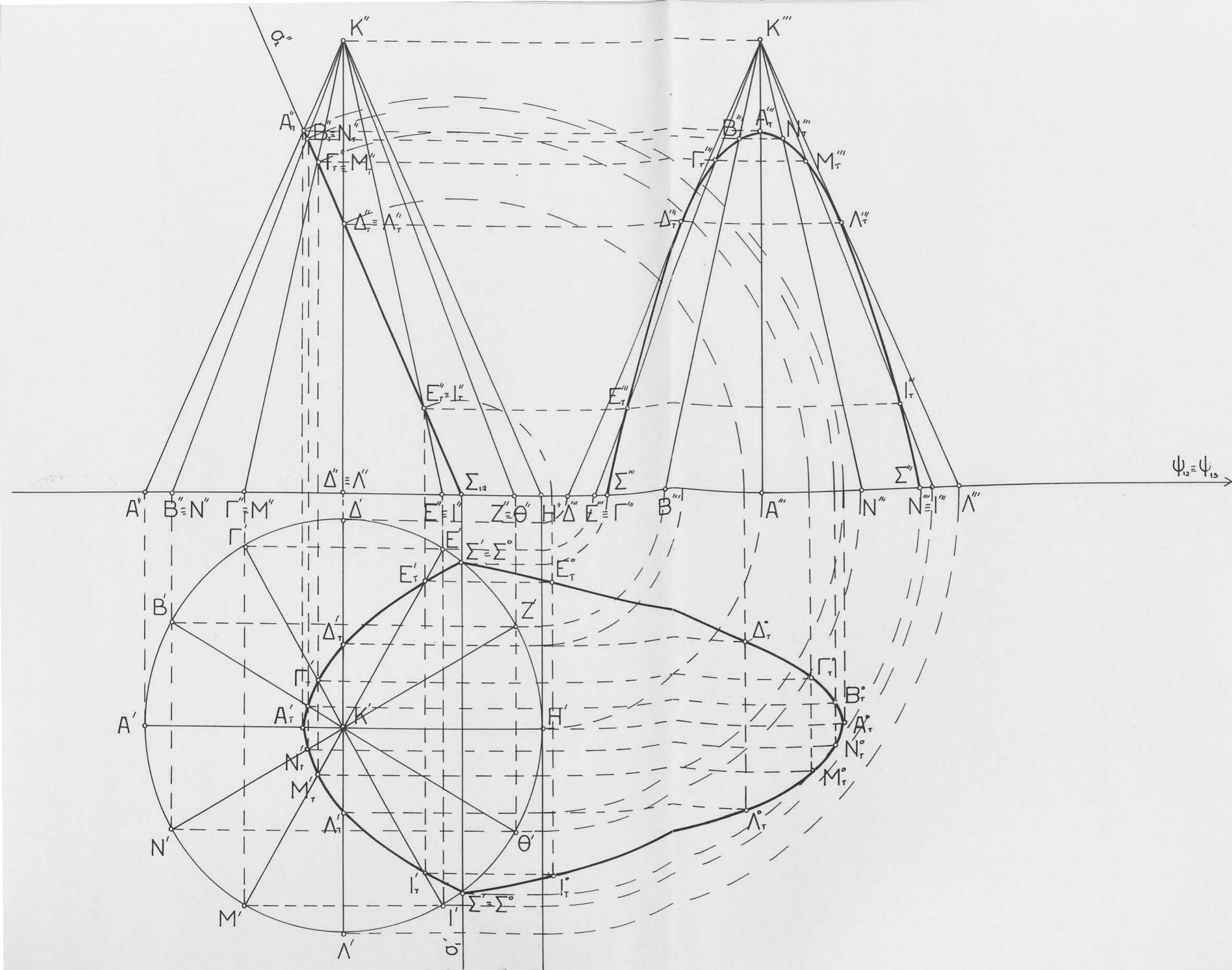
Άλλη άποψη της
εκκλησίας

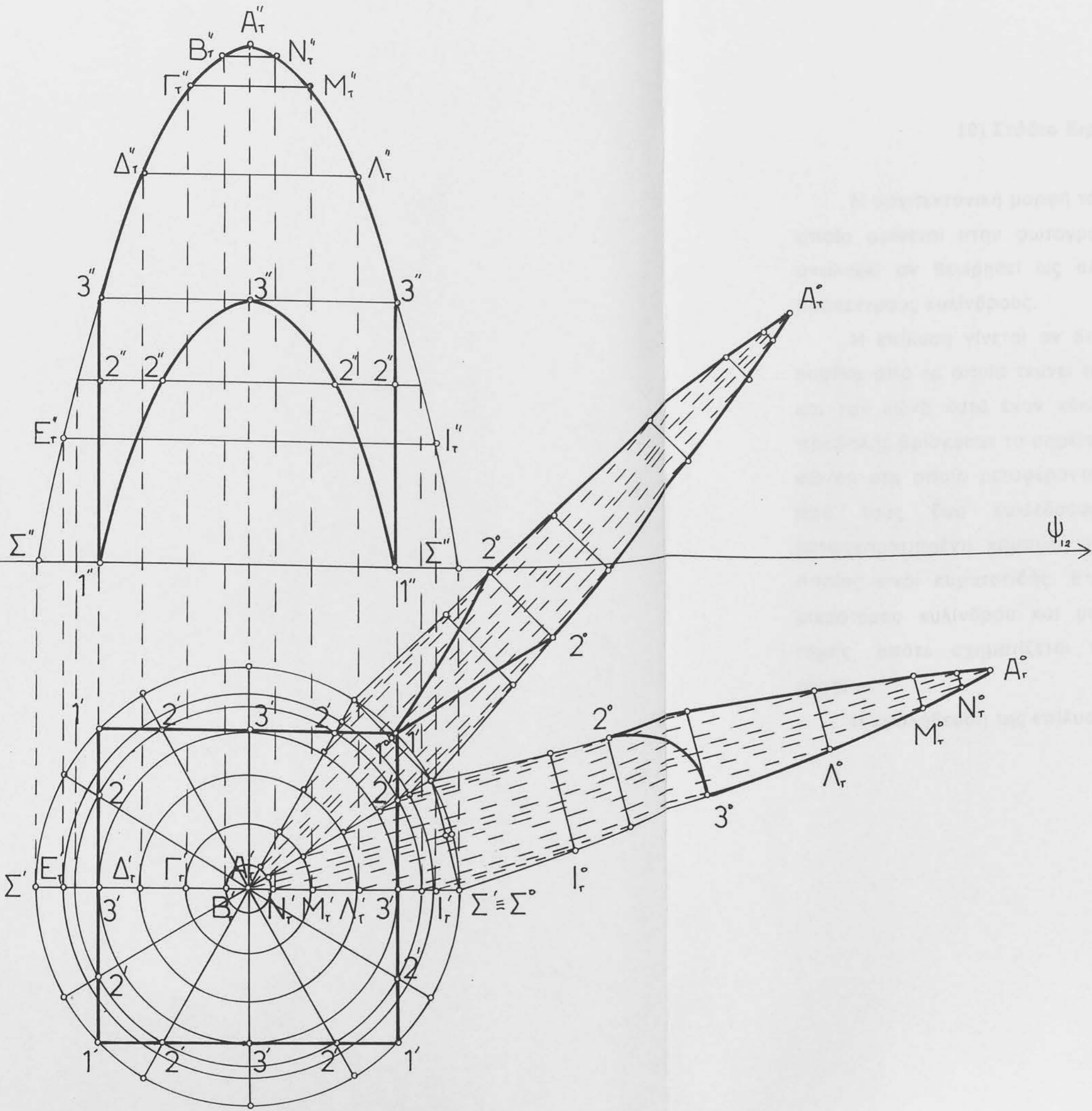
Λεπτομέρεια
παραβολοειδούς σχήματος





Το πίσω μέρος της εκκλησίας



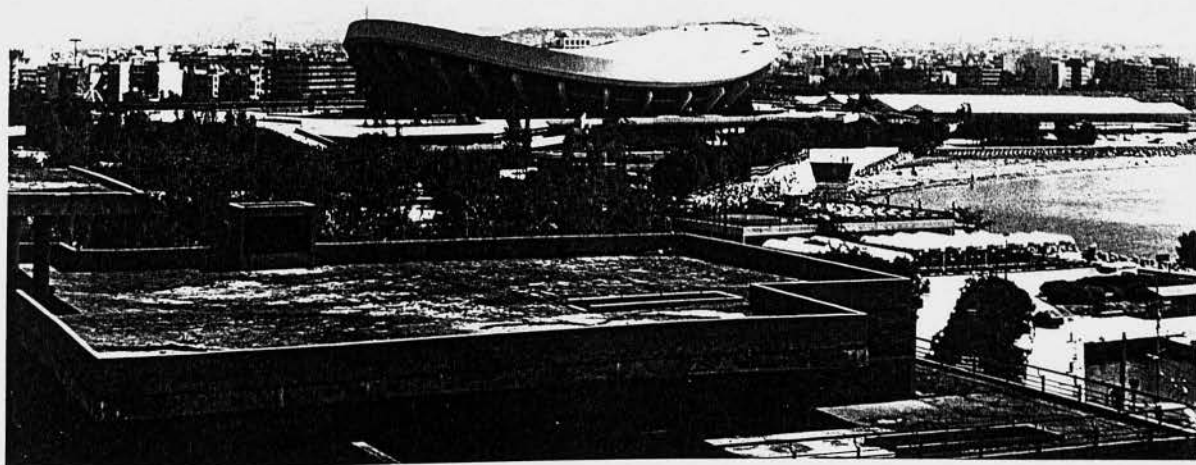


19) Στάδιο Ειρήνης και Φιλίας

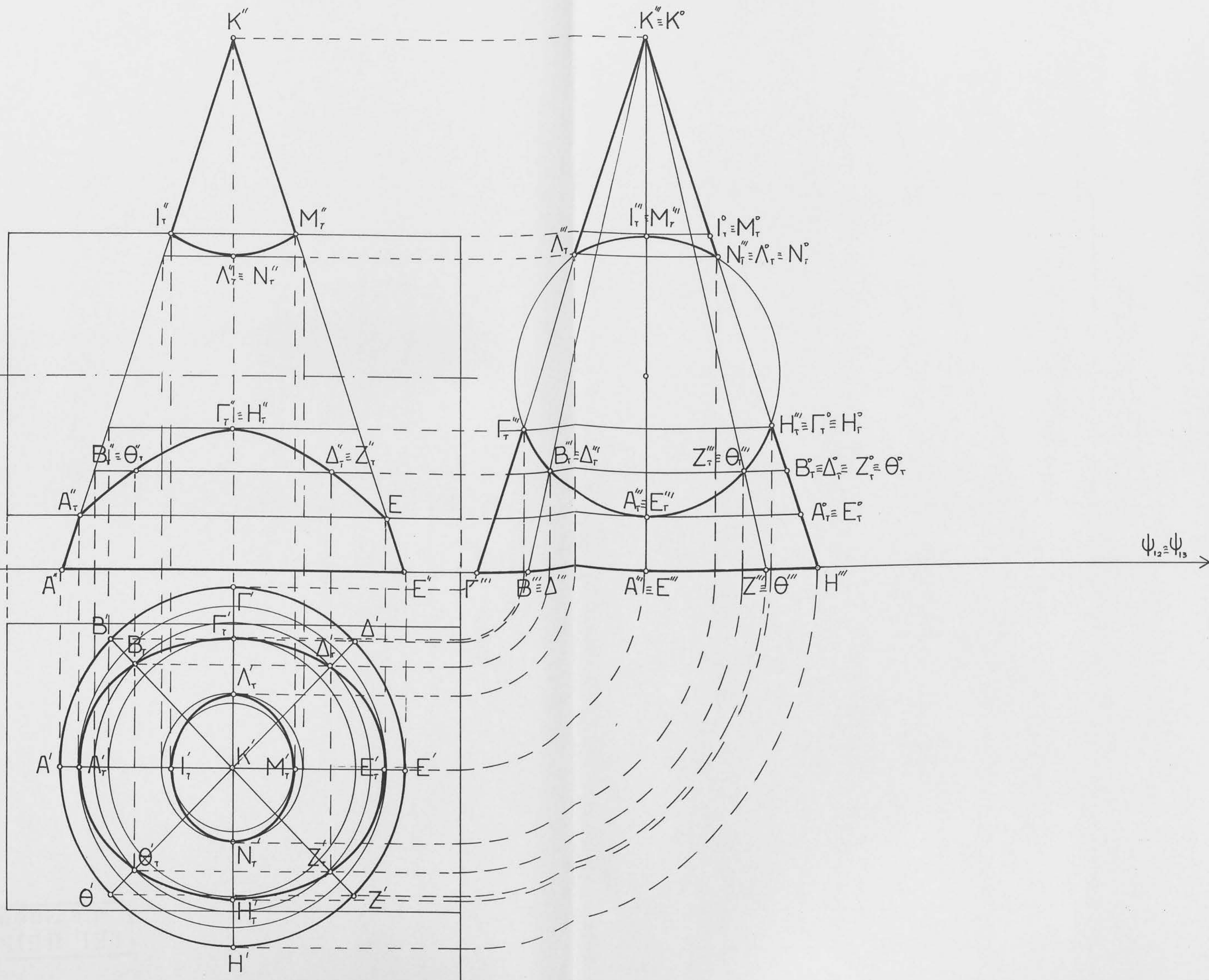
Η αρχιτεκτονική μορφή του Σταδίου Ειρήνης και Φιλίας, το οποίο φαίνεται στην φωτογραφία που ακολουθεί, μπορεί να αναλυθεί αν θεωρηθεί ως αλληλοτομία ενός κώνου με δύο ομόκεντρους κυλίνδρους.

Η επίλυση γίνεται αν θεωρήσουμε οριζόντια επίπεδα το καθένα από τα οποία τέμνει τον κύλινδρο κατά δυο γενέτειρες και τον κώνο κατά έναν κύκλο, οπότε με τη βοήθεια τρίτης προβολής βρίσκουμε τα σημεία τομής. Γίνεται το ανάπτυγμα του κώνου στο οποίο μεταφέρονται τα σημεία στα οποία τέμνεται από τους δυο κυλίνδρους οπότε και εμφανίζεται η μετασχηματισμένη καμπύλη της αλληλοτομίας, η μορφή της οποίας είναι κυματοειδής. Επίσης γίνεται το ανάπτυγμα του μικρότερου κυλίνδρου και μεταφέρονται σ' αυτό τα σημεία τομής, οπότε σχηματίζεται το ανάπτυγμα της στέγης του σταδίου.

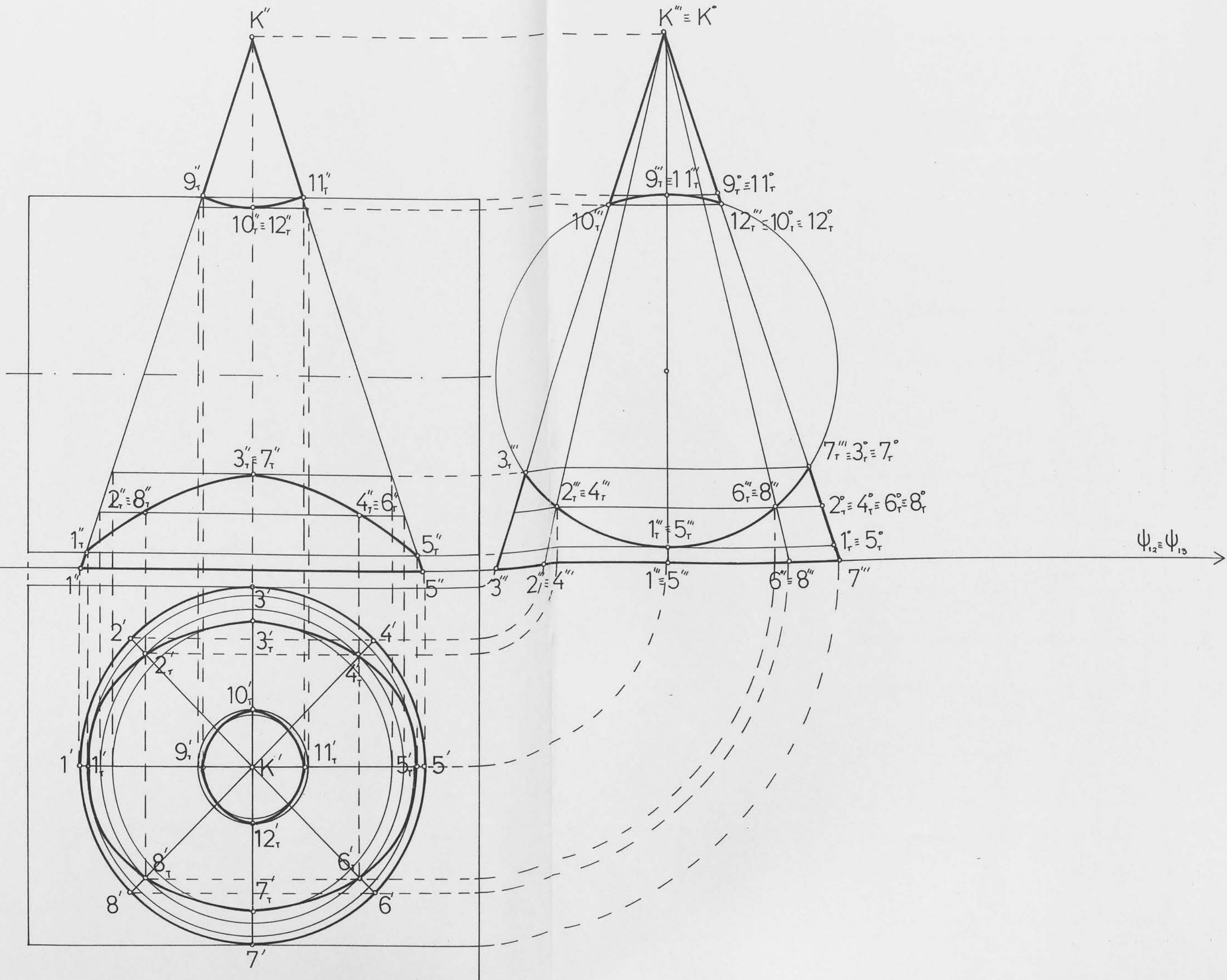
Η επαλήθευση της επίλυσης έγινε με κατασκευή μακέτας.

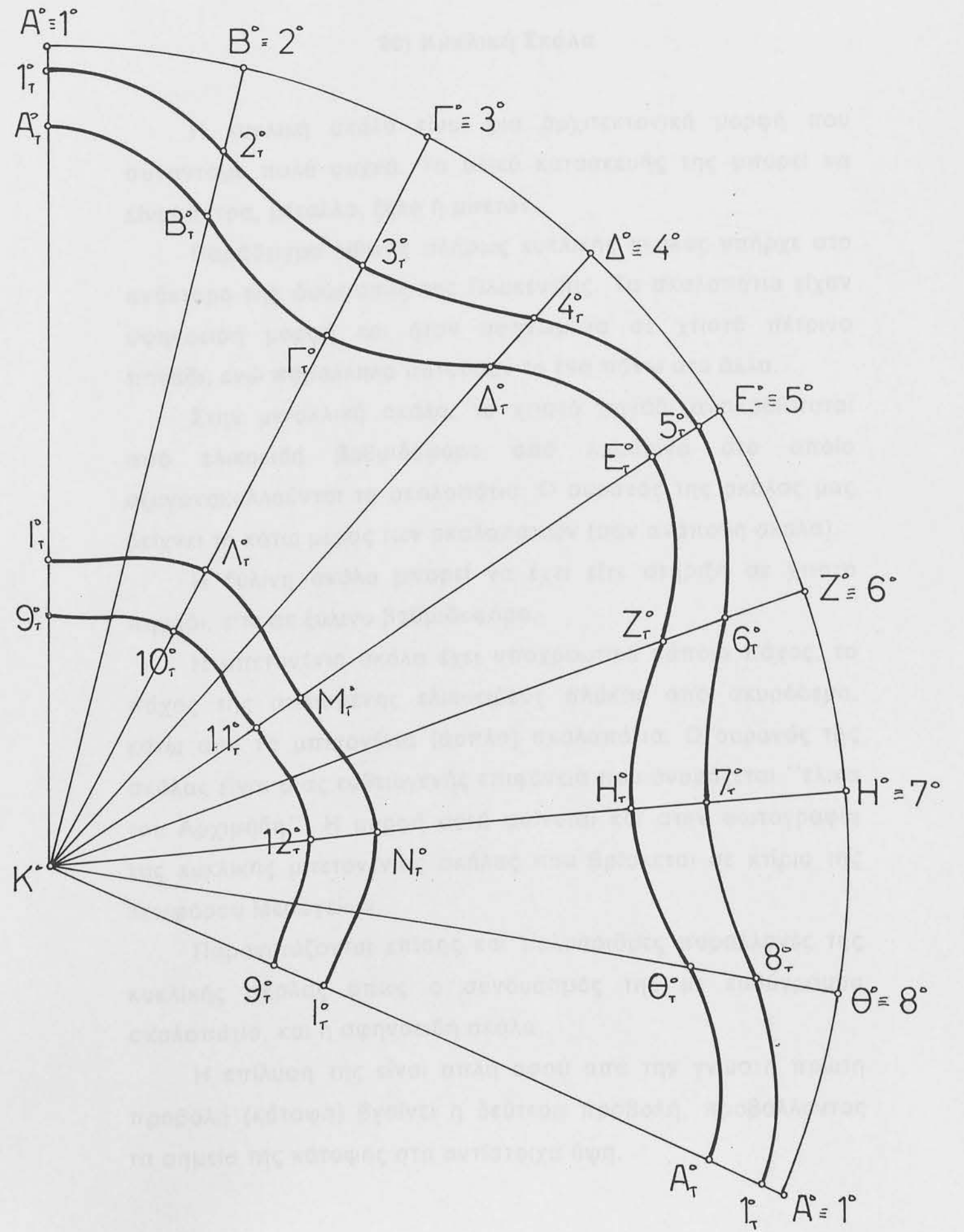
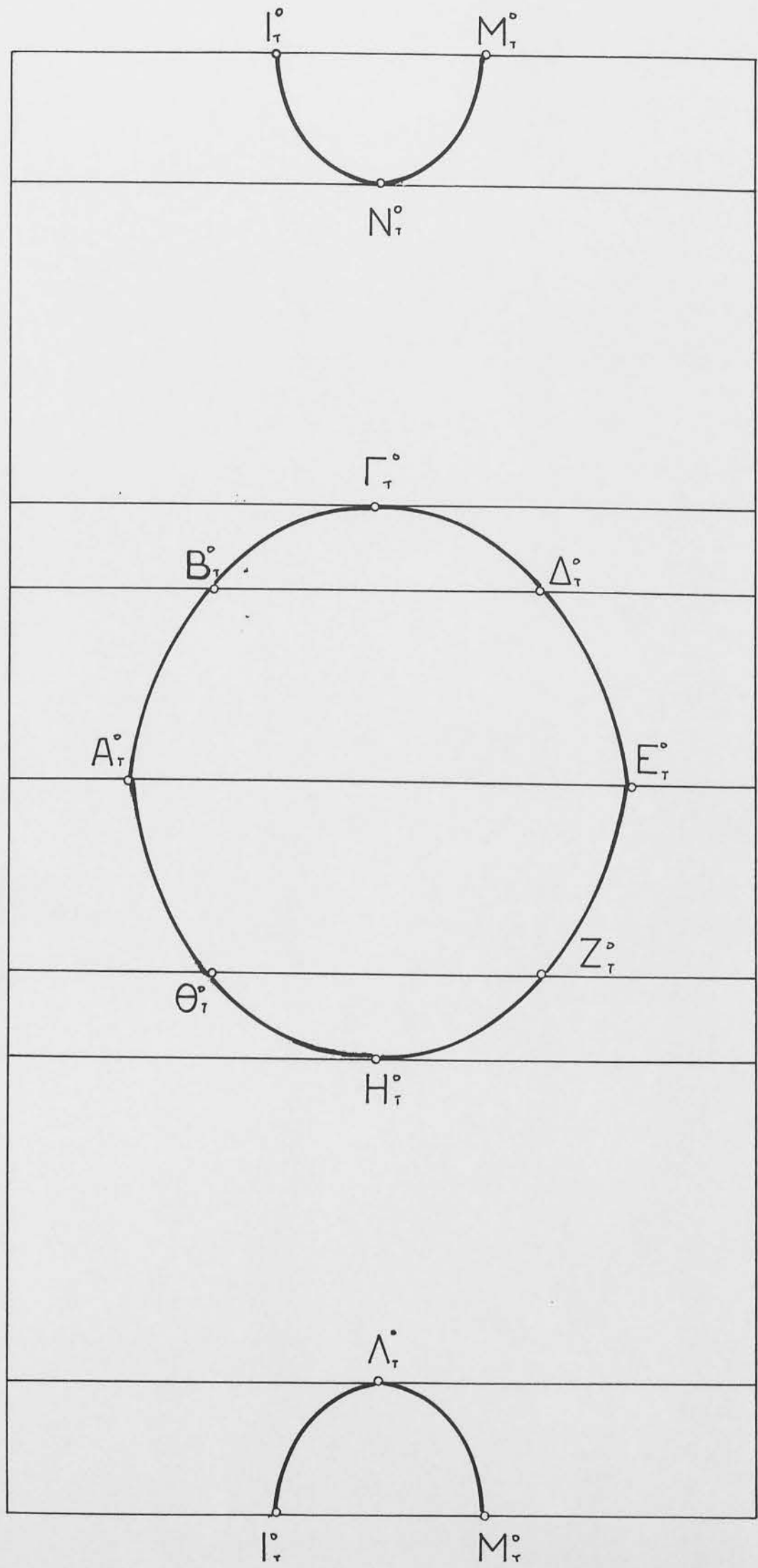


Στάδιο Ειρήνης και Φιλίας



$\psi_{12} \hat{=} \psi_{13}$





20) Κυκλική Σκάλα

Η κυκλική σκάλα είναι μια αρχιτεκτονική μορφή που συναντάμε πολύ συχνά. Το υλικό κατασκευής της μπορεί να είναι πέτρα, μέταλλο, ξύλο ή μπετόν.

Παράδειγμα λίθινης πλήρως κυκλικής σκάλας υπήρχε στο ανάκτορο της Δούκισσας της Πλακεντίας. Τα σκαλοπάτια είχαν σφηνοειδή μορφή και ήταν σφηνωμένα σε χτιστό πέτρινο πηγάδι, ενώ παράλληλα πατούσαν το ένα πάνω στο άλλο.

Στην μεταλλική σκάλα, το χτιστό πηγάδι αντικαθίσταται από ελικοειδή βαθμιδοφόρο από λαμαρίνα στο οποίο οξυγονοκολλούνται τα σκαλοπάτια. Ο ουρανός της σκάλας μας δείχνει το κάτω μέρος των σκαλοπατιών (σαν ανάποδη σκάλα).

Η ξύλινη σκάλα μπορεί να έχει είτε στήριξη σε χτιστό πηγάδι, είτε σε ξύλινο βαθμιδοφόρο.

Η μπετονένια σκάλα έχει υποχρεωτικά κάποιο πάχος, το πάχος της οπλισμένης ελικοειδούς πλάκας από σκυρόδεμα, κάτω από τα μπετονένια (άοπλα) σκαλοπάτια. Ο ουρανός της σκάλας είναι μιας ευθειογενής επιφάνεια που ονομάζεται "έλικα του Αρχιμήδη". Η μορφή αυτή φαίνεται και στην φωτογραφία της κυκλικής μπετονένιας σκάλας που βρίσκεται σε κτίριο της λεωφόρου Μεσογείων.

Παρουσιάζονται επίσης και πολυάριθμες παραλλαγές της κυκλικής σκάλας όπως ο συνδυασμός της με ευθύγραμμα σκαλοπάτια, και η σφηνοειδή σκάλα.

Η επίλυση της είναι απλή αφού από την γνωστή πρώτη προβολή (κάτοψη) βγαίνει η δεύτερη προβολή, προβάλλοντας τα σημεία της κάτοψης στα αντίστοιχα ύψη.

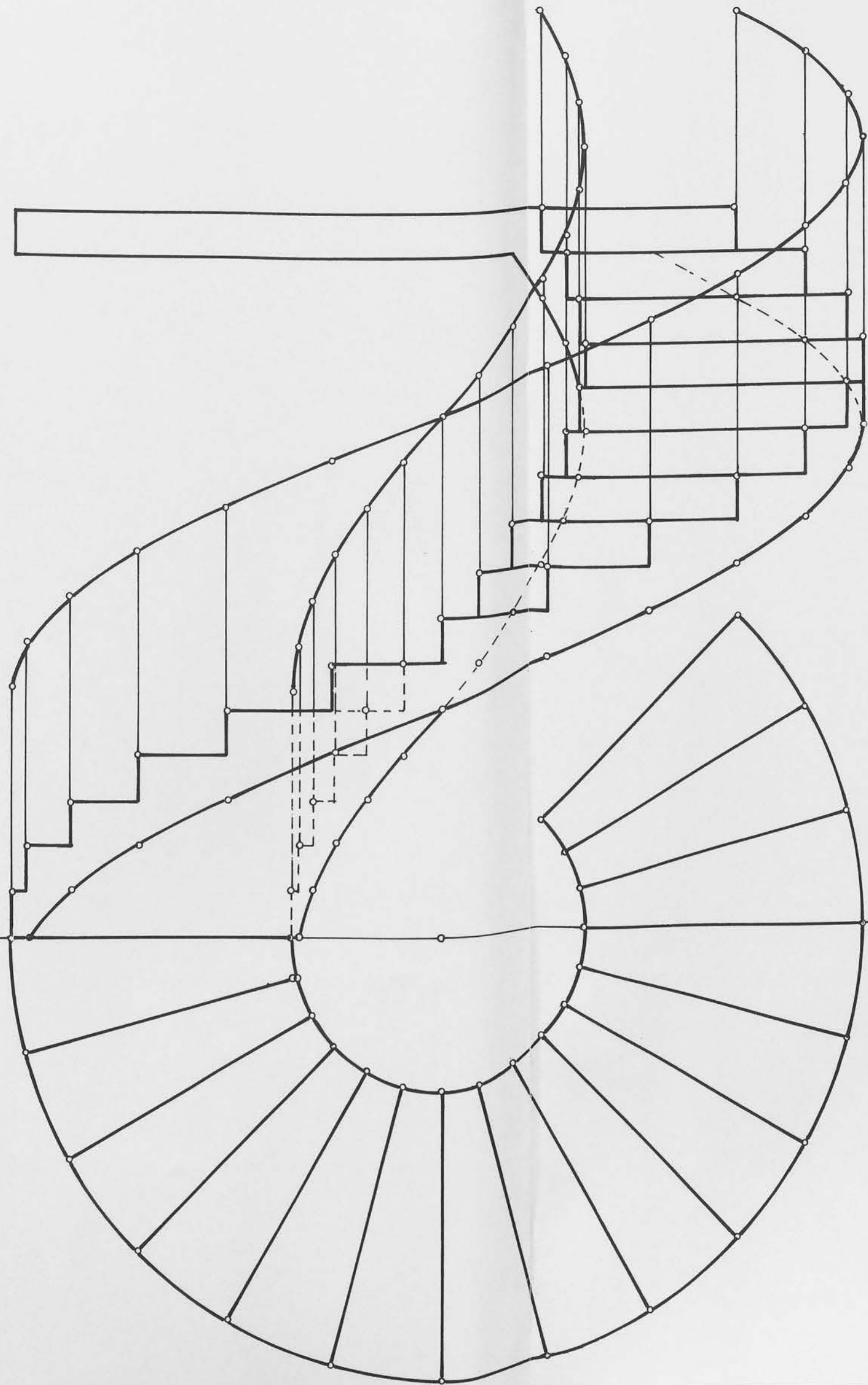
Γίνονται, επίσης, και τα αναπτύγματα της σκάλας, εξωτερικό και εσωτερικό, τα οποία μας δίνουν τον εξωτερικό και εσωτερικό βαθμιδοφόρο.



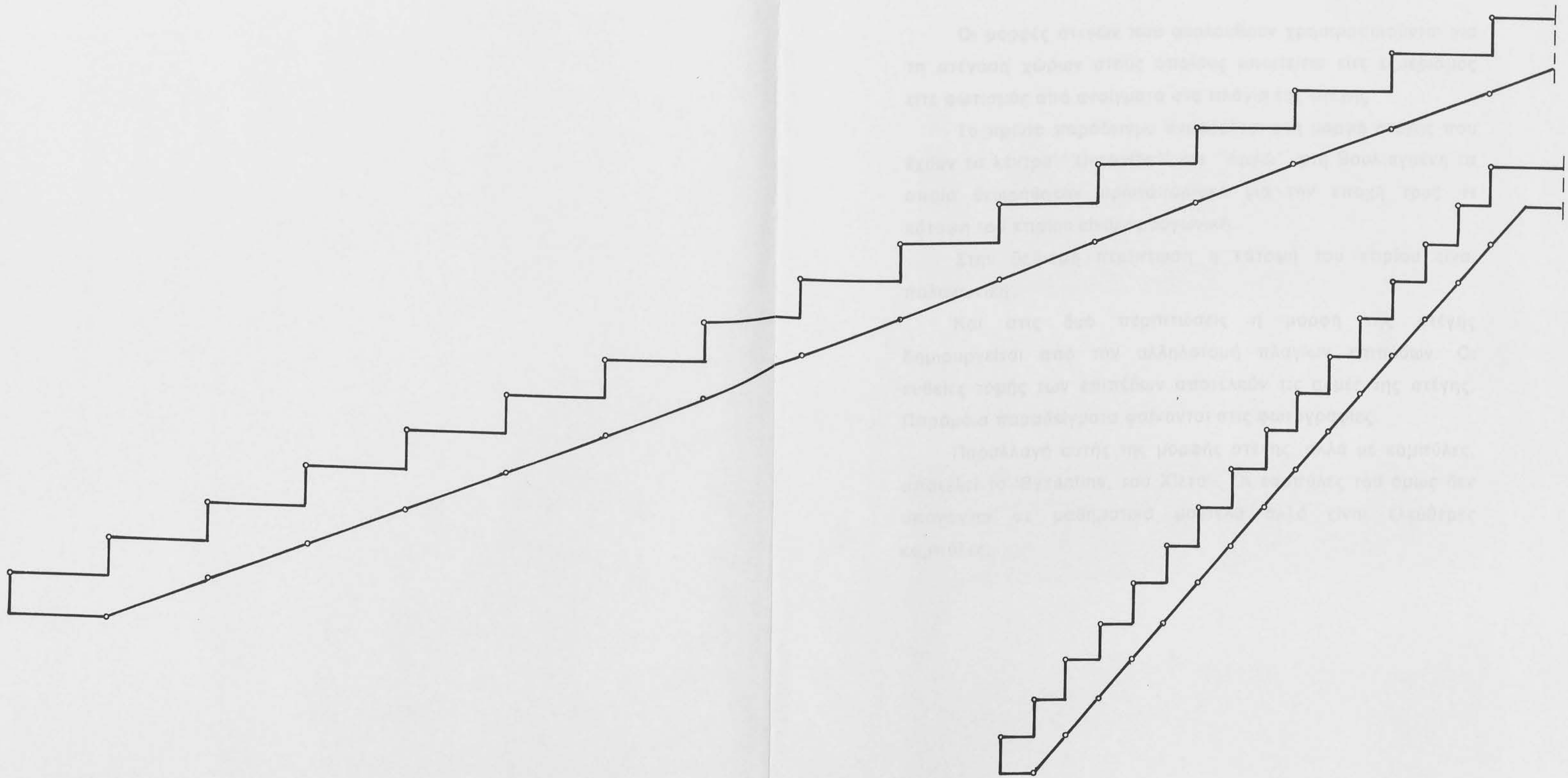
Σκάλα από σπειρωτικό σκυρόδεμα σε
πίνακα επί της Αμφιθέατρο Μουσουλίων



Σκάλα από οπλισμένο σκυρόδεμα σε κτίριο επί της λεωφόρου Μεσογείων



ψ_{12}



21) Στέγαστρα

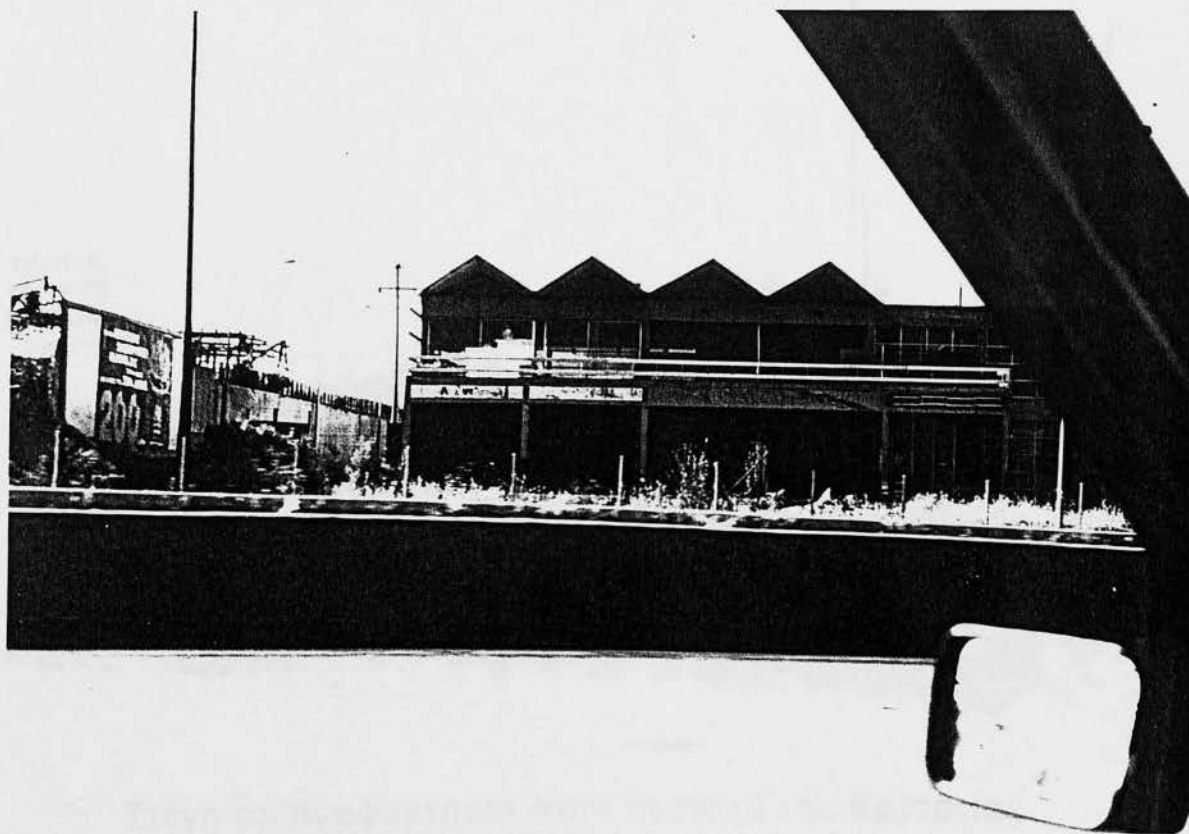
Οι μορφές στεγών που ακολουθούν χρησιμοποιούνται για τη στέγαση χώρων στους οποίους απαιτείται είτε εξαερισμός είτε φωτισμός από ανοίγματα στα πλάγια της στέγης.

Το πρώτο παράδειγμα αναφέρεται στη μορφή στέγης που έχουν τα κέντρα “Ωκεανίδα” και “Αργώ” στη Βουλιαγμένη τα οποία θεωρήθηκαν πρωτοποριακά για την εποχή τους. Η κάτοψη του κτιρίου είναι ορθογωνική.

Στην δεύτερη περίπτωση η κάτοψη του κτιρίου είναι πολυγωνική.

Και στις δυο περιπτώσεις η μορφή της στέγης δημιουργείται από την αλληλοτομή πλαγίων επιπέδων. Οι ευθείες τομές των επιπέδων αποτελούν τις ακμές της στέγης. Παρόμοια παραδείγματα φαίνονται στις φωτογραφίες.

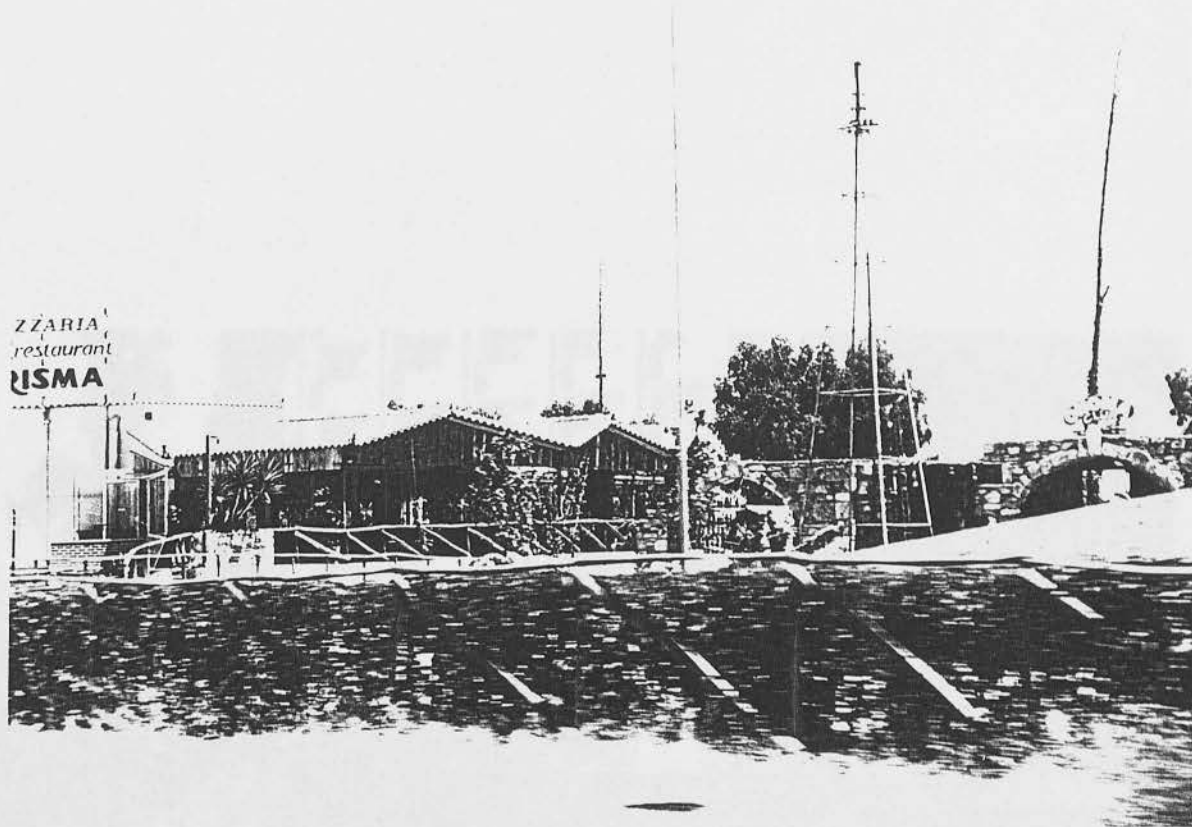
Παραλλαγή αυτής της μορφής στέγης, αλλά με καμπύλες, αποτελεί το ‘Byzantine, του Χίλτον. Οι καμπύλες του όμως δεν υπάγονται σε μαθηματικά μοντέλα αλλά είναι ελεύθερες καμπύλες.



Βιομηχανικό κτίριο στην Εθνική Οδό με ιδιόμορφη στέγη



Πλάγια άποψη του Κτιρίου



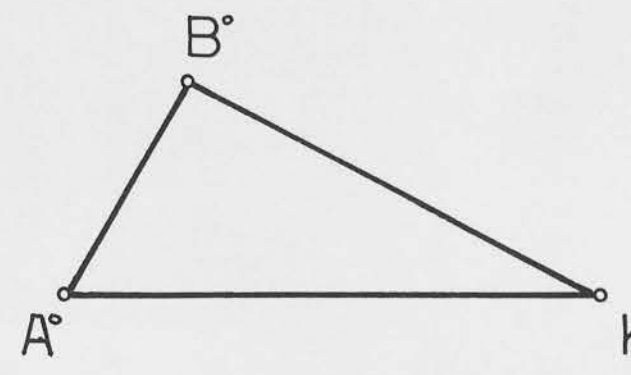
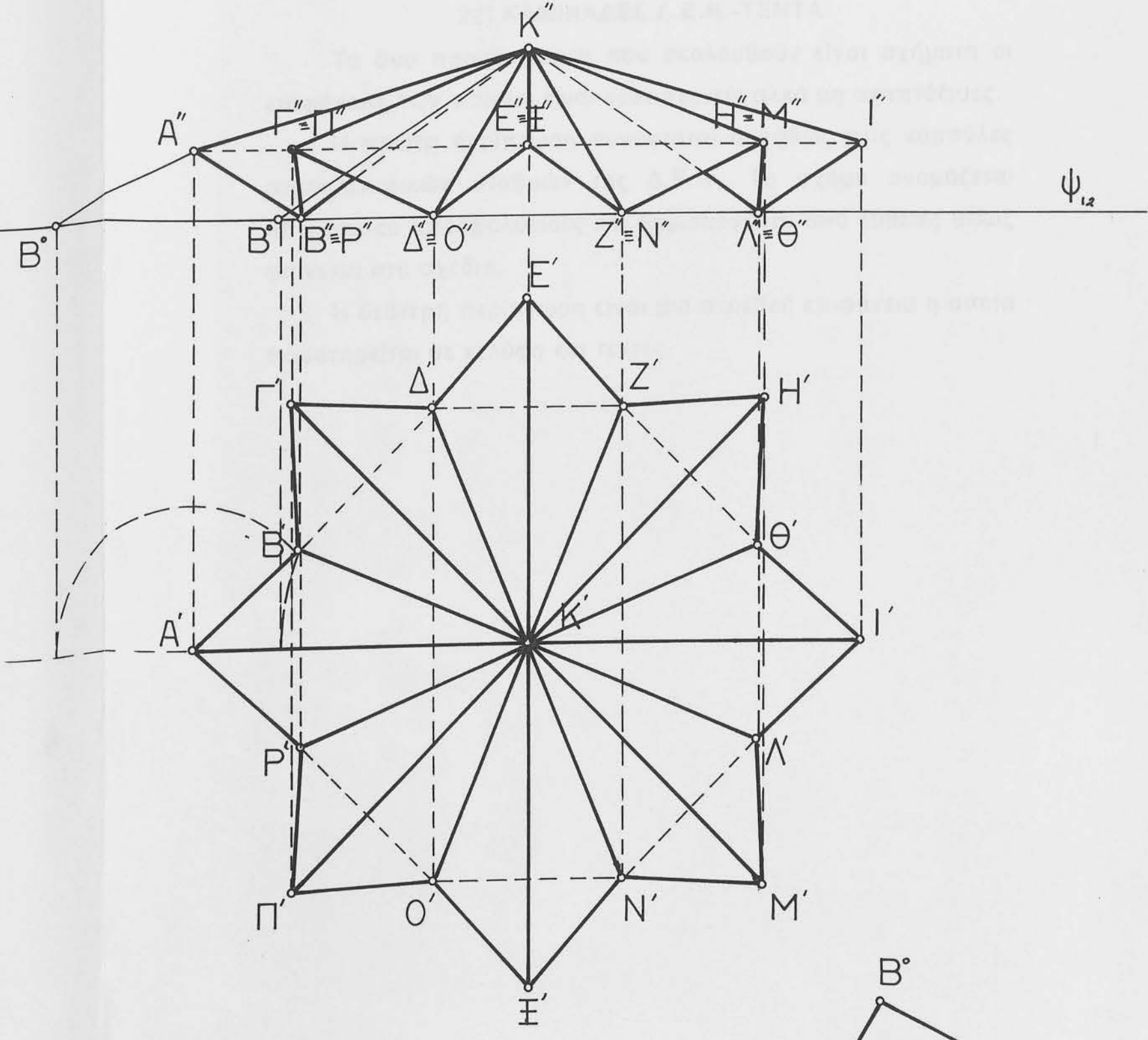
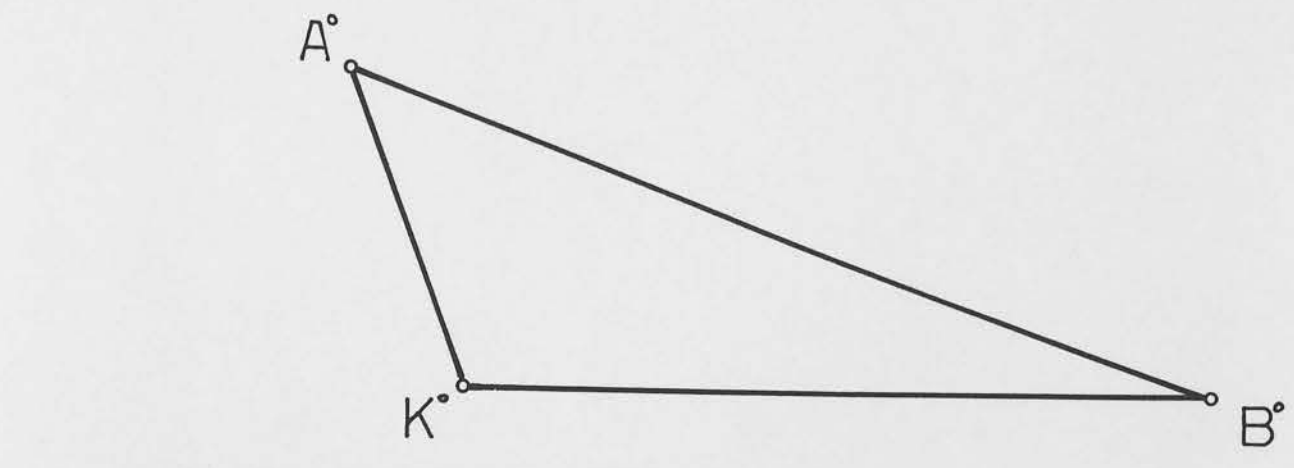
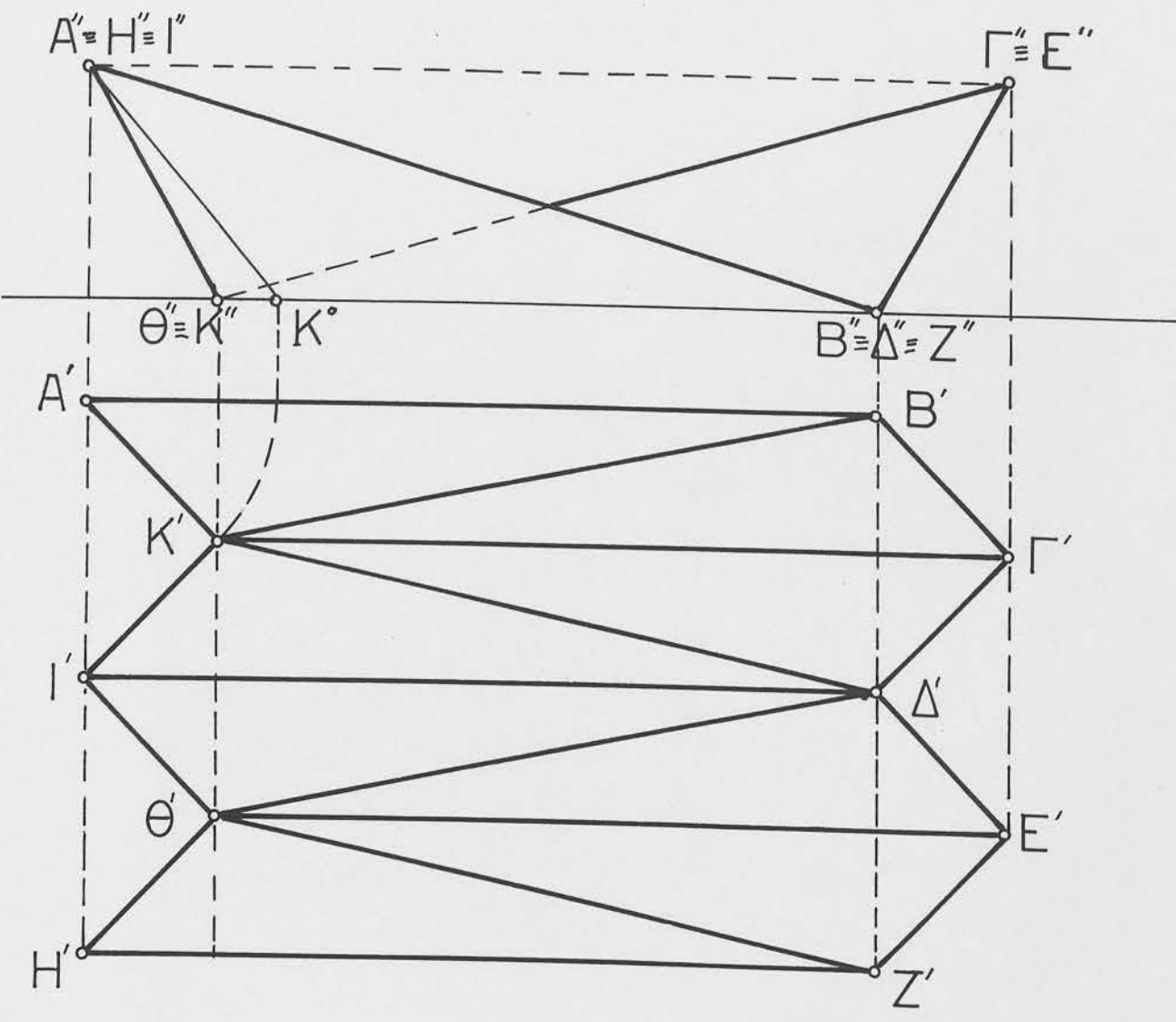
Στέγη σε αναψυκτήριο στην περιοχή της Ερέτρειας



Το 'Byzantine' του Χίλτον



Άλλη άποψη του 'Byzantine, του Χίλτον



22) ΚΑΜΙΝΑΔΕΣ Δ.Ε.Η.-ΤΕΝΤΑ

Τα δυο παραδείγματα που ακολουθούν είναι σχήματα οι επιφάνειες των οποίων είναι ευθειογενείς αλλά μη αναπτύξιμες.

Η πρώτη περίπτωση συναντάται συνήθως στις καμπύλες ατμοηλεκτρικών σταθμών της Δ.Ε.Η.. Το σχήμα ονομάζεται υπερβολικό παραβολοειδές και δημιουργείται από ευθείες όπως φαίνεται στο σχέδιο.

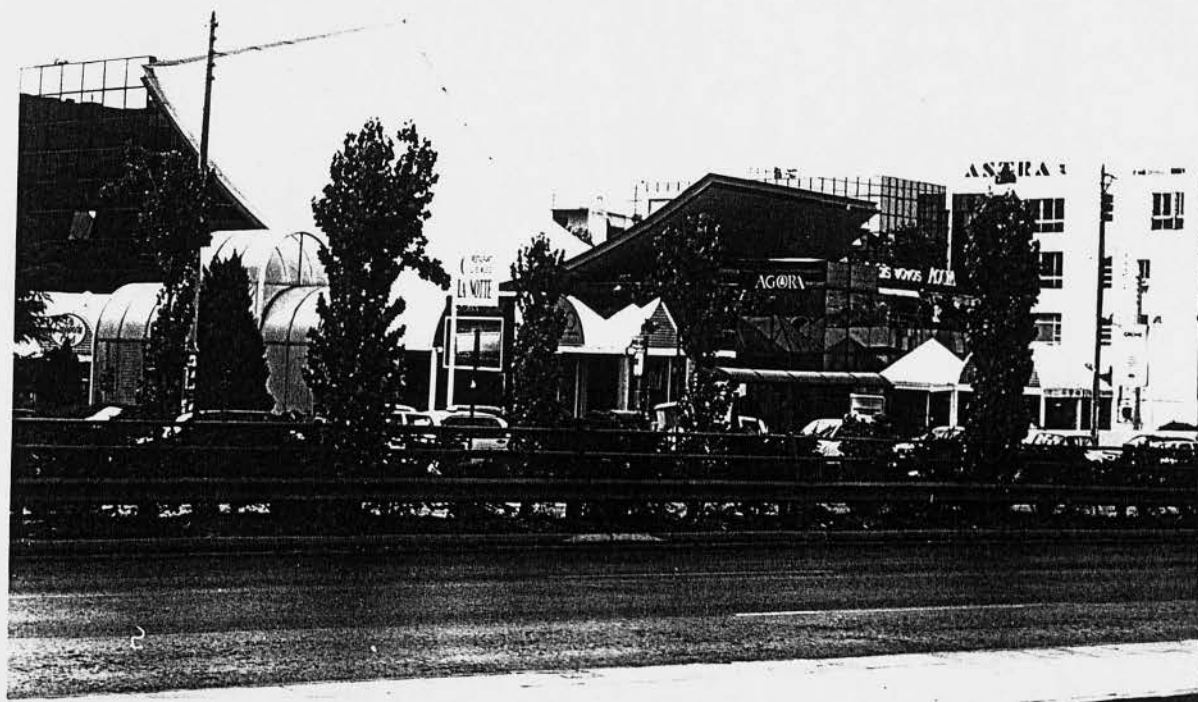
Η δεύτερη περίπτωση είναι μια στρεβλή επιφάνεια η οποία παρατηρείται σε κελύφη και τέντες.



Καμινάδα στην περιοχή
του Βοτανικού



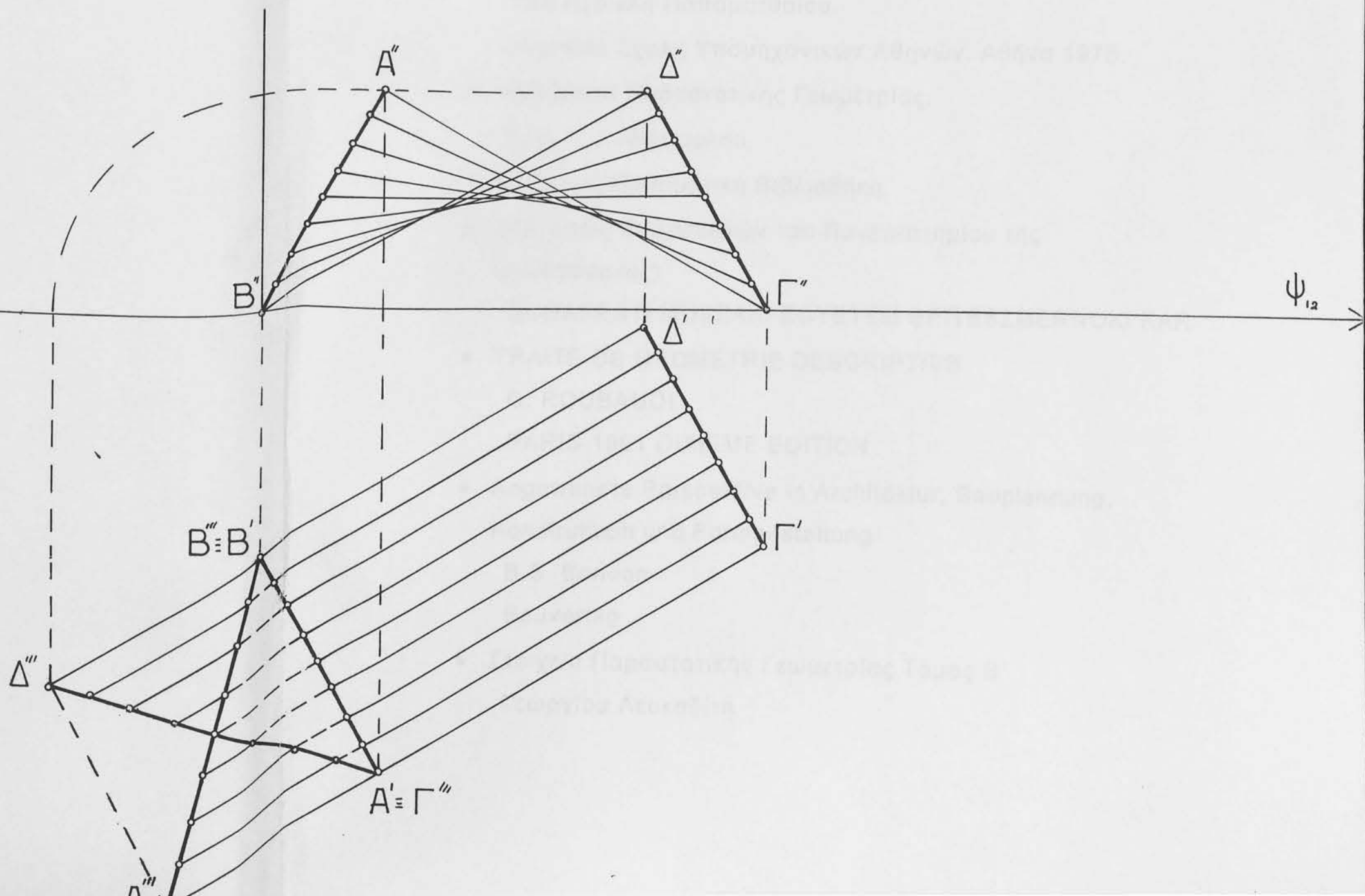
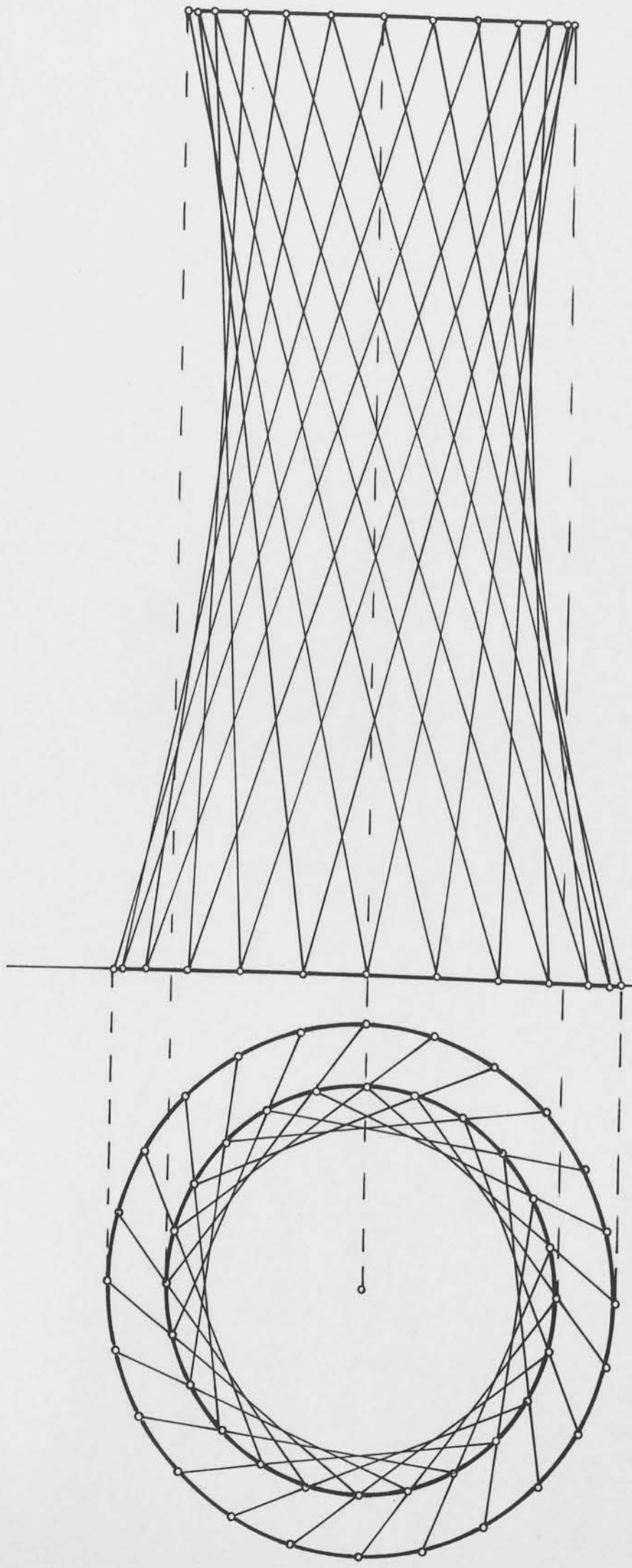
Τέντα στην περιοχή του Βοτανικού



Το εμπορικό κέντρο Agora στη λεωφόρο Κηφισίας, η στέγη του
οποίου αποτελεί μη αναπτύξιμη επιφάνεια

ΕΠΙΣΤΗΜΟΛΟΓΙΑ

- A History of Architecture on the Comparative Method - Edition: Revised Edition, Revised by R. A. Carver
- Great Architecture of the World - General Editor John Julius Norwich - Revised by Sir Nicholas Pevsner
- Τεχνική Ζωική - Αρχιτεκτονική και Ζωική Τέχνη - Μουσείο - Εμπ. Ε.Μ.Π.
- Επιστήμη - Παραδοσιακός Τόπος Α' και Β' - Αρχιτεκτονική Δημοκρατία



Πανεπιστήμιο Αθηνών, Αθήνα 1975.

Εκδόσεις Παπασωφίας

Εκδόσεις Παπασωφίας

Εκδόσεις Παπασωφίας

Εκδόσεις Παπασωφίας

Εκδόσεις Παπασωφίας

Εκδόσεις Παπασωφίας

Εκδόσεις Παπασωφίας

Εκδόσεις Παπασωφίας

BIBLIOΓΡΑΦΙΑ

- A History of Architecture on the Comparative Method-
Bonister Fletcher Seventeenth Edition, Revised by R.A.
Cordingley
- Great Architecture of the world General Editor John Julius
Norwich foreword by Sir Nikolaus Pevsner
- Τεχνικό Σχέδιο - Αριστείδη Δεϊμεζή Πολ. Μηχανικού - Επιμ.
Ε.Μ.Π.
- Σημειώσεις Παραστατικής Τεύχος Α' και Β'.
Υπό Περικλή Παπαματθαίου.
Ανωτέρα Σχολή Υπομηχανικών Αθηνών. Αθήνα 1975.
- Μαθήματα Παραστατικής Γεωμετρίας.
Παν. Δ. Λαδόπουλου.
Ελληνική Μαθηματική Βιβλιοθήκη.
- (Εργασίες Σπουδαστών του Πανεπιστημίου της
Βουδαπέστης)
BUDAPESTI MUSZAKI EGYETEM EPITESZMERNOKI KAR
- TRAITE DE GEOMETRIE DESCRIPTIVE
C. ROUBAUDI
PARIS 1961 DIXIEME EDITION
- Angewandte Perspektive in Architektur, Bauplanung,
Konstruktion und Formgestaltung
B.S. Bondon
Bauverlag
- Στοιχεία Παραστατικής Γεωμετρίας Τόμος Β'
Γεωργίου Λευκαδίτη

- Γενικές ασκήσεις Προβολικής και Παραστατικής Γεωμετρίας
μετά λύσεων.
Ιωάννου Ταϊγανίδη - Γρηγορίου Φουντα
Αθήναι 1965
- Baugometrie Band 1
H.Brauner / W.Kickinger
Bauverlag
- Darstellende Geometrie mit Stereo-Bildern
R.Schmidt
Bauverlag
- Το σχέδιον Τόμος Α΄ Μηχανολογικών
Ευθυμίου Π. Ευθυμίου Μηχανικού - Σχεδιαστού
Έκδοσις Πρώτη, Αθήναι 1960